

Преподаватель:

**Прутков
Козьма
Петрович**



Министерство образования и науки РФ

Уральский государственный экономический университет



Лабораторная работа

Дифференциальные урав- нения, лаб. работа А

Студент: Иксов Игрек Зетович

PrutkovKP@portal.portal

Екатеринбург
2019-2020

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием (для получения числовых значений можно использовать калькулятор или программы Maxima, Excel и др.) ;

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием;
- II) для получения таблиц значений, построения графиков и других вариантов визуализации следует воспользоваться шаблоном программы (после необходимой корректировки)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.wxm
или (для Android)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.mas;

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием;
- II) для получения таблиц значений, построения графиков и других вариантов визуализации следует воспользоваться шаблоном программы (после необходимой корректировки)
Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.wxh
или (для Android)
Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.mas;
- III) при обнаружении ошибок (например, расхождений расчетов с результатами визуализации) вернуться к пунктам 2 или 1.

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием;
- II) для получения таблиц значений, построения графиков и других вариантов визуализации следует воспользоваться шаблоном программы (после необходимой корректировки)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.wxm
или (для Android)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.mas;

- III) при обнаружении ошибок (например, расхождений расчетов с результатами визуализации) вернуться к пунктам 2 или 1.

Выполненную лабораторную работу следует сохранить и выслать по e-mail PrutkovKP@portal.portal

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima

$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

Например, x^{5t-3} записывается как x^(5*t-3);

$\ln x$ надо записать log(x)), lg ... как log(...)/log(10);

e^{3-2x} можно записать как exp(1-2x) или как e^(1-2x);

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

Понятно, что, например, $\sin^3 t$ надо представить выражением $((\sin(t))^3)$ или $(\sin(t))^3$, или даже $\sin(t)^3$, но не $\sin^3(t)$.

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

2) Приоритетность операций можно изменить с помощью КРУГЛЫХ скобок, все скобки должны быть парными (каждой открывающейся скобке соответствует закрывающаяся). Использовать можно только круглые скобки.

Указания к оформлению работы

2) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

2) Приоритетность операций можно изменить с помощью КРУГЛЫХ скобок, все скобки должны быть парными (каждой открывающейся скобке соответствует закрывающаяся). Использовать можно только круглые скобки.

Считаем, что сумма может состоять из одного слагаемого.

Оглавление

Указания к оформлению работы	2
Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»	12
1. Лабораторная работа А №1	67

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

Частным решением (решением) дифференциального уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$ называется

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

Частным решением (решением) дифференциального уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$ называется функция $y(x)$, при подстановке которой в данное уравнение оно становится тождеством.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

Частным решением (решением) дифференциального уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$ называется функция $y(x)$, при подстановке которой в данное уравнение оно становится тождеством.

Общим решением дифференциального уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$ в области $(a; b) \times (c; d)$ называется

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

Частным решением (решением) дифференциального уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$ называется функция $y(x)$, при подстановке которой в данное уравнение оно становится тождеством.

Общим решением дифференциального уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$ в области $(a; b) \times (c; d)$ называется функция $y(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$ такая, что

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

Частным решением (решением) дифференциального уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$ называется функция $y(x)$, при подстановке которой в данное уравнение оно становится тождеством.

Общим решением дифференциального уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$ в области $(a; b) \times (c; d)$ называется функция $y(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$ такая, что во-первых, при любых числовых значениях параметров $C_1, C_2, \dots, C_n$ функция $y(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$ является решением этого дифференциального уравнения;

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

Частным решением (решением) дифференциального уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$ называется функция $y(x)$, при подстановке которой в данное уравнение оно становится тождеством.

Общим решением дифференциального уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$ в области $(a; b) \times (c; d)$ называется функция $y(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$ такая, что

- во-первых, при любых числовых значениях параметров $C_1, C_2, \dots, C_n$ функция $y(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$ является решением этого дифференциального уравнения;
- во-вторых, для любого частного решения $\tilde{y}(x)$ найдутся такие значения параметров $C_1, C_2, \dots, C_n$, что $\tilde{y}(x) = y(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$ для всех таких x , что $(x, \tilde{y}(x)) \in (a; b) \times (c; d)$.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это

Например, $y' = (x - 1)(y + 2)^2$, $y' = \frac{y \sin x}{y^2 - 1}$, $y' = \frac{x\sqrt{y}}{(\cos y - 1)}$, ...

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

Например, $y' = (x - 1)(y + 2)^2$, $y' = \frac{y \sin x}{y^2 - 1}$, $y' = \frac{x\sqrt{y}}{(\cos y - 1)}$, ...

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

Решение:

$$\frac{dy}{dx} = f(x)g(x),$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

Решение:

$$\frac{dy}{dx} = f(x)g(y), \quad \frac{dy}{g(y)} = f(x)dx.$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

Решение:

$$\frac{dy}{dx} = f(x)g(y), \quad \int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx.$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

Решение:

$$\frac{dy}{dx} = f(x)g(y), \quad \int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx. \quad \text{Ура!}$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это

Например, $y' + (x + 1)y = \sin x$, $y' - y \cos x = \operatorname{tg} x$,
 $y' = \frac{y - 1}{\cos y + xy^2}$.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это

Например, $y' + (x + 1)y = \sin x$, $y' - y \cos x = \operatorname{tg} x$,
 $y' = \frac{y - 1}{\cos y + xy^2}$.

Последнее уравнение нужно преобразовать:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y - 1}{\cos y + xy^2},$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это

Например, $y' + (x + 1)y = \sin x$, $y' - y \cos x = \operatorname{tg} x$,
 $y' = \frac{y - 1}{\cos y + xy^2}$.

Последнее уравнение нужно преобразовать:

$$\frac{1}{dx/dy} = \frac{dy}{dx} = \frac{y - 1}{\cos y + xy^2},$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это

Например, $y' + (x + 1)y = \sin x$, $y' - y \cos x = \operatorname{tg} x$,
 $y' = \frac{y - 1}{\cos y + xy^2}$.

Последнее уравнение нужно преобразовать:

$$\frac{1}{dx/dy} = \frac{dy}{dx} = \frac{y - 1}{\cos y + xy^2}, \quad \frac{dx}{dy} = \frac{\cos y + xy^2}{y - 1},$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это

Например, $y' + (x + 1)y = \sin x$, $y' - y \cos x = \operatorname{tg} x$,

$$y' = \frac{y - 1}{\cos y + xy^2}.$$

Последнее уравнение нужно преобразовать:

$$\frac{1}{dx/dy} = \frac{dy}{dx} = \frac{y - 1}{\cos y + xy^2}, \quad \frac{dx}{dy} = \frac{\cos y + xy^2}{y - 1},$$
$$\frac{dx}{dy} + \underbrace{(-1)\frac{y^2}{y - 1}}_{a(y)} \cdot x = \underbrace{\frac{\cos y}{y - 1}}_{b(y)}.$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это

Например, $y' + (x + 1)y = \sin x$, $y' - y \cos x = \operatorname{tg} x$,

$$y' = \frac{y - 1}{\cos y + xy^2}.$$

Последнее уравнение нужно преобразовать:

$$\frac{1}{dx/dy} = \frac{dy}{dx} = \frac{y - 1}{\cos y + xy^2}, \quad \frac{dx}{dy} = \frac{\cos y + xy^2}{y - 1},$$
$$\frac{dx}{dy} + \underbrace{(-1)\frac{y^2}{y - 1}}_{a(y)} \cdot x = \underbrace{\frac{\cos y}{y - 1}}_{b(y)}.$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

Например, $y' + (x + 1)y = \sin x$, $y' - y \cos x = \operatorname{tg} x$,

$$y' = \frac{y - 1}{\cos y + xy^2}.$$

Последнее уравнение нужно преобразовать:

$$\frac{1}{dx/dy} = \frac{dy}{dx} = \frac{y - 1}{\cos y + xy^2}, \quad \frac{dx}{dy} = \frac{\cos y + xy^2}{y - 1},$$
$$\frac{dx}{dy} + \underbrace{(-1)\frac{y^2}{y - 1}}_{a(y)} \cdot x = \underbrace{\frac{\cos y}{y - 1}}_{b(y)}.$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

Два варианта решения:

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

Два варианта решения:

I) $y(x, C) = \bar{y}(x, C) + \tilde{y}(x)$, где $\bar{y}(x, C) = C \cdot \varphi(x)$ — общее решение соответствующего однородного уравнения, т.е. $\frac{\bar{y}(x, C)}{dx} + a(x)\bar{y}(x, C) = 0$, и $\tilde{y}(x) = \tilde{C}(x) \cdot \varphi(x)$ — частное решение исходного уравнения.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

Два варианта решения:

I) $y(x, C) = \bar{y}(x, C) + \tilde{y}(x)$, где $\bar{y}(x, C) = C \cdot \varphi(x)$ — общее решение соответствующего однородного уравнения, т.е. $\frac{\bar{y}(x, C)}{dx} + a(x)\bar{y}(x, C) = 0$, и $\tilde{y}(x) = \tilde{C}(x) \cdot \varphi(x)$ — частное решение исходного уравнения. (Вариация произвольной постоянной)

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

Два варианта решения:

I) $y(x, C) = \bar{y}(x, C) + \tilde{y}(x)$, где $\bar{y}(x, C) = C \cdot \varphi(x)$ — общее решение соответствующего однородного уравнения, т.е. $\frac{\bar{y}(x, C)}{dx} + a(x)\bar{y}(x, C) = 0$, и $\tilde{y}(x) = \tilde{C}(x) \cdot \varphi(x)$ — частное решение исходного уравнения. (Вариация произвольной постоянной)

II) $y(x) = u(x), v(x)$, где $u'v + \underbrace{uv' + a(x)uv}_{=0} = b(x)$,

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

Два варианта решения:

I) $y(x, C) = \bar{y}(x, C) + \tilde{y}(x)$, где $\bar{y}(x, C) = C \cdot \varphi(x)$ — общее решение соответствующего однородного уравнения, т.е. $\frac{\bar{y}(x, C)}{dx} + a(x)\bar{y}(x, C) = 0$, и $\tilde{y}(x) = \tilde{C}(x) \cdot \varphi(x)$ — частное решение исходного уравнения. (Вариация произвольной постоянной)

II) $y(x) = u(x), v(x)$, где $u'v + \underbrace{uv' + a(x)uv}_{=0} = b(x)$, откуда находим частное решение уравнения $v' + a(x)v = 0$, после чего вычисляется u .

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

Два варианта решения:

I) $y(x, C) = \bar{y}(x, C) + \tilde{y}(x)$, где $\bar{y}(x, C) = C \cdot \varphi(x)$ — общее решение соответствующего однородного уравнения, т.е. $\frac{\bar{y}(x, C)}{dx} + a(x)\bar{y}(x, C) = 0$, и $\tilde{y}(x) = \tilde{C}(x) \cdot \varphi(x)$ — частное решение исходного уравнения. (Вариация произвольной постоянной)

II) $y(x) = u(x), v(x)$, где $u'v + \underbrace{uv' + a(x)uv}_{=0} = b(x)$, откуда находим частное решение уравнения $v' + a(x)v = 0$, после чего вычисляется u .
(метод Бернулли)

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

Решается методом Бернулли: $y(x) = u(x) \cdot v(x)$.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если

$$\underbrace{M(x, y)dx}_{\partial u / \partial x} + \underbrace{N(x, y)dy}_{\partial u / \partial y} = du(x, y),$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если

$$\underbrace{M(x, y)dx}_{\partial u / \partial x} + \underbrace{N(x, y)dy}_{\partial u / \partial y} = du(x, y),$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если

$$\underbrace{M(x, y)dx}_{\partial u / \partial x} + \underbrace{N(x, y)dy}_{\partial u / \partial y} = du(x, y),$$
$$= \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если

$$\underbrace{M(x, y)dx}_{\partial u/\partial x} + \underbrace{N(x, y)dy}_{\partial u/\partial y} = du(x, y),$$
$$= \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если

$$\underbrace{M(x, y)dx}_{\partial u/\partial x} + \underbrace{N(x, y)dy}_{\partial u/\partial y} = du(x, y),$$

$$\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если

$$\underbrace{M(x, y)dx}_{\partial u / \partial x} + \underbrace{N(x, y)dy}_{\partial u / \partial y} = du(x, y),$$

$$\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} =$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если

$$\underbrace{M(x, y)dx}_{\partial u / \partial x} + \underbrace{N(x, y)dy}_{\partial u / \partial y} = du(x, y),$$

$$\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} =$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если

$$\underbrace{M(x, y)dx}_{\partial u / \partial x} + \underbrace{N(x, y)dy}_{\partial u / \partial y} = du(x, y),$$

$$\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

$$\underbrace{M(x, y)dx}_{\partial u / \partial x} + \underbrace{N(x, y)dy}_{\partial u / \partial y} = du(x, y),$$

$$\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка $\begin{cases} y' = p(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка $\begin{cases} y' = p(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$

Простейшее приближенное численное решение дифференциального уравнения $y' = p(x, y)$:

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка $\begin{cases} y' = p(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$

Простейшее приближенное численное решение дифференциального уравнения $y' = p(x, y)$:

Уравнение касательной: $y = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n)$.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка $\begin{cases} y' = p(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$

Простейшее приближенное численное решение дифференциального уравнения $y' = p(x, y)$: $\left\{ \right.$

Уравнение касательной: $y = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n)$.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка $\begin{cases} y' = p(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$

Простейшее приближенное численное решение дифференциального уравнения $y' = p(x, y)$: $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \Delta x, \\ \end{cases}$

Уравнение касательной: $y = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n)$.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка $\begin{cases} y' = p(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$

Простейшее приближенное численное решение дифференциального уравнения $y' = p(x, y)$: $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \Delta x, \\ \end{cases}$

Уравнение касательной: $y = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n)$.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка $\begin{cases} y' = p(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$

Простейшее приближенное численное решение дифференциального уравнения $y' = p(x, y)$: $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \Delta x, \\ y_{n+1} = \end{cases}$

Уравнение касательной: $y = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n)$.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка $\begin{cases} y' = p(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$

Простейшее приближенное численное решение дифференциального уравнения $y' = p(x, y)$: $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \Delta x, \\ y_{n+1} = \end{cases}$

Уравнение касательной: $y = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n)$.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка $\begin{cases} y' = p(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$

Простейшее приближенное численное решение дифференциального уравнения $y' = p(x, y)$: $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \Delta x, \\ y_{n+1} = y_n + \end{cases}$

Уравнение касательной: $y = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n)$.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка $\begin{cases} y' = p(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$

Простейшее приближенное численное решение дифференциального уравнения $y' = p(x, y)$: $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \Delta x, \\ y_{n+1} = y_n + \end{cases}$

Уравнение касательной: $y = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n)$.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка $\begin{cases} y' = p(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$

Простейшее приближенное численное решение дифференциального уравнения $y' = p(x, y)$: $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \Delta x, \\ y_{n+1} = y_n + p(x_n, y_n) \cdot \Delta x. \end{cases}$

Уравнение касательной: $y = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n)$.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка $\begin{cases} y' = p(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$

Простейшее приближенное численное решение дифференциального уравнения $y' = p(x, y)$: $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \Delta x, \\ y_{n+1} = y_n + p(x_n, y_n) \Delta x. \end{cases}$

Уравнение касательной: $y = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n)$.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка $\begin{cases} y' = p(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$

Простейшее приближенное численное решение дифференциального уравнения $y' = p(x, y)$: $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \Delta x, \\ y_{n+1} = y_n + p(x_n, y_n) \cdot \Delta x. \end{cases}$

Уравнение касательной: $y = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n)$.

Устные упражнения «Дифференциальные уравнения»

$y' = f(x)g(y)$ — это уравнение с разделяющимися переменными.

$y' + a(x)y = b(x)$ — это линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

$y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ — это уравнение Бернулли.

$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ — это уравнение в полных дифференциалах, если $\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x, y)}{\partial x}$.

Задача Коши для уравнения первого порядка $\begin{cases} y' = p(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$

Простейшее приближенное численное решение дифференциального уравнения $y' = p(x, y)$: $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \Delta x, \\ y_{n+1} = y_n + p(x_n, y_n) \cdot \Delta x. \end{cases}$

1. Лабораторная работа А №1

Найдите решение задачи Коши
$$\begin{cases} y' = \frac{1}{7} (5^2 + y^2) \cdot 12x^3 (4 - 5x), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Результаты представьте в файле **Maxima**: Группа-SeriesFourierA-Ваши_ФИО.wxm или Группа-SeriesFourierA-Ваши_ФИО.мас, где $p(x, y) = \frac{1}{7} (5^2 + y^2)$, $f(x) = \dots$ — найденное вами решение этой задачи Коши. Программа **Maxima** построит график вашего решения и набор отрезков $y = f(a) + \underbrace{p(a, f(a))}_{\stackrel{?}{=} f'(a)} (x - a)$ (точка $(a, f(a))$ в центре от-

резка)¹. Если вы верно решили задачу, то эти отрезки, проходящие около графика решения дифференциального уравнения, будут близки к касательным к графику функции $y = f(x)$. Для построения графика положите

L:0\$ R:1\$ u:5\$ v:0\$ a:L\$ вместо

L:0\$ R:1\$ u:2\$ v:0\$ a:L\$

При необходимости для повышения наглядности чертежа можно откорректировать значения переменных u (максимальное отображаемое значение y) и v (минимальное отображаемое значение y).

¹ Аналогично «методу изоклин», см. в интернете.

Выполненную работу следует сохранить и выслать по e-mail PrutkovKP@portal.portal 3 файла:

- 1) файл с заданием;
- 2) отредактированный файл *.wxm;
- 3) полученный файл Имя_группы-SeriesFourierA-Ваше_ФИО.gif