

Преподаватель:

**Прутков
Козьма
Петрович**



Министерство образования и науки РФ

Уральский государственный экономический университет



Лабораторная работа

Избавление от кратных корней многочлена

Студент: Иксов Игрек Зетович

PrutkovKP@portal.portal

Екатеринбург
2019-2020

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием (для получения числовых значений можно использовать калькулятор или программы Maxima, Excel и др.) ;

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием;
- II) для получения таблиц значений, построения графиков и других вариантов визуализации следует воспользоваться шаблоном программы (после необходимой корректировки)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.wxm
или (для Android)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.mas;

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием;
- II) для получения таблиц значений, построения графиков и других вариантов визуализации следует воспользоваться шаблоном программы (после необходимой корректировки)
Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.wxh
или (для Android)
Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.mas;
- III) при обнаружении ошибок (например, расхождений расчетов с результатами визуализации) вернуться к пунктам 2 или 1.

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием;
- II) для получения таблиц значений, построения графиков и других вариантов визуализации следует воспользоваться шаблоном программы (после необходимой корректировки)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.wxm
или (для Android)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.mas;

- III) при обнаружении ошибок (например, расхождений расчетов с результатами визуализации) вернуться к пунктам 2 или 1.

Выполненную лабораторную работу следует сохранить и выслать по e-mail PrutkovKP@portal.portal

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima

$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

Например, x^{5t-3} записывается как x^(5*t-3);

$\ln x$ надо записать log(x)), lg ... как log(...)/log(10);

e^{3-2x} можно записать как exp(1-2x) или как e^(1-2x);

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

Понятно, что, например, $\sin^3 t$ надо представить выражением $((\sin(t))^3)$ или $(\sin(t))^3$, или даже $\sin(t)^3$, но не $\sin^3(t)$.

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

2) Приоритетность операций можно изменить с помощью КРУГЛЫХ скобок, все скобки должны быть парными (каждой открывающейся скобке соответствует закрывающаяся). Использовать можно только круглые скобки.

Указания к оформлению работы

2) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

2) Приоритетность операций можно изменить с помощью КРУГЛЫХ скобок, все скобки должны быть парными (каждой открывающейся скобке соответствует закрывающаяся). Использовать можно только круглые скобки.

Считаем, что сумма может состоять из одного слагаемого.

Оглавление

Указания к оформлению работы	2
Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)	12
Лаб. работа «Избавление от кратных корней»	28

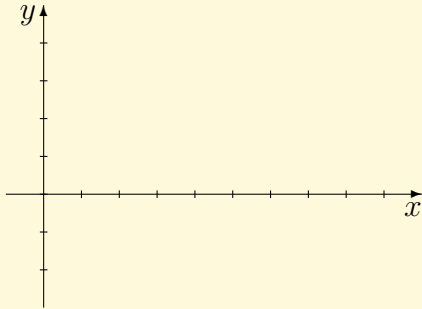
Избавление от кратных корней (теория)

Дан многочлен $p(x)$.

Избавление от кратных корней (теория)

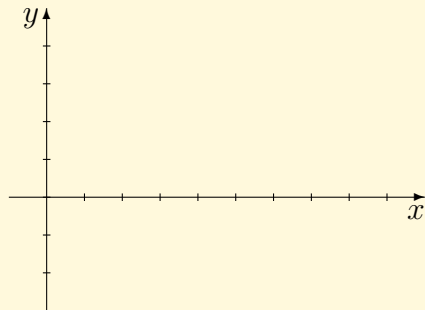
Дан многочлен $p(x)$.

$$p(x) = a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 =$$



Избавление от кратных корней (теория)

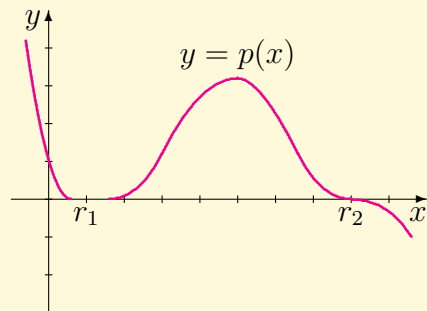
Дан многочлен $p(x)$.



$$\begin{aligned} p(x) &= a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = \\ &= (x - r_1)^{k_1} \cdot (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots \end{aligned}$$

Избавление от кратных корней (теория)

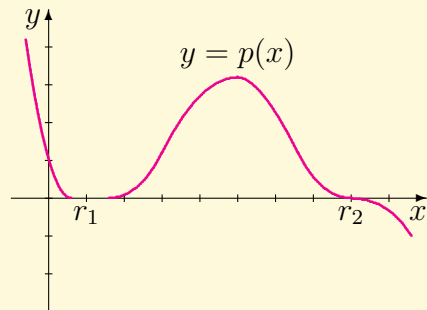
Дан многочлен $p(x)$.



$$\begin{aligned} p(x) &= a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = \\ &= (x - r_1)^{k_1} \cdot (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots \end{aligned}$$

Избавление от кратных корней (теория)

Дан многочлен $p(x)$. Найти многочлен $q(x)$ такой, что:

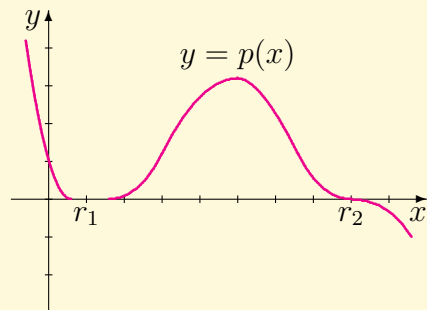


$$\begin{aligned} p(x) &= a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = \\ &= (x - r_1)^{k_1} \cdot (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots \end{aligned}$$

Избавление от кратных корней (теория)

Дан многочлен $p(x)$. Найти многочлен $q(x)$ такой, что:

- совокупность корней многочлена $q(x)$ совпадает со множеством корней многочлена $p(x)$,

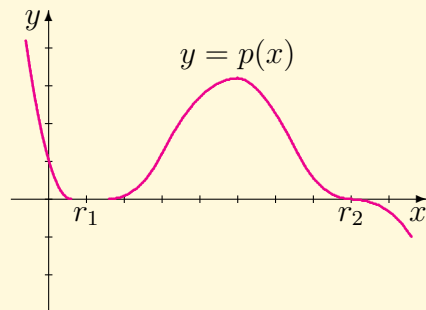


$$\begin{aligned} p(x) &= a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = \\ &= (x - r_1)^{k_1} \cdot (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots \end{aligned}$$

Избавление от кратных корней (теория)

Дан многочлен $p(x)$. Найти многочлен $q(x)$ такой, что:

- совокупность корней многочлена $q(x)$ совпадает со множеством корней многочлена $p(x)$,
- все корни многочлена $q(x)$ имеют кратность 1:

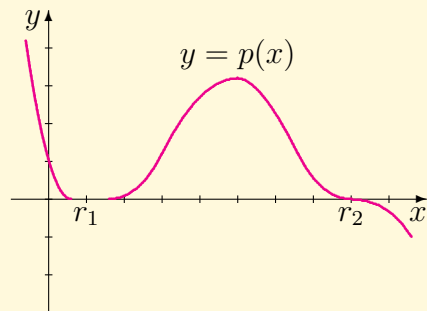


$$\begin{aligned} p(x) &= a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = \\ &= (x - r_1)^{k_1} \cdot (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots \end{aligned}$$

Избавление от кратных корней (теория)

Дан многочлен $p(x)$. Найти многочлен $q(x)$ такой, что:

- совокупность корней многочлена $q(x)$ совпадает со множеством корней многочлена $p(x)$,
- все корни многочлена $q(x)$ имеют кратность 1:

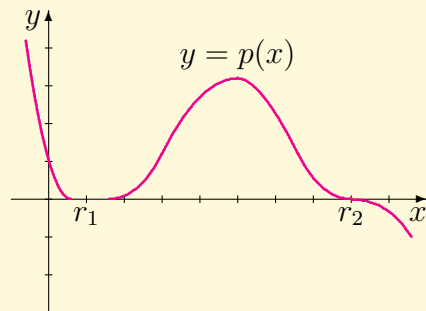


$$\begin{aligned} p(x) &= a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = \\ &= (x - r_1)^{k_1} \cdot (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots \\ p'(x) &= \end{aligned}$$

Избавление от кратных корней (теория)

Дан многочлен $p(x)$. Найти многочлен $q(x)$ такой, что:

- совокупность корней многочлена $q(x)$ совпадает со множеством корней многочлена $p(x)$,
- все корни многочлена $q(x)$ имеют кратность 1:

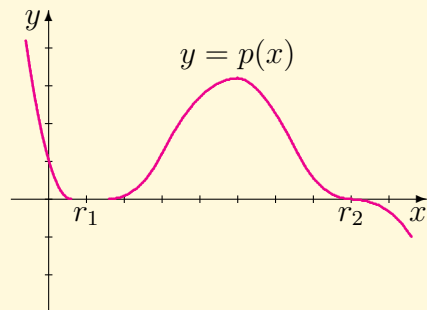


$$\begin{aligned} p(x) &= a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = \\ &= (x - r_1)^{k_1} \cdot (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots \\ p'(x) &= n a_n x^{n-1} + \dots + 2 a_2 x + a_1 = \end{aligned}$$

Избавление от кратных корней (теория)

Дан многочлен $p(x)$. Найти многочлен $q(x)$ такой, что:

- совокупность корней многочлена $q(x)$ совпадает со множеством корней многочлена $p(x)$,
- все корни многочлена $q(x)$ имеют кратность 1:

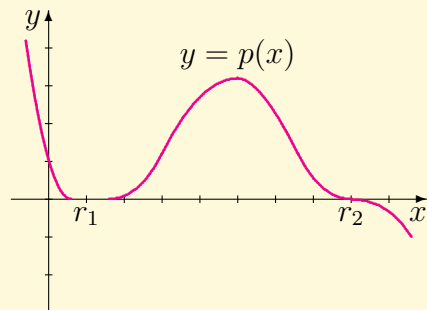


$$\begin{aligned}
 p(x) &= a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = \\
 &= (x - r_1)^{k_1} \cdot (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots \\
 p'(x) &= n a_n x^{n-1} + \dots + 2 a_2 x + a_1 = \\
 &= k_1 (x - r_1)^{k_1-1} (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots +
 \end{aligned}$$

Избавление от кратных корней (теория)

Дан многочлен $p(x)$. Найти многочлен $q(x)$ такой, что:

- совокупность корней многочлена $q(x)$ совпадает со множеством корней многочлена $p(x)$,
- все корни многочлена $q(x)$ имеют кратность 1:

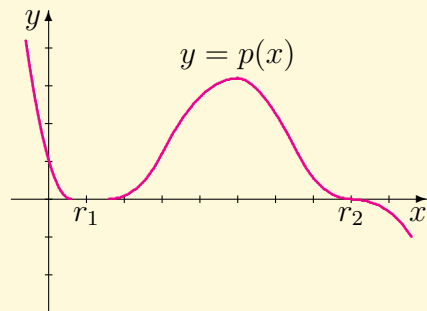


$$\begin{aligned}
 p(x) &= a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = \\
 &= (x - r_1)^{k_1} \cdot (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots \\
 p'(x) &= n a_n x^{n-1} + \dots + 2 a_2 x + a_1 = \\
 &= k_1 (x - r_1)^{k_1-1} (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots + \\
 &+ (x - r_1)^{k_1} \cdot k_2 (x - r_2)^{k_2-1} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots + \dots =
 \end{aligned}$$

Избавление от кратных корней (теория)

Дан многочлен $p(x)$. Найти многочлен $q(x)$ такой, что:

- совокупность корней многочлена $q(x)$ совпадает со множеством корней многочлена $p(x)$,
- все корни многочлена $q(x)$ имеют кратность 1:



$$p(x) = a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 =$$

$$= (x - r_1)^{k_1} \cdot (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots$$

$$p'(x) = n a_n x^{n-1} + \dots + 2 a_2 x + a_1 =$$

$$= k_1 (x - r_1)^{k_1-1} (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots +$$

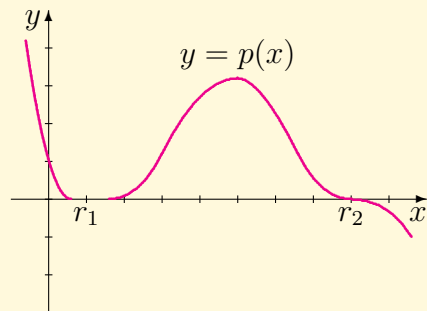
$$+ (x - r_1)^{k_1} \cdot k_2 (x - r_2)^{k_2-1} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots + \dots =$$

$$= (x - r_1)^{k_1-1} (x - r_2)^{k_2-1} \cdot \dots \left(\right).$$

Избавление от кратных корней (теория)

Дан многочлен $p(x)$. Найти многочлен $q(x)$ такой, что:

- совокупность корней многочлена $q(x)$ совпадает со множеством корней многочлена $p(x)$,
- все корни многочлена $q(x)$ имеют кратность 1:



$$p(x) = a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 =$$

$$= (x - r_1)^{k_1} \cdot (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots$$

$$p'(x) = n a_n x^{n-1} + \dots + 2 a_2 x + a_1 =$$

$$= k_1 (x - r_1)^{k_1-1} (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots +$$

$$+ (x - r_1)^{k_1} \cdot k_2 (x - r_2)^{k_2-1} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots + \dots =$$

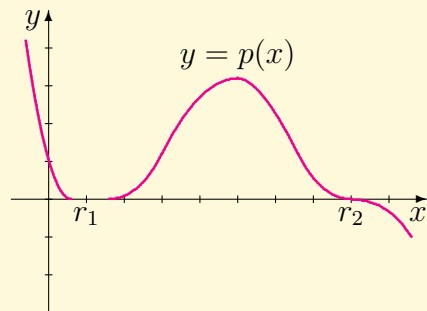
$$= (x - r_1)^{k_1-1} (x - r_2)^{k_2-1} \cdot \dots \left(k_1 (x - r_2) (x - r_3) \cdot \dots + \right).$$

Избавление от кратных корней (теория)

Дан многочлен $p(x)$. Найти многочлен $q(x)$ такой, что:

- совокупность корней многочлена $q(x)$ совпадает со множеством корней многочлена $p(x)$,
- все корни многочлена $q(x)$ имеют кратность 1:

$$q(x) =$$



$$p(x) = a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 =$$

$$= (x - r_1)^{k_1} \cdot (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots$$

$$p'(x) = n a_n x^{n-1} + \dots + 2 a_2 x + a_1 =$$

$$= k_1 (x - r_1)^{k_1-1} (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots +$$

$$+ (x - r_1)^{k_1} \cdot k_2 (x - r_2)^{k_2-1} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots + \dots =$$

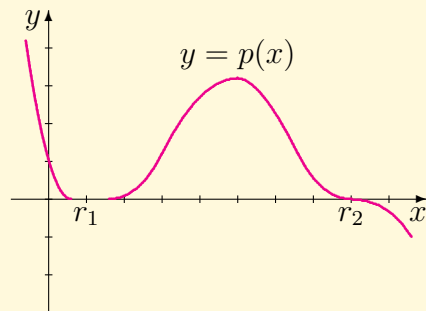
$$= (x - r_1)^{k_1-1} (x - r_2)^{k_2-1} \cdot \dots \left(k_1 (x - r_2) (x - r_3) \cdot \dots + k_2 (x - r_1) (x - r_3) \cdot \dots + \dots \right).$$

Избавление от кратных корней (теория)

Дан многочлен $p(x)$. Найти многочлен $q(x)$ такой, что:

- совокупность корней многочлена $q(x)$ совпадает со множеством корней многочлена $p(x)$,
- все корни многочлена $q(x)$ имеют кратность 1:

$$q(x) = \frac{p(x)}{\text{НОД}(f(x); f'(x))}.$$



$$p(x) = a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 =$$

$$= (x - r_1)^{k_1} \cdot (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots$$

$$p'(x) = n a_n x^{n-1} + \dots + 2 a_2 x + a_1 =$$

$$= k_1 (x - r_1)^{k_1-1} (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots +$$

$$+ (x - r_1)^{k_1} \cdot k_2 (x - r_2)^{k_2-1} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots + \dots =$$

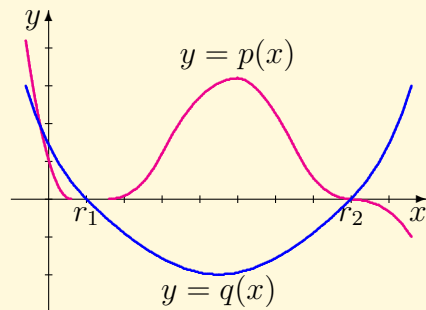
$$= (x - r_1)^{k_1-1} (x - r_2)^{k_2-1} \cdot \dots \left(k_1 (x - r_2) (x - r_3) \cdot \dots + k_2 (x - r_1) (x - r_3) \cdot \dots + \dots \right).$$

Избавление от кратных корней (теория)

Дан многочлен $p(x)$. Найти многочлен $q(x)$ такой, что:

- совокупность корней многочлена $q(x)$ совпадает со множеством корней многочлена $p(x)$,
- все корни многочлена $q(x)$ имеют кратность 1:

$$q(x) = \frac{p(x)}{\text{НОД}(f(x); f'(x))}.$$



$$p(x) = a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 =$$

$$= (x - r_1)^{k_1} \cdot (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots$$

$$p'(x) = n a_n x^{n-1} + \dots + 2 a_2 x + a_1 =$$

$$= k_1 (x - r_1)^{k_1-1} (x - r_2)^{k_2} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots +$$

$$+ (x - r_1)^{k_1} \cdot k_2 (x - r_2)^{k_2-1} \cdot (x - r_3)^{k_3} \cdot \dots + \dots =$$

$$= (x - r_1)^{k_1-1} (x - r_2)^{k_2-1} \cdot \left(k_1 (x - r_2) (x - r_3) \cdot \dots + k_2 (x - r_1) (x - r_3) \cdot \dots + \dots \right).$$

Лаб. работа «Избавление от кратных корней»

Для многочлена $p(x) = \frac{1089}{4} - \frac{539}{2}x + \frac{3589}{36}x^2 - \frac{49}{3}x^3 + x^4$ найти многочлен $q(x)$ с тем же множеством корней, но у которого все корни имеют кратность 1. В приложенном вашем файле Maxima:

- отредактируйте выражение для многочлена p , исправив строку $p(x) := \dots$; и для многочлена $q(x)$, исправив строку $q(x) := \dots$; (не забудьте поставить точку с запятой в конце строки);
- установите адекватные значения переменных a, b, A, B , изменив строки следующим образом: $a : 3$; $b : 6$; $A : -2$; $B : 2$; (не забудьте завершать команду точкой с запятой);
- запустите вычисления файла в Maxima;
- сгенерируются графики функций p и q в $[3; 6] \times [A; B]$;
- оцените адекватность графиков на сгенерированном рисунке, при необходимости отредактируйте файл и повторите вычисления.

Данный файл и выполненное задание в файле Maxima (*.wxm или *.mac), а также сгенерированные чертежи следует выслать по e-mail PrutkovKP@portal.portal