

Преподаватель:

**Прутков
Козьма
Петрович**



Министерство образования и науки РФ

Уральский государственный экономический университет



Лабораторная работа

Интерполяционный многочлен Лагранжа

Студент: **Иксов Игрек Зетович**

PrutkovKP@portal.portal

Екатеринбург
2018-2019

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием (для получения числовых значений можно использовать калькулятор или программы Maxima, Excel и др.) ;

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием;
- II) для получения таблиц значений, построения графиков и других вариантов визуализации следует воспользоваться шаблоном программы (после необходимой корректировки)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.wxh
или (для Android)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.mas;

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием;
- II) для получения таблиц значений, построения графиков и других вариантов визуализации следует воспользоваться шаблоном программы (после необходимой корректировки)
Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.wxh
или (для Android)
Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.mas;
- III) при обнаружении ошибок (например, расхождений расчетов с результатами визуализации) вернуться к пунктам 2 или 1.

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием;
- II) для получения таблиц значений, построения графиков и других вариантов визуализации следует воспользоваться шаблоном программы (после необходимой корректировки)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.wxm
или (для Android)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.mas;

- III) при обнаружении ошибок (например, расхождений расчетов с результатами визуализации) вернуться к пунктам 2 или 1.

Выполненную лабораторную работу следует сохранить и выслать по e-mail PrutkovKP@portal.portal

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima

$\sqrt{\dots}$	<code>sqrt(...)</code>	<code>sin ...</code>	<code>sin(...)</code>	<code>arcsin ...</code>	<code>asin(...)</code>	<code>ln ...</code>	<code>log(...)</code>
a^b	<code>a^b</code>	<code>cos ...</code>	<code>cos(...)</code>	<code>arccos ...</code>	<code>acos(...)</code>	π	<code>%pi</code>
e^x	<code>exp(x)</code>	<code>tg ...</code>	<code>tan(...)</code>	<code>arctg ...</code>	<code>atan(...)</code>	e	<code>%e</code>

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	<code>sqrt(...)</code>	<code>sin ...</code>	<code>sin(...)</code>	<code>arcsin ...</code>	<code>asin(...)</code>	<code>ln ...</code>	<code>log(...)</code>
a^b	<code>a^b</code>	<code>cos ...</code>	<code>cos(...)</code>	<code>arccos ...</code>	<code>acos(...)</code>	π	<code>%pi</code>
e^x	<code>exp(x)</code>	<code>tg ...</code>	<code>tan(...)</code>	<code>arctg ...</code>	<code>atan(...)</code>	e	<code>%e</code>

Например, x^{5t-3} записывается как `x^(5*t-3);`

$\ln x$ надо записать `log(x)`), $\lg \dots$ как `log(...)/log(10);`

e^{3-2x} можно записать как `exp(1-2x)` или как `e^(1-2x);`

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

Понятно, что, например, $\sin^3 t$ надо представить выражением $((\sin(t))^3)$ или $(\sin(t))^3$, или даже $\sin(t)^3$, но не $\sin^3(t)$.

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima

$\sqrt{\dots}$	<code>sqrt(...)</code>	<code>sin ...</code>	<code>sin(...)</code>	<code>arcsin ...</code>	<code>asin(...)</code>	<code>ln ...</code>	<code>log(...)</code>
a^b	<code>a^b</code>	<code>cos ...</code>	<code>cos(...)</code>	<code>arccos ...</code>	<code>acos(...)</code>	π	<code>%pi</code>
e^x	<code>exp(x)</code>	<code>tg ...</code>	<code>tan(...)</code>	<code>arctg ...</code>	<code>atan(...)</code>	e	<code>%e</code>

2) Приоритетность операций можно изменить с помощью КРУГЛЫХ скобок, все скобки должны быть парными (каждой открывающейся скобке соответствует закрывающаяся). Использовать можно только круглые скобки.

Указания к оформлению работы

2) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

2) Приоритетность операций можно изменить с помощью КРУГЛЫХ скобок, все скобки должны быть парными (каждой открывающейся скобке соответствует закрывающаяся). Использовать можно только круглые скобки.

Считаем, что сумма может состоять из одного слагаемого.

Оглавление

Указания к оформлению работы	2
Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)	12
Лаб. работа «Интерполяционный многочлен»	29

Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

Задача интерполяции.

Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

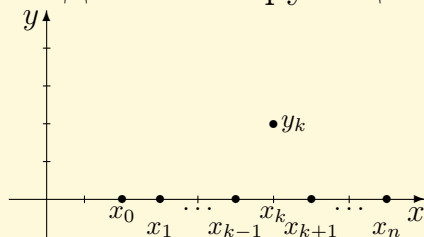
Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.
Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .

Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .

Если только y_k отличен от 0, то



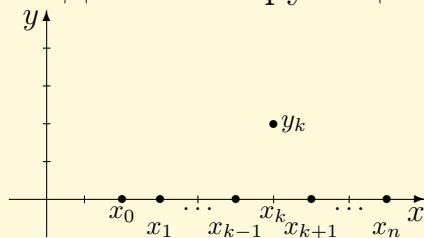
Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .

Если только y_k отличен от 0, то

$$G(x) =$$



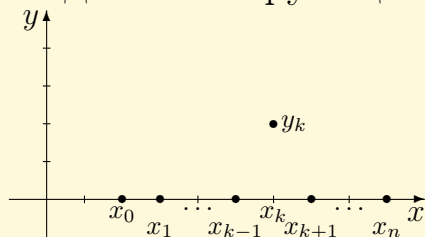
Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .

Если только y_k отличен от 0, то

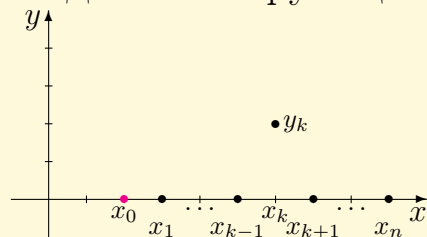
$$G(x) = y_k \cdot$$



Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .



Если только y_k отличен от 0, то

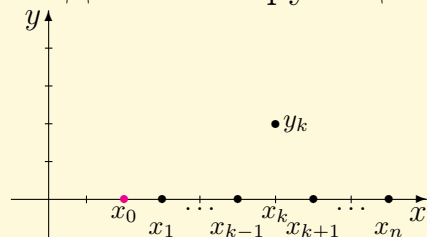
$$G(x) = y_k \cdot$$

«Выключающий множитель»: «обнулим значение» при $x = x_0 \dots$ и сделаем так, чтобы «выключающий множитель» стал равным 1 при $x = x_0 \dots$

Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .



Если только y_k отличен от 0, то

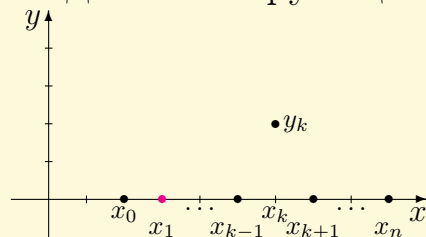
$$G(x) = y_k \cdot \frac{(x - x_0)}{(x_k - x_0)}$$

«Выключающий множитель»: «обнулим значение» при $x = x_0 \dots$ и сделаем так, чтобы «выключающий множитель» стал равным 1 при $x = x_0 \dots$

Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .



Если только y_k отличен от 0, то

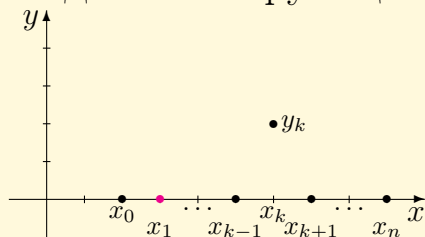
$$G(x) = y_k \cdot \frac{(x - x_0)}{(x_k - x_0)}$$

«Выключающий множитель»: «обнулим значение» при $x = x_1 \dots$ и сделаем так, чтобы «выключающий множитель» стал равным 1 при $x = x_1 \dots$

Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .



Если только y_k отличен от 0, то

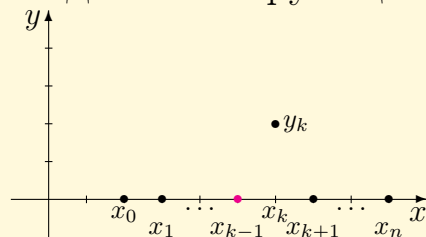
$$G(x) = y_k \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots}{(x_k - x_0)(x_k - x_1) \dots}$$

«Выключающий множитель»: «обнулим значение» при $x = x_1 \dots$ и сделаем так, чтобы «выключающий множитель» стал равным 1 при $x = x_1 \dots$

Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .



Если только y_k отличен от 0, то

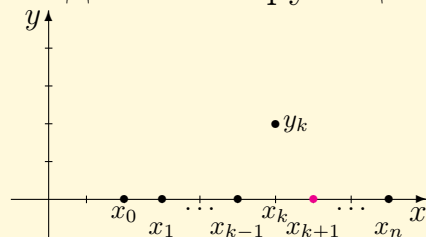
$$G(x) = y_k \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1})}{(x_k - x_0)(x_k - x_1) \dots (x_k - x_{k-1})}$$

Продолжим этот процесс для всех x_i , кроме x_k .

Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .



Если только y_k отличен от 0, то

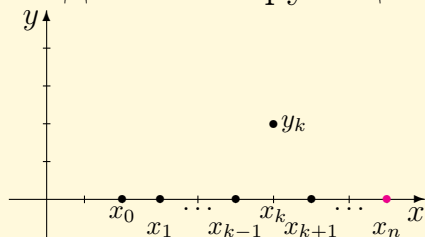
$$G(x) = y_k \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots}{(x_k - x_0)(x_k - x_1) \dots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \dots}$$

Продолжим этот процесс для всех x_i , кроме x_k .

Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .



Если только y_k отличен от 0, то

$$G(x) = y_k \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots (x - x_n)}{(x_k - x_0)(x_k - x_1) \dots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \dots (x_k - x_n)}$$

Продолжим этот процесс для всех x_i , кроме x_k .

Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

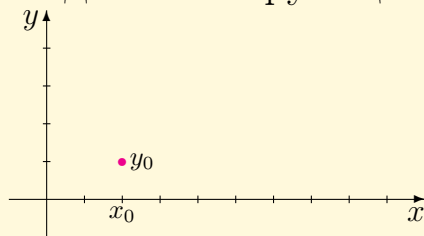
$$L(x) =$$

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .

Если только y_k отличен от 0, то

$$G(x) = y_k \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots (x - x_n)}{(x_k - x_0)(x_k - x_1) \dots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \dots (x_k - x_n)}$$



Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

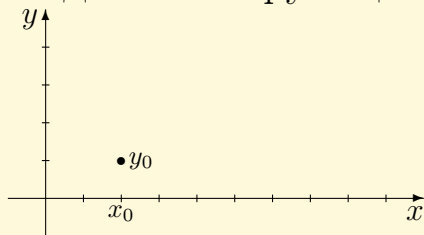
$$L(x) = y_0 \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \dots (x - x_{n-1})(x - x_n)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3) \dots (x_0 - x_{n-1})(x_0 - x_n)} +$$

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .

Если только y_k отличен от 0, то

$$G(x) = y_k \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots (x - x_n)}{(x_k - x_0)(x_k - x_1) \dots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \dots (x_k - x_n)}$$



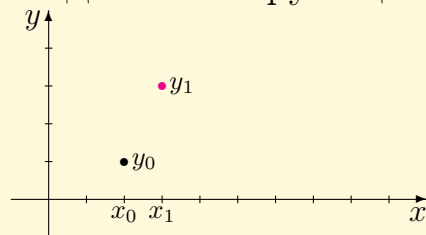
Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

$$L(x) = y_0 \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \dots (x - x_{n-1})(x - x_n)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3) \dots (x_0 - x_{n-1})(x_0 - x_n)} +$$

$$+ y_1 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_2)(x - x_3) \dots (x - x_{n-1})(x - x_n)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3) \dots (x_1 - x_{n-1})(x_1 - x_n)} +$$

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .



Если только y_k отличен от 0, то

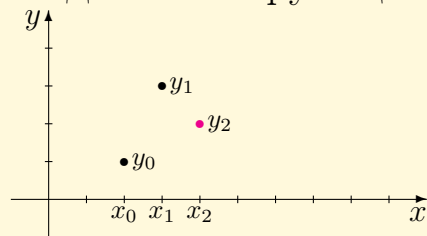
$$G(x) = y_k \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots (x - x_n)}{(x_k - x_0)(x_k - x_1) \dots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \dots (x_k - x_n)}$$

Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

$$\begin{aligned}
 L(x) = & y_0 \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \dots (x - x_{n-1})(x - x_n)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3) \dots (x_0 - x_{n-1})(x_0 - x_n)} + \\
 & + y_1 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_2)(x - x_3) \dots (x - x_{n-1})(x - x_n)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3) \dots (x_1 - x_{n-1})(x_1 - x_n)} + \\
 & + y_2 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_3)(x - x_4) \dots (x - x_{n-1})(x - x_n)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)(x_2 - x_3) \dots (x_2 - x_{n-1})(x_2 - x_n)} + \dots +
 \end{aligned}$$

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .



Если только y_k отличен от 0, то

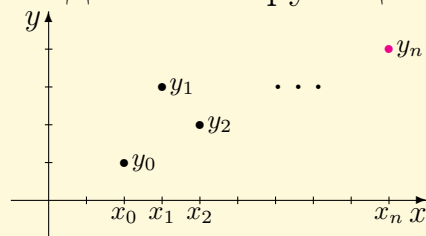
$$G(x) = y_k \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots (x - x_n)}{(x_k - x_0)(x_k - x_1) \dots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \dots (x_k - x_n)}$$

Интерполяционный многочлен Лагранжа (теория)

$$\begin{aligned}
 L(x) = & y_0 \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \dots (x - x_{n-1})(x - x_n)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3) \dots (x_0 - x_{n-1})(x_0 - x_n)} + \\
 & + y_1 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_2)(x - x_3) \dots (x - x_{n-1})(x - x_n)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3) \dots (x_1 - x_{n-1})(x_1 - x_n)} + \\
 & + y_2 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_3)(x - x_4) \dots (x - x_{n-1})(x - x_n)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)(x_2 - x_3) \dots (x_2 - x_{n-1})(x_2 - x_n)} + \dots + \\
 & + y_n \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_2)(x - x_3) \dots (x - x_{n-2})(x - x_{n-1})}{(x_n - x_0)(x_n - x_1)(x_n - x_2) \dots (x_n - x_{n-2})(x_n - x_{n-1})}.
 \end{aligned}$$

Задача интерполяции. Имеем $\{(x_0; y_0); (x_1; y_1); \dots; (x_n; y_n)\}$.

Надо найти функцию $G(x)$ такую, что $G(x_i) = y_i$ для всех i .



Если только y_k отличен от 0, то

$$G(x) = y_k \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots (x - x_n)}{(x_k - x_0)(x_k - x_1) \dots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \dots (x_k - x_n)}$$

Лаб. работа «Интерполяционный многочлен»

Для данной функции построить интерполяционные многочлены

Лагранжа. В вашем файле **Maxima**:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-2x^2}{4}, & \text{если } x < 0, \\ \frac{2x^2 - 20x}{25}, & \text{если } x \geq 0, \end{cases}$$

- a) отредактируйте выражение для функции f , исправив строку $f(x) := \dots$; (не забудьте поставить точку с запятой в конце строки);
- b) установите адекватные значения переменных a, b, A, B , изменив строки следующим образом: $a:-2$; $b:5$; $A:-3$; $B:1$; (не забудьте завершать команду точкой с запятой);
- c) для точек графика функции f построить многочлен Лагранжа для точек с абсциссами $\{-2, 0, 2, 4\}$, для чего отредактируйте строку $LL(x) := \dots$;
- d) запустите вычисления файла в **Maxima**;
- e) автоматически сгенерируется рисунок с графиком функции f в прямоугольнике $[-2; 5] \times [-3; 0]$ будут изображены график построенного вами интерполяционного полинома Лагранжа и трех многочленов Лагранжа, построенного в точках, делящих отрезок $[-2; 5]$, соответственно, на 2, на 4 и на 8 равных отрезков;
- f) просмотрите сгенерированный рисунок, оцените адекватность графиков, при необходимости отредактируйте файл и повторите вычисления.

Данный файл и выполненное задание в файле Maxima (*.wxm или *.mac), а также сгенерированные чертежи следует выслать по e-mail PrutkovKP@portal.portal