

Преподаватель:

**Прутков
Козьма
Петрович**



Министерство науки и высшего образования РФ
Уральский государственный экономический университет



Лабораторная работа

Тригонометрический ряд Фурье, лаб. работа А

Студент:

PrutkovKP@portal.portal

Екатеринбург
2021-2022

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием (для получения числовых значений можно использовать калькулятор или программы Maxima, Excel и др.) ;

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием;
- II) для получения таблиц значений, построения графиков и других вариантов визуализации следует воспользоваться шаблоном программы (после необходимой корректировки)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.wxm
или (для Android)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.mas;

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием;
- II) для получения таблиц значений, построения графиков и других вариантов визуализации следует воспользоваться шаблоном программы (после необходимой корректировки)
Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.wxh
или (для Android)
Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.mas;
- III) при обнаружении ошибок (например, расхождений расчетов с результатами визуализации) вернуться к пунктам 2 или 1.

Указания к оформлению работы

Выполнение лабораторной работы следует выполнять в 3 этапа:

- I) проведение вычислений в соответствии с заданием;
- II) для получения таблиц значений, построения графиков и других вариантов визуализации следует воспользоваться шаблоном программы (после необходимой корректировки)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.wxm
или (для Android)

Имя_группы-Название_лабораторной_работы-Имя_студента.mas;

- III) при обнаружении ошибок (например, расхождений расчетов с результатами визуализации) вернуться к пунктам 2 или 1.

Выполненную лабораторную работу следует сохранить и выслать по e-mail PrutkovKP@portal.portal

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima

$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	<code>sqrt(...)</code>	<code>sin ...</code>	<code>sin(...)</code>	<code>arcsin ...</code>	<code>asin(...)</code>	<code>ln ...</code>	<code>log(...)</code>
a^b	<code>a^b</code>	<code>cos ...</code>	<code>cos(...)</code>	<code>arccos ...</code>	<code>acos(...)</code>	π	<code>%pi</code>
e^x	<code>exp(x)</code>	<code>tg ...</code>	<code>tan(...)</code>	<code>arctg ...</code>	<code>atan(...)</code>	e	<code>%e</code>

Например, x^{5t-3} записывается как `x^(5*t-3);`

$\ln x$ надо записать `log(x)`), $\lg \dots$ как `log(...)/log(10);`

e^{3-2x} можно записать как `exp(1-2x)` или как `e^(1-2x);`

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

Понятно, что, например, $\sin^3 t$ надо представить выражением $((\sin(t))^3)$ или $(\sin(t))^3$, или даже $\sin(t)^3$, но не $\sin^3(t)$.

Указания к оформлению работы

1) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

2) Приоритетность операций можно изменить с помощью КРУГЛЫХ скобок, все скобки должны быть парными (каждой открывающейся скобке соответствует закрывающаяся). Использовать можно только круглые скобки.

Указания к оформлению работы

2) При вводе формулы в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /.

Обозначения системы компьютерной алгебры Maxima							
$\sqrt{\dots}$	sqrt(...)	sin ...	sin(...)	arcsin ...	asin(...)	ln ...	log(...)
a^b	a^b	cos ...	cos(...)	arccos ...	acos(...)	π	%pi
e^x	exp(x)	tg ...	tan(...)	arctg ...	atan(...)	e	%e

2) Приоритетность операций можно изменить с помощью КРУГЛЫХ скобок, все скобки должны быть парными (каждой открывающейся скобке соответствует закрывающаяся). Использовать можно только круглые скобки.

Считаем, что сумма может состоять из одного слагаемого.

Оглавление

Указания к оформлению работы	2
Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»	12
1. Лабораторная работа А №1	27

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

$$\frac{a_0}{2} +$$

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

$$\frac{a_0}{2} + \left(a_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} + b_1 \sin \frac{\pi x}{\tau} \right) +$$

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

$$\frac{a_0}{2} + \left(a_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} + b_1 \sin \frac{\pi x}{\tau} \right) + \left(a_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} + b_2 \sin \frac{2\pi x}{\tau} \right) +$$

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

$$\frac{a_0}{2} + \left(a_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} + b_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} \right) + \left(a_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} + b_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} \right) + \\ + \left(a_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} + b_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} \right) + \dots + \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} + b_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} \right) + \dots$$

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

$$\frac{a_0}{2} + \left(a_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} + b_1 \sin \frac{\pi x}{\tau} \right) + \left(a_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} + b_2 \sin \frac{2\pi x}{\tau} \right) + \\ + \left(a_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} + b_3 \sin \frac{3\pi x}{\tau} \right) + \dots + \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} + b_n \sin \frac{n\pi x}{\tau} \right) + \dots$$

2) Коэффициенты разложения функции f в ряд Фурье на $[a; a + 2\tau]$ определяются формулами:

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

$$\frac{a_0}{2} + \left(a_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} + b_1 \sin \frac{\pi x}{\tau} \right) + \left(a_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} + b_2 \sin \frac{2\pi x}{\tau} \right) + \\ + \left(a_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} + b_3 \sin \frac{3\pi x}{\tau} \right) + \dots + \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} + b_n \sin \frac{n\pi x}{\tau} \right) + \dots$$

2) Коэффициенты разложения функции f в ряд Фурье на $[a; a + 2\tau]$ определяются формулами: $a_0 =$

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

$$\frac{a_0}{2} + \left(a_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} + b_1 \sin \frac{\pi x}{\tau} \right) + \left(a_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} + b_2 \sin \frac{2\pi x}{\tau} \right) + \\ + \left(a_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} + b_3 \sin \frac{3\pi x}{\tau} \right) + \dots + \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} + b_n \sin \frac{n\pi x}{\tau} \right) + \dots$$

2) Коэффициенты разложения функции f в ряд Фурье на $[a; a + 2\tau]$ определяются формулами:

$$a_0 = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) dx;$$

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

$$\frac{a_0}{2} + \left(a_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} + b_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} \right) + \left(a_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} + b_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} \right) + \\ + \left(a_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} + b_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} \right) + \dots + \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} + b_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} \right) + \dots$$

2) Коэффициенты разложения функции f в ряд Фурье на $[a; a + 2\tau]$ определяются формулами:

$$a_0 = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) dx;$$

$$a_n =$$

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

$$\frac{a_0}{2} + \left(a_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} + b_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} \right) + \left(a_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} + b_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} \right) + \\ + \left(a_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} + b_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} \right) + \dots + \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} + b_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} \right) + \dots$$

2) Коэффициенты разложения функции f в ряд Фурье на $[a; a + 2\tau]$ определяются формулами:

$$a_n = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) \cos \frac{n\pi x}{\tau} dx;$$

$$a_0 = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) dx;$$

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

$$\frac{a_0}{2} + \left(a_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} + b_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} \right) + \left(a_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} + b_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} \right) + \\ + \left(a_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} + b_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} \right) + \dots + \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} + b_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} \right) + \dots$$

2) Коэффициенты разложения функции f в ряд Фурье на $[a; a + 2\tau]$ определяются формулами:

$$a_0 = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) dx; \quad a_n = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) \cos \frac{n\pi x}{\tau} dx; \quad b_n =$$

$$a_0 = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) dx;$$

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

$$\frac{a_0}{2} + \left(a_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} + b_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} \right) + \left(a_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} + b_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} \right) + \\ + \left(a_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} + b_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} \right) + \dots + \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} + b_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} \right) + \dots$$

2) Коэффициенты разложения функции f в ряд Фурье на $[a; a + 2\tau]$ определяются формулами:

$$a_0 = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) dx; \\ a_n = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) \cos \frac{n\pi x}{\tau} dx; \quad b_n = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) \sin \frac{n\pi x}{\tau} dx.$$

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

$$\frac{a_0}{2} + \left(a_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} + b_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} \right) + \left(a_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} + b_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} \right) + \\ + \left(a_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} + b_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} \right) + \dots + \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} + b_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} \right) + \dots$$

2) Коэффициенты разложения функции f в ряд Фурье на $[a; a + 2\tau]$ определяются формулами:

$$a_0 = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) dx; \\ a_n = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) \cos \frac{n\pi x}{\tau} dx; \quad b_n = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) \sin \frac{n\pi x}{\tau} dx.$$

3) В точке x_0 разрыва суммы ряда Фурье ряд сходится к

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

$$\frac{a_0}{2} + \left(a_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} + b_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} \right) + \left(a_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} + b_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} \right) + \\ + \left(a_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} + b_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} \right) + \dots + \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} + b_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} \right) + \dots$$

2) Коэффициенты разложения функции f в ряд Фурье на $[a; a + 2\tau]$ определяются формулами:

$$a_0 = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) dx; \\ a_n = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) \cos \frac{n\pi x}{\tau} dx; \quad b_n = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) \sin \frac{n\pi x}{\tau} dx.$$

3) В точке x_0 разрыва суммы ряда Фурье ряд сходится к

$$\frac{f(x - \Delta x) + f(x + \Delta x)}{2}, \quad \text{т.е.}$$

Устные упражнения «тригонометрические ряды Фурье»

1) Тригонометрическим рядом Фурье на отрезке $[a, a + 2\tau]$ называется ряд вида

$$\frac{a_0}{2} + \left(a_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} + b_1 \cos \frac{\pi x}{\tau} \right) + \left(a_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} + b_2 \cos \frac{2\pi x}{\tau} \right) + \\ + \left(a_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} + b_3 \cos \frac{3\pi x}{\tau} \right) + \dots + \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} + b_n \cos \frac{n\pi x}{\tau} \right) + \dots$$

2) Коэффициенты разложения функции f в ряд Фурье на $[a; a + 2\tau]$ определяются формулами:

$$a_0 = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) dx; \\ a_n = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) \cos \frac{n\pi x}{\tau} dx; \quad b_n = \frac{1}{\tau} \int_a^{a+2\tau} f(x) \sin \frac{n\pi x}{\tau} dx.$$

3) В точке x_0 разрыва суммы ряда Фурье ряд сходится к $\frac{f(x - \Delta x) + f(x + \Delta x)}{2}$, т.е. к среднему арифметическому левостороннего и правостороннего пределов.

1. Лабораторная работа А №1

Найдите разложение функции

$$p(x) = \begin{cases} \frac{4}{7}x + 1, & \text{при } x < 7, \\ x^2 - 18x + 82, & \text{при } x \geq 7, \end{cases}$$

в тригонометрический ряд Фурье на интервале $(0; 9)$. Результаты представьте в файле Maxima: Группа-LabSeriesFourierA-Ваши_ФИО.wx или Группа-LabSeriesFourierA-Ваши_ФИО.mac,

где $TPa0(x), TPa1(x) \dots TPa5(x)$ — частные суммы ряда Фурье, причем для построения графика положите

L:-9\$ R:18\$ u:6\$ v:0\$ a:L\$ вместо

L:-1\$ R:2\$ u:1.5\$ v:-0.5\$ a:L\$

Оцените адекватность результата по сгенерированному рисунку
Группа-LabSeriesFourierA-Ваши_ФИО.gif

Выполненную работу следует сохранить и выслать по e-mail PrutkovKP@portal.portal 3 файла:

- 1) файл с заданием;
- 2) отредактированный файл *.wxm;
- 3) полученный файл Имя_группы-SeriesFourierA-Ваше_ФИО.gif