



Федеральное агентство по образованию

Уральский государственный
экономический университет



Ю. Б. Мельников, Н. В. Мельникова

Алгебра и теория чисел.

Векторная алгебра.

**Элементы аналитической
геометрии**

Раздел **электронного учебника**
для сопровождения занятия

e-mail:

yu.b.melnikov@yandex.ru
UriiMelnikov58@gmail.com

Екатеринбург

2021

I. Инструкция к пособию	25
II. Модели векторной алгебры	34
II.1. Векторно-геометрическая модель	68
II.2. Векторно-символическая модель	69
II.3. Координатная модель	70
III. Геометрическая модель векторной алгебры	71
III.1. Стандартные способы задания вектора	72
III.2. Соглашение о направленном отрезке	73
III.3. Коллинеарность векторов	83
III.4. Ортогональность векторов	96
III.5. Операции векторной алгебры и другие функции на век- торах	113

III.5.1. Сумма векторов	114
III.5.2. Произведение вектора на число	124
III.5.3. Определение произведения вектора на число . .	135
III.6. Проекция (алгебраическая) вектора на ось другого вектора	146
III.7. Определение алгебраической проекции вектора на ось другого вектора	155
III.8. Скалярное произведение векторов	161
III.9. Векторное произведение векторов	167
III.10. Система компланарных векторов	190
III.11. Правая тройка векторов	197
III.12. Левая тройка векторов	206
III.13. Векторное произведение векторов: формулируем определение	208
III.14. Смешанное произведение векторов	211

III.15. Двойное векторное произведение векторов	213
III.16. Формула «бац минус цаб»	215
IV. Векторно-символическая модель векторной алгебры	217
IV.1. Стандартные способы задания вектора в векторно- символической модели векторной алгебры	220
IV.2. Свойства операций сложения векторов и произведения вектора на число	223
IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось дру- гого вектора	232
IV.4. Геометрические свойства скалярного произведения векторов	251
IV.5. Свойства векторного произведения векторов . . .	253
IV.5.1. Доказательство антикоммутативности вектор- ного произведения	254

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю	265
IV.5.3. Доказательство линейности векторного произведения по второму сомножителю	295
IV.5.4. Доказательство критерия коллинеарности	304
IV.5.5. Доказательство геометрического смысла векторного произведения	305
IV.6. Свойства смешанного произведения векторов . . .	306
IV.6.1. Геометрический смысл смешанного произведения векторов	308
IV.6.2. Критерий правой и левой тройки векторов . . .	318
IV.6.3. Критерий компланарности векторов	326
IV.6.4. Полилинейность смешанного произведения векторов	328

IV.6.5. Циклическое свойство смешанного произведения векторов	329
IV.7. Представление отношений в виде равенств	331
IV.8. Некоторые критерии векторной алгебры	336
V. Координатная модель векторной алгебры	337
V.1. Постановка задачи о задании вектора с помощью чисел	338
V.2. Линейная комбинация	346
V.3. Эквивалентность однозначности и минимальности	354
V.4. Теорема об эквивалентности минимальности системы порождающих и однозначности разложения	376
V.5. Однозначность и линейная независимость	377
V.6. База и базис	382
V.7. Примеры базисов	383
V.8. Теорема о базисе прямой	385

V.9. Теорема о базисе плоскости	394
V.10. Теорема о базисе пространства	406
V.11. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов .	415
V.12. Координаты вектора	422
V.13. Формулы для вычислений с помощью координат	428
V.13.1. Теорема о координатах векторов $\lambda \vec{a}$ и $\vec{a} + \vec{b}$.	429
V.13.2. Следствие о координатах линейной комбинации	439
V.13.3. Теорема о координатах вектора $\overrightarrow{AB}$	440
V.13.4. Теорема о вычислении скалярного произведе- ния с помощью координат	442
V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат	446
V.13.6. Теорема о вычислении смешанного произведе- ния с помощью координат	464

V.13.7. Доказательство теоремы о вычислении двойного векторного произведения («бац—цаб»)	473
V.13.8. Критерий коллинеарности векторов	484
V.14. Направляющие косинусы	486
V.15. Теорема о направляющих косинусах и орте вектора	503
VI. Векторная алгебра как модель-триада: резюме	516
VI.1. Свойства скалярного произведения векторов	517
VI.2. Свойства векторного произведения векторов	518
VI.3. Свойства смешанного произведения векторов	520
VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей	523
VI.5. Переход от одной модели векторной алгебры к другой: таблицы	553

VII. Основы аналитической геометрии	558
VII.1. Определение уравнения линии	569
VII.2. Уравнения прямых и плоскостей	575
VII.3. Для того, чтобы написать уравнения прямой или плоскости, надо...	594
VII.4. Расстояние от точки до прямой и плоскости	629
VIII. Система координат	630
VIII.1. Полярная система координат	654
VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат	661
VIII.3. Цилиндрическая и сферическая системы координат	684
VIII.3.1. Цилиндрическая система координат	685
VIII.3.2. Сферическая система координат	701
IX. Кривые второго порядка	718

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса	719
IX.2. Гипербола	816
IX.3. Парабола	823
IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой	837
IX.5. Свойство директрисы	873
IX.6. Определение линий второго порядка с помощью экс- центриситета и директрисы	887
X. Поверхности второго порядка	893
X.1. Эллипсоид	897
X.2. Гиперболоиды и конус	921
X.3. Параболоиды	924
X.3.1. Эллиптический параболоид	925
X.3.2. Гиперболический параболоид	945
X.4. Цилиндры	960

Х.4.1. Гиперболический цилиндр	961
Х.4.2. Параболический цилиндр	970
Х.4.3. Эллиптический цилиндр	979
Х.5. Поверхность вращения	988
Х.6. Линейчатые поверхности	990
 Пример 1 получения формулы для орта вектора	 1000
 Пример 2 непосредственной проверки свойств алгебраической проекции	 1011
 Пример 3 геометрического решения системы векторных уравнений	 1039
 Пример 4 применения векторной алгебры для вычисления длины линейной комбинации векторов	 1068

- Пример 5 геометрического вычисления векторного произведения 1122
- Пример 6 решения примера 5 средствами векторно-символической модели 1156
- Пример 7 решения задачи средствами векторно-символической модели 1191
- Пример 8 геометрического разложения вектора в линейную комбинацию 1227
- Пример 9 вывода формулы вычисления скалярного произведения с помощью координат 1264
- Пример 10 решения примера 5 координатным методом 1284

**Задачи по векторной алгебре для самостоятельного
решения** **1320**

*Задачи на построение и обогащение векторно-
геометрической модели 1320*

Задача XIII.1 **1321**

Задача XIII.2 **1322**

Задача XIII.3 **1323**

Задача XIII.4 **1324**

Задача XIII.5 **1325**

Задачи на применение векторно-символической модели . . . 1325

Задача XIII.6 **1326**

Задача XIII.7	1327
Задача XIII.8	1328
Задача XIII.9	1329
Задача XIII.10	1330
Задача XIII.11	1331
Задача XIII.12	1332
Задача XIII.13	1333
Задача XIII.14	1334
<i>Базовые задачи векторной алгебры</i>	<i>1334</i>
Задача XIII.15	1335

Задача XIII.16	1336
Задача XIII.17	1337
Задача XIII.18	1338
Задача XIII.19	1339
Задача XIII.20	1340
Задача XIII.21	1341
Задача XIII.22	1342
Задача XIII.23	1343
Задача XIII.24	1344
Задачи на применение координатного метода	1344

Задача XIII.25	1345
Задача XIII.26	1346
Задача XIII.27	1347
Задача XIII.28	1348
Задача XIII.29	1349
Задача XIII.30	1350
Задача XIII.31	1351
Задача XIII.32	1352
Задача XIII.33	1353

Задача XIII.34	1354
Задача XIII.35	1355
Задача XIII.36	1356
Задача XIII.37	1357
Задача XIII.38	1358
Задача XIII.39	1359
Пример 11 получения параметрических уравнений прямой	1360
Пример 12 получения уравнения плоскости	1423
Пример 13 нахождения расстояния от точки до плоскости	1449

Пример 14 нахождения уравнений прямой на плоскости	1468
Пример 15 нахождения уравнений плоскости	1510
Пример 16 нахождения уравнений прямой в пространстве	1564
Пример 17 преобразования типовых уравнений прямой на плоскости	1604
Пример 18 преобразования типовых уравнений прямой в пространстве	1620
Пример 19 нахождения угла между плоскостями	1633
Пример 20 нахождения угла между прямыми на плоскости	1647

Пример 21 нахождения угла между прямыми в пространстве 1682

Пример 22 нахождения угла между прямой и плоскостью 1715

Задачи для самостоятельного решения 1735

Упражнения на геометрическую интерпретацию уравнений прямой и плоскости 1735

Задача XIV.40 1735

Задача XIV.41 1736

Задача XIV.42 1737

Задача XIV.43 1738

Задача XIV.44 1739

Задачи на получение уравнения прямой на плоскости 1739

Задача XIV.45 1740

Задача XIV.46 1741

*Задачи на получение уравнения плоскости и
прямой в пространстве 1741*

Задача XIV.47 1742

Задача XIV.48 1743

Задача XIV.49 1744

Задача XIV.50 1745

Задача XIV.51	1746
Задача XIV.52	1747
<i>Нахождение расстояния</i>	1748
Задача XIV.53	1748
<i>Нахождение углов</i>	1749
Задача XIV.54	1749
Пример 23 задания геометрического места точек с помощью уравнения	1750
Пример 24 получения уравнения кривой и построения кривой в полярной системе координат	1786
Пример 25 построения эллипса	1855

Пример 26 построения линии, заданной уравнением	1864
Пример 27 построения линии, заданной уравнением	1873
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	1879
<i>Задачи на задание геометрического места точек с помощью уравнений</i>	1879
Задача XV.55	1880
Задача XV.56	1881
Задача XV.57	1882
<i>Задачи на кривые второго порядка</i>	1882
Задача XV.58	1883

Задача XV.59	1884
Задача XV.60	1885
Задача XV.61	1886
Задача XV.62	1887
Задача XV.63	1888
<i>Задачи на построение линий, заданных в полярной системе</i> <i>координат</i>	1888
Задача XV.64	1889
Задача XV.65	1890
Задача XV.66	1891

<i>Задачи на построение линий, заданных параметрически . .</i>	<i>1891</i>
Задача XV.67	1892
Задача XV.68	1893
XVI. Приложения и комментарии	1894
XVI.1. Однозначность разложения вектора	1895
XVI.2. Упражнения по векторной алгебре	1904
XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии	1930
XVII. Ссылки на электронные тесты для обучения и са- моконтроля	1953
Ответы и решения	1954

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

Электронный учебник представляет собой систему из основного файла 0000Spisok.pdf со ссылками на файлы 00Set.pdf, 00Matrix.pdf, 00AnalGeom.pdf, 00LinAlgebra.pdf, и файлы с тестами для обучения и самоконтроля, которые следует просматривать с помощью программы Adobe Reader.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

Электронный учебник представляет собой систему из основного файла 0000Spisok.pdf со ссылками на файлы 00Set.pdf, 00Matrix.pdf, 00AnalGeom.pdf, 00LinAlgebra.pdf, и файлы с тестами для обучения и самоконтроля, которые следует просматривать с помощью программы Adobe Reader.

Кроме того, имеются гиперссылки на пособия «Математический анализ» и «Элементарная математика».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

В презентациях, предназначенных для проведения практических занятий, имеется два вида учебных заданий: примеры, предназначенные для иллюстрации теоретического материала, демонстрации методов решения задач и т. п., и задачи, предназначенные для самостоятельного решения. Имеются гиперссылки на тесты для самообучения и самоконтроля.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

В программе Adobe Reader и Acrobat Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»). Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для того, чтобы **вызвать панель навигации** в Acrobat Reader надо, во-первых, выйти из полноэкранного режима (например, нажатием **Esc**), и, во-вторых, нажать клавишу **F4** и выбрать на левой вертикальной панели вертикальный флажок «Закладки» .

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и ← (в Adobe Reader X может не работать).

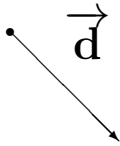
I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и ← (в Adobe Reader X может не работать).

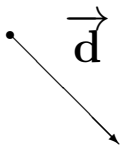
В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

II. Модели векторной алгебры

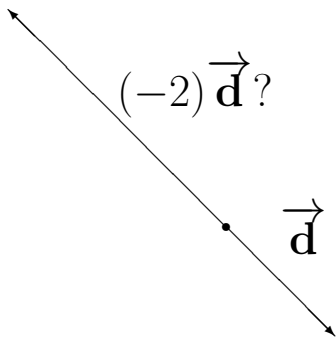


II. Модели векторной алгебры

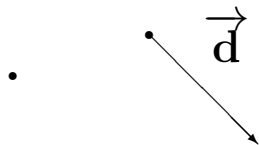
$$(-2)\vec{d}?$$



II. Модели векторной алгебры

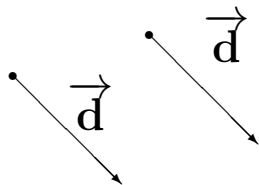


II. Модели векторной алгебры



Отложите $\vec{d}$ от другой точки.

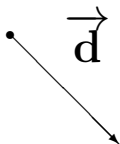
II. Модели векторной алгебры



Отложите $\vec{d}$ от другой точки.

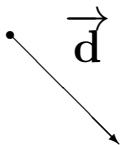
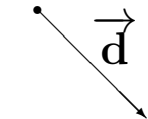
II. Модели векторной алгебры

•



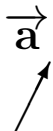
Отложите $\vec{d}$ от другой точки.

II. Модели векторной алгебры



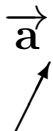
Отложите $\vec{d}$ от другой точки.

II. Модели векторной алгебры

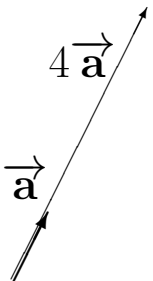


II. Модели векторной алгебры

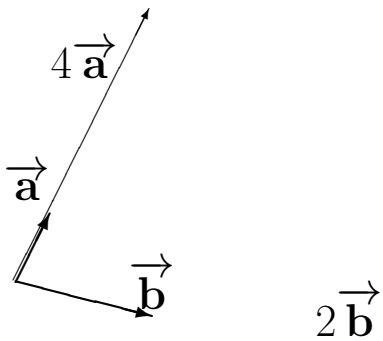
$$4\vec{a}$$

$$\vec{a}$$


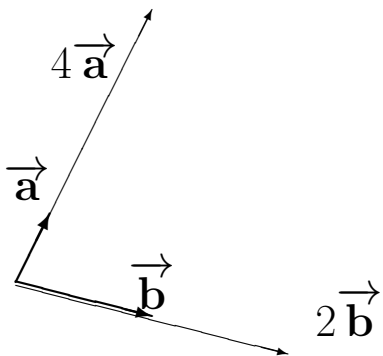
II. Модели векторной алгебры



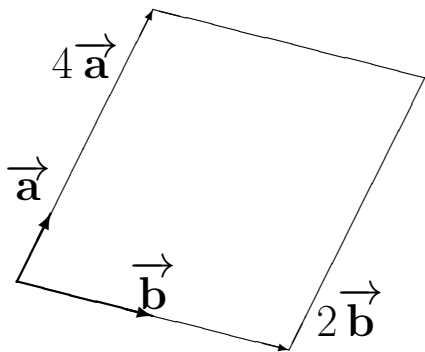
II. Модели векторной алгебры



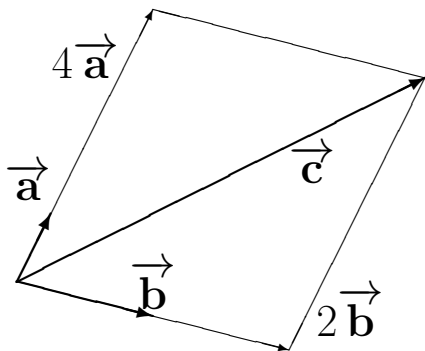
II. Модели векторной алгебры



II. Модели векторной алгебры

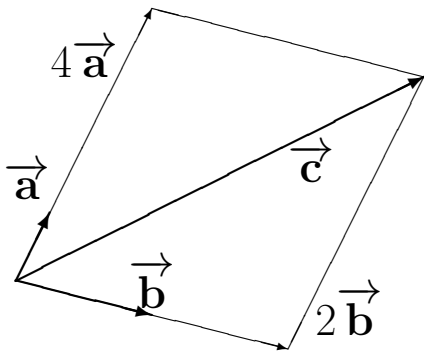


II. Модели векторной алгебры



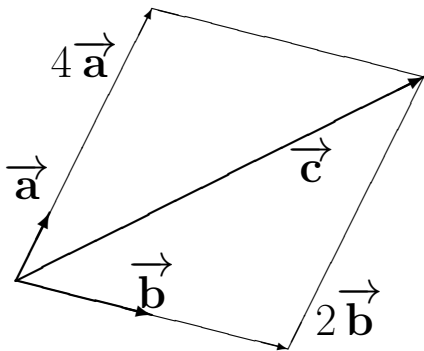
II. Модели векторной алгебры

$$\vec{c} = ? \vec{a} + ? \vec{b}$$

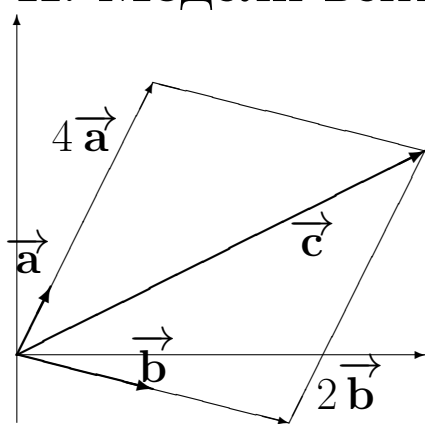


II. Модели векторной алгебры

$$\vec{c} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$



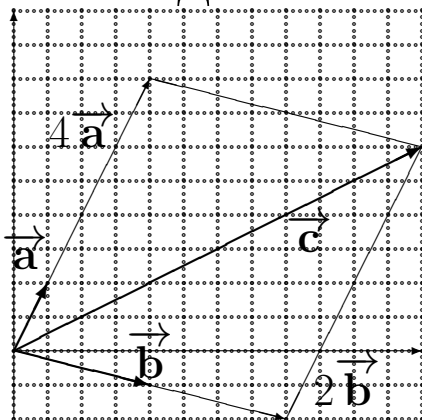
II. Модели векторной алгебры



$$\vec{c} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\vec{a} (?; ?), \quad \vec{b} (?; ?),$$
$$\vec{c} (?; ?),$$

II. Модели векторной алгебры

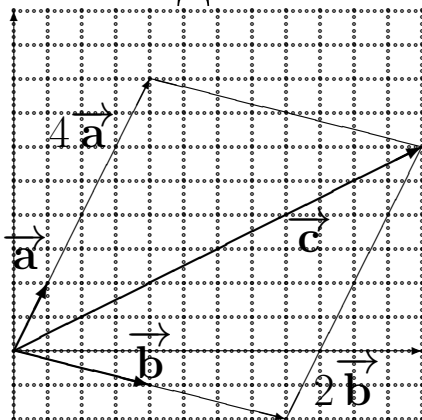


$$\vec{c} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\vec{a} (?; ?), \quad \vec{b} (?; ?),$$

$$\vec{c} (?; ?),$$

II. Модели векторной алгебры

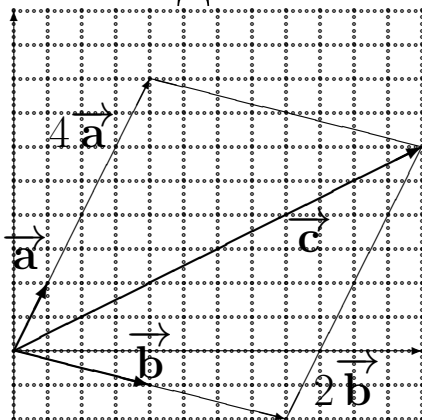


$$\vec{c} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(2; -1),$$

$$\vec{c}(6; 4),$$

II. Модели векторной алгебры

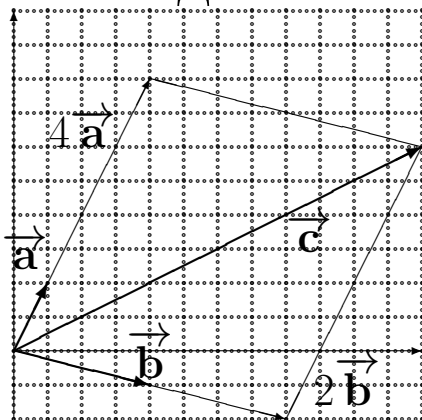


$$\vec{c} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1),$$

$$\vec{c}(?; ?),$$

II. Модели векторной алгебры

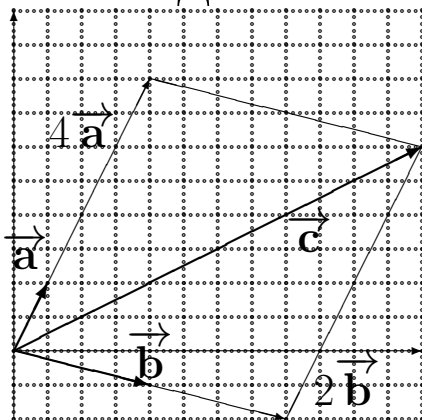


$$\vec{c} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1),$$

$$\vec{c}(12; 6),$$

II. Модели векторной алгебры



$$\vec{c} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$

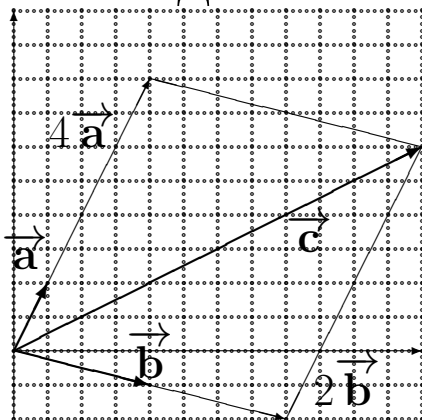
$$\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1),$$

$$\vec{c}(12; 6),$$

$$(12; 6) =$$

$$=?(1; 2) + ?(4; -1)$$

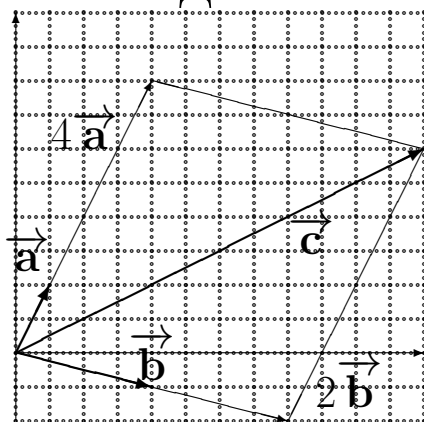
II. Модели векторной алгебры



$$\vec{c} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\begin{aligned} &\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1), \\ &\vec{c}(12; 6), \\ &(12; 6) = \\ &= 4(1; 2) + 2(4; -1) \end{aligned}$$

II. Модели векторной алгебры

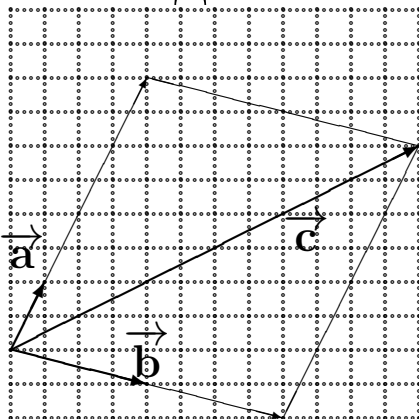


$$\vec{c} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\begin{aligned} &\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1), \\ &\vec{c}(12; 6), \\ &(12; 6) = \\ &= ?(1; 2) + ?(4; -1) \end{aligned}$$

А если бы коэффициенты были бы неизвестны?

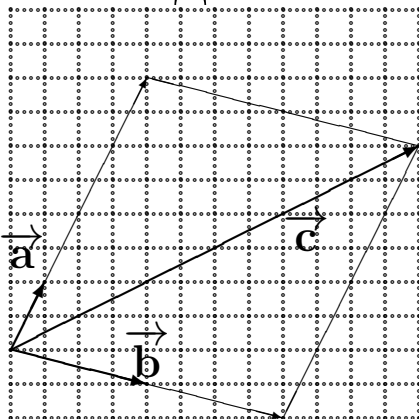
II. Модели векторной алгебры



$$\vec{c} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} \quad \vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1),$$
$$\vec{c}(12; 6),$$
$$(12; 6) =$$
$$= \alpha(1; 2) + \beta(4; -1)$$

А если бы коэффициенты были бы неизвестны?

II. Модели векторной алгебры



$$\vec{c} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$$

$$\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1),$$

$$\vec{c}(12; 6),$$

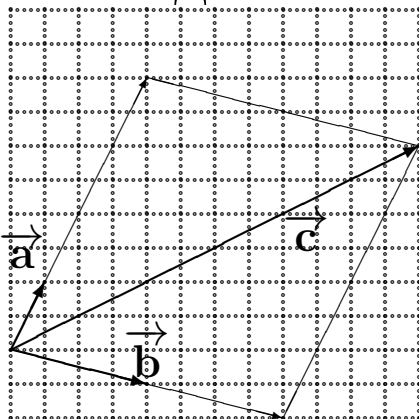
$$(\mathbf{12}; 6) =$$

$$= \alpha(1; 2) + \beta(4; -1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. = \mathbf{12},$$

А если бы коэффициенты были бы неизвестны?

II. Модели векторной алгебры



$$\vec{c} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$$

$$\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1),$$

$$\vec{c}(12; 6),$$

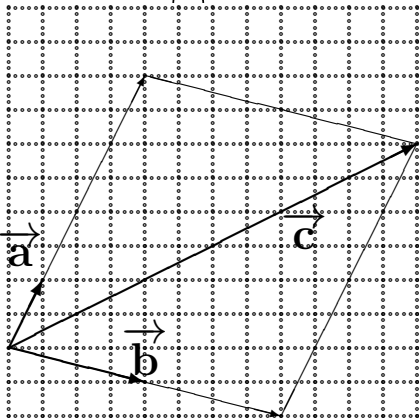
$$(\mathbf{12}; 6) =$$

$$= \alpha(\mathbf{1}; 2) + \beta(\mathbf{4}; -1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. = \mathbf{12},$$

А если бы коэффициенты были бы неизвестны?

II. Модели векторной алгебры



$$\vec{c} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$$

$$\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1),$$

$$\vec{c}(12; 6),$$

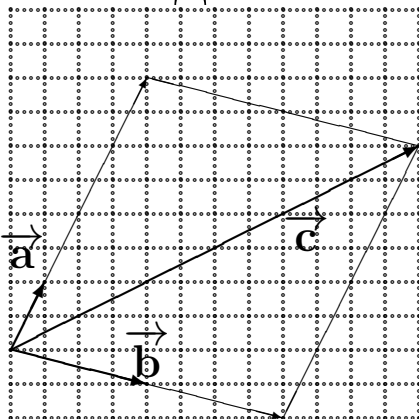
$$(\mathbf{12}; 6) =$$

$$= \alpha(\mathbf{1}; 2) + \beta(\mathbf{4}; -1)$$

$$\begin{cases} \mathbf{1}\alpha + \mathbf{4}\beta = \mathbf{12}, \\ \end{cases}$$

А если бы коэффициенты были бы неизвестны?

II. Модели векторной алгебры



$$\vec{c} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$$

$$\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1),$$

$$\vec{c}(12; 6),$$

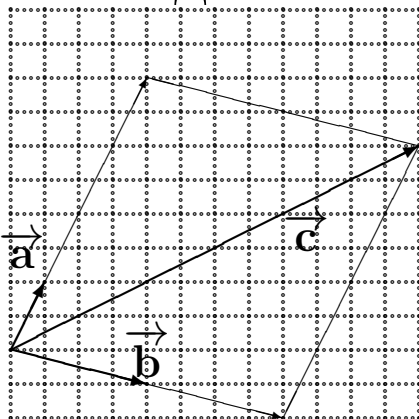
$$(12; \mathbf{6}) =$$

$$= \alpha(1; 2) + \beta(4; -1)$$

$$\begin{cases} \alpha + 4\beta = 12, \\ = \mathbf{6}. \end{cases}$$

А если бы коэффициенты были бы неизвестны?

II. Модели векторной алгебры



$$\vec{c} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$$

$$\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1),$$

$$\vec{c}(12; 6),$$

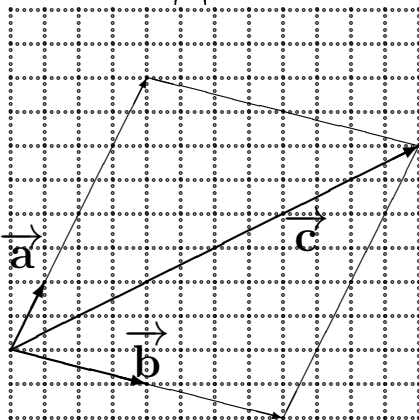
$$(12; \mathbf{6}) =$$

$$= \alpha(1; \mathbf{2}) + \beta(4; \mathbf{-1})$$

$$\begin{cases} \alpha + 4\beta = 12, \\ = \mathbf{6}. \end{cases}$$

А если бы коэффициенты были бы неизвестны?

II. Модели векторной алгебры



$$\vec{c} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$$

$$\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1),$$

$$\vec{c}(12; 6),$$

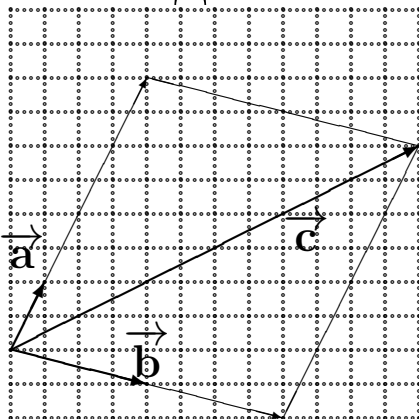
$$(12; \mathbf{6}) =$$

$$= \alpha(1; \mathbf{2}) + \beta(4; \mathbf{-1})$$

$$\begin{cases} \alpha + 4\beta = 12, \\ \mathbf{2}\alpha + (\mathbf{-1})\beta = \mathbf{6}. \end{cases}$$

А если бы коэффициенты были бы неизвестны?

II. Модели векторной алгебры



$$\vec{c} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$$

$$\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1),$$

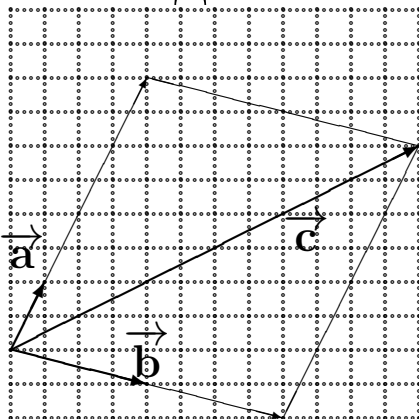
$$\vec{c}(12; 6),$$

$$(12; 6) =$$

$$= \alpha(1; 2) + \beta(4; -1)$$

$$\begin{cases} \alpha + 4\beta = 12, \\ 2\alpha - \beta = 6. \end{cases}$$

II. Модели векторной алгебры



$$\vec{c} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1),$$

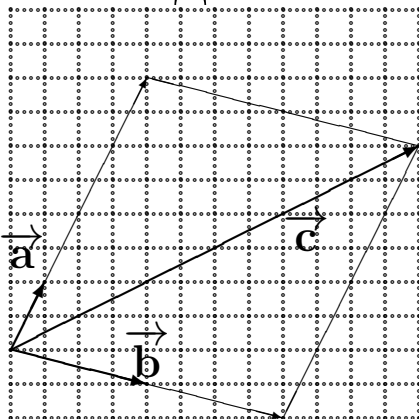
$$\vec{c}(12; 6),$$

$$(12; 6) =$$

$$= \alpha(1; 2) + \beta(4; -1)$$

$$\begin{cases} \alpha + 4\beta = 12, \\ 2\alpha - \beta = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 4, \\ \beta = 2. \end{cases}$$

II. Модели векторной алгебры



$$\vec{c} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1),$$

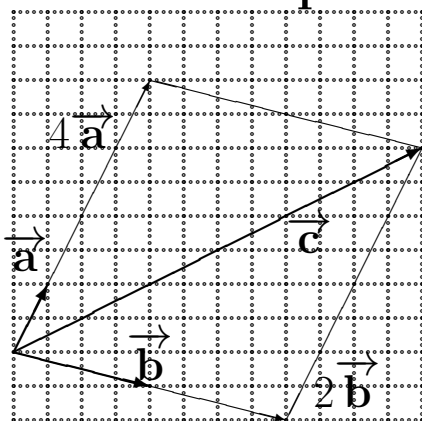
$$\vec{c}(12; 6),$$

$$(12; 6) =$$

$$= 4(1; 2) + 2(4; -1)$$

$$\begin{cases} \alpha + 4\beta = 12, \\ 2\alpha - \beta = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 4, \\ \beta = 2. \end{cases}$$

II.1. Векторно-геометрическая модель



$$\vec{c} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1),$$

$$\vec{c}(12; 6),$$

$$(12; 6) =$$

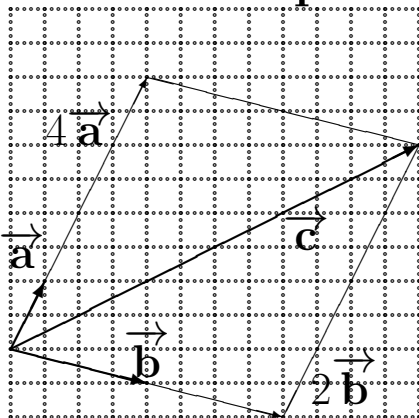
$$= 4(1; 2) + 2(4; -1)$$

$$\begin{cases} \alpha + 4\beta = 12, \\ 2\alpha - \beta = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 4, \\ \beta = 2. \end{cases}$$

Векторно-
геометрическая
модель

Векторная алгебра

II.2. Векторно-символическая модель



Векторно-
геометрическая
модель

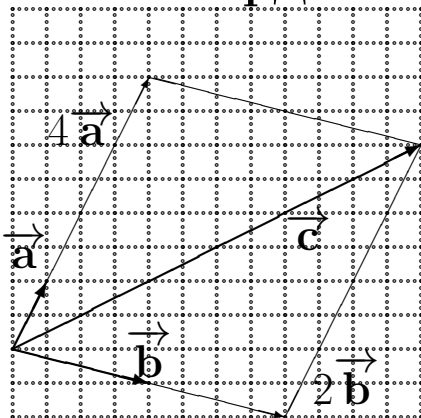
$$\begin{aligned}\vec{c} &= 4\vec{a} + 2\vec{b} \\ (\gamma\vec{a} + \delta\vec{b}) &\perp \vec{c} \\ (\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}) &\parallel \vec{c}\end{aligned}$$

Векторно-
символическая
модель

$$\begin{aligned}\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1), \\ \vec{c}(12; 6), \\ (12; 6) &= \\ &= 4(1; 2) + 2(4; -1) \\ \begin{cases} \alpha + 4\beta = 12, \\ 2\alpha - \beta = 6 \end{cases} &\quad \begin{cases} \alpha = 4, \\ \beta = 2. \end{cases}\end{aligned}$$

Векторная алгебра

II.3. Координатная модель



Векторно-
геометрическая
модель

$$\begin{aligned}\vec{c} &= 4\vec{a} + 2\vec{b} \\ (\gamma\vec{a} + \delta\vec{b}) &\perp \vec{c} \\ (\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}) &\parallel \vec{c}\end{aligned}$$

Векторно-
символическая
модель

$$\begin{aligned}\vec{a}(1; 2), \quad \vec{b}(4; -1), \\ \vec{c}(12; 6), \\ (12; 6) &= \\ &= 4(1; 2) + 2(4; -1) \\ \begin{cases} \alpha + 4\beta = 12, \\ 2\alpha - \beta = 6 \end{cases} &\quad \begin{cases} \alpha = 4, \\ \beta = 2. \end{cases}\end{aligned}$$

Координатная
модель

Векторная алгебра

III. Геометрическая модель векторной алгебры

Стандартные способы задания вектора

Операции векторной алгебры и другие функции на векторах

III.1. Стандартные способы задания вектора

Понятие направленного отрезка является *основой* определения вектора. Вектор является абстрактным понятием. Основными характеристиками вектора являются *длина* и *направление*.

Конкретный направленный отрезок рассматривается как *представитель* вектора. Геометрическая работа с вектором основана на процедуре [откладывания вектора от точки](#).

III.2. Соглашение о направленном отрезке

Соглашение 1. Если $\vec{u}$ — некоторый вектор, то стандартный переход к конкретному направленному отрезку AA' осуществляется откладыванием вектора $\vec{u}$ от точки A . Если AA' — направленный отрезок, то $\overrightarrow{AA'}$ — соответствующий вектор. В частности, направленный отрезок AA' идет из точки A в точку A' , а вектор $\overrightarrow{AA'}$ может быть отложен от любой точки.

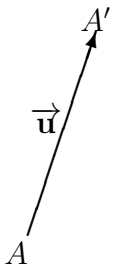


Рисунок к определению равенства векторов.

III.2. Соглашение о направленном отрезке

Соглашение 1. Если $\vec{u}$ — некоторый вектор, то стандартный переход к конкретному направленному отрезку AA' осуществляется откладыванием вектора $\vec{u}$ от точки A . Если AA' — направленный отрезок, то $\overrightarrow{AA'}$ — соответствующий вектор. В частности, направленный отрезок AA' идет из точки A в точку A' , а вектор $\overrightarrow{AA'}$ может быть отложен от любой точки.

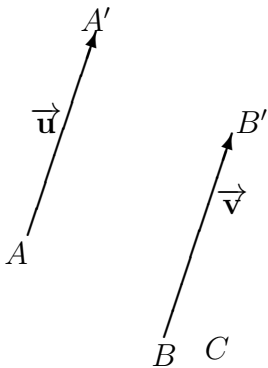


Рисунок к определению равенства векторов.

III.2. Соглашение о направленном отрезке

Соглашение 1. Если $\vec{u}$ — некоторый вектор, то стандартный переход к конкретному направленному отрезку AA' осуществляется откладыванием вектора $\vec{u}$ от точки A . Если AA' — направленный отрезок, то $\overrightarrow{AA'}$ — соответствующий вектор. В частности, направленный отрезок AA' идет из точки A в точку A' , а вектор $\overrightarrow{AA'}$ может быть отложен от любой точки.

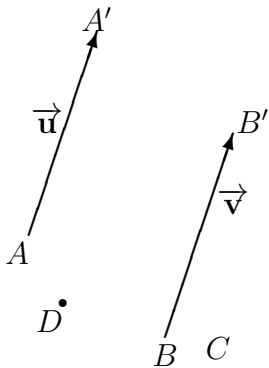


Рисунок к определению равенства векторов.

III.2. Соглашение о направленном отрезке

Соглашение 1. Если $\vec{u}$ — некоторый вектор, то стандартный переход к конкретному направленному отрезку AA' осуществляется откладыванием вектора $\vec{u}$ от точки A . Если AA' — направленный отрезок, то $\overrightarrow{AA'}$ — соответствующий вектор. В частности, направленный отрезок AA' идет из точки A в точку A' , а вектор $\overrightarrow{AA'}$ может быть отложен от любой точки.

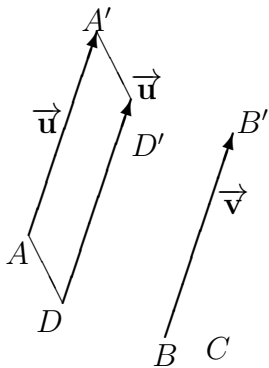


Рисунок к определению равенства векторов.

III.2. Соглашение о направленном отрезке

Соглашение 1. Если $\vec{u}$ — некоторый вектор, то стандартный переход к конкретному направленному отрезку AA' осуществляется откладыванием вектора $\vec{u}$ от точки A . Если AA' — направленный отрезок, то $\overrightarrow{AA'}$ — соответствующий вектор. В частности, направленный отрезок AA' идет из точки A в точку A' , а вектор $\overrightarrow{AA'}$ может быть отложен от любой точки.

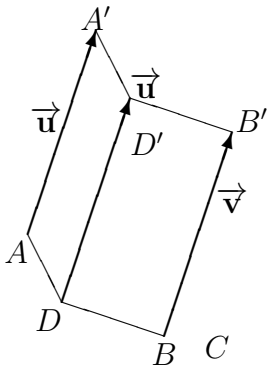


Рисунок к определению равенства векторов.

III.2. Соглашение о направленном отрезке

Соглашение 1. Если $\vec{u}$ — некоторый вектор, то стандартный переход к конкретному направленному отрезку AA' осуществляется откладыванием вектора $\vec{u}$ от точки A . Если AA' — направленный отрезок, то $\overrightarrow{AA'}$ — соответствующий вектор. В частности, направленный отрезок AA' идет из точки A в точку A' , а вектор $\overrightarrow{AA'}$ может быть отложен от любой точки.

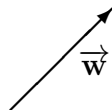
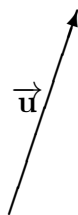
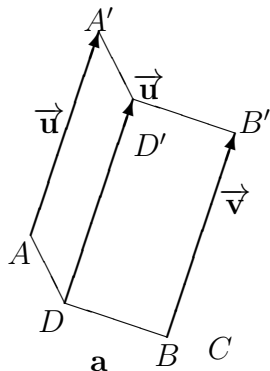


Рисунок к определению равенства векторов.

III.2. Соглашение о направленном отрезке

Соглашение 1. Если $\vec{u}$ — некоторый вектор, то стандартный переход к конкретному направленному отрезку AA' осуществляется откладыванием вектора $\vec{u}$ от точки A . Если AA' — направленный отрезок, то $\overrightarrow{AA'}$ — соответствующий вектор. В частности, направленный отрезок AA' идет из точки A в точку A' , а вектор $\overrightarrow{AA'}$ может быть отложен от любой точки.

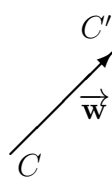
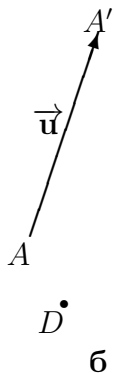
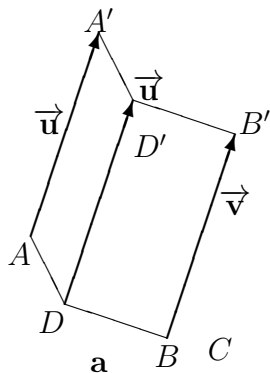


Рисунок к определению равенства векторов.

III.2. Соглашение о направленном отрезке

Соглашение 1. Если $\vec{u}$ — некоторый вектор, то стандартный переход к конкретному направленному отрезку AA' осуществляется откладыванием вектора $\vec{u}$ от точки A . Если AA' — направленный отрезок, то $\overrightarrow{AA'}$ — соответствующий вектор. В частности, направленный отрезок AA' идет из точки A в точку A' , а вектор $\overrightarrow{AA'}$ может быть отложен от любой точки.

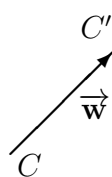
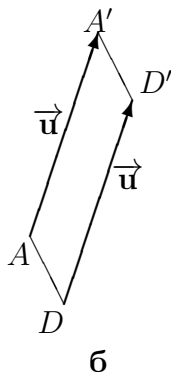
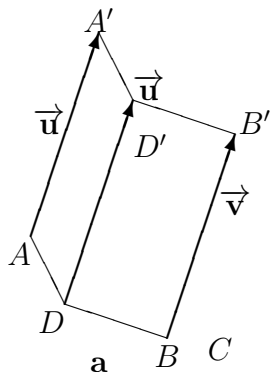


Рисунок к определению равенства векторов.

III.2. Соглашение о направленном отрезке

Соглашение 1. Если $\vec{u}$ — некоторый вектор, то стандартный переход к конкретному направленному отрезку AA' осуществляется откладыванием вектора $\vec{u}$ от точки A . Если AA' — направленный отрезок, то $\overrightarrow{AA'}$ — соответствующий вектор. В частности, направленный отрезок AA' идет из точки A в точку A' , а вектор $\overrightarrow{AA'}$ может быть отложен от любой точки.

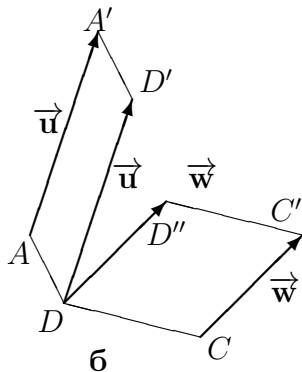
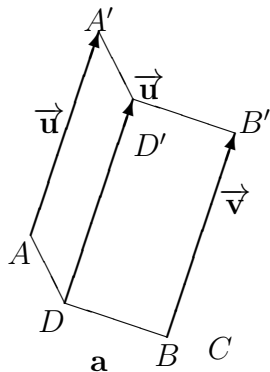


Рисунок к определению равенства векторов.

Векторы перенесены из точек A , B и соответственно C в точку D .

III.2. Соглашение о направленном отрезке

Соглашение 1. Если $\vec{u}$ — некоторый вектор, то стандартный переход к конкретному направленному отрезку AA' осуществляется откладыванием вектора $\vec{u}$ от точки A . Если AA' — направленный отрезок, то $\overrightarrow{AA'}$ — соответствующий вектор. В частности, направленный отрезок AA' идет из точки A в точку A' , а вектор $\overrightarrow{AA'}$ может быть отложен от любой точки.

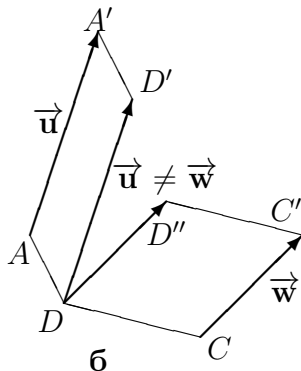
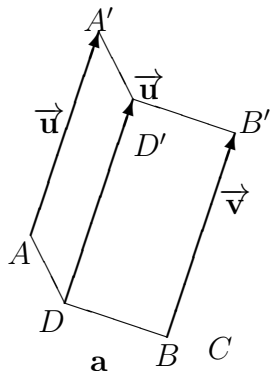
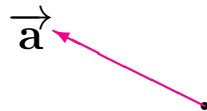


Рисунок к определению равенства векторов.

Векторы перенесены из точек A , B и соответственно C в точку D .

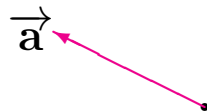
III.3. Коллинеарность векторов



В связи с тем, что вектор может быть отложен от любой точки, понятие «параллельность прямых и отрезков» (включая направленные отрезки) некорректно дословно переносить на векторы.

III.3. Коллинеарность векторов

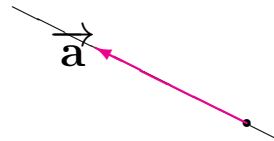
Направленные отрезки, полученные откладыванием $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от указанных точек, лежат на параллельных прямых.



В связи с тем, что вектор может быть отложен от любой точки, понятие «параллельность прямых и отрезков» (включая направленные отрезки) некорректно дословно переносить на векторы.

III.3. Коллинеарность векторов

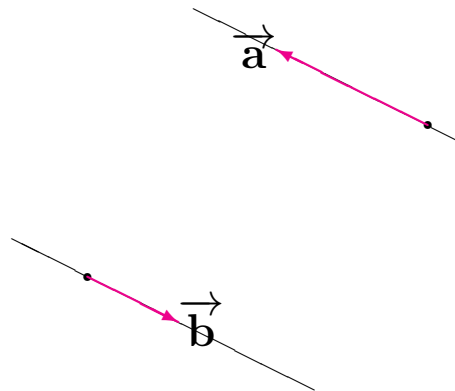
Направленные отрезки, полученные откладыванием $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от указанных точек, лежат на параллельных прямых.



В связи с тем, что вектор может быть отложен от любой точки, понятие «параллельность прямых и отрезков» (включая направленные отрезки) некорректно дословно переносить на векторы.

III.3. Коллинеарность векторов

Направленные отрезки, полученные откладыванием $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от указанных точек, лежат на параллельных прямых.

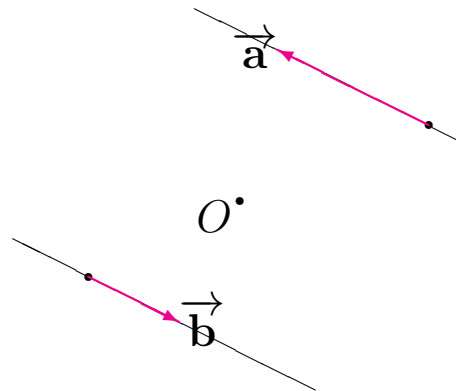


В связи с тем, что вектор может быть отложен от любой точки, понятие «параллельность прямых и отрезков» (включая направленные отрезки) некорректно дословно переносить на векторы.

III.3. Коллинеарность векторов

Направленные отрезки, полученные откладыванием $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от указанных точек, лежат на параллельных прямых.

Отложим $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от точки O .

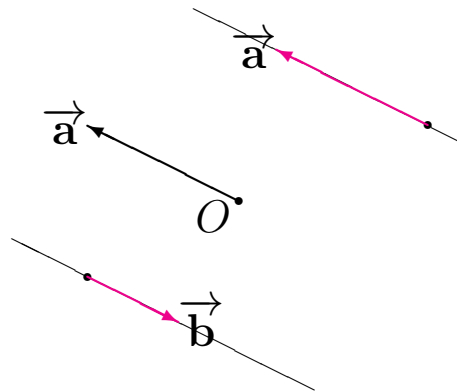


В связи с тем, что вектор может быть отложен от любой точки, понятие «параллельность прямых и отрезков» (включая направленные отрезки) некорректно дословно переносить на векторы.

III.3. Коллинеарность векторов

Направленные отрезки, полученные откладыванием $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от указанных точек, лежат на параллельных прямых.

Отложим $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от точки O .

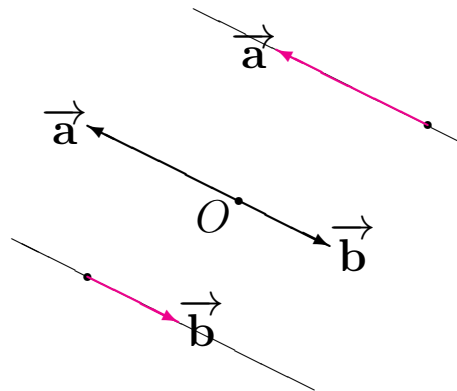


В связи с тем, что вектор может быть отложен от любой точки, понятие «параллельность прямых и отрезков» (включая направленные отрезки) некорректно дословно переносить на векторы.

III.3. Коллинеарность векторов

Направленные отрезки, полученные откладыванием $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от указанных точек, лежат на параллельных прямых.

Отложим $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от точки O .



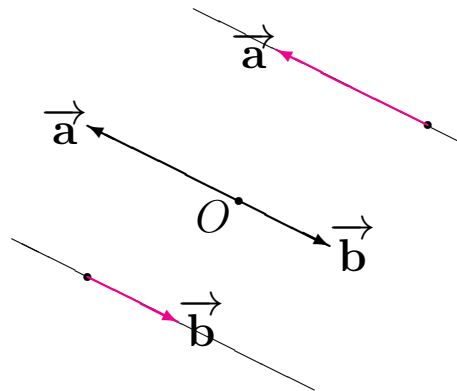
В связи с тем, что вектор может быть отложен от любой точки, понятие «параллельность прямых и отрезков» (включая направленные отрезки) некорректно дословно переносить на векторы.

III.3. Коллинеарность векторов

Направленные отрезки, полученные откладыванием $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от указанных точек, лежат на параллельных прямых.

Отложим $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от точки O .

Полученные направленные отрезки теперь лежат на *одной и той же прямой*.



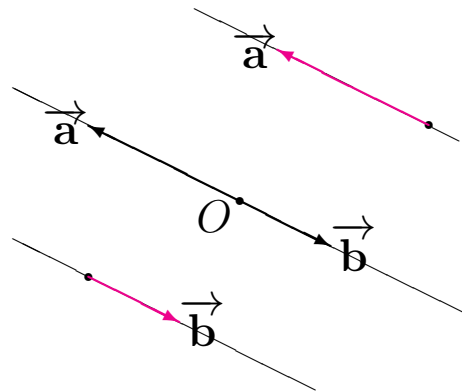
В связи с тем, что вектор может быть отложен от любой точки, понятие «параллельность прямых и отрезков» (включая направленные отрезки) некорректно дословно переносить на векторы.

III.3. Коллинеарность векторов

Направленные отрезки, полученные откладыванием $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от указанных точек, лежат на параллельных прямых.

Отложим $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от точки O .

Полученные направленные отрезки теперь лежат на *одной и той же прямой*.



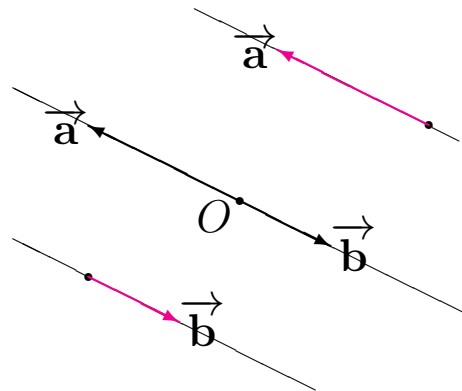
В связи с тем, что вектор может быть отложен от любой точки, понятие «параллельность прямых и отрезков» (включая направленные отрезки) некорректно дословно переносить на векторы.

III.3. Коллинеарность векторов

Направленные отрезки, полученные откладыванием $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от указанных точек, лежат на параллельных прямых.

Отложим $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от точки O .

Полученные направленные отрезки теперь лежат на *одной и той же прямой*.



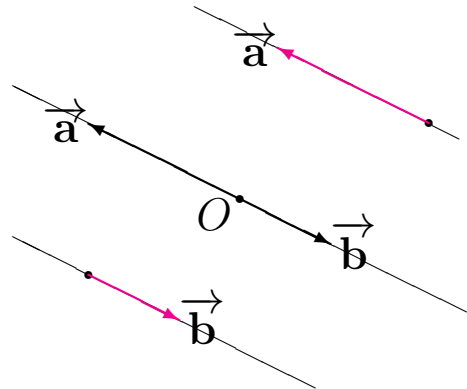
Поэтому в векторной алгебре говорят не о «параллельных», а о **коллинеарных** векторах.

III.3. Коллинеарность векторов

Направленные отрезки, полученные откладыванием $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от указанных точек, лежат на параллельных прямых.

Отложим $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от точки O .

Полученные направленные отрезки теперь лежат на *одной и той же прямой*.



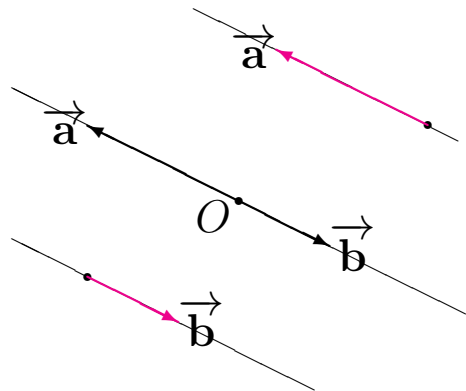
Определение 1. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются **коллинеарными**, если

III.3. Коллинеарность векторов

Направленные отрезки, полученные откладыванием $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от указанных точек, лежат на параллельных прямых.

Отложим $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от точки O .

Полученные направленные отрезки теперь лежат на *одной и той же* прямой.



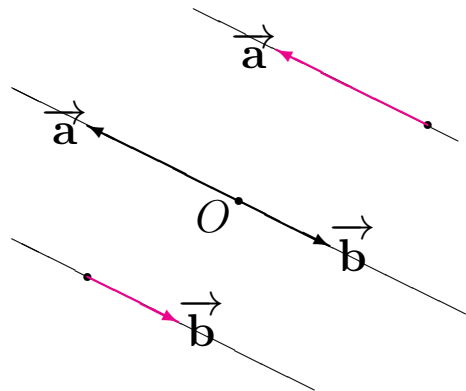
Определение 1. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются **коллинеарными**, если направленные отрезки, полученные откладыванием этих векторов от фиксированной точки,

III.3. Коллинеарность векторов

Направленные отрезки, полученные откладыванием $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от указанных точек, лежат на параллельных прямых.

Отложим $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от точки O .

Полученные направленные отрезки теперь лежат на *одной и той же* прямой.



Определение 1. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются **коллинеарными**, если направленные отрезки, полученные откладыванием этих векторов от фиксированной точки, лежат на одной прямой.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

В «школьной геометрии» ему соответствовало понятие перпендикулярности прямых.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.



В «школьной геометрии» ему соответствовало понятие перпендикулярности прямых.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

Изобразим какой-нибудь вектор $\vec{b}$,
ортогональный к $\vec{a}$.

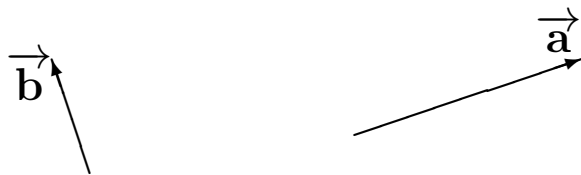


В «школьной геометрии» ему соответствовало понятие перпендикулярности прямых.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

Изобразим какой-нибудь вектор $\vec{b}$,
ортогональный к $\vec{a}$.

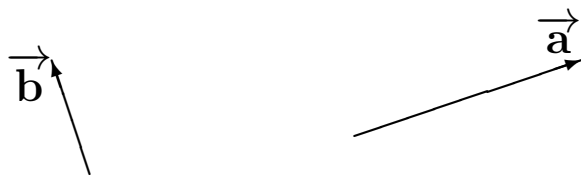


В «школьной геометрии» ему соответствовало понятие перпендикулярности прямых.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

А как свести к перпендикулярным прямым, ведь изображенные отрезки не пересекаются?

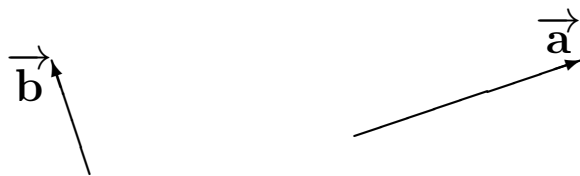


В «школьной геометрии» ему соответствовало понятие перпендикулярности прямых.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

А как свести к перпендикулярным прямым, ведь изображенные отрезки не пересекаются?



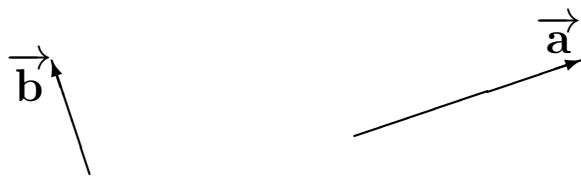
В «школьной геометрии» ему соответствовало понятие перпендикулярности прямых.

Надо свести векторы к направленным отрезкам, для чего

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

А как свести к перпендикулярным прямым, ведь изображенные отрезки не пересекаются?



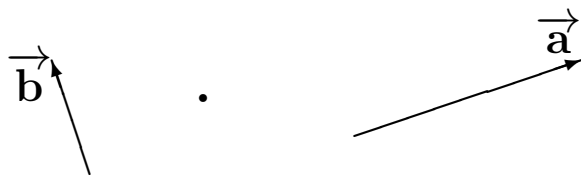
В «школьной геометрии» ему соответствовало понятие перпендикулярности прямых.

Надо свести векторы к направленным отрезкам, для чего отложим векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от одной точки.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

А как свести к перпендикулярным прямым, ведь изображенные отрезки не пересекаются?



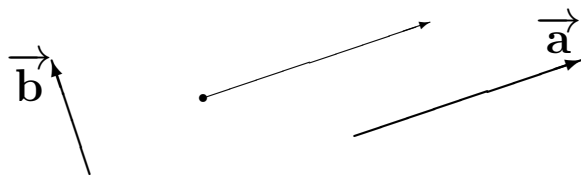
В «школьной геометрии» ему соответствовало понятие перпендикулярности прямых.

Надо свести векторы к направленным отрезкам, для чего отложим векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от одной точки.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

А как свести к перпендикулярным прямым, ведь изображенные отрезки не пересекаются?



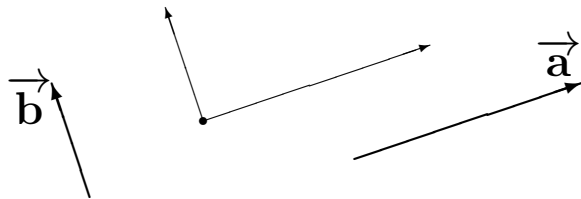
В «школьной геометрии» ему соответствовало понятие перпендикулярности прямых.

Надо свести векторы к направленным отрезкам, для чего отложим векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от одной точки.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

А как свести к перпендикулярным прямым, ведь изображенные отрезки не пересекаются?



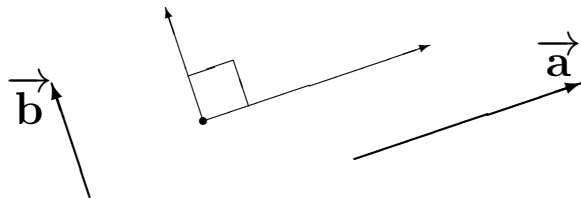
В «школьной геометрии» ему соответствовало понятие перпендикулярности прямых.

Надо свести векторы к направленным отрезкам, для чего отложим векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от одной точки.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

А как свести к перпендикулярным прямым, ведь изображенные отрезки не пересекаются?



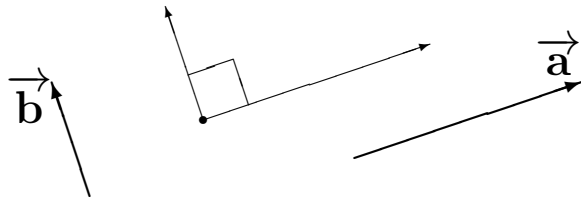
В «школьной геометрии» ему соответствовало понятие перпендикулярности прямых.

Надо свести векторы к направленным отрезкам, для чего отложим векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от одной точки.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

Попробуйте самостоятельно сформулировать определение этого понятия.



В «школьной геометрии» ему соответствовало понятие перпендикулярности прямых.

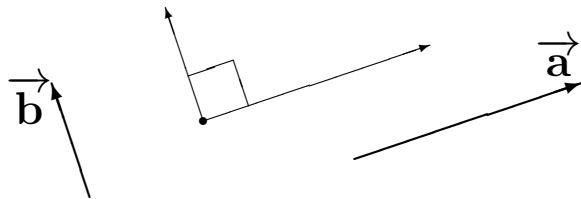
Надо свести векторы к направленным отрезкам, для чего отложим векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от одной точки.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

Попробуйте самостоятельно сформулировать определение этого понятия.

Сравним?



В «школьной геометрии» ему соответствовало понятие перпендикулярности прямых.

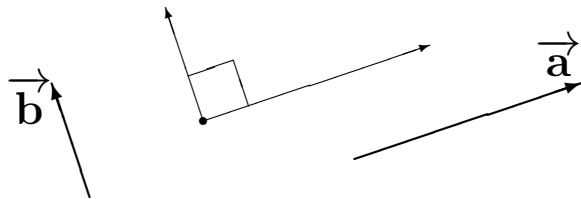
Надо свести векторы к направленным отрезкам, для чего отложим векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ от одной точки.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

Попробуйте самостоятельно сформулировать определение этого понятия.

Сравним?



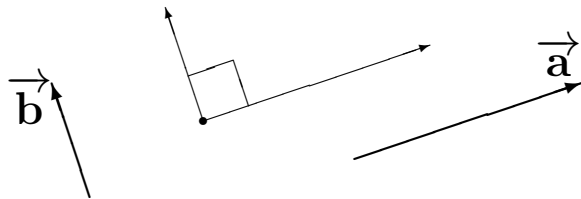
Определение 4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются **ортогональными**, если, будучи отложенными от одной точки, они образуют прямой угол.

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

Попробуйте самостоятельно сформулировать определение этого понятия.

Сравним?



Определение 4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются **ортогональными**, если, будучи отложенными от одной точки, они образуют прямой угол.

Эта формулировка хорошо запоминается, но, строго говоря, она неправильная.

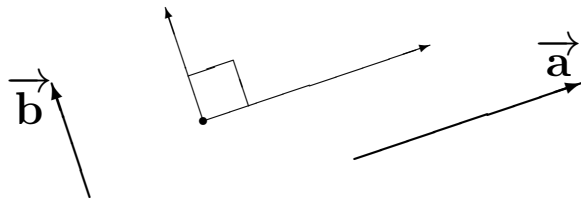
Что неправильно в этой формулировке?

III.4. Ортогональность векторов

Своеобразным «антонимом» **коллинеарности** векторов является понятие ортогональности.

Попробуйте самостоятельно сформулировать определение этого понятия.

Сравним?



Определение 4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются **ортогональными**, если, будучи отложенными от одной точки, они образуют прямой угол.

Прямой угол образуют не векторы, а направленные отрезки, полученные откладыванием этих векторов от данной точки.

III.5. Операции векторной алгебры и другие функции на векторах

Базовые операции векторной алгебры:

- сложение (суммирование) векторов: $\vec{u} + \vec{v}$ (итоговый рис.);
- умножение вектора на число: $\lambda \vec{u}$;
- векторное произведение векторов (итоговое определение).

Отношения на множестве векторов:

- коллинеарность векторов;
- компланарность векторов;

Функции, определенные на векторах:

- проекция вектора на ось другого вектора;
- скалярное произведение векторов (определение);

Вторичные операции и функции, определенные на векторах:

- смешанное произведение векторов;
- двойное векторное произведение векторов.

III.5.1. Сумма векторов

Определение 5. Суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор $\vec{c}$, что, если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ отложить от произвольной фиксированной точки O : $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, то отрезок OC будет совпадать с диагональю параллелограмма со сторонами OA и OB .

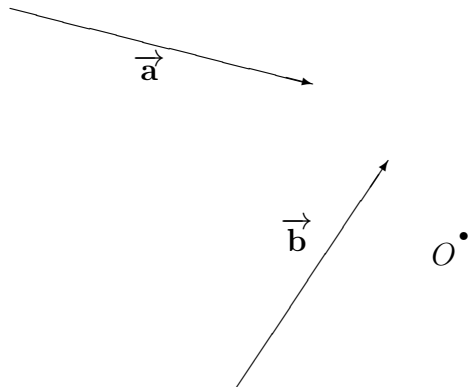


Рисунок к определению
суммы векторов.

«Правило
параллелограмма»

III.5.1. Сумма векторов

Определение 5. Суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор $\vec{c}$, что, если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ отложить от произвольной фиксированной точки O : $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, то отрезок OC будет совпадать с диагональю параллелограмма со сторонами OA и OB .

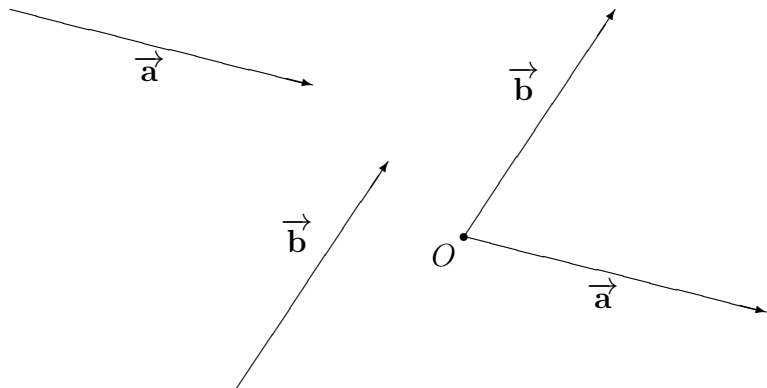


Рисунок к определению
суммы векторов.
«Правило
параллелограмма»

III.5.1. Сумма векторов

Определение 5. Суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор $\vec{c}$, что, если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ отложить от произвольной фиксированной точки O : $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, то отрезок OC будет совпадать с диагональю параллелограмма со сторонами OA и OB .

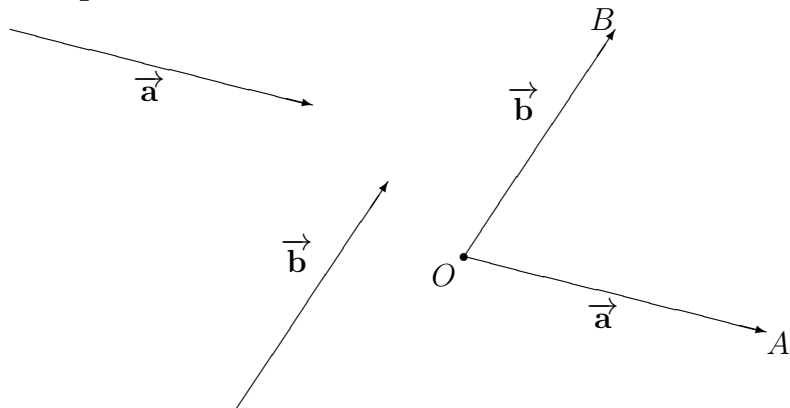


Рисунок к определению
суммы векторов.
«Правило
параллелограмма»

III.5.1. Сумма векторов

Определение 5. Суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор $\vec{c}$, что, если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ отложить от произвольной фиксированной точки O : $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, то отрезок OC будет совпадать с диагональю параллелограмма со сторонами OA и OB .

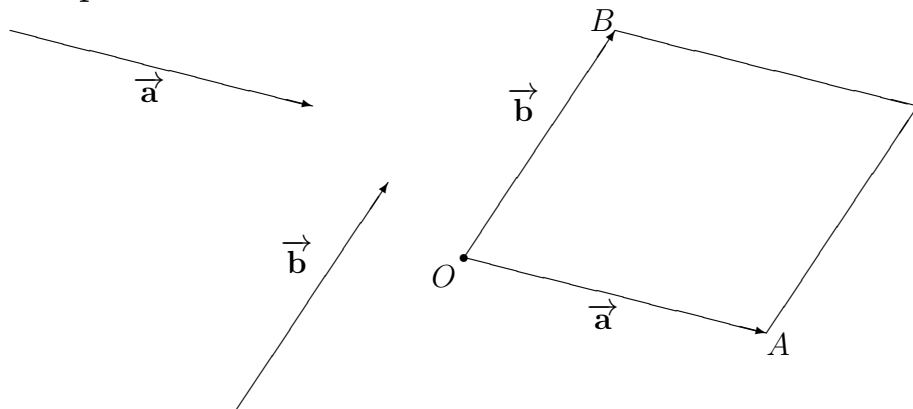


Рисунок к определению
суммы векторов.
«Правило
параллелограмма»

III.5.1. Сумма векторов

Определение 5. Суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор $\vec{c}$, что, если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ отложить от произвольной фиксированной точки O : $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, то отрезок OC будет совпадать с диагональю параллелограмма со сторонами OA и OB .

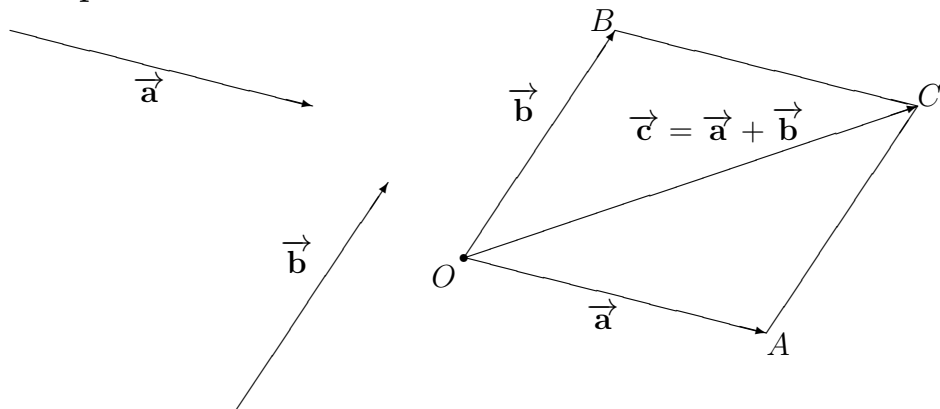


Рисунок к определению
суммы векторов.
«Правило
параллелограмма»

III.5.1. Сумма векторов

Определение 5. Суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор $\vec{c}$, что, если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ отложить от произвольной фиксированной точки O : $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, то отрезок OC будет совпадать с диагональю параллелограмма со сторонами OA и OB .

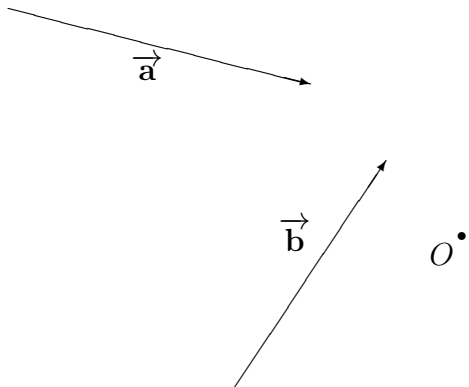


Рисунок к определению
суммы векторов.

«Правило
треугольника»

III.5.1. Сумма векторов

Определение 5. Суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор $\vec{c}$, что, если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ отложить от произвольной фиксированной точки O : $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, то отрезок OC будет совпадать с диагональю параллелограмма со сторонами OA и OB .

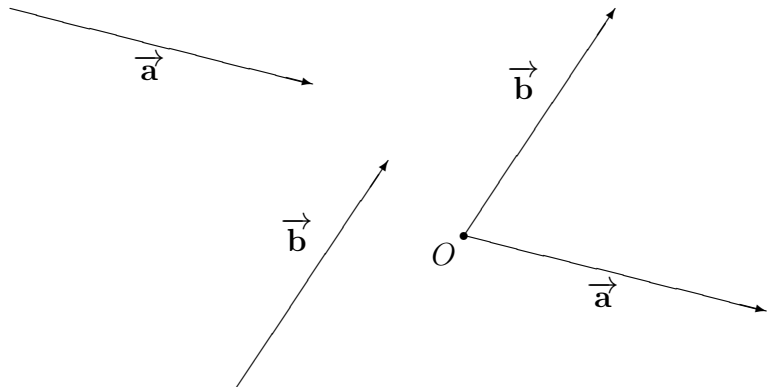


Рисунок к определению
суммы векторов.
«Правило
треугольника»

III.5.1. Сумма векторов

Определение 5. Суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор $\vec{c}$, что, если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ отложить от произвольной фиксированной точки O : $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, то отрезок OC будет совпадать с диагональю параллелограмма со сторонами OA и OB .

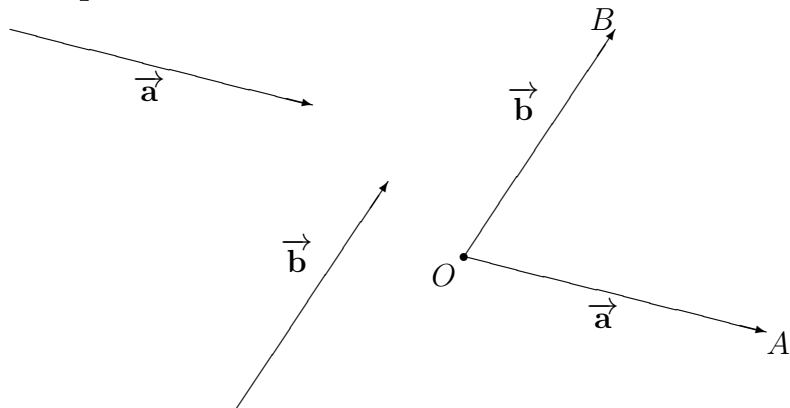


Рисунок к определению
суммы векторов.
«Правило
треугольника»

III.5.1. Сумма векторов

Определение 5. Суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор $\vec{c}$, что, если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ отложить от произвольной фиксированной точки O : $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, то отрезок OC будет совпадать с диагональю параллелограмма со сторонами OA и OB .

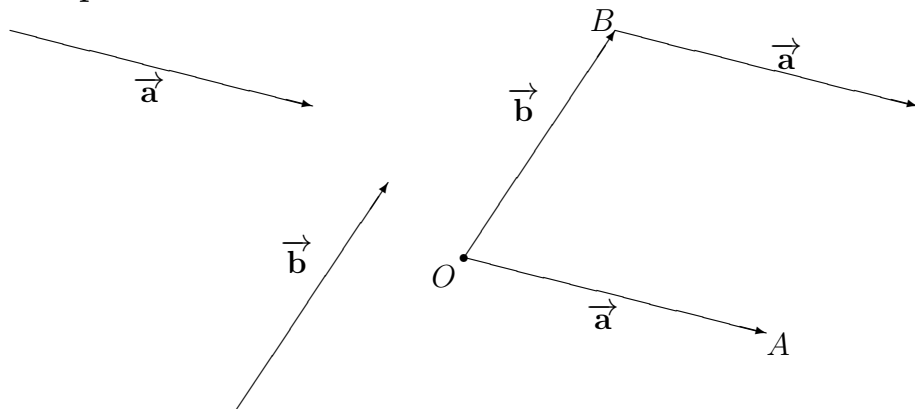


Рисунок к определению
суммы векторов.
«Правило
треугольника»

III.5.1. Сумма векторов

Определение 5. Суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор $\vec{c}$, что, если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ отложить от произвольной фиксированной точки O : $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, то отрезок OC будет совпадать с диагональю параллелограмма со сторонами OA и OB .

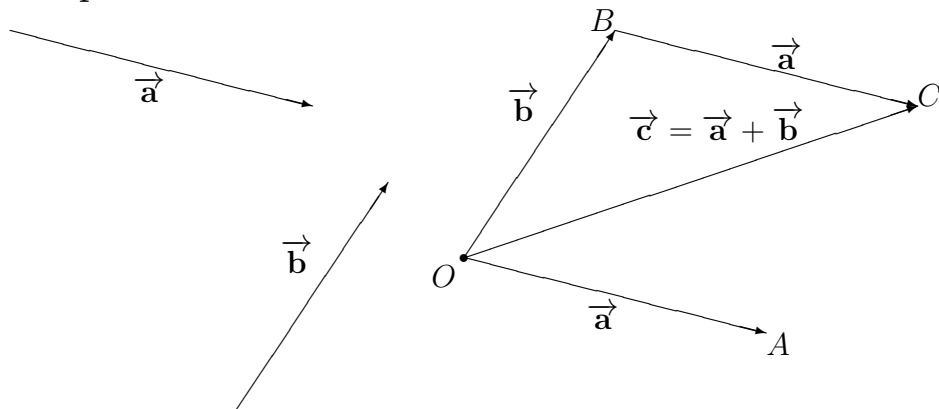


Рисунок к определению
суммы векторов.
«Правило
треугольника»

III.5.2. Произведение вектора на число

Определение операции *произведения вектора на число* можно рассматривать как результат применения стратегии

III.5.2. Произведение вектора на число

Определение операции *произведения вектора на число* можно рассматривать как результат применения стратегии поиска аналогии и стратегии приоритетного изучения экстремальных ситуаций (сложения равных векторов).

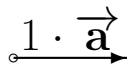
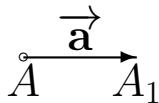
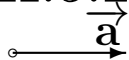
III.5.2. Произведение вектора на число

Определение операции *произведения вектора на число* можно рассматривать как результат применения стратегии поиска аналогии и стратегии приоритетного изучения экстремальных ситуаций (сложения равных векторов).

Напомним, что умножение натуральных чисел изначально основывалось на кратном сложении *одного и того же числа*, например

$$5 + 5 + 5 = 3 \cdot 5.$$

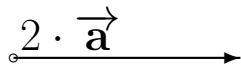
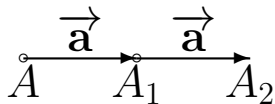
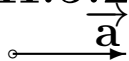
III.5.2. Произведение вектора на число



$$1 \cdot \vec{a} = \vec{a},$$

где $\overrightarrow{AA_1}$ — представитель вектора $\vec{a}$.

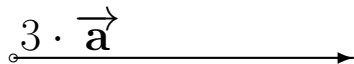
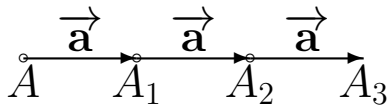
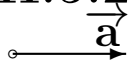
III.5.2. Произведение вектора на число



$$2 \cdot \vec{a} = \vec{a} + \vec{a},$$

где $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{A_1A_2}$ — представители вектора $\vec{a}$.

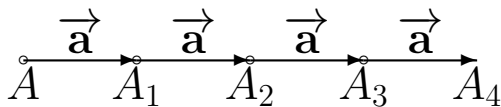
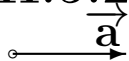
III.5.2. Произведение вектора на число



$$3 \cdot \vec{a} = \vec{a} + \vec{a} + \vec{a},$$

где $\overrightarrow{AA_1}$, $\overrightarrow{A_1A_2}$, $\overrightarrow{A_2A_3}$ — представители вектора $\vec{a}$.

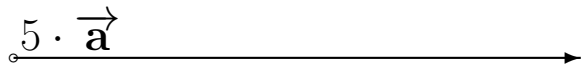
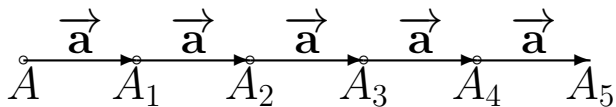
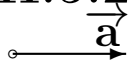
III.5.2. Произведение вектора на число



$$4 \cdot \vec{a} = \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} + \vec{a},$$

где $\overrightarrow{AA_1}$, $\overrightarrow{A_1A_2}$, $\overrightarrow{A_2A_3}$, $\overrightarrow{A_3A_4}$ — представители вектора $\vec{a}$.

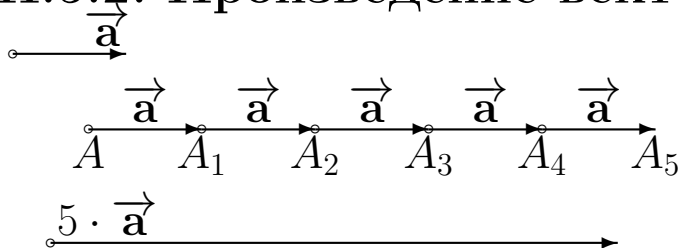
III.5.2. Произведение вектора на число



$$5 \cdot \vec{a} = \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} + \vec{a},$$

где $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_2A_3}, \overrightarrow{A_3A_4}, \overrightarrow{A_4A_5}$ — представители вектора $\vec{a}$.

III.5.2. Произведение вектора на число

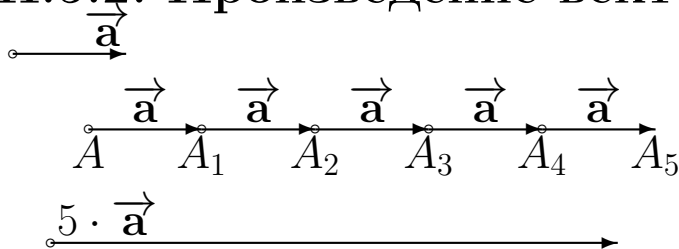


$$5 \cdot \vec{a} = \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} + \vec{a},$$

где $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_2A_3}, \overrightarrow{A_3A_4}, \overrightarrow{A_4A_5}$ — представители вектора $\vec{a}$.

Каждый из представителей был получен применением **соглашения 1**. Все они обладают одинаковыми характеристиками.

III.5.2. Произведение вектора на число



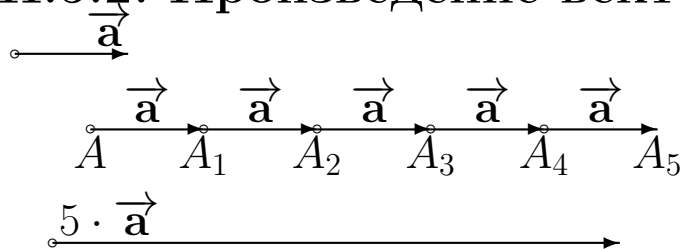
$$5 \cdot \vec{a} = \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} + \vec{a},$$

где $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_2A_3}, \overrightarrow{A_3A_4}, \overrightarrow{A_4A_5}$ — представители вектора $\vec{a}$.

Каждый из представителей был получен применением **соглашения 1**. Все они обладают одинаковыми характеристиками.

Поскольку их направления совпадают, то эти направленные отрезки $\overrightarrow{A_iA_{i+1}}$ будут лежать на одной прямой. Поэтому длиной вектора-суммы будет сумма длин векторов-слагаемых.

III.5.2. Произведение вектора на число



$$5 \cdot \vec{a} = \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} + \vec{a}.$$

Таким образом, операция сложения векторов для системы из одного вектора равносильна операции произведения вектора на число слагаемых. Число слагаемых является числом натуральным. Умножение вектора на натуральное число является одной из «хороших» экстремальных ситуаций для общего случая умножения вектора на произвольное число. Значит, полученный результат требует обобщения.

III.5.3. Определение произведения вектора на число

Определение **6**. Произведением вектора $\vec{a}$ на число λ назовем вектор $\lambda\vec{a}$, удовлетворяющий следующим требованиям:

III.5.3. Определение произведения вектора на число

Определение 6. *Произведением вектора $\vec{a}$ на число λ назовем вектор $\lambda \vec{a}$, удовлетворяющий следующим требованиям:*

1) если $\vec{a} = \vec{0}$ или $\lambda = 0$, то $\lambda \vec{a} = \vec{0}$;

III.5.3. Определение произведения вектора на число

Определение 6. *Произведением вектора $\vec{a}$ на число λ назовем вектор $\lambda \vec{a}$, удовлетворяющий следующим требованиям:*

- 1) *если $\vec{a} = \vec{0}$ или $\lambda = 0$, то $\lambda \vec{a} = \vec{0}$;*
- 2) *если $\vec{a} \neq \vec{0}$ и $\lambda \neq 0$, то*

III.5.3. Определение произведения вектора на число

Определение 6. *Произведением вектора $\vec{a}$ на число λ назовем вектор $\lambda\vec{a}$, удовлетворяющий следующим требованиям:*

- 1) *если $\vec{a} = \vec{0}$ или $\lambda = 0$, то $\lambda\vec{a} = \vec{0}$;*
- 2) *если $\vec{a} \neq \vec{0}$ и $\lambda \neq 0$, то*
 - a) *вектор $\lambda\vec{a}$ **коллинеарен** вектору $\vec{a}$;*

III.5.3. Определение произведения вектора на число

Определение 6. Произведением вектора $\vec{a}$ на число λ назовем вектор $\lambda\vec{a}$, удовлетворяющий следующим требованиям:

- 1) если $\vec{a} = \vec{0}$ или $\lambda = 0$, то $\lambda\vec{a} = \vec{0}$;
- 2) если $\vec{a} \neq \vec{0}$ и $\lambda \neq 0$, то
 - а) вектор $\lambda\vec{a}$ **коллинеарен** вектору $\vec{a}$;
 - б) $|\lambda\vec{a}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$;

III.5.3. Определение произведения вектора на число

Определение 6. Произведением вектора $\vec{a}$ на число λ назовем вектор $\lambda\vec{a}$, удовлетворяющий следующим требованиям:

1) если $\vec{a} = \vec{0}$ или $\lambda = 0$, то $\lambda\vec{a} = \vec{0}$;

2) если $\vec{a} \neq \vec{0}$ и $\lambda \neq 0$, то

а) вектор $\lambda\vec{a}$ **коллинеарен** вектору $\vec{a}$;

б) $|\lambda\vec{a}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$;

в) если $\lambda > 0$, то векторы $\vec{a}$ и $\lambda\vec{a}$ сонаправлены, а если $\lambda < 0$, то векторы $\vec{a}$ и $\lambda\vec{a}$ противоположны.

III.5.3. Определение произведения вектора на число

Определение 6. Произведением вектора $\vec{a}$ на число λ назовем вектор $\lambda\vec{a}$, удовлетворяющий следующим требованиям:

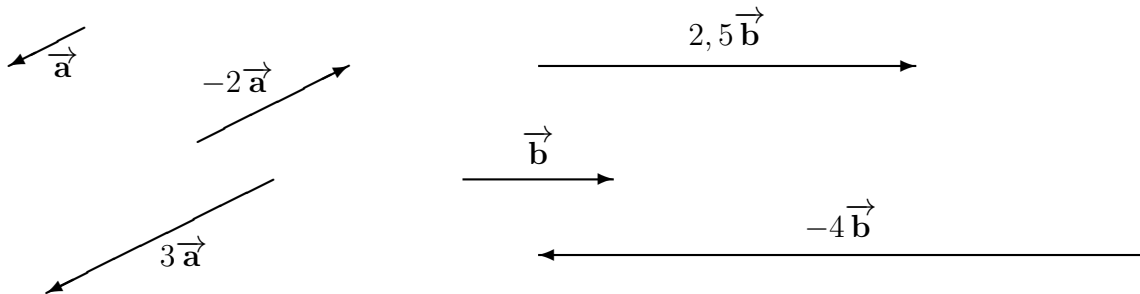
1) если $\vec{a} = \vec{0}$ или $\lambda = 0$, то $\lambda\vec{a} = \vec{0}$;

2) если $\vec{a} \neq \vec{0}$ и $\lambda \neq 0$, то

а) вектор $\lambda\vec{a}$ **коллинеарен** вектору $\vec{a}$;

б) $|\lambda\vec{a}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$;

в) если $\lambda > 0$, то векторы $\vec{a}$ и $\lambda\vec{a}$ сонаправлены, а если $\lambda < 0$, то векторы $\vec{a}$ и $\lambda\vec{a}$ противоположны.



III.5.3. Определение произведения вектора на число

Определение 6. Произведением вектора $\vec{a}$ на число λ назовем вектор $\lambda\vec{a}$, удовлетворяющий следующим требованиям:

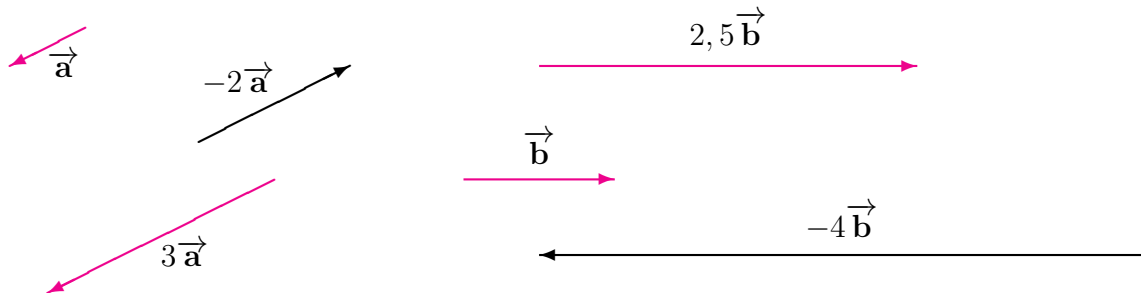
1) если $\vec{a} = \vec{0}$ или $\lambda = 0$, то $\lambda\vec{a} = \vec{0}$;

2) если $\vec{a} \neq \vec{0}$ и $\lambda \neq 0$, то

а) вектор $\lambda\vec{a}$ **коллинеарен** вектору $\vec{a}$;

б) $|\lambda\vec{a}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$;

в) **если $\lambda > 0$, то векторы $\vec{a}$ и $\lambda\vec{a}$ сонаправлены**, а если $\lambda < 0$, то векторы $\vec{a}$ и $\lambda\vec{a}$ противоположны.



III.5.3. Определение произведения вектора на число

Определение 6. Произведением вектора $\vec{a}$ на число λ назовем вектор $\lambda\vec{a}$, удовлетворяющий следующим требованиям:

1) если $\vec{a} = \vec{0}$ или $\lambda = 0$, то $\lambda\vec{a} = \vec{0}$;

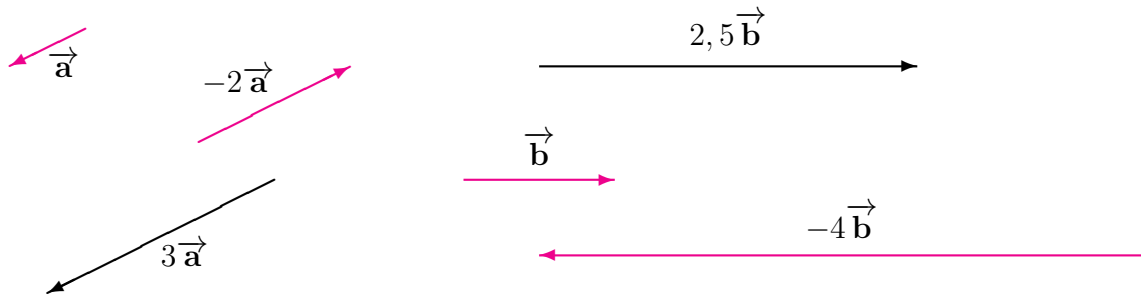
2) если $\vec{a} \neq \vec{0}$ и $\lambda \neq 0$, то

а) вектор $\lambda\vec{a}$ **коллинеарен** вектору $\vec{a}$;

б) $|\lambda\vec{a}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$;

в) если $\lambda > 0$, то векторы $\vec{a}$ и $\lambda\vec{a}$ сонаправлены,

а если $\lambda < 0$, то векторы $\vec{a}$ и $\lambda\vec{a}$ противоположны.



III.5.3. Определение произведения вектора на число

Определение 6. Произведением вектора $\vec{a}$ на число λ назовем вектор $\lambda\vec{a}$, удовлетворяющий следующим требованиям:

1) если $\vec{a} = \vec{0}$ или $\lambda = 0$, то $\lambda\vec{a} = \vec{0}$;

2) если $\vec{a} \neq \vec{0}$ и $\lambda \neq 0$, то

а) вектор $\lambda\vec{a}$ **коллинеарен** вектору $\vec{a}$;

б) $|\lambda\vec{a}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$;

в) если $\lambda > 0$, то векторы $\vec{a}$ и $\lambda\vec{a}$ сонаправлены, а если $\lambda < 0$, то векторы $\vec{a}$ и $\lambda\vec{a}$ противоположны.

Из этого определения следует, что ненулевые векторы **коллинеарны** тогда и только тогда, когда

III.5.3. Определение произведения вектора на число

Определение 6. Произведением вектора $\vec{a}$ на число λ назовем вектор $\lambda \vec{a}$, удовлетворяющий следующим требованиям:

1) если $\vec{a} = \vec{0}$ или $\lambda = 0$, то $\lambda \vec{a} = \vec{0}$;

2) если $\vec{a} \neq \vec{0}$ и $\lambda \neq 0$, то

а) вектор $\lambda \vec{a}$ **коллинеарен** вектору $\vec{a}$;

б) $|\lambda \vec{a}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$;

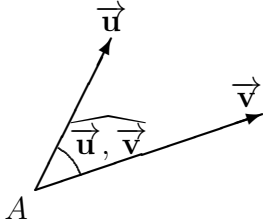
в) если $\lambda > 0$, то векторы $\vec{a}$ и $\lambda \vec{a}$ сонаправлены, а если $\lambda < 0$, то векторы $\vec{a}$ и $\lambda \vec{a}$ противоположны.

Из этого определения следует, что ненулевые векторы **коллинеарны** тогда и только тогда, когда

$$\exists \lambda \neq 0 \quad \vec{a} = \lambda \vec{b}. \quad (1)$$

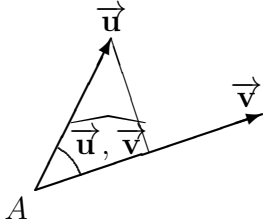
Рассмотрим пример вычисления орта вектора?

III.6. Проекция (алгебраическая) вектора на ось другого вектора



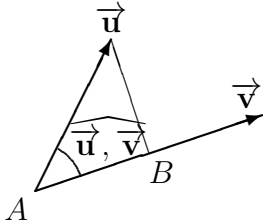
Из рис. видно, что одним из естественных способов введения проекции вектора $\vec{u}$ на ось вектора $\vec{v}$ является ее задание формулой

III.6. Проекция (алгебраическая) вектора на ось другого вектора



Из рис. видно, что одним из естественных способов введения проекции вектора $\vec{u}$ на ось вектора $\vec{v}$ является ее задание формулой

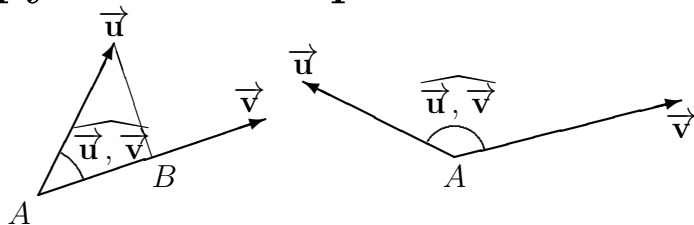
III.6. Проекция (алгебраическая) вектора на ось другого вектора



а

Из рис. видно, что одним из естественных способов введения проекции вектора $\vec{u}$ на ось вектора $\vec{v}$ является ее задание формулой

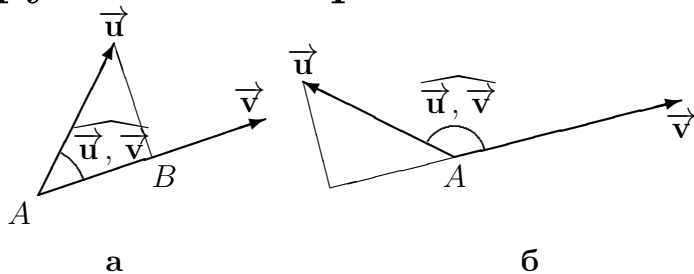
III.6. Проекция (алгебраическая) вектора на ось другого вектора



а

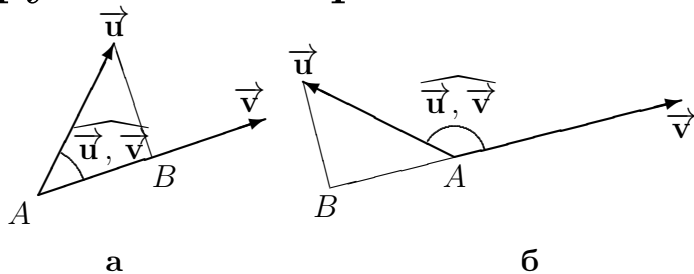
Из рис. видно, что одним из естественных способов введения проекции вектора $\vec{u}$ на ось вектора $\vec{v}$ является ее задание формулой

III.6. Проекция (алгебраическая) вектора на ось другого вектора



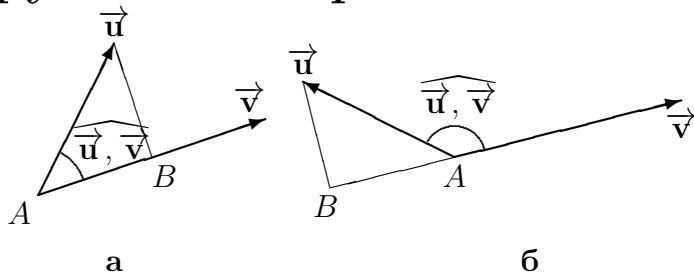
Из рис. видно, что одним из естественных способов введения проекции вектора $\vec{u}$ на ось вектора $\vec{v}$ является ее задание формулой

III.6. Проекция (алгебраическая) вектора на ось другого вектора



Из рис. видно, что одним из естественных способов введения проекции вектора $\vec{u}$ на ось вектора $\vec{v}$ является ее задание формулой

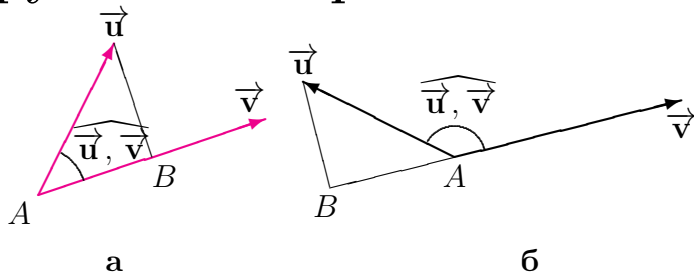
III.6. Проекция (алгебраическая) вектора на ось другого вектора



Из рис. видно, что одним из естественных способов введения проекции вектора $\vec{u}$ на ось вектора $\vec{v}$ является ее задание формулой

$$\text{пр}_{\vec{v}} \vec{u} = |\vec{u}| \cos \left(\widehat{\vec{u}, \vec{v}} \right). \quad (2)$$

III.6. Проекция (алгебраическая) вектора на ось другого вектора



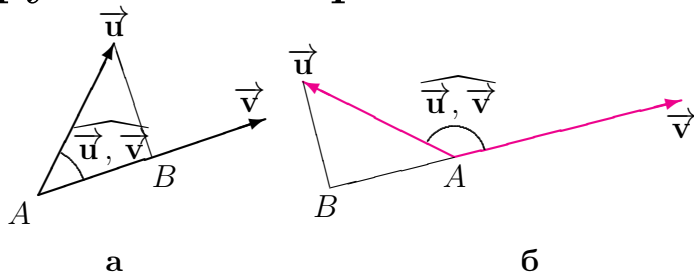
Из рис. видно, что одним из естественных способов введения проекции вектора $\vec{u}$ на ось вектора $\vec{v}$ является ее задание формулой

$$\text{пр}_{\vec{v}} \vec{u} = |\vec{u}| \cos \left(\widehat{\vec{u}, \vec{v}} \right). \quad (2)$$

При **остром угле** между векторами $\vec{u}$ и $\vec{v}$ эта проекция равна длине отрезка AB ,

а при тупом угле проекция равна длине отрезка AB , взятой с обратным знаком.

III.6. Проекция (алгебраическая) вектора на ось другого вектора



Из рис. видно, что одним из естественных способов введения проекции вектора $\vec{u}$ на ось вектора $\vec{v}$ является ее задание формулой

$$\text{пр}_{\vec{v}} \vec{u} = |\vec{u}| \cos \left(\widehat{\vec{u}, \vec{v}} \right). \quad (2)$$

При остром угле между векторами $\vec{u}$ и $\vec{v}$ эта проекция равна длине отрезка AB ,

а при **тупом угле** проекция равна длине отрезка AB , взятой с обратным знаком.

III.7. Определение алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

Определение **7**. Алгебраической проекцией *ненулевого вектора* $\vec{b}$ *на ось вектора* $\vec{a}$ *называется*

III.7. Определение алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

Определение **7**. Алгебраической проекцией *ненулевого вектора* $\vec{b}$ на ось вектора $\vec{a}$ называется число,

III.7. Определение алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

Определение **7**. Алгебраической проекцией *ненулевого* вектора $\vec{b}$ на ось вектора $\vec{a}$ называется число, равное

III.7. Определение алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

Определение 7. Алгебраической проекцией ненулевого вектора $\vec{b}$ на ось вектора $\vec{a}$ называется число, равное $pr_{\vec{a}} \vec{b} = |\vec{b}| \cos(\varphi_{\vec{a}, \vec{b}})$, где $\varphi_{\vec{a}, \vec{b}}$ — угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

III.7. Определение алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

Определение 7. Алгебраической проекцией ненулевого вектора $\vec{b}$ на ось вектора $\vec{a}$ называется число, равное $pr_{\vec{a}} \vec{b} = |\vec{b}| \cos(\varphi_{\vec{a}, \vec{b}})$, где $\varphi_{\vec{a}, \vec{b}}$ — угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Проекция нулевого вектора на ось вектора $\vec{a}$ считается равной нулю.

Что здесь понимается под осью?

III.7. Определение алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

Определение 7. Алгебраической проекцией ненулевого вектора $\vec{b}$ на ось вектора $\vec{a}$ называется число, равное $pr_{\vec{a}} \vec{b} = |\vec{b}| \cos(\varphi_{\vec{a}, \vec{b}})$, где $\varphi_{\vec{a}, \vec{b}}$ — угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Проекция нулевого вектора на ось вектора $\vec{a}$ считается равной нулю.

Определение 8. Осью называется прямая с заданным на ней направлением.

Рассмотрим пример?

III.8. Скалярное произведение векторов

$$\operatorname{pr}_{\vec{v}} \vec{u} = |\vec{u}| \cos \left(\widehat{\vec{u}, \vec{v}} \right). \quad (2)$$

Основной недостаток формулы (2) — ее несимметричность относительно переменных $\vec{u}$ и $\vec{v}$.

III.8. Скалярное произведение векторов

$$\text{пр}_{\vec{v}} \vec{u} = |\vec{u}| \cos \left(\widehat{\vec{u}, \vec{v}} \right). \quad (2)$$

Основной недостаток **формулы (2)** — ее несимметричность относительно переменных $\vec{u}$ и $\vec{v}$.

В данном случае симметричность нетрудно обеспечить, домножив выражение в правой части формулы (2) на $|\vec{v}|$. В итоге получаем конструкцию, называемую **скалярным произведением векторов**.

III.8. Скалярное произведение векторов

Определение 9. Скалярным произведением *ненулевых* векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется число, определяемое выражением

$$\left(\vec{a}, \vec{b} \right) \stackrel{note}{=} \vec{a} \vec{b} \stackrel{def}{=} |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}} \right), \quad (3)$$

где $\widehat{\vec{a}, \vec{b}}$ — угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Если хотя бы один из множителей скалярного произведения есть нулевой вектор, то скалярное произведение этих векторов считается равным 0.

III.8. Скалярное произведение векторов

Определение 9. Скалярным произведением *ненулевых* векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется число, определяемое выражением

$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) \stackrel{\text{note}}{=} \vec{a} \vec{b} \stackrel{\text{def}}{=} |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right), \quad (3)$$

где $\widehat{\vec{a}, \vec{b}}$ — угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Если хотя бы один из множителей скалярного произведения есть нулевой вектор, то скалярное произведение этих векторов считается равным 0.

В качестве основного мы примем первое обозначение скалярного обозначения: $\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$.

III.8. Скалярное произведение векторов

Определение 9. Скалярным произведением *ненулевых* векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется число, определяемое выражением

$$(\vec{a}, \vec{b}) \stackrel{\text{note}}{=} \vec{a} \vec{b} \stackrel{\text{def}}{=} |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}} \right), \quad (3)$$

где $\widehat{\vec{a}, \vec{b}}$ — угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Если хотя бы один из множителей скалярного произведения есть нулевой вектор, то скалярное произведение этих векторов считается равным 0.

В качестве основного мы примем первое обозначение скалярного обозначения: $(\vec{a}, \vec{b})$.

Итак, скалярное произведение тесно связано с проекцией вектора на ось другого вектора:

$$(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot \text{пр}_{\vec{a}} \vec{b} = |\vec{b}| \cdot \text{пр}_{\vec{b}} \vec{a}. \quad \text{Рассмотрим пример?}$$

III.8. Скалярное произведение векторов

Определение 9. Скалярным произведением *ненулевых* векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется число, определяемое выражением

$$(\vec{a}, \vec{b}) \stackrel{\text{note}}{=} \vec{a} \vec{b} \stackrel{\text{def}}{=} |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}} \right), \quad (3)$$

где $\widehat{\vec{a}, \vec{b}}$ — угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Если хотя бы один из множителей скалярного произведения есть нулевой вектор, то скалярное произведение этих векторов считается равным 0.

В качестве основного мы примем первое обозначение скалярного обозначения: $(\vec{a}, \vec{b})$.

Рассмотрим пример применения к вычислению длины вектора?

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Перейти к определению компланарных векторов, правой и левой тройки векторов?

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Что значит «определить операцию»?

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Что значит «определить операцию»?

Представить в одной из стандартных форм задания функции:

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Что значит «определить операцию»?

Представить в одной из стандартных форм задания функции: графиком, таблицей, формулой.

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Что значит «определить операцию»?

Представить в одной из стандартных форм задания функции: графиком, таблицей, формулой.

Варианты задания графиком и таблицей выглядят более чем сомнительно.

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Что значит «определить операцию»?

Представить в одной из стандартных форм задания функции: графиком, таблицей, формулой.

Варианты задания графиком и таблицей выглядят более чем сомнительно.

Остается вариант задания операции формулой.

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Как задать операцию формулой?

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Как задать операцию формулой?

Надо взять два произвольных вектора пространства и описать результат операции.

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Как задать операцию формулой?

Надо взять два произвольных вектора пространства и описать результат операции.

С чего начать описание?

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Как задать операцию формулой?

Надо взять два произвольных вектора пространства и описать результат операции.

С чего начать описание?

Мы хотим получить равенство. Поэтому применим **стратегию составления уравнений**.

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор.

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор. *В каком виде представим ответ?*

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор. *В каком виде представим ответ?* Формулой.

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор. *В каком виде представим ответ?* Формулой. *Введем переменные.*

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор. *В каком виде представим ответ?* Формулой. *Введем переменные.* Обозначим исходные векторы через $\vec{a}$ и $\vec{b}$, а результат операции — векторное произведение этих векторов — через $\vec{c}$.

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор. *В каком виде представим ответ?* Формулой. *Введем переменные.* Обозначим исходные векторы через $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$, а результат операции — векторное произведение этих векторов — через $\vec{\mathbf{c}}$. *Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?*

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор. *В каком виде представим ответ?* Формулой. *Введем переменные.* Обозначим исходные векторы через $\vec{a}$ и $\vec{b}$, а результат операции — векторное произведение этих векторов — через $\vec{c}$. *Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?* Вектор определяется направлением и длиной.

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор. *В каком виде представим ответ?* Формулой. *Введем переменные.* Обозначим исходные векторы через $\vec{a}$ и $\vec{b}$, а результат операции — векторное произведение этих векторов — через $\vec{c}$. *Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?* Вектор определяется направлением и длиной.

Начнем с выбора направления.

III.9. Векторное произведение векторов

Поставим задачу в «формате свободного исследования». Даны два вектора в пространстве. Надо определить операцию «векторное произведение» наиболее перспективным образом.

Как выбрать направление вектора $\vec{c}$ — векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

III.9. Векторное произведение векторов

Как выбрать направление вектора $\vec{c}$ — векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Воспользуемся исследовательскими стратегиями!!!

- 1) стратегия приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций;
- 2) стратегия поиска аналогии;
- 3) стратегия перехода от изучения отдельного объекта к системе объектов;
- 4) стратегия предвкушения;
- 5) стратегия построения модели;
- 6) стратегия обогащения модели;
- 7) стратегия смены ролей и приоритетов.

III.9. Векторное произведение векторов

Применение исследовательских стратегий показало, что наиболее перспективным является вариант, когда результат $\vec{c}$ векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ является ортогональным к сомножителям, т.е. к векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

По какую сторону от плоскости векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ должен быть направлен вектор $\vec{c}$?

III.9. Векторное произведение векторов

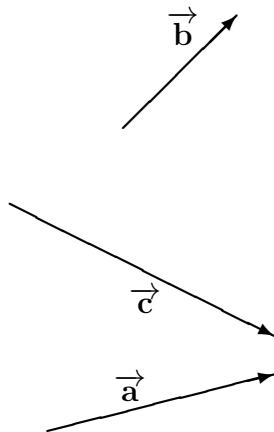
Применение исследовательских стратегий показало, что наиболее перспективным является вариант, когда результат $\vec{c}$ векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ является ортогональным к сомножителям, т.е. к векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

По какую сторону от плоскости векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ должен быть направлен вектор $\vec{c}$?

Ясно, что это вопрос соглашения. В основу этого соглашения положили понятие **системы компланарных векторов**, **правой тройки векторов** и **левой тройки векторов**.

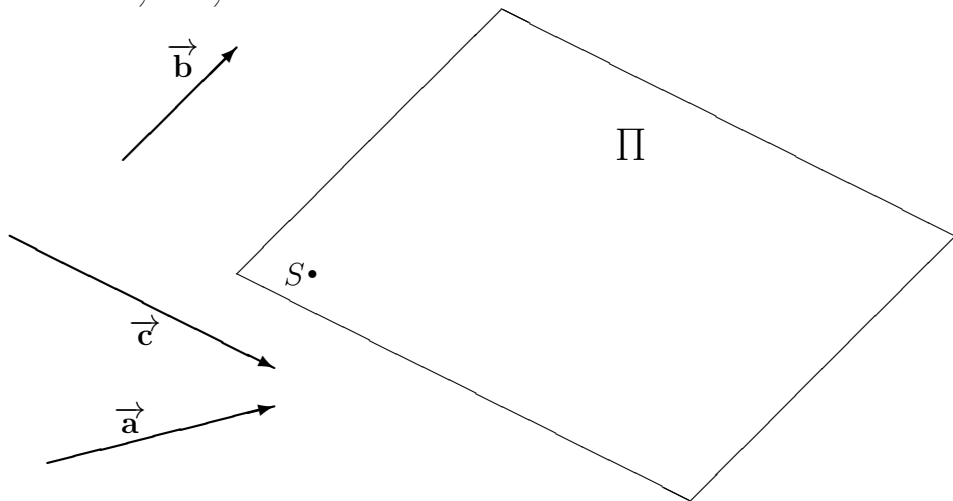
III.10. Система компланарных векторов

Определение 10. Говорят, что $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — система компланарных векторов, если существует такая плоскость Π и такая точка S на ней, что в эту плоскость включаются направленные отрезки SA, SB и SC , полученные откладыванием от точки S векторов, соответственно, $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$.



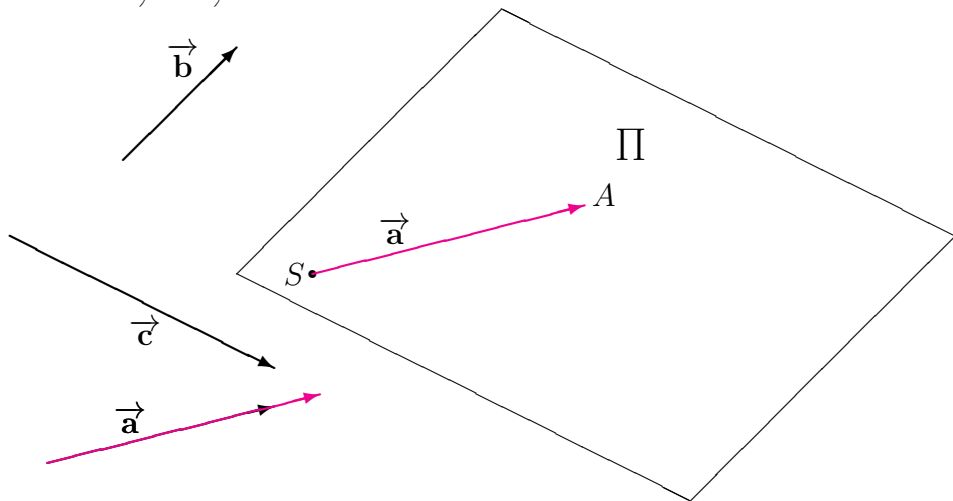
III.10. Система компланарных векторов

Определение 10. Говорят, что $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — система компланарных векторов, если существует такая плоскость Π и такая точка S на ней, что в эту плоскость включаются направленные отрезки SA, SB и SC , полученные откладыванием от точки S векторов, соответственно, $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$.



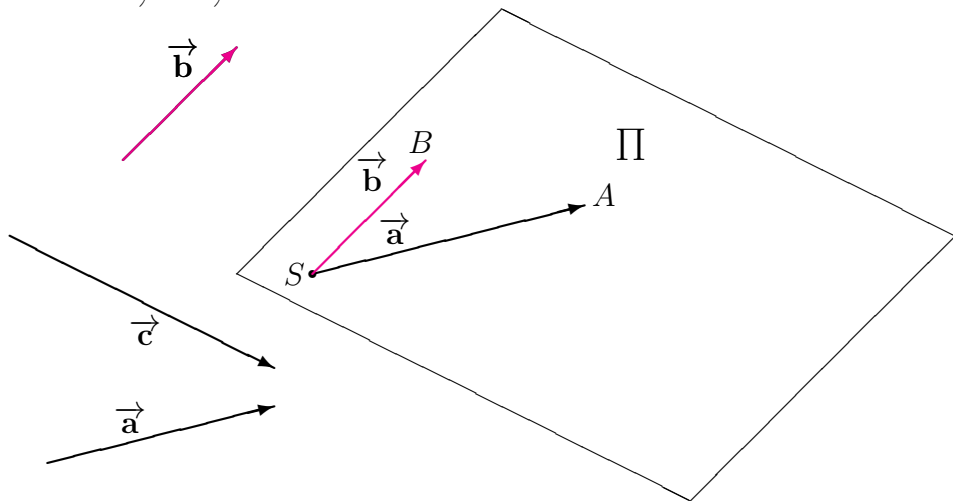
III.10. Система компланарных векторов

Определение 10. Говорят, что $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — система компланарных векторов, если существует такая плоскость Π и такая точка S на ней, что в эту плоскость включаются направленные отрезки SA, SB и SC , полученные откладыванием от точки S векторов, соответственно, $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$.



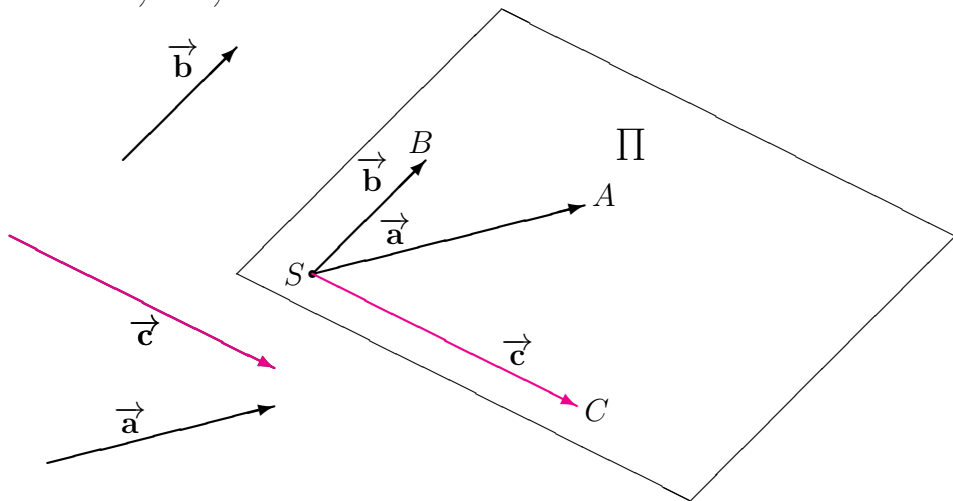
III.10. Система компланарных векторов

Определение 10. Говорят, что $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — система компланарных векторов, если существует такая плоскость Π и такая точка S на ней, что в эту плоскость включаются направленные отрезки SA, SB и SC , полученные откладыванием от точки S векторов, соответственно, $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$.



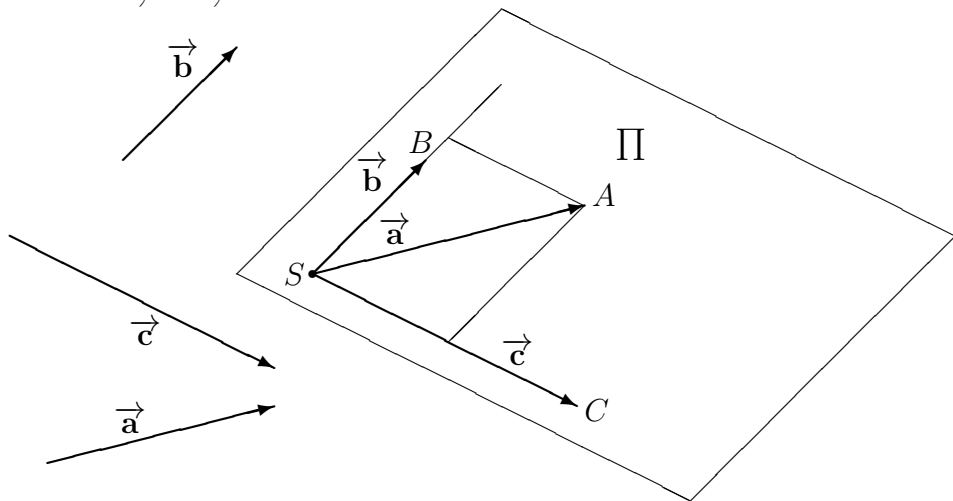
III.10. Система компланарных векторов

Определение 10. Говорят, что $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — система компланарных векторов, если существует такая плоскость Π и такая точка S на ней, что в эту плоскость включаются направленные отрезки SA, SB и SC , полученные откладыванием от точки S векторов, соответственно, $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$.



III.10. Система компланарных векторов

Определение 10. Говорят, что $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — система компланарных векторов, если существует такая плоскость Π и такая точка S на ней, что в эту плоскость включаются направленные отрезки SA, SB и SC , полученные откладыванием от точки S векторов, соответственно, $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$.

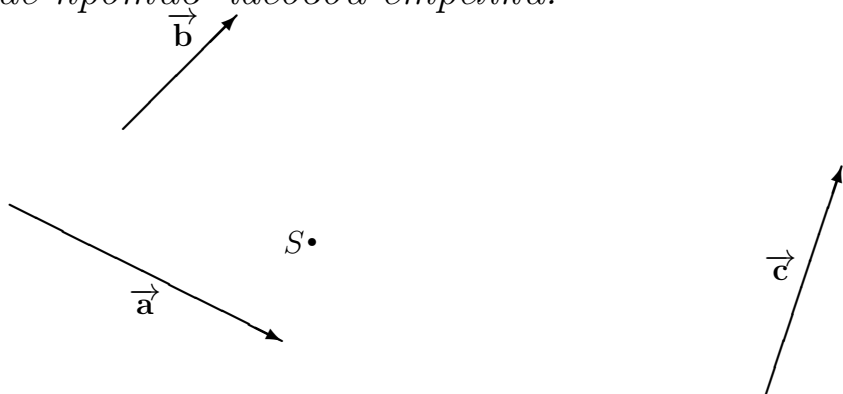


Перейти:

- к определению компланарных векторов,
- к определению правой тройки векторов,
- к определению левой тройки векторов,
- к началу определения векторного произведения векторов,
- к продолжению определения векторного произведения векторов,
- к окончательной формулировке определения векторного произведения векторов.

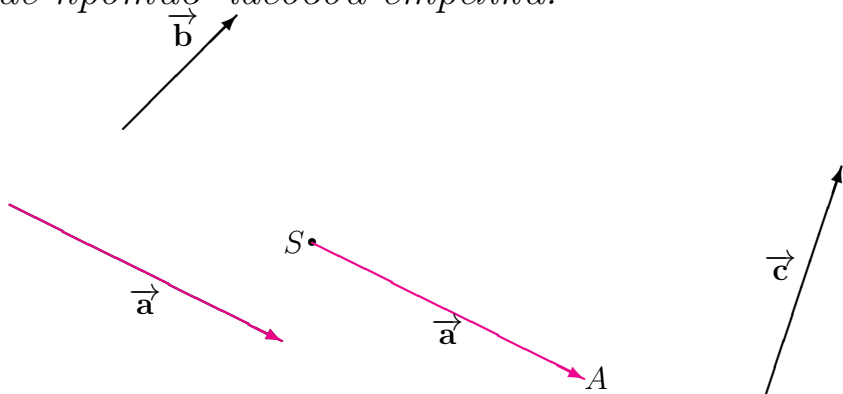
III.11. Правая тройка векторов

Определение 11. Пусть $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — некопланарные векторы и $\vec{SA} = \vec{a}, \vec{SB} = \vec{b}, \vec{SC} = \vec{c}$. Тогда упорядоченная тройка некопланарных векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ называется **правой тройкой векторов**, если вращение от направленного отрезка SA к направленному отрезку SB по кратчайшей из дуг видится из точки C как вращение против часовой стрелки.



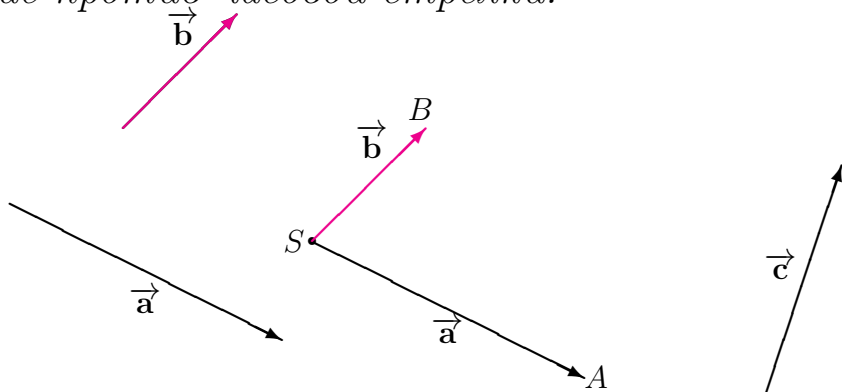
III.11. Правая тройка векторов

Определение 11. Пусть $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — некопланарные векторы и $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$. Тогда упорядоченная тройка некопланарных векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ называется **правой тройкой векторов**, если вращение от направленного отрезка SA к направленному отрезку SB по кратчайшей из дуг видится из точки C как вращение против часовой стрелки.



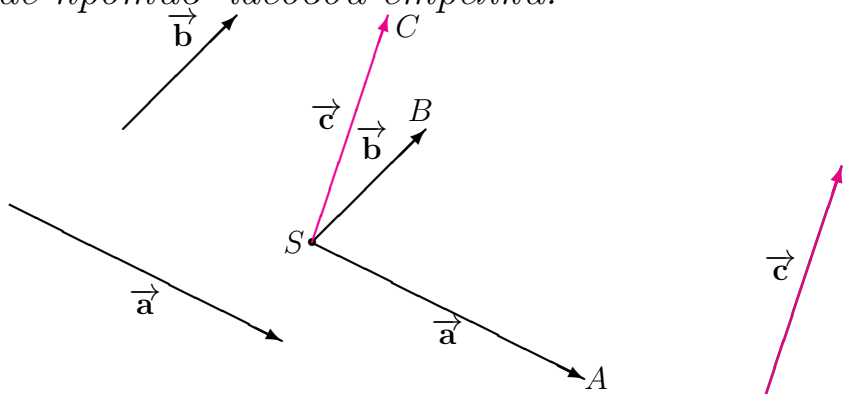
III.11. Правая тройка векторов

Определение 11. Пусть $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — некопланарные векторы и $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$. Тогда упорядоченная тройка некопланарных векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ называется **правой тройкой векторов**, если вращение от направленного отрезка SA к направленному отрезку SB по кратчайшей из дуг видится из точки C как вращение против часовой стрелки.



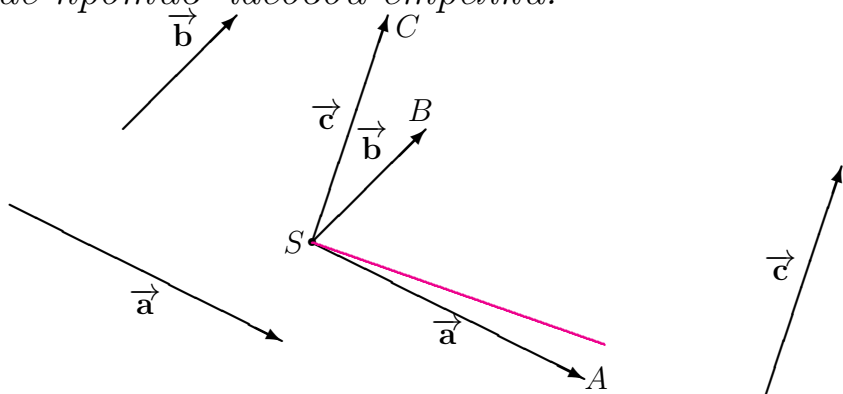
III.11. Правая тройка векторов

Определение 11. Пусть $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — некопланарные векторы и $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$. Тогда упорядоченная тройка некопланарных векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ называется **правой тройкой векторов**, если вращение от направленного отрезка SA к направленному отрезку SB по кратчайшей из дуг видится из точки C как вращение против часовой стрелки.



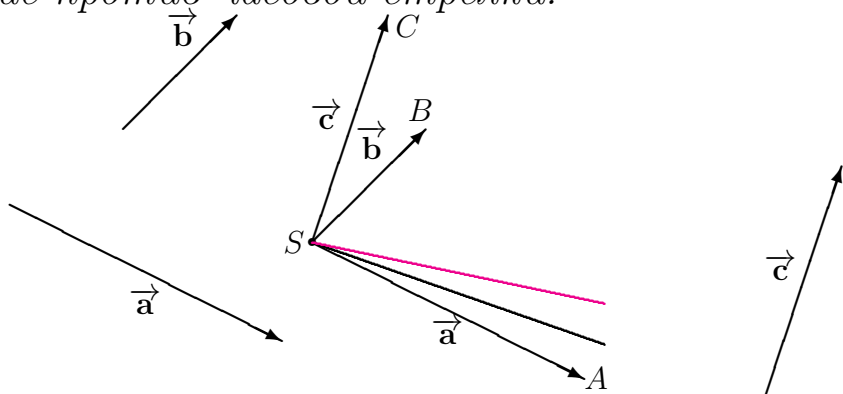
III.11. Правая тройка векторов

Определение 11. Пусть $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — некопланарные векторы и $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$. Тогда упорядоченная тройка некопланарных векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ называется **правой тройкой векторов**, если вращение от направленного отрезка SA к направленному отрезку SB по кратчайшей из дуг видится из точки C как вращение против часовой стрелки.



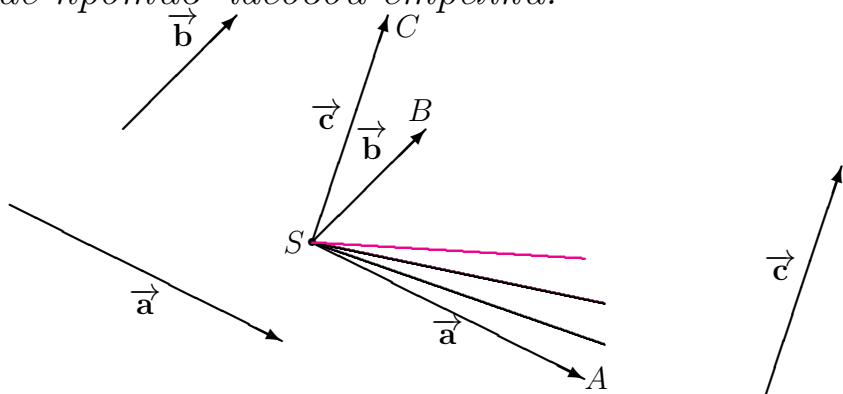
III.11. Правая тройка векторов

Определение 11. Пусть $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — некопланарные векторы и $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$. Тогда упорядоченная тройка некопланарных векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ называется **правой тройкой векторов**, если вращение от направленного отрезка SA к направленному отрезку SB по кратчайшей из дуг видится из точки C как вращение против часовой стрелки.



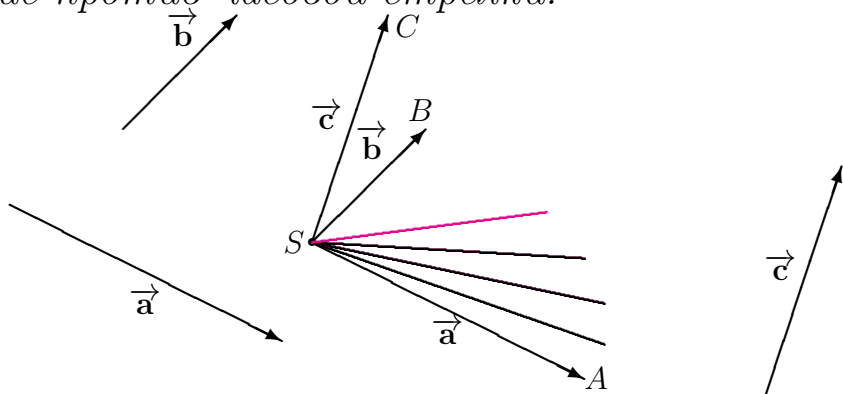
III.11. Правая тройка векторов

Определение 11. Пусть $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — некопланарные векторы и $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$. Тогда упорядоченная тройка некопланарных векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ называется **правой тройкой векторов**, если вращение от направленного отрезка SA к направленному отрезку SB по кратчайшей из дуг видится из точки C как вращение против часовой стрелки.



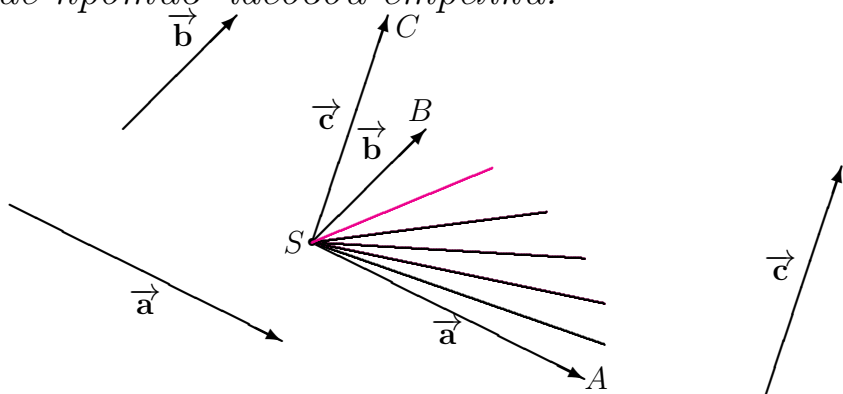
III.11. Правая тройка векторов

Определение 11. Пусть $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — некопланарные векторы и $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$. Тогда упорядоченная тройка некопланарных векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ называется **правой тройкой векторов**, если вращение от направленного отрезка SA к направленному отрезку SB по кратчайшей из дуг видится из точки C как вращение против часовой стрелки.



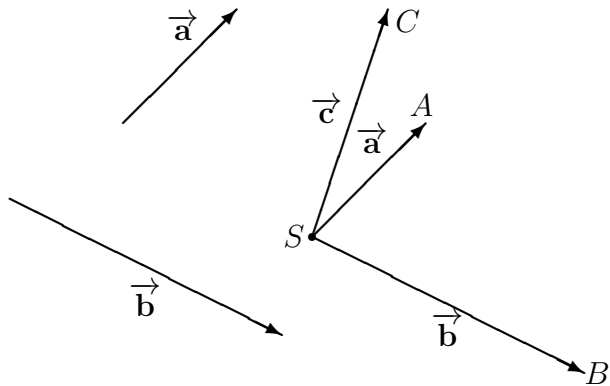
III.11. Правая тройка векторов

Определение 11. Пусть $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — некопланарные векторы и $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$. Тогда упорядоченная тройка некопланарных векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ называется **правой тройкой векторов**, если вращение от направленного отрезка SA к направленному отрезку SB по кратчайшей из дуг видится из точки C как вращение против часовой стрелки.

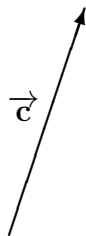


III.12. Левая тройка векторов

Определение 12. Упорядоченная тройка некопланарных векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ называется **левой тройкой векторов**, если после переноса начала всех трех векторов в одну точку вращение от вектора $\vec{a}$ к вектору $\vec{b}$ по кратчайшей из дуг видится с конца вектора $\vec{c}$ как вращение по часовой стрелке.



Если $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ — левая тройка векторов, то правыми тройками векторов будут $\vec{a}$, $\vec{b}$, $-\vec{c}$, $\vec{b}$, $\vec{a}$, $\vec{c}$ и др.



Перейти:

к определению **компланарных векторов**,
к определению **правой тройки векторов**,
к определению **левой тройки векторов**,
началу определения векторного произведения векторов,
продолжению определения векторного произведения векторов,
окончательной формулировке определения векторного произведе-
ния векторов.

III.13. Векторное произведение векторов: формулируем определение

Напомним, что мы решили, что результат $\vec{c}$ векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ должен быть ортогонален к сомножителям. Выбор того, в какую сторону от плоскости векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ будет направлен вектор $\vec{c}$, будет определяться соглашением: *тройка векторов $\vec{a}$; $\vec{b}$; $\vec{c}$ должна быть правой тройкой*.

В физике с понятием правой тройки векторов вы сталкивались, например, при формулировании «правила буравчика».

III.13. Векторное произведение векторов: формулируем определение

Осталось определиться с длиной результата $\vec{c}$ векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Воспользуемся исследовательскими стратегиями!!!

- 1) стратегия приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций;
- 2) стратегия поиска аналогии;
- 3) стратегия перехода от изучения отдельного объекта к системе объектов;
- 4) стратегия предвкушения;
- 5) стратегия построения модели;
- 6) стратегия обогащения модели;
- 7) стратегия смены ролей и приоритетов.

III.13. Векторное произведение векторов: формулируем определение

Определение 13. Векторным произведением неколлинеарных векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется вектор, обозначаемый через $[\vec{a}, \vec{b}]$ или $\vec{a} \times \vec{b}$, обладающий следующими свойствами:

- 1) $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\varphi_{\vec{a}, \vec{b}})$;
- 2) $[\vec{a}, \vec{b}]$ ортогонален к вектору $\vec{a}$ и к вектору $\vec{b}$;
- 3) $\vec{a}, \vec{b}, [\vec{a}, \vec{b}]$ образуют **правую тройку векторов**.

Будем считать векторное произведение равным нулевому вектору для коллинеарных векторов и для случая, когда хотя бы один из множителей является нулевым.

Рассмотрим пример?

III.14. Смешанное произведение векторов

Поскольку результатом векторного умножения векторов снова является вектор, то он может участвовать во всех видах умножения векторов. При его векторном умножении на некоторый $\vec{c}$ получаем **двойное векторное произведение**, рассмотренное ниже. Рассмотрим результат скалярного умножения векторного произведения векторов на произвольный вектор $\vec{c}$.

III.14. Смешанное произведение векторов

Поскольку результатом векторного умножения векторов снова является вектор, то он может участвовать во всех видах умножения векторов. При его векторном умножении на некоторый $\vec{c}$ получаем **двойное векторное произведение**, рассмотренное ниже. Рассмотрим результат скалярного умножения векторного произведения векторов на произвольный вектор $\vec{c}$.

Определение 14. Смешанным произведением векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ называется число, определяемое формулой

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \left([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c} \right). \quad (4)$$

III.15. Двойное векторное произведение векторов

В соответствии со стратегией приоритетного изучения экстремальных ситуаций было бы интересно изучить результат кратного применения операции. Обычно рассматривается кратное применение операции к одному и тому же вектору, но в данном случае уже $[\vec{a}; \vec{a}] = \vec{0}$, поскольку модуль этого вектора — нулевой, см. **определение векторного произведения**.

III.15. Двойное векторное произведение векторов

В соответствии со стратегией приоритетного изучения экстремальных ситуаций было бы интересно изучить результат кратного применения операции. Обычно рассматривается кратное применение операции к одному и тому же вектору, но в данном случае уже $[\vec{a}; \vec{a}] = \vec{0}$, поскольку модуль этого вектора — нулевой, см. **определение векторного произведения**.

Поэтому известность получил только один результат в этом направлении: это результат изучения выражения $\left[\vec{a}; \left[\vec{b}; \vec{c} \right] \right]$, которое называется **двойным векторным произведением**.

III.16. Формула «бац минус цаб»

Теорема 1. *Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ имеет место равенство (формула «бац минус цаб»)*

$$\left[\vec{a}, \left[\vec{b}, \vec{c} \right] \right] = \vec{b} \left(\vec{a}, \vec{c} \right) - \vec{c} \left(\vec{a}, \vec{b} \right). \quad (5)$$

III.16. Формула «бац минус цаб»

Теорема 1. *Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ имеет место равенство (формула «бац минус цаб»)*

$$\left[\vec{a}, \left[\vec{b}, \vec{c} \right] \right] = \vec{b} \left(\vec{a}, \vec{c} \right) - \vec{c} \left(\vec{a}, \vec{b} \right). \quad (5)$$

Доказательство этой теоремы в рамках векторно-геометрической модели является весьма громоздким. Мы **проведем его** позже средствами координатной модели.

IV. Векторно-символическая модель векторной алгебры

Стандартные способы задания вектора

Представление отношений в виде равенств

Некоторые критерии векторной алгебры

IV. Векторно-символическая модель векторной алгебры

В математике наиболее популярны знаково-символические модели, позволяющие заменить работу с объектами на оперирование с их обозначениями, идентификаторами:

- $\vec{a}, \vec{p}, \vec{m}...$;
- $\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{MT}...$

Иными словами, исследования в векторной алгебре основаны на [векторном исчислении](#).

IV. Векторно-символическая модель векторной алгебры

В математике наиболее популярны знаково-символические модели, позволяющие заменить работу с объектами на оперирование с их обозначениями, идентификаторами:

- $\vec{a}, \vec{p}, \vec{m}...$;
- $\vec{CM}, \vec{OF}, \vec{MT}...$

Важнейшими инструментами для обработки информации в векторно-символической модели являются *тождественные преобразования* алгебраических выражений и *равносильные преобразования* равенств. Именно поэтому столь важно представлять отношения и свойства векторных операций в виде тождеств. Естественно, что речь идет об операциях, определенных в рамках векторно-геометрической модели.

IV.1. Стандартные способы задания вектора в векторно-символической модели векторной алгебры

В рамках векторно-символической модели стандартный способ задания вектора состоит в представлении вектора как результата применения операций векторной алгебры к некоторому набору векторов.

IV.1. Стандартные способы задания вектора в векторно-символической модели векторной алгебры

В рамках векторно-символической модели стандартный способ задания вектора состоит в представлении вектора как результата применения операций векторной алгебры к некоторому набору векторов.

Например, векторы в векторно-символической модели представлены выражениями вида $2\vec{\mathbf{a}} - 3\vec{\mathbf{b}}, \quad \left[2\vec{\mathbf{a}} - 3\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right] + \vec{\mathbf{a}}.$

IV.1. Стандартные способы задания вектора в векторно-символической модели векторной алгебры

В рамках векторно-символической модели стандартный способ задания вектора состоит в представлении вектора как результата применения операций векторной алгебры к некоторому набору векторов.

Основными средствами обработки информации в векторно-символической модели векторной алгебры являются преобразования. Поэтому нам следует зафиксировать отношения и свойства рассмотренных выше операций в виде равенств: **свойств алгебраической проекции вектора на ось другого вектора**, в частности, **свойств векторного произведения**, а также **свойств алгебраической проекции**, и **свойств скалярного произведения векторов**,

IV.2. Свойства операций сложения векторов и произведения вектора на число

1. $\vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x}$ (коммутативность);

IV.2. Свойства операций сложения векторов и произведения вектора на число

1. $\vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x}$ (коммутативность);
2. $(\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z} = \vec{x} + (\vec{y} + \vec{z})$ (ассоциативность);

IV.2. Свойства операций сложения векторов и произведения вектора на число

1. $\vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x}$ (коммутативность);
2. $(\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z} = \vec{x} + (\vec{y} + \vec{z})$ (ассоциативность);
3. Для вектора $\vec{0}$ (начало и конец которого совпадают), и любого вектора $\vec{x}$ выполняется равенство $\vec{x} + \vec{0} = \vec{x}$ (существование нулевого вектора);

Какая-то громоздкая формулировка...

IV.2. Свойства операций сложения векторов и произведения вектора на число

1. $\vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x}$ (коммутативность);
2. $(\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z} = \vec{x} + (\vec{y} + \vec{z})$ (ассоциативность);
3. $\vec{x} + \vec{0} = \vec{x}$ (существование нулевого вектора);

IV.2. Свойства операций сложения векторов и произведения вектора на число

1. $\vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x}$ (коммутативность);
2. $(\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z} = \vec{x} + (\vec{y} + \vec{z})$ (ассоциативность);
3. $\vec{x} + \vec{0} = \vec{x}$ (существование нулевого вектора);
4. для любого вектора $\vec{x}$ из V существует вектор $-\vec{x}$ такой, что $\vec{x} + (-\vec{x}) = \vec{0}$;

IV.2. Свойства операций сложения векторов и произведения вектора на число

1. $\vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x}$ (коммутативность);
2. $(\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z} = \vec{x} + (\vec{y} + \vec{z})$ (ассоциативность);
3. $\vec{x} + \vec{0} = \vec{x}$ (существование нулевого вектора);
4. для любого вектора $\vec{x}$ из V существует вектор $-\vec{x}$ такой, что $\vec{x} + (-\vec{x}) = \vec{0}$;
5. $\lambda(\vec{x} + \vec{y}) = \lambda\vec{x} + \lambda\vec{y}$;

IV.2. Свойства операций сложения векторов и произведения вектора на число

1. $\vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x}$ (коммутативность);
2. $(\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z} = \vec{x} + (\vec{y} + \vec{z})$ (ассоциативность);
3. $\vec{x} + \vec{0} = \vec{x}$ (существование нулевого вектора);
4. для любого вектора $\vec{x}$ из V существует вектор $-\vec{x}$ такой, что $\vec{x} + (-\vec{x}) = \vec{0}$;
5. $\lambda(\vec{x} + \vec{y}) = \lambda\vec{x} + \lambda\vec{y}$;
6. $(\lambda + \mu)\vec{x} = \lambda\vec{x} + \mu\vec{x}$;

IV.2. Свойства операций сложения векторов и произведения вектора на число

1. $\vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x}$ (коммутативность);
2. $(\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z} = \vec{x} + (\vec{y} + \vec{z})$ (ассоциативность);
3. $\vec{x} + \vec{0} = \vec{x}$ (существование нулевого вектора);
4. для любого вектора $\vec{x}$ из V существует вектор $-\vec{x}$ такой, что $\vec{x} + (-\vec{x}) = \vec{0}$;
5. $\lambda(\vec{x} + \vec{y}) = \lambda\vec{x} + \lambda\vec{y}$;
6. $(\lambda + \mu)\vec{x} = \lambda\vec{x} + \mu\vec{x}$;
7. $(\lambda\mu)\vec{x} = \lambda(\mu\vec{x})$;

IV.2. Свойства операций сложения векторов и произведения вектора на число

1. $\vec{x} + \vec{y} = \vec{y} + \vec{x}$ (коммутативность);
2. $(\vec{x} + \vec{y}) + \vec{z} = \vec{x} + (\vec{y} + \vec{z})$ (ассоциативность);
3. $\vec{x} + \vec{0} = \vec{x}$ (существование нулевого вектора);
4. для любого вектора $\vec{x}$ из V существует вектор $-\vec{x}$ такой, что $\vec{x} + (-\vec{x}) = \vec{0}$;
5. $\lambda(\vec{x} + \vec{y}) = \lambda\vec{x} + \lambda\vec{y}$;
6. $(\lambda + \mu)\vec{x} = \lambda\vec{x} + \mu\vec{x}$;
7. $(\lambda\mu)\vec{x} = \lambda(\mu\vec{x})$;
8. $1 \cdot \vec{x} = \vec{x}$.

IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

$$1) \operatorname{pr}_{\vec{a}} (\vec{b} + \vec{c}) = \operatorname{pr}_{\vec{a}} \vec{b} + \operatorname{pr}_{\vec{a}} \vec{c}.$$

IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

$$1) \operatorname{pr}_{\vec{a}} (\vec{b} + \vec{c}) = \operatorname{pr}_{\vec{a}} \vec{b} + \operatorname{pr}_{\vec{a}} \vec{c}.$$

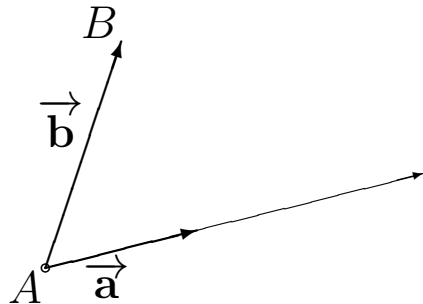
$$2) \operatorname{pr}_{\vec{a}} (\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \operatorname{pr}_{\vec{a}} \vec{b}, \text{ где } \lambda \text{ — число.}$$

IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

$$1) \operatorname{pr}_{\vec{a}} (\vec{b} + \vec{c}) = \operatorname{pr}_{\vec{a}} \vec{b} + \operatorname{pr}_{\vec{a}} \vec{c}.$$

$$2) \operatorname{pr}_{\vec{a}} (\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \operatorname{pr}_{\vec{a}} \vec{b}, \text{ где } \lambda \text{ — число.}$$

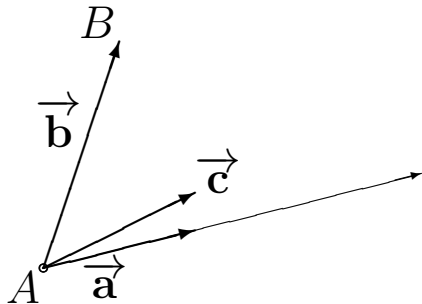
Доказательство. 1)



IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

- 1) $\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}}\vec{c}$.
- 2) $\text{пр}_{\vec{a}}(\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$, где λ — число.

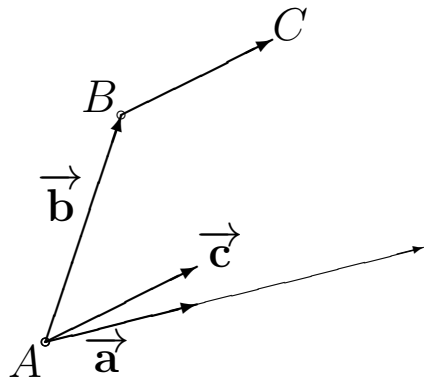
Доказательство. 1)



IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

- 1) $\text{пр}_{\vec{a}} (\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}} \vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}} \vec{c}.$
- 2) $\text{пр}_{\vec{a}} (\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}} \vec{b},$ где λ — число.

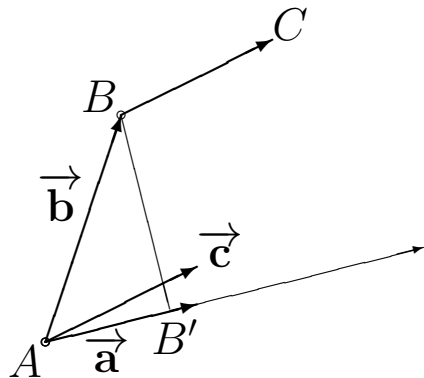
Доказательство. 1)



IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

- 1) $\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}}\vec{c}$.
- 2) $\text{пр}_{\vec{a}}(\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$, где λ — число.

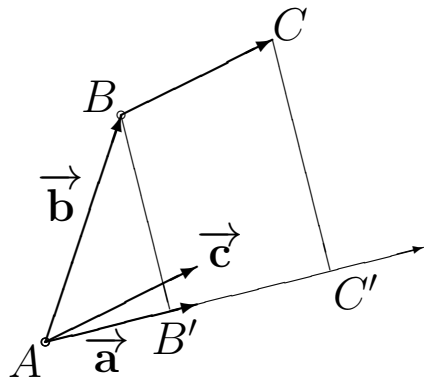
Доказательство. 1)



IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

- 1) $\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}}\vec{c}$.
- 2) $\text{пр}_{\vec{a}}(\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$, где λ — число.

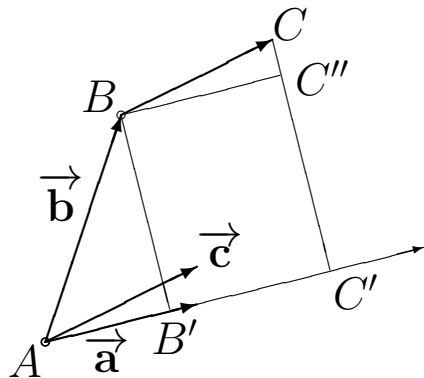
Доказательство. 1)



IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

- 1) $\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}}\vec{c}$.
- 2) $\text{пр}_{\vec{a}}(\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$, где λ — число.

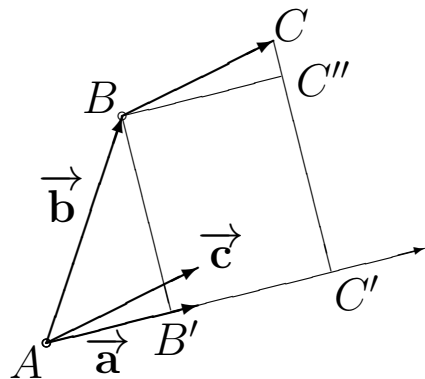
Доказательство. 1)



IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

- 1) $\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}}\vec{c}$.
- 2) $\text{пр}_{\vec{a}}(\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$, где λ — число.

Доказательство. 1)

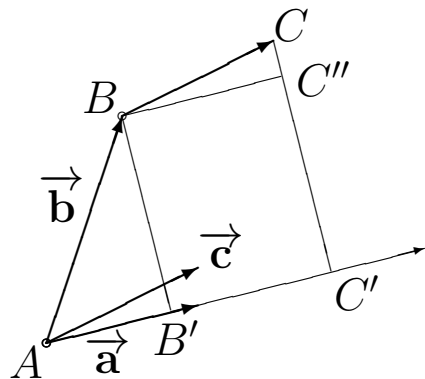


$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) =$$

IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

- 1) $\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}}\vec{c}$.
- 2) $\text{пр}_{\vec{a}}(\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$, где λ — число.

Доказательство. 1)



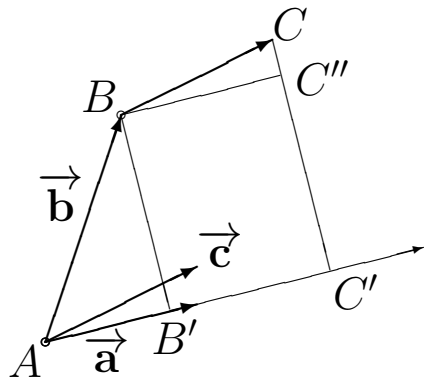
$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}\vec{AC''} =$$

IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

$$1) \operatorname{pr}_{\vec{a}} (\vec{b} + \vec{c}) = \operatorname{pr}_{\vec{a}} \vec{b} + \operatorname{pr}_{\vec{a}} \vec{c}.$$

$$2) \operatorname{pr}_{\vec{a}} (\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \operatorname{pr}_{\vec{a}} \vec{b}, \text{ где } \lambda - \text{число}.$$

Доказательство. 1)



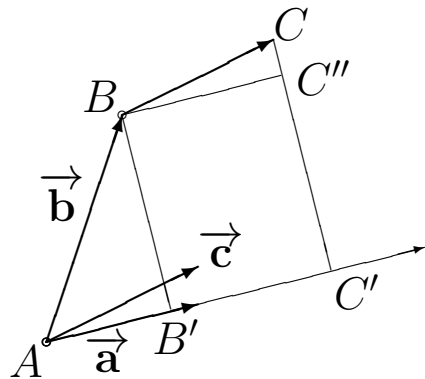
$$\begin{aligned} \operatorname{pr}_{\vec{a}} (\vec{b} + \vec{c}) &= \operatorname{pr}_{\vec{a}} \overrightarrow{AC'} = \\ &= \operatorname{pr}_{\vec{a}} \overrightarrow{AC'} = \operatorname{pr}_{\vec{a}} \overrightarrow{AB'} + \operatorname{pr}_{\vec{a}} \overrightarrow{B'C'} = \end{aligned}$$

IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

1) $\text{пр}_{\vec{a}} (\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}} \vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}} \vec{c}.$

2) $\text{пр}_{\vec{a}} (\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}} \vec{b},$ где λ — число.

Доказательство. 1)



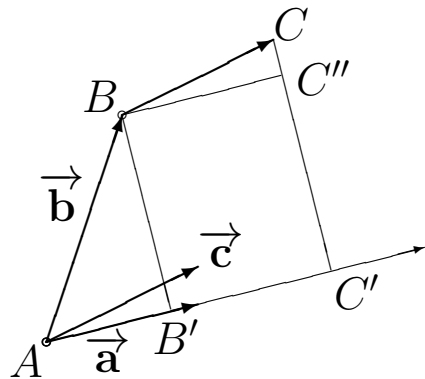
$$\begin{aligned}\text{пр}_{\vec{a}} (\vec{b} + \vec{c}) &= \text{пр}_{\vec{a}} \overrightarrow{AC'} = \\ &= \text{пр}_{\vec{a}} \overrightarrow{AC'} = \text{пр}_{\vec{a}} \overrightarrow{AB'} + \text{пр}_{\vec{a}} \overrightarrow{B'C'} = \\ &= \text{пр}_{\vec{a}} \overrightarrow{AB'} + \text{пр}_{\vec{a}} \overrightarrow{BC''} =\end{aligned}$$

IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

1) $\text{пр}_{\vec{a}} (\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}} \vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}} \vec{c}.$

2) $\text{пр}_{\vec{a}} (\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}} \vec{b},$ где λ — число.

Доказательство. 1)



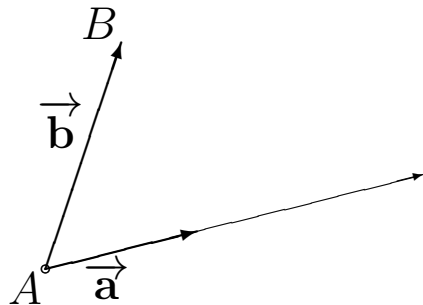
$$\begin{aligned}\text{пр}_{\vec{a}} (\vec{b} + \vec{c}) &= \text{пр}_{\vec{a}} \overrightarrow{AC'} = \\ &= \text{пр}_{\vec{a}} \overrightarrow{AC'} = \text{пр}_{\vec{a}} \overrightarrow{AB'} + \text{пр}_{\vec{a}} \overrightarrow{B'C'} = \\ &= \text{пр}_{\vec{a}} \overrightarrow{AB'} + \text{пр}_{\vec{a}} \overrightarrow{BC''} = \text{пр}_{\vec{a}} \vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}} \vec{c}.\end{aligned}$$

IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

1) $\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}}\vec{c}.$

2) $\text{пр}_{\vec{a}}(\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b},$ где λ — число.

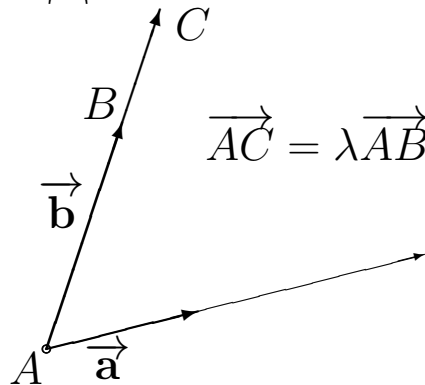
Доказательство. 2)



IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

- 1) $\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}}\vec{c}$.
- 2) $\text{пр}_{\vec{a}}(\lambda\vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$, где λ — число.

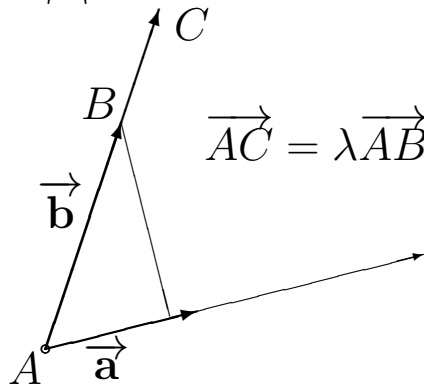
Доказательство. 2)



IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

- 1) $\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}}\vec{c}$.
- 2) $\text{пр}_{\vec{a}}(\lambda\vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$, где λ — число.

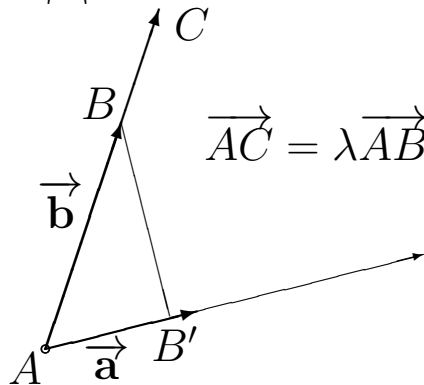
Доказательство. 2)



IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

- 1) $\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}}\vec{c}.$
- 2) $\text{пр}_{\vec{a}}(\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b},$ где λ — число.

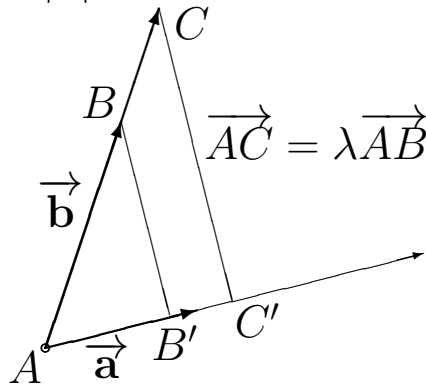
Доказательство. 2)



IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

- 1) $\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}}\vec{c}.$
- 2) $\text{пр}_{\vec{a}}(\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b},$ где λ — число.

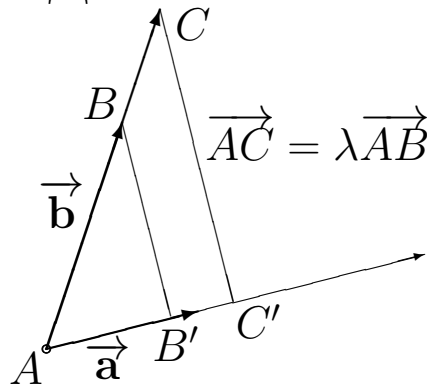
Доказательство. 2)



IV.3. Свойства алгебраической проекции вектора на ось другого вектора

- 1) $\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b} + \text{пр}_{\vec{a}}\vec{c}$.
- 2) $\text{пр}_{\vec{a}}(\lambda \vec{b}) = \lambda \cdot \text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$, где λ — число.

Доказательство. 2)



Утверждение 2) следует из подобия
 $\triangle ABB' \sim \triangle ACC'$.

IV.4. Геометрические свойства **скалярного произведения векторов**

1. $(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \operatorname{pr}_{\vec{a}} \vec{b} = |\vec{b}| \operatorname{pr}_{\vec{b}} \vec{a};$ 2. $(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a});$
3. $(\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}) = (\vec{a}, \vec{c}) + (\vec{b}, \vec{c}),$
 $(\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a}, \vec{b}) + (\vec{a}, \vec{c});$
4. $(\lambda \vec{a}, \vec{b}) = (\vec{a}, \lambda \vec{b}) = \lambda \cdot (\vec{a}, \vec{b}),$ где λ — число;
5. Критерий ортогональности ненулевых векторов: $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны тогда и только тогда, когда $(\vec{a}, \vec{b}) = 0;$
6. $(\vec{a}, \vec{a}) = |\vec{a}|^2;$
7. **Формула для вычисления скалярного произведения с помощью координат векторов.**

IV.4. Геометрические свойства **скалярного произведения векторов**

$$1. (\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \operatorname{пр}_{\vec{a}} \vec{b} = |\vec{b}| \operatorname{пр}_{\vec{b}} \vec{a}; \quad 2. (\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a});$$

$$3. (\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}) = (\vec{a}, \vec{c}) + (\vec{b}, \vec{c}), \\ (\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a}, \vec{b}) + (\vec{a}, \vec{c});$$

$$4. (\lambda \vec{a}, \vec{b}) = (\vec{a}, \lambda \vec{b}) = \lambda \cdot (\vec{a}, \vec{b}), \text{ где } \lambda \text{ — число};$$

$$5. \vec{a} \perp \vec{b} \text{ тогда и только тогда, когда } (\vec{a}, \vec{b}) = 0;$$

$$6. (\vec{a}, \vec{a}) = |\vec{a}|^2;$$

Доказательство. Все эти свойства являются очевидными следствиями **определения скалярного произведения, определения проекции вектора на ось другого вектора**, непосредственного следующего из них свойства 1, а также **свойств проекции вектора на ось другого вектора**. Рассмотреть пример?

IV.5. Свойства **векторного произведения** векторов

Антикоммутативность: $[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}]$.

Линейность по первому сомножителю

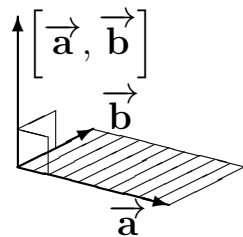
$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}], \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

Следствие из антикоммутативности и линейности: линейность по второму сомножителю.

Рассмотрим пример?

Критерий коллинеарности $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$ тогда и только тогда, когда $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны.

Геометрический смысл: $[\vec{a}, \vec{b}]$ — вектор, перпендикулярный параллелограмму, построенному на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, причем $||[\vec{a}, \vec{b}]||$ численно равен площади этого параллелограмма.



Координатная ф-ла вычисления векторного произведения.

IV.5.1. Доказательство антикоммутативности векторного произведения

$$\left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} \right] = - \left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}} \right].$$

Ясно, что $\left| \left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} \right] \right| = \left| \left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}} \right] \right|$:

IV.5.1. Доказательство антикоммутативности векторного произведения

$$\left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right] = -\left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right].$$

Ясно, что $\left|\left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right]\right| = \left|\left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right]\right|$:

$$\left|\left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right]\right| = \qquad \qquad \qquad = \left|\left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right]\right|.$$

IV.5.1. Доказательство антикоммутативности векторного произведения

$$\left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right] = -\left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right].$$

Ясно, что $\left|\left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right]\right| = \left|\left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right]\right|$:

$$\left|\left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right]\right| = |\vec{\mathbf{a}}| \cdot |\vec{\mathbf{b}}| \sin \widehat{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}} = \left|\left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right]\right|.$$

IV.5.1. Доказательство антикоммутативности векторного произведения

$$\left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} \right] = - \left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}} \right].$$

Ясно, что $\left| \left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} \right] \right| = \left| \left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}} \right] \right|$:

$$\left| \left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} \right] \right| = |\vec{\mathbf{a}}| \cdot |\vec{\mathbf{b}}| \sin \widehat{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}} = |\vec{\mathbf{b}}| \cdot |\vec{\mathbf{a}}| \sin \widehat{\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}} = \left| \left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}} \right] \right|.$$

IV.5.1. Доказательство антикоммутативности векторного произведения

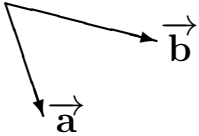
$$\left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} \right] = - \left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}} \right].$$

Ясно, что $\left| \left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} \right] \right| = \left| \left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}} \right] \right|$.

Осталось проверить противонаправленность векторов $\left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} \right]$ и $\left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}} \right]$.

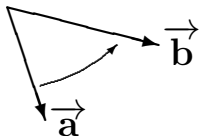
IV.5.1. Доказательство антикоммутативности векторного произведения

$$\left[\vec{a}, \vec{b} \right] = - \left[\vec{b}, \vec{a} \right] .$$



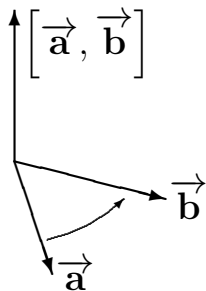
IV.5.1. Доказательство антикоммутативности векторного произведения

$$\left[\vec{a}, \vec{b} \right] = - \left[\vec{b}, \vec{a} \right] .$$



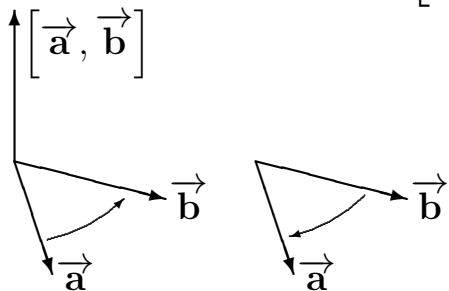
IV.5.1. Доказательство антикоммутативности векторного произведения

$$\left[\vec{a}, \vec{b} \right] = - \left[\vec{b}, \vec{a} \right] .$$



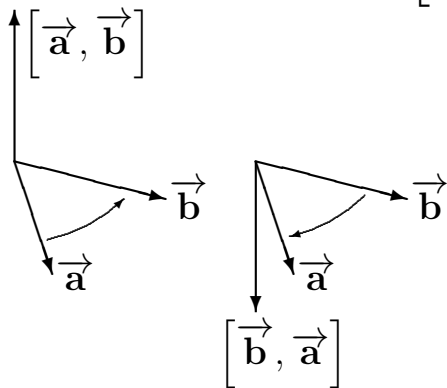
IV.5.1. Доказательство антикоммутативности векторного произведения

$$\left[\vec{a}, \vec{b} \right] = - \left[\vec{b}, \vec{a} \right].$$



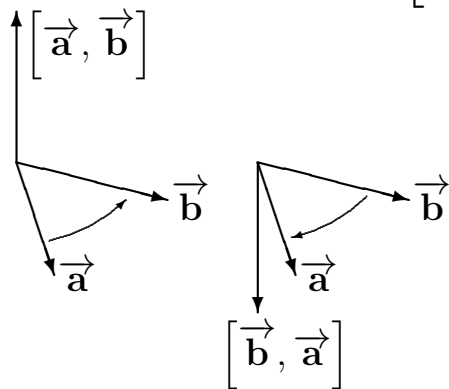
IV.5.1. Доказательство антикоммутативности векторного произведения

$$[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}].$$



IV.5.1. Доказательство антикоммутативности векторного произведения

$$[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}].$$



Значит, векторы $[\vec{a}, \vec{b}]$ и $[\vec{b}, \vec{a}]$ противоположны, и

$$|[\vec{a}, \vec{b}]| = |[\vec{b}, \vec{a}]|.$$

Свойство доказано.

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c} \right] = \left[\vec{a}, \vec{c} \right] + \left[\vec{b}, \vec{c} \right] \quad \text{и} \quad \left[\lambda \vec{a}, \vec{b} \right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b} \right].$$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c} \right] = \left[\vec{a}, \vec{c} \right] + \left[\vec{b}, \vec{c} \right] \quad \text{и} \quad \left[\lambda \vec{a}, \vec{b} \right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b} \right].$$

Второе утверждение следует непосредственно из **определения векторного произведения** определения операции **умножения вектора на число** и определения **правой тройки векторов** и **левой тройки векторов**

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$\left[\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{c}}\right] = \left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{c}}\right] + \left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{c}}\right] \quad \text{и} \quad \left[\lambda \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right] = \lambda \left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right].$$

Остается доказать первое утверждение.

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$\left[\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{c}}\right] = \left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{c}}\right] + \left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{c}}\right] \quad \text{и} \quad \left[\lambda \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right] = \lambda \left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right].$$

Сначала проверим, что для $\tau \in \mathbb{R}$ и любых векторов $\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}$,

$$\left[\vec{\mathbf{x}} + \tau \vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}\right] = \left[\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}\right]. \quad (6)$$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$\left[\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{c}}\right] = \left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{c}}\right] + \left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{c}}\right] \quad \text{и} \quad \left[\lambda \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right] = \lambda \left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right].$$

Сначала проверим, что для $\tau \in \mathbb{R}$ и любых векторов $\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}$,

$$\left[\vec{\mathbf{x}} + \tau \vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}\right] = \left[\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}\right]. \quad (6)$$

Если векторы $\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}$ коллинеарны, то утверждение очевидно. Значит, можно считать, что они не коллинеарны.

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

Сначала проверим, что для $\tau \in \mathbb{R}$ и любых векторов $\vec{x}, \vec{y}$,

$$[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}] = [\vec{x}, \vec{y}]. \quad (6)$$

Можно считать, что $\vec{x}$ и $\vec{y}$ не коллинеарны. Векторы $\vec{x}, \vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}$ компланарны, то есть параллельны некоторой плоскости.

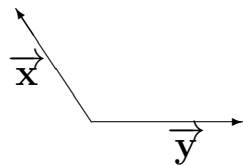


Рис. 3.

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

Сначала проверим, что для $\tau \in \mathbb{R}$ и любых векторов $\vec{x}, \vec{y}$,

$$[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}] = [\vec{x}, \vec{y}]. \quad (6)$$

Можно считать, что $\vec{x}$ и $\vec{y}$ не коллинеарны. Векторы $\vec{x}, \vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}$ компланарны, то есть параллельны некоторой плоскости.

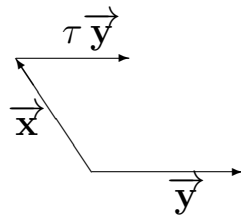


Рис. 3.

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

Сначала проверим, что для $\tau \in \mathbb{R}$ и любых векторов $\vec{x}, \vec{y}$,

$$[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}] = [\vec{x}, \vec{y}]. \quad (6)$$

Можно считать, что $\vec{x}$ и $\vec{y}$ не коллинеарны. Векторы $\vec{x}, \vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}$ компланарны, то есть параллельны некоторой плоскости.

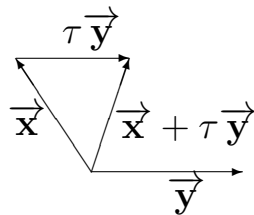


Рис. 3.

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

Сначала проверим, что для $\tau \in \mathbb{R}$ и любых векторов $\vec{x}, \vec{y}$,

$$[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}] = [\vec{x}, \vec{y}]. \quad (6)$$

Можно считать, что $\vec{x}$ и $\vec{y}$ не коллинеарны. Векторы $\vec{x}, \vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}$ компланарны, то есть параллельны некоторой плоскости.

Векторы $[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}]$ и $[\vec{x}, \vec{y}]$ перпендикулярны этой плоскости, значит, эти векторы коллинеарны.

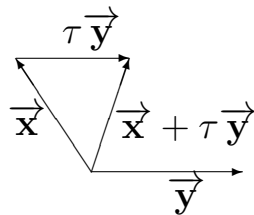


Рис. 3.

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

Сначала проверим, что для $\tau \in \mathbb{R}$ и любых векторов $\vec{x}, \vec{y}$,

$$[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}] = [\vec{x}, \vec{y}]. \quad (6)$$

Можно считать, что $\vec{x}$ и $\vec{y}$ не коллинеарны. Векторы $\vec{x}, \vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}$ компланарны, то есть параллельны некоторой плоскости.

Векторы $[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}]$ и $[\vec{x}, \vec{y}]$ перпендикулярны этой плоскости, значит, эти векторы коллинеарны.

Из **определения правой тройки** следует, что векторы $[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}]$ и $[\vec{x}, \vec{y}]$ сонаправлены.

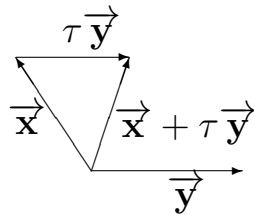


Рис. 3.

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

Сначала проверим, что для $\tau \in \mathbb{R}$ и любых векторов $\vec{x}, \vec{y}$,

$$[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}] = [\vec{x}, \vec{y}]. \quad (6)$$

Мы показали, что если $\vec{x}$ и $\vec{y}$ не коллинеарны, то векторы $[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}]$ и $[\vec{x}, \vec{y}]$ коллинеарны и сонаправлены.

Осталось доказать равенство длин векторов $[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}]$ и $[\vec{x}, \vec{y}]$.

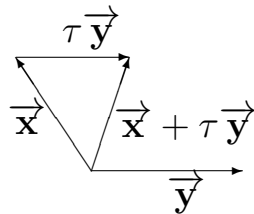


Рис. 3.

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

Сначала проверим, что для $\tau \in \mathbb{R}$ и любых векторов $\vec{x}, \vec{y}$,

$$[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}] = [\vec{x}, \vec{y}]. \quad (6)$$

Мы показали, что если $\vec{x}$ и $\vec{y}$ не коллинеарны, то векторы $[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}]$ и $[\vec{x}, \vec{y}]$ коллинеарны и сонаправлены.

Длины векторов $[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}]$ и $[\vec{x}, \vec{y}]$ численно равны площади равновеликих параллелограммов $OAC'C$ и $OC'C''C$.

Формула (6) доказана.

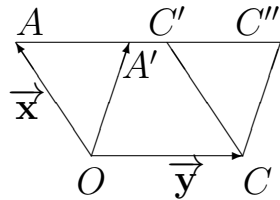


Рис. 3.

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\right] = \left[\vec{a}, \vec{c}\right] + \left[\vec{b}, \vec{c}\right] \quad \text{и} \quad \left[\lambda \vec{a}, \vec{b}\right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b}\right].$$

$$\left[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}\right] = \left[\vec{x}, \vec{y}\right]. \quad (6)$$

Теперь докажем $\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\right] = \left[\vec{a}, \vec{c}\right] + \left[\vec{b}, \vec{c}\right]$.

Нетрудно подобрать числа α, β так, чтобы вектора $\vec{a}' = \vec{a} + \alpha \vec{c}$ и $\vec{b}' = \vec{b} + \beta \vec{c}$ перпендикулярны вектору $\vec{c}$:

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

$$[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}] = [\vec{x}, \vec{y}]. \quad (6)$$

Теперь докажем $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}]$.

Нетрудно подобрать числа α, β так, чтобы вектора $\vec{a}' = \vec{a} + \alpha \vec{c}$ и $\vec{b}' = \vec{b} + \beta \vec{c}$ перпендикулярны вектору $\vec{c}$:

$$\begin{cases} 0 = (\vec{a} + \alpha \vec{c}, \vec{c}) = \\ 0 = (\vec{b} + \beta \vec{c}, \vec{c}) = \end{cases}$$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

$$[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}] = [\vec{x}, \vec{y}]. \quad (6)$$

Теперь докажем $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}]$.

Нетрудно подобрать числа α, β так, чтобы вектора $\vec{a}' = \vec{a} + \alpha \vec{c}$ и $\vec{b}' = \vec{b} + \beta \vec{c}$ перпендикулярны вектору $\vec{c}$:

$$\begin{cases} 0 = (\vec{a} + \alpha \vec{c}, \vec{c}) = (\vec{a}, \vec{c}) + \alpha (\vec{c}, \vec{c}), \\ 0 = (\vec{b} + \beta \vec{c}, \vec{c}) = \end{cases}$$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

$$[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}] = [\vec{x}, \vec{y}]. \quad (6)$$

Теперь докажем $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}]$.

Нетрудно подобрать числа α, β так, чтобы вектора $\vec{a}' = \vec{a} + \alpha \vec{c}$ и $\vec{b}' = \vec{b} + \beta \vec{c}$ перпендикулярны вектору $\vec{c}$:

$$\begin{cases} 0 = (\vec{a} + \alpha \vec{c}, \vec{c}) = (\vec{a}, \vec{c}) + \alpha (\vec{c}, \vec{c}), \\ 0 = (\vec{b} + \beta \vec{c}, \vec{c}) = (\vec{b}, \vec{c}) + \beta (\vec{c}, \vec{c}) \end{cases} \Rightarrow$$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

$$[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}] = [\vec{x}, \vec{y}]. \quad (6)$$

Теперь докажем $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}]$.

Нетрудно подобрать числа α, β так, чтобы вектора $\vec{a}' = \vec{a} + \alpha \vec{c}$ и $\vec{b}' = \vec{b} + \beta \vec{c}$ перпендикулярны вектору $\vec{c}$:

$$\begin{cases} 0 = (\vec{a} + \alpha \vec{c}, \vec{c}) = (\vec{a}, \vec{c}) + \alpha (\vec{c}, \vec{c}), \\ 0 = (\vec{b} + \beta \vec{c}, \vec{c}) = (\vec{b}, \vec{c}) + \beta (\vec{c}, \vec{c}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{(\vec{a}, \vec{c})}{(\vec{c}, \vec{c})}, \\ \beta = \frac{(\vec{b}, \vec{c})}{(\vec{c}, \vec{c})}. \end{cases}$$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

$$[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}] = [\vec{x}, \vec{y}]. \quad (6)$$

Теперь докажем $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}]$.

Итак, $\vec{a}' = \vec{a} + \alpha \vec{c} \perp \vec{c}$ и $\vec{b}' = \vec{b} + \beta \vec{c} \perp \vec{c}$, $\vec{d} = \vec{a}' + \vec{b}'$.

Так как $\vec{d} = (\vec{a} + \vec{b}) + (\alpha + \beta) \vec{c}$, то, **по (6)**, имеем

$$[\vec{a}, \vec{c}] = [\vec{a}', \vec{c}], \quad [\vec{b}, \vec{c}] = [\vec{b}', \vec{c}], \quad [\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{d}, \vec{c}]. \quad (7)$$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

$$[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}] = [\vec{x}, \vec{y}]. \quad (6)$$

$$[\vec{a}, \vec{c}] = [\vec{a}', \vec{c}], \quad [\vec{b}, \vec{c}] = [\vec{b}', \vec{c}], \quad [\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{d}, \vec{c}]. \quad (7)$$

$$\vec{a}' = \vec{a} + \alpha \vec{c} \perp \vec{c}, \quad \vec{b}' = \vec{b} + \beta \vec{c} \perp \vec{c}, \quad \vec{d} = \vec{a}' + \vec{b}' \perp \vec{c},$$

$$[\vec{a}', \vec{c}] \perp \vec{c}, \quad [\vec{b}', \vec{c}] \perp \vec{c}, \quad [\vec{d}, \vec{c}] \perp \vec{c},$$

значит, $\vec{a}', \vec{b}', \vec{d}, [\vec{a}', \vec{c}], [\vec{b}', \vec{c}], [\vec{d}, \vec{c}]$ компланарны.

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

Перенесем все векторы в одну точку, которую обозначим буквой O . Пусть $A', A'', B', B'', D', D''$ — концы векторов, соответственно, $\vec{a}', [\vec{a}', \vec{c}], \vec{b}', [\vec{b}', \vec{c}], \vec{a}' + \vec{b}', [\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}]$.

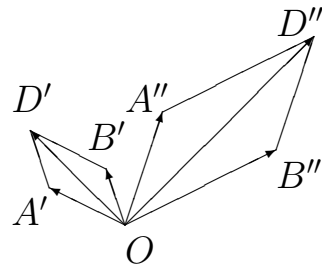


Рис. 4.

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

Перенесем все векторы в одну точку, которую обозначим буквой O . Пусть $A', A'', B', B'', D', D''$ — концы векторов, соответственно, $\vec{a}', [\vec{a}', \vec{c}], \vec{b}', [\vec{b}', \vec{c}], \vec{a}' + \vec{b}', [\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}]$.

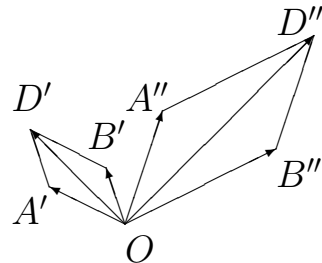


Рис. 4.

Заметим, что $\triangle A'OA'' \sim \triangle B'OB'' \sim \triangle D'OD''$, причем коэффициент подобия равен $|\vec{c}|$. Поэтому $OA''D''B''$ — параллелограмм.

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

Перенесем все векторы в одну точку, которую обозначим буквой O . Пусть $A', A'', B', B'', D', D''$ — концы векторов, соответственно, $\vec{a}', [\vec{a}', \vec{c}], \vec{b}', [\vec{b}', \vec{c}], \vec{a}' + \vec{b}', [\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}]$.

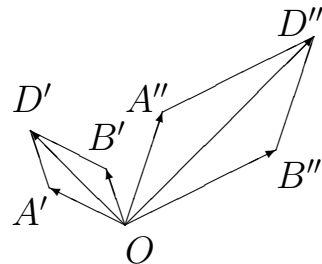


Рис. 4.

$$[\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}] = [\vec{OA'} + \vec{OB'}, \vec{c}] = \vec{OD''} =$$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

Перенесем все векторы в одну точку, которую обозначим буквой O . Пусть $A', A'', B', B'', D', D''$ — концы векторов, соответственно, $\vec{a}', [\vec{a}', \vec{c}], \vec{b}', [\vec{b}', \vec{c}], \vec{a}' + \vec{b}', [\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}]$.

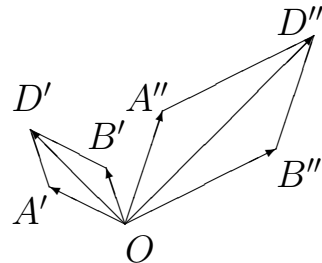


Рис. 4.

$$\begin{aligned} [\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}] &= [\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'}, \vec{c}] = \overrightarrow{OD''} = \\ &= \overrightarrow{OA''} + \overrightarrow{OB''} = \end{aligned}$$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

Перенесем все векторы в одну точку, которую обозначим буквой O . Пусть $A', A'', B', B'', D', D''$ — концы векторов, соответственно, $\vec{a}', [\vec{a}', \vec{c}], \vec{b}', [\vec{b}', \vec{c}], \vec{a}' + \vec{b}', [\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}]$.

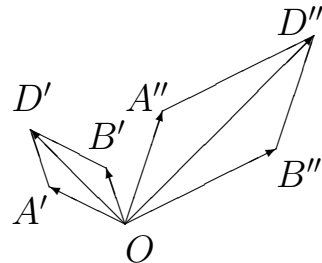


Рис. 4.

$$\begin{aligned} [\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}] &= [\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'}, \vec{c}] = \overrightarrow{OD''} = \\ &= \overrightarrow{OA''} + \overrightarrow{OB''} = [\overrightarrow{OA'}, \vec{c}] + [\overrightarrow{OB'}, \vec{c}] = \end{aligned}$$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}] \quad \text{и} \quad [\lambda \vec{a}, \vec{b}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}].$$

Перенесем все векторы в одну точку, которую обозначим буквой O . Пусть $A', A'', B', B'', D', D''$ — концы векторов, соответственно, $\vec{a}', [\vec{a}', \vec{c}], \vec{b}', [\vec{b}', \vec{c}], \vec{a}' + \vec{b}', [\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}]$.

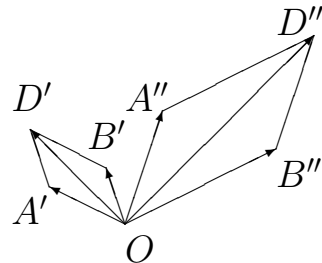


Рис. 4.

$$\begin{aligned} [\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}] &= [\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'}, \vec{c}] = \overrightarrow{OD''} = \\ &= \overrightarrow{OA''} + \overrightarrow{OB''} = [\overrightarrow{OA'}, \vec{c}] + [\overrightarrow{OB'}, \vec{c}] = [\vec{a}', \vec{c}] + [\vec{b}', \vec{c}]. \end{aligned}$$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\right] = \left[\vec{a}, \vec{c}\right] + \left[\vec{b}, \vec{c}\right] \quad \text{и} \quad \left[\lambda \vec{a}, \vec{b}\right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b}\right].$$

$$\left[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}\right] = \left[\vec{x}, \vec{y}\right]. \quad (6)$$

$$\left[\vec{a}, \vec{c}\right] = \left[\vec{a}', \vec{c}\right], \quad \left[\vec{b}, \vec{c}\right] = \left[\vec{b}', \vec{c}\right], \quad \left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\right] = \left[\vec{d}, \vec{c}\right]. \quad (7)$$

Используя полученное равенство

$$\left[\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}\right] = \left[\vec{a}', \vec{c}\right] + \left[\vec{b}', \vec{c}\right]$$

и равенства (6), (7), получаем $\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\right] =$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\right] = \left[\vec{a}, \vec{c}\right] + \left[\vec{b}, \vec{c}\right] \quad \text{и} \quad \left[\lambda \vec{a}, \vec{b}\right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b}\right].$$

$$\left[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}\right] = \left[\vec{x}, \vec{y}\right]. \quad (6)$$

$$\left[\vec{a}, \vec{c}\right] = \left[\vec{a}', \vec{c}\right], \quad \left[\vec{b}, \vec{c}\right] = \left[\vec{b}', \vec{c}\right], \quad \left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\right] = \left[\vec{d}, \vec{c}\right]. \quad (7)$$

Используя полученное равенство

$$\left[\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}\right] = \left[\vec{a}', \vec{c}\right] + \left[\vec{b}', \vec{c}\right]$$

и равенства (6), (7), получаем $\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\right] =$

$$= \left[\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}\right] =$$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c} \right] = \left[\vec{a}, \vec{c} \right] + \left[\vec{b}, \vec{c} \right] \quad \text{и} \quad \left[\lambda \vec{a}, \vec{b} \right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b} \right].$$

$$\left[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y} \right] = \left[\vec{x}, \vec{y} \right]. \quad (6)$$

$$\left[\vec{a}, \vec{c} \right] = \left[\vec{a}', \vec{c} \right], \quad \left[\vec{b}, \vec{c} \right] = \left[\vec{b}', \vec{c} \right], \quad \left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c} \right] = \left[\vec{d}, \vec{c} \right]. \quad (7)$$

Используя полученное равенство

$$\left[\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c} \right] = \left[\vec{a}', \vec{c} \right] + \left[\vec{b}', \vec{c} \right]$$

и равенства (6), (7), получаем $\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c} \right] =$

$$= \left[\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c} \right] = \left[\vec{a}', \vec{c} \right] + \left[\vec{b}', \vec{c} \right] =$$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\right] = \left[\vec{a}, \vec{c}\right] + \left[\vec{b}, \vec{c}\right] \quad \text{и} \quad \left[\lambda \vec{a}, \vec{b}\right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b}\right].$$

$$\left[\vec{x} + \tau \vec{y}, \vec{y}\right] = \left[\vec{x}, \vec{y}\right]. \quad (6)$$

$$\left[\vec{a}, \vec{c}\right] = \left[\vec{a}', \vec{c}\right], \quad \left[\vec{b}, \vec{c}\right] = \left[\vec{b}', \vec{c}\right], \quad \left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\right] = \left[\vec{d}, \vec{c}\right]. \quad (7)$$

Используя полученное равенство

$$\left[\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}\right] = \left[\vec{a}', \vec{c}\right] + \left[\vec{b}', \vec{c}\right]$$

и равенства (6), (7), получаем $\left[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\right] =$

$$= \left[\vec{a}' + \vec{b}', \vec{c}\right] = \left[\vec{a}', \vec{c}\right] + \left[\vec{b}', \vec{c}\right] = \left[\vec{a}, \vec{c}\right] + \left[\vec{b}, \vec{c}\right].$$

IV.5.2. Доказательство линейности векторного произведения по первому сомножителю

$$\left[\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{c}}\right] = \left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{c}}\right] + \left[\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{c}}\right] \quad \text{и} \quad \left[\lambda \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right] = \lambda \left[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right].$$

Линейность векторного произведения по первому множителю доказана.

IV.5.3. Доказательство линейности векторного произведения по второму сомножителю

$$\left[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c} \right] = \left[\vec{a}, \vec{b} \right] + \left[\vec{a}, \vec{c} \right] \quad \text{и} \quad \left[\vec{a}, \lambda \vec{b} \right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b} \right].$$

IV.5.3. Доказательство линейности векторного произведения по второму сомножителю

$$\left[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}\right] = \left[\vec{a}, \vec{b}\right] + \left[\vec{a}, \vec{c}\right] \quad \text{и} \quad \left[\vec{a}, \lambda \vec{b}\right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b}\right].$$

$$\left[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}\right] =$$

IV.5.3. Доказательство линейности векторного произведения по второму сомножителю

$$\left[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c} \right] = \left[\vec{a}, \vec{b} \right] + \left[\vec{a}, \vec{c} \right] \quad \text{и} \quad \left[\vec{a}, \lambda \vec{b} \right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b} \right].$$

$$\left[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c} \right] = - \left[\vec{b} + \vec{c}, \vec{a} \right] =$$

IV.5.3. Доказательство линейности векторного произведения по второму сомножителю

$$\left[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}\right] = \left[\vec{a}, \vec{b}\right] + \left[\vec{a}, \vec{c}\right] \quad \text{и} \quad \left[\vec{a}, \lambda \vec{b}\right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b}\right].$$

$$\begin{aligned} \left[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}\right] &= -\left[\vec{b} + \vec{c}, \vec{a}\right] = \\ &= -\left[\vec{b}, \vec{a}\right] - \left[\vec{c}, \vec{a}\right] = \end{aligned}$$

IV.5.3. Доказательство линейности векторного произведения по второму сомножителю

$$\left[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}\right] = \left[\vec{a}, \vec{b}\right] + \left[\vec{a}, \vec{c}\right] \quad \text{и} \quad \left[\vec{a}, \lambda \vec{b}\right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b}\right].$$

$$\begin{aligned} \left[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}\right] &= -\left[\vec{b} + \vec{c}, \vec{a}\right] = \\ &= -\left[\vec{b}, \vec{a}\right] - \left[\vec{c}, \vec{a}\right] = \left[\vec{a}, \vec{b}\right] + \left[\vec{a}, \vec{c}\right], \end{aligned}$$

IV.5.3. Доказательство линейности векторного произведения по второму сомножителю

$$\left[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c} \right] = \left[\vec{a}, \vec{b} \right] + \left[\vec{a}, \vec{c} \right] \quad \text{и} \quad \left[\vec{a}, \lambda \vec{b} \right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b} \right].$$

$$\left[\vec{a}, \lambda \vec{b} \right] =$$

IV.5.3. Доказательство линейности векторного произведения по второму сомножителю

$$\left[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}\right] = \left[\vec{a}, \vec{b}\right] + \left[\vec{a}, \vec{c}\right] \quad \text{и} \quad \left[\vec{a}, \lambda \vec{b}\right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b}\right].$$

$$\left[\vec{a}, \lambda \vec{b}\right] = - \left[\lambda \vec{b}, \vec{a}\right] =$$

IV.5.3. Доказательство линейности векторного произведения по второму сомножителю

$$\left[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}\right] = \left[\vec{a}, \vec{b}\right] + \left[\vec{a}, \vec{c}\right] \quad \text{и} \quad \left[\vec{a}, \lambda \vec{b}\right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b}\right].$$

$$\left[\vec{a}, \lambda \vec{b}\right] = -\left[\lambda \vec{b}, \vec{a}\right] = -\lambda \left[\vec{b}, \vec{a}\right] =$$

IV.5.3. Доказательство линейности векторного произведения по второму сомножителю

$$\left[\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}\right] = \left[\vec{a}, \vec{b}\right] + \left[\vec{a}, \vec{c}\right] \quad \text{и} \quad \left[\vec{a}, \lambda \vec{b}\right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b}\right].$$

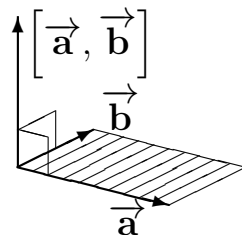
$$\left[\vec{a}, \lambda \vec{b}\right] = -\left[\lambda \vec{b}, \vec{a}\right] = -\lambda \left[\vec{b}, \vec{a}\right] = \lambda \left[\vec{a}, \vec{b}\right].$$

IV.5.4. Доказательство критерия коллинеарности
 $[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}] = \vec{\mathbf{0}}$ тогда и только тогда, когда $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$ коллинеарны.

Утверждение очевидно, достаточно вычислить длину вектора $[\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}]$.

IV.5.5. Доказательство геометрического смысла векторного произведения

Геометрический смысл: $[\vec{a}, \vec{b}]$ — вектор, перпендикулярный параллелограмму, построенному на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, причем $\left| [\vec{a}, \vec{b}] \right|$ численно равен площади этого параллелограмма.



Это следствие из **определения векторного произведения**.

IV.6. Свойства **смешанного произведения векторов**

Геометрический смысл смешанного произведения векторов:

Утверждение **IV.1.** $|\vec{a} \vec{b} \vec{c}|$ равен объему параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Критерий правой и левой тройки векторов:

Утверждение **IV.2.** Тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является правой (левой) тогда и только тогда, когда $\vec{a} \vec{b} \vec{c} > 0$ (соответственно, $\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0$).

Критерий компланарности векторов:

Утверждение **IV.3.** Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ компланарны тогда и только тогда, когда $\vec{a} \vec{b} \vec{c} = 0$.

IV.6. Свойства **смешанного произведения векторов**

Полилинейность смешанного произведения векторов:

Утверждение **IV.4.**

$$(\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}) \vec{c} \vec{d} = \alpha \vec{a} \vec{c} \vec{d} + \beta \vec{b} \vec{c} \vec{d};$$

$$\vec{a} (\alpha \vec{b} + \beta \vec{c}) \vec{d} = \alpha \vec{a} \vec{b} \vec{d} + \beta \vec{a} \vec{c} \vec{d};$$

$$\vec{a} \vec{b} (\alpha \vec{c} + \beta \vec{d}) = \alpha \vec{a} \vec{b} \vec{c} + \beta \vec{a} \vec{b} \vec{d}.$$

Циклическое свойство смешанного произведения:

Утверждение **IV.5.**

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \vec{b} \vec{c} \vec{a} = \vec{c} \vec{a} \vec{b} = -\vec{b} \vec{a} \vec{c} = -\vec{c} \vec{b} \vec{a} = -\vec{a} \vec{c} \vec{b}.$$

Координатная формула вычисления смешанного произведения.

IV.6.1. Геометрический смысл **смешанного произведения векторов**

Утверждение **IV.1.** $\left| \vec{a} \vec{b} \vec{c} \right|$ равен объему параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Доказательство.

IV.6.1. Геометрический смысл смешанного произведения векторов

Утверждение **IV.1.** $\left| \vec{a} \vec{b} \vec{c} \right|$ равен объему параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Доказательство. По определению

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \left([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c} \right) = \left| [\vec{a}, \vec{b}] \right| \cdot \text{пр}_{[\vec{a}, \vec{b}]} \vec{c}.$$

IV.6.1. Геометрический смысл смешанного произведения векторов

Утверждение **IV.1.** $|\vec{a} \vec{b} \vec{c}|$ равен объему параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Доказательство. По определению

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \left([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c} \right) = |[\vec{a}, \vec{b}]| \cdot \text{пр}_{[\vec{a}, \vec{b}]} \vec{c}.$$

Поэтому в силу **линейности скалярного произведения** можно считать, что тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — правая, в противном случае можно заменить вектор $\vec{c}$ на $-\vec{c}$, что не изменит абсолютной величины числа $\vec{a} \vec{b} \vec{c}$.

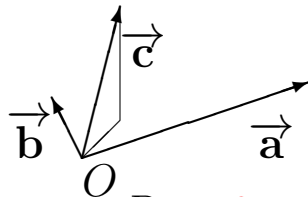


Рис. 6.

IV.6.1. Геометрический смысл смешанного произведения векторов

Утверждение **IV.1.** $|\vec{a} \vec{b} \vec{c}|$ равен объему параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Доказательство. По определению

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \left([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c} \right) = |[\vec{a}, \vec{b}]| \cdot \text{пр}_{[\vec{a}, \vec{b}]} \vec{c}.$$

Согласно **свойствам векторного произведения**, $|[\vec{a}, \vec{b}]|$ численно равен

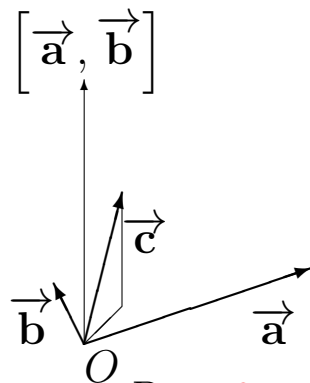


Рис. 6.

IV.6.1. Геометрический смысл смешанного произведения векторов

Утверждение **IV.1.** $\left| \vec{a} \vec{b} \vec{c} \right|$ равен объему параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Доказательство. По определению

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \left([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c} \right) = \left| [\vec{a}, \vec{b}] \right| \cdot \text{пр}_{[\vec{a}, \vec{b}]} \vec{c}.$$

Согласно **свойствам векторного произведения**, $\left| [\vec{a}, \vec{b}] \right|$ численно равен

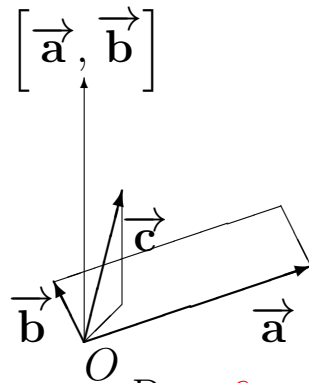


Рис. 6.

IV.6.1. Геометрический смысл смешанного произведения векторов

Утверждение **IV.1.** $\left| \vec{a} \vec{b} \vec{c} \right|$ равен объему параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Доказательство. По определению

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \left([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c} \right) = \left| [\vec{a}, \vec{b}] \right| \cdot \text{пр}_{[\vec{a}, \vec{b}]} \vec{c}.$$

Согласно **свойствам векторного произведения**, $\left| [\vec{a}, \vec{b}] \right|$ численно равен площади параллелограмма на векторах $\vec{a}, \vec{b}$.

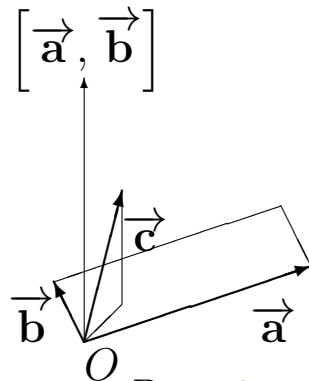


Рис. 6.

IV.6.1. Геометрический смысл смешанного произведения векторов

Утверждение **IV.1.** $|\vec{a} \vec{b} \vec{c}|$ равен объему параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Доказательство. По определению

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = ([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c}) = |[\vec{a}, \vec{b}]| \cdot \text{пр}_{[\vec{a}, \vec{b}]} \vec{c}.$$

Согласно **свойствам векторного произведения**, $|[\vec{a}, \vec{b}]|$ численно равен площади

параллелограмма на векторах $\vec{a}, \vec{b}$.

$\text{пр}_{[\vec{a}, \vec{b}]} \vec{c}$ равна длине отрезка OH , то есть

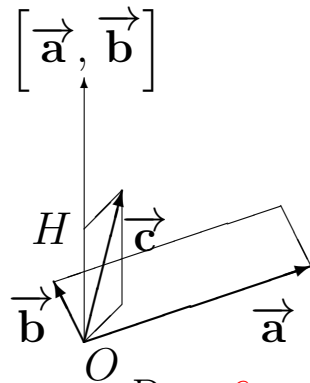


Рис. 6.

IV.6.1. Геометрический смысл смешанного произведения векторов

Утверждение **IV.1.** $|\vec{a} \vec{b} \vec{c}|$ равен объему параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Доказательство. По определению

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \left([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c} \right) = |[\vec{a}, \vec{b}]| \cdot \text{пр}_{[\vec{a}, \vec{b}]} \vec{c}.$$

Согласно **свойствам векторного произведения**, $|[\vec{a}, \vec{b}]|$ численно равен площади

параллелограмма на векторах $\vec{a}, \vec{b}$.

$\text{пр}_{[\vec{a}, \vec{b}]} \vec{c}$ равна длине отрезка OH , то есть

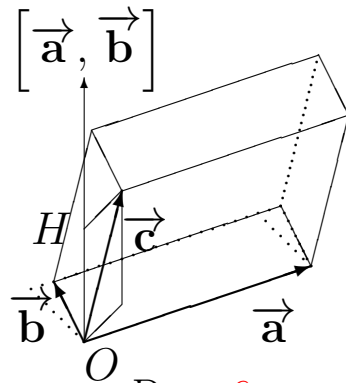


Рис. 6.

IV.6.1. Геометрический смысл смешанного произведения векторов

Утверждение **IV.1.** $|\vec{a} \vec{b} \vec{c}|$ равен объему параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Доказательство. По определению

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \left([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c} \right) = |[\vec{a}, \vec{b}]| \cdot \text{пр}_{[\vec{a}, \vec{b}]} \vec{c}.$$

Согласно **свойствам векторного произведения**, $|[\vec{a}, \vec{b}]|$ численно равен площади параллелограмма на векторах $\vec{a}, \vec{b}$. $\text{пр}_{[\vec{a}, \vec{b}]} \vec{c}$ равна длине отрезка OH , то есть длине высоты параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

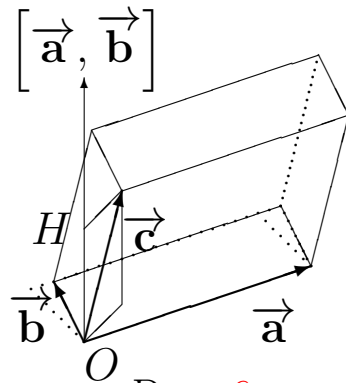


Рис. 6.

IV.6.1. Геометрический смысл смешанного произведения векторов

Утверждение **IV.1.** $\left| \vec{a} \vec{b} \vec{c} \right|$ равен объему параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Доказательство. По определению

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \left([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c} \right) = \left| [\vec{a}, \vec{b}] \right| \cdot \text{пр}_{[\vec{a}, \vec{b}]} \vec{c}.$$

Итак, $\left| [\vec{a}, \vec{b}] \right| \cdot \text{пр}_{[\vec{a}, \vec{b}]} \vec{c}$ численно равно объему параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, что и требовалось доказать.

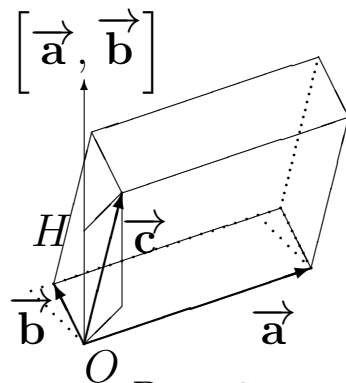


Рис. 6.

IV.6.2. Критерий правой и левой тройки векторов

Утверждение **IV.2.** Тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является правой (левой) тогда и только тогда, когда $\vec{a} \vec{b} \vec{c} > 0$ (соответственно, $\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0$).

Доказательство.

IV.6.2. Критерий правой и левой тройки векторов

Утверждение **IV.2**. Тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является правой (левой) тогда и только тогда, когда $\vec{a} \vec{b} \vec{c} > 0$ (соответственно, $\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0$).

Доказательство.

Если $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — правая тройка векторов, то $\vec{a} \vec{b} \vec{c} > 0$, поскольку это число равно объему параллелепипеда на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

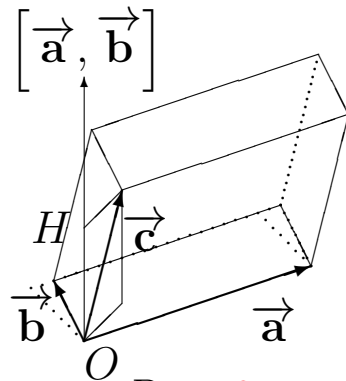


Рис. 6.

IV.6.2. Критерий правой и левой тройки векторов

Утверждение **IV.2.** Тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является правой (левой) тогда и только тогда, когда $\vec{a} \vec{b} \vec{c} > 0$ (соответственно, $\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0$).

Доказательство.

Если $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — левая тройка векторов, то тройка $\vec{a}, \vec{b}, (-\vec{c})$ является правой, поэтому в силу **линейности скалярного произведения**

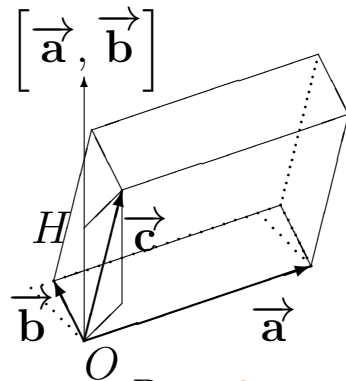


Рис. 6.

IV.6.2. Критерий правой и левой тройки векторов

Утверждение **IV.2.** Тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является правой (левой) тогда и только тогда, когда $\vec{a} \vec{b} \vec{c} > 0$ (соответственно, $\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0$).

Доказательство.

Если $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — левая тройка векторов, то тройка $\vec{a}, \vec{b}, (-\vec{c})$ является правой, поэтому в силу **линейности скалярного произведения** $0 < \vec{a} \vec{b} (-\vec{c}) =$

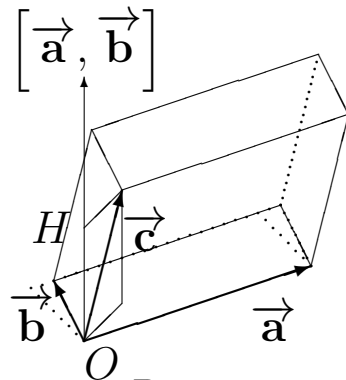


Рис. 6.

IV.6.2. Критерий правой и левой тройки векторов

Утверждение **IV.2.** Тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является правой (левой) тогда и только тогда, когда $\vec{a} \vec{b} \vec{c} > 0$ (соответственно, $\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0$).

Доказательство.

Если $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — левая тройка векторов, то тройка $\vec{a}, \vec{b}, (-\vec{c})$ является правой, поэтому в силу **линейности скалярного произведения** $0 < \vec{a} \vec{b} (-\vec{c}) = \left([\vec{a}, \vec{b}], (-\vec{c}) \right) =$

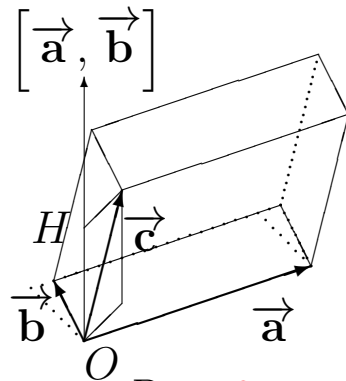


Рис. 6.

IV.6.2. Критерий правой и левой тройки векторов

Утверждение IV.2. Тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является правой (левой) тогда и только тогда, когда $\vec{a} \vec{b} \vec{c} > 0$ (соответственно, $\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0$).

Доказательство.

Если $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — левая тройка векторов, то тройка $\vec{a}, \vec{b}, (-\vec{c})$ является правой, поэтому

в силу **линейности скалярного произведения**

$$0 < \vec{a} \vec{b} (-\vec{c}) = \left([\vec{a}, \vec{b}], (-\vec{c}) \right) = \\ = - \left([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c} \right) =$$

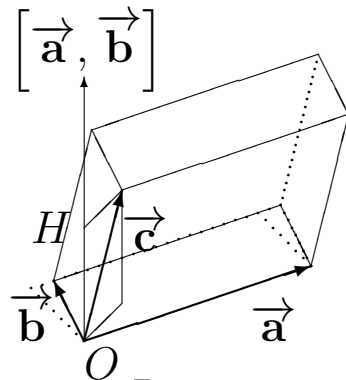


Рис. 6.

IV.6.2. Критерий правой и левой тройки векторов

Утверждение IV.2. Тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является правой (левой) тогда и только тогда, когда $\vec{a} \vec{b} \vec{c} > 0$ (соответственно, $\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0$).

Доказательство.

Если $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — левая тройка векторов, то тройка $\vec{a}, \vec{b}, (-\vec{c})$ является правой, поэтому

в силу **линейности скалярного произведения**

$$\begin{aligned} 0 < \vec{a} \vec{b} (-\vec{c}) &= \left([\vec{a}, \vec{b}], (-\vec{c}) \right) = \\ &= - \left([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c} \right) = -\vec{a} \vec{b} \vec{c}. \end{aligned}$$

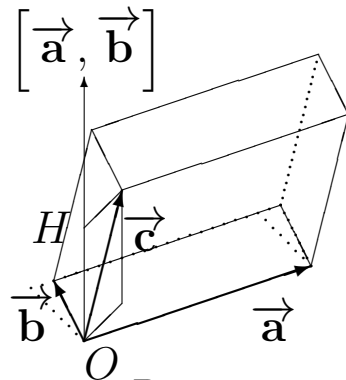


Рис. 6.

IV.6.2. Критерий правой и левой тройки векторов

Утверждение IV.2. Тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является правой (левой) тогда и только тогда, когда $\vec{a} \vec{b} \vec{c} > 0$ (соответственно, $\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0$).

Доказательство.

Если $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — левая тройка векторов, то тройка $\vec{a}, \vec{b}, (-\vec{c})$ является правой, поэтому

в силу **линейности скалярного произведения**

$$\begin{aligned} 0 < \vec{a} \vec{b} (-\vec{c}) &= \left([\vec{a}, \vec{b}], (-\vec{c}) \right) = \\ &= - \left([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c} \right) = -\vec{a} \vec{b} \vec{c}. \end{aligned}$$

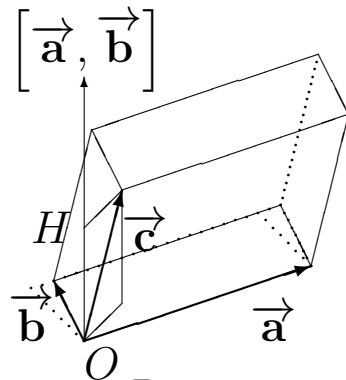


Рис. 6.

Следовательно, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — левая тройка векторов тогда и только тогда, когда $\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0$. Свойство доказано.

IV.6.3. Критерий компланарности векторов

Утверждение **IV.3.** Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ компланарны тогда и только тогда, когда $\vec{a} \vec{b} \vec{c} = 0$.

Доказательство.

IV.6.3. Критерий компланарности векторов

Утверждение **IV.3.** Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ компланарны тогда и только тогда, когда $\vec{a} \vec{b} \vec{c} = 0$.

Доказательство. Это очевидное следствие из **геометрического смысла смешанного произведения векторов.**

IV.6.4. Полилинейность смешанного произведения векторов

$$\left(\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}\right) \vec{c} \vec{d} = \alpha \vec{a} \vec{c} \vec{d} + \beta \vec{b} \vec{c} \vec{d};$$

$$\vec{a} \left(\alpha \vec{b} + \beta \vec{c}\right) \vec{d} = \alpha \vec{a} \vec{b} \vec{d} + \beta \vec{a} \vec{c} \vec{d};$$

$$\vec{a} \vec{b} \left(\alpha \vec{c} + \beta \vec{d}\right) = \alpha \vec{a} \vec{b} \vec{c} + \beta \vec{a} \vec{b} \vec{d}.$$

Доказательство. Это свойство является следствием **определения смешанного произведения** векторов, **линейности скалярного** и **линейности векторного произведения** векторов.

IV.6.5. Циклическое свойство смешанного произведения векторов

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \vec{b} \vec{c} \vec{a} = \vec{c} \vec{a} \vec{b} = -\vec{b} \vec{a} \vec{c} = -\vec{c} \vec{b} \vec{a} = -\vec{a} \vec{c} \vec{b}.$$

Доказательство.

IV.6.5. Циклическое свойство смешанного произведения векторов

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \vec{b} \vec{c} \vec{a} = \vec{c} \vec{a} \vec{b} = -\vec{b} \vec{a} \vec{c} = -\vec{c} \vec{b} \vec{a} = -\vec{a} \vec{c} \vec{b}.$$

Доказательство. Это очевидное следствие из **геометрического смысла смешанного произведения** в сочетании с **критерием правой и левой тройки векторов** и **критерием компланарности векторов**.

IV.7. Представление отношений в виде равенств

$$\vec{a} \neq \vec{0}, \quad \vec{b} \neq \vec{0}, \quad \vec{c} \neq \vec{0}$$

Коллинеарность

$$\vec{a} \parallel \vec{b}$$

$$\vec{a} = \lambda \vec{b};$$

IV.7. Представление отношений в виде равенств

$\vec{a} \neq \vec{0}, \quad \vec{b} \neq \vec{0}, \quad \vec{c} \neq \vec{0}$

Коллинеарность

$\vec{a} \parallel \vec{b}$	$\vec{a} = \lambda \vec{b};$

Ортогональность

$\vec{a} \perp \vec{b}$	$(\vec{a}; \vec{b}) = 0;$

IV.7. Представление отношений в виде равенств

$\vec{a} \neq \vec{0}, \quad \vec{b} \neq \vec{0}, \quad \vec{c} \neq \vec{0}$	
Коллинеарность	
$\vec{a} \parallel \vec{b}$	$\vec{a} = \lambda \vec{b};$
Ортогональность	
$\vec{a} \perp \vec{b}$	$(\vec{a}; \vec{b}) = 0;$
Компланарность	
$\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$	$(\vec{a} \ \vec{b} \ \vec{c}) = 0;$

IV.7. Представление отношений в виде равенств

$\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}, \vec{c} \neq \vec{0}$	
Коллинеарность	
$\vec{a} \parallel \vec{b}$	$\vec{a} = \lambda \vec{b};$
Ортогональность	
$\vec{a} \perp \vec{b}$	$(\vec{a}; \vec{b}) = 0;$
Компланарность	
$\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$	$(\vec{a} \ \vec{b} \ \vec{c}) = 0;$
Вычисления значений величин	
длина вектора $\vec{a}$: $ \vec{a} $	$ \vec{a} = \sqrt{(\vec{a}; \vec{a})};$

IV.7. Представление отношений в виде равенств

$\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}, \vec{c} \neq \vec{0}$	
Коллинеарность	
$\vec{a} \parallel \vec{b}$	$\vec{a} = \lambda \vec{b};$
Ортогональность	
$\vec{a} \perp \vec{b}$	$(\vec{a}; \vec{b}) = 0;$
Компланарность	
$\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$	$(\vec{a} \vec{b} \vec{c}) = 0;$
Вычисления значений величин	
длина вектора $\vec{a}$: $ \vec{a} $	$ \vec{a} = \sqrt{(\vec{a}; \vec{a})};$
угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$: $\widehat{\vec{a} \vec{b}}$	$\cos \widehat{\vec{a} \vec{b}} = \frac{(\vec{a}; \vec{b})}{ \vec{a} \cdot \vec{b} }$

IV.8. Некоторые критерии векторной алгебры

Некоторые критерии ($\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}, \vec{c} \neq \vec{0}$)	
Особенность расположения векторов	Характеристическое свойство
Коллинеарность (параллельность)	$\vec{a} = \lambda \vec{b}$ $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$
Ортогональность	$(\vec{a}, \vec{b}) = \vec{a} \vec{b} = 0$
Компланарность	$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = 0$
$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — правая тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — левая тройка векторов	$\vec{a} \vec{b} \vec{c} > 0$ $\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0$

Координатная модель векторной алгебры

Постановка задачи о задании вектора с помощью чисел

Линейная комбинация

Эквивалентность однозначности и минимальности

Теорема об эквивалентности минимальности системы порождающих и однозначности разложения

Однозначность и линейная независимость

Теорема о базисе прямой

Теорема о базисе плоскости

Теорема о базисе пространства

Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Координаты вектора

Формулы для вычислений с помощью координат

V.1. Постановка задачи о задании вектора с помощью чисел

Векторно-символическая модель позволяет свести операции и отношения к *векторным равенствам*. Однако наиболее мощный аналитический аппарат в математике развит для *числовых равенств*. Поэтому нам следует разработать стандартную форму задания вектора, позволяющую свести проблемы векторной алгебры к *числовым равенствам и неравенствам*.

Цель 1. *Найти способ выбора такой системы векторов, чтобы любой вектор можно было выразить через векторы этой системы с использованием операций произведения вектора на число, сложения векторов. Такое представление вектора мы могли бы взять в качестве стандартного представления вектора и свести задание вектора к набору числовых параметров.*

Цель 1. *Найти способ выбора такой системы векторов, чтобы любой вектор выразить через векторы этой системы с использованием операций произведения вектора на число, сложения векторов. Такое представление вектора мы могли бы взять в качестве стандартного представления вектора и свести задание вектора к набору числовых параметров.*

Построим произвольные комбинации векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$:

$$3 \left(\vec{c} - 2 \left(\vec{a} - \vec{c} + 2\vec{b} \right) \right) - \left(\vec{a} + \vec{b} \right) =$$

Цель 1. *Найти способ выбора такой системы векторов, чтобы любой вектор выразить через векторы этой системы с использованием операций произведения вектора на число, сложения векторов. Такое представление вектора мы могли бы взять в качестве стандартного представления вектора и свести задание вектора к набору числовых параметров.*

Построим произвольные комбинации векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$:

$$\begin{aligned} & 3 \left(\vec{c} - 2 \left(\vec{a} - \vec{c} + 2\vec{b} \right) \right) - \left(\vec{a} + \vec{b} \right) = \\ & = 3\vec{c} - 6\vec{a} + 6\vec{c} - 12\vec{b} - \vec{a} - \vec{b} = \end{aligned}$$

Цель 1. *Найти способ выбора такой системы векторов, чтобы любой вектор выразить через векторы этой системы с использованием операций произведения вектора на число, сложения векторов. Такое представление вектора мы могли бы взять в качестве стандартного представления вектора и свести задание вектора к набору числовых параметров.*

Построим произвольные комбинации векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$:

$$\begin{aligned} & 3 \left(\vec{c} - 2 \left(\vec{a} - \vec{c} + 2\vec{b} \right) \right) - \left(\vec{a} + \vec{b} \right) = \\ & = 3\vec{c} - 6\vec{a} + 6\vec{c} - 12\vec{b} - \vec{a} - \vec{b} = -7\vec{a} - 13\vec{b} + 9\vec{c}. \end{aligned}$$

Цель 1. *Найти способ выбора такой системы векторов, чтобы любой вектор выразить через векторы этой системы с использованием операций произведения вектора на число, сложения векторов. Такое представление вектора мы могли бы взять в качестве стандартного представления вектора и свести задание вектора к набору числовых параметров.*

Другой пример:

$$\alpha \left(2\vec{\mathbf{a}} - \beta \vec{\mathbf{b}} \right) - \gamma \left(\delta \vec{\mathbf{c}} - 3\vec{\mathbf{a}} \right) =$$

Цель 1. Найти способ выбора такой системы векторов, чтобы любой вектор выразить через векторы этой системы с использованием операций произведения вектора на число, сложения векторов. Такое представление вектора мы могли бы взять в качестве стандартного представления вектора и свести задание вектора к набору числовых параметров.

Другой пример:

$$\alpha \left(2\vec{\mathbf{a}} - \beta \vec{\mathbf{b}} \right) - \gamma \left(\delta \vec{\mathbf{c}} - 3\vec{\mathbf{a}} \right) = 2\alpha \vec{\mathbf{a}} - (\alpha\beta) \vec{\mathbf{b}} - (\gamma\delta) \vec{\mathbf{c}} - 3\gamma \vec{\mathbf{a}} =$$

Цель 1. *Найти способ выбора такой системы векторов, чтобы любой вектор выразить через векторы этой системы с использованием операций произведения вектора на число, сложения векторов. Такое представление вектора мы могли бы взять в качестве стандартного представления вектора и свести задание вектора к набору числовых параметров.*

Другой пример:

$$\begin{aligned}\alpha \left(2\vec{\mathbf{a}} - \beta \vec{\mathbf{b}} \right) - \gamma \left(\delta \vec{\mathbf{c}} - 3\vec{\mathbf{a}} \right) &= 2\alpha \vec{\mathbf{a}} - (\alpha\beta) \vec{\mathbf{b}} - (\gamma\delta) \vec{\mathbf{c}} - 3\gamma \vec{\mathbf{a}} = \\ &= (2\alpha - 3\gamma) \vec{\mathbf{a}} + (-\alpha\beta) \vec{\mathbf{b}} + (-\gamma\delta) \vec{\mathbf{c}}.\end{aligned}$$

Цель 1. *Найти способ выбора такой системы векторов, чтобы любой вектор выразить через векторы этой системы с использованием операций произведения вектора на число, сложения векторов. Такое представление вектора мы могли бы взять в качестве стандартного представления вектора и свести задание вектора к набору числовых параметров.*

Вывод. Таким образом, любое выражение от векторов $\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n$ с использованием операций «умножение вектора на число» и «сложение векторов» можно представить в виде

$$\alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n,$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ — некоторые числа.

V.2. Линейная комбинация

Определение 15. *Выражение*

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \dots + \alpha_n \vec{a}_n, \quad (8)$$

называется *линейной комбинацией* векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ с коэффициентами $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$.

Вывод: в качестве стандартного представления вектора можно взять его разложение в линейную комбинацию некоторого фиксированного набора векторов.

Рассмотреть пример?

Вывод: в качестве стандартного представления вектора можно взять его разложение в линейную комбинацию некоторого фиксированного набора векторов.

Следовательно, **цель 1**, связанную с поиском стандартного представления векторов, можно уточнить следующим образом.

Вывод: в качестве стандартного представления вектора можно взять его разложение в линейную комбинацию некоторого фиксированного набора векторов.

Следовательно, **цель 1**, связанную с поиском стандартного представления векторов, можно уточнить следующим образом.

Цель 2. *Найти способ выбора такой системы векторов, чтобы любой вектор можно было бы представить **линейной комбинацией векторов** этой системы. Такое представление вектора мы могли бы взять в качестве стандартного представления вектора.*

Цель 2. *Найти способ выбора такой системы векторов, чтобы любой вектор можно было бы представить **линейной комбинацией векторов** этой системы. Такое представление вектора мы могли бы взять в качестве стандартного представления вектора.*

Для выбора такой системы векторов попробуем применить исследовательские стратегии.

Цель 2. *Найти способ выбора такой системы векторов, чтобы любой вектор можно было бы представить **линейной комбинацией векторов** этой системы. Такое представление вектора мы могли бы взять в качестве стандартного представления вектора.*

Для выбора такой системы векторов попробуем применить исследовательские стратегии.

Используя стратегию приоритетного изучения экстремальных ситуаций, хотелось бы минимальной формы представления вектора, который бы однозначно его определял в данной системе векторов.

Цель 2. *Найти способ выбора такой системы векторов, чтобы любой вектор можно было бы представить **линейной комбинацией векторов** этой системы. Такое представление вектора мы могли бы взять в качестве стандартного представления вектора.*

Для выбора такой системы векторов попробуем применить исследовательские стратегии.

Используя стратегию приоритетного изучения экстремальных ситуаций, хотелось бы минимальной формы представления вектора, который бы однозначно его определял в данной системе векторов.

Используя эту стратегию, данную цель сводим к ряду вопросов.

Цель 2. *Найти способ выбора такой системы векторов, чтобы любой вектор можно было бы представить **линейной комбинацией векторов** этой системы. Такое представление вектора мы могли бы взять в качестве стандартного представления вектора.*

Первый вопрос: будет ли однозначным стандартное представление вектора через выбранную систему векторов (т.е. можно ли представить вектор двумя различными комбинациями фиксированной системой векторов).

Цель 2. *Найти способ выбора такой системы векторов, чтобы любой вектор можно было бы представить **линейной комбинацией векторов** этой системы. Такое представление вектора мы могли бы взять в качестве стандартного представления вектора.*

Первый вопрос: будет ли однозначным стандартное представление вектора через выбранную систему векторов (т.е. можно ли представить вектор двумя различными комбинациями фиксированной системой векторов).

Второй вопрос: какое минимальное количество векторов достаточно для стандартного представления вектора.

V.3. Эквивалентность однозначности и минимальности

Первый вопрос: будет ли однозначным стандартное представление вектора через выбранную систему векторов (т.е. можно ли представить вектор двумя различными комбинациями фиксированной системы векторов).

Второй вопрос: какое минимальное количество векторов достаточно для стандартного представления вектора.

Эти вопросы подводят к формулировке требований соответствующих экстремальных характеристик системы векторов, а именно:

V.3. Эквивалентность однозначности и минимальности

Первый вопрос: будет ли однозначным стандартное представление вектора через выбранную систему векторов (т.е. можно ли представить вектор двумя различными комбинациями фиксированной системы векторов).

Второй вопрос: какое минимальное количество векторов достаточно для стандартного представления вектора.

Эти вопросы подводят к формулировке требований соответствующих экстремальных характеристик системы векторов, а именно:

- 1) выбор системы векторов $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n\}$ должен гарантировать **однозначность** представления вектора **в виде (8)**;
- 2) минимизация числа векторов в системе $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n\}$ при условии, что любой вектор раскладывается в линейную комбинацию векторов этой системы.

V.3. Эквивалентность однозначности и минимальности

Одним из проявлений эффективности стратегии приоритетного изучения экстремальных ситуаций является тот факт, что эти требования оказались равносильными!

Сначала докажем, что если любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ **однозначно**, то система $\mathbf{B}$ является минимальной системой порождающих.

Сначала докажем, что если любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ **однозначно**, то система $\mathbf{B}$ является минимальной системой порождающих.

Пусть система $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ не является минимальной системой порождающих.

Сначала докажем, что если любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ **однозначно**, то система $\mathbf{B}$ является минимальной системой порождающих.

Пусть система $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ не является минимальной системой порождающих.

Не ограничивая общности рассуждений, можно считать, что после удаления $\vec{\mathbf{a}}_n$ система $\mathbf{B}' = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_{n-1}\}$ остается системой порождающих.

Сначала докажем, что если любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ **однозначно**, то система $\mathbf{B}$ является минимальной системой порождающих.

Пусть система $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ не является минимальной системой порождающих.

Не ограничивая общности рассуждений, можно считать, что после удаления $\vec{\mathbf{a}}_n$ система $\mathbf{B}' = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_{n-1}\}$ остается системой порождающих.

Тогда $\vec{\mathbf{a}}_n = \lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_{n-1} \vec{\mathbf{a}}_{n-1}$.

Сначала докажем, что если любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ **однозначно**, то система $\mathbf{B}$ является минимальной системой порождающих.

Пусть система $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ не является минимальной системой порождающих.

Не ограничивая общности рассуждений, можно считать, что после удаления $\vec{\mathbf{a}}_n$ система $\mathbf{B}' = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_{n-1}\}$ остается системой порождающих.

Тогда $\vec{\mathbf{a}}_n = \lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_{n-1} \vec{\mathbf{a}}_{n-1}$.

Следовательно,

$$\begin{cases} \vec{\mathbf{a}}_n = \lambda_1 \cdot \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \cdot \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_{n-1} \cdot \vec{\mathbf{a}}_{n-1} \\ \vec{\mathbf{a}}_n = \vec{\mathbf{a}}_n, \end{cases}$$

Сначала докажем, что если любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ **однозначно**, то система $\mathbf{B}$ является минимальной системой порождающих.

Пусть система $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ не является минимальной системой порождающих.

Не ограничивая общности рассуждений, можно считать, что после удаления $\vec{\mathbf{a}}_n$ система $\mathbf{B}' = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_{n-1}\}$ остается системой порождающих.

Тогда $\vec{\mathbf{a}}_n = \lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_{n-1} \vec{\mathbf{a}}_{n-1}$.

Следовательно,

$$\begin{cases} \vec{\mathbf{a}}_n = \lambda_1 \cdot \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \cdot \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_{n-1} \cdot \vec{\mathbf{a}}_{n-1} + 0 \cdot \vec{\mathbf{a}}_n, \\ \vec{\mathbf{a}}_n = 0 \cdot \vec{\mathbf{a}}_1 + 0 \cdot \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + 0 \cdot \vec{\mathbf{a}}_{n-1} + 1 \cdot \vec{\mathbf{a}}_n, \end{cases}$$

Сначала докажем, что если любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ **однозначно**, то система $\mathbf{B}$ является минимальной системой порождающих.

Пусть система $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ не является минимальной системой порождающих.

Не ограничивая общности рассуждений, можно считать, что после удаления $\vec{\mathbf{a}}_n$ система $\mathbf{B}' = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_{n-1}\}$ остается системой порождающих.

Тогда $\vec{\mathbf{a}}_n = \lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_{n-1} \vec{\mathbf{a}}_{n-1}$.

Следовательно,

$$\begin{cases} \vec{\mathbf{a}}_n = \lambda_1 \cdot \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \cdot \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_{n-1} \cdot \vec{\mathbf{a}}_{n-1} + \mathbf{0} \cdot \vec{\mathbf{a}}_n, \\ \vec{\mathbf{a}}_n = 0 \cdot \vec{\mathbf{a}}_1 + 0 \cdot \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + 0 \cdot \vec{\mathbf{a}}_{n-1} + \mathbf{1} \cdot \vec{\mathbf{a}}_n, \end{cases}$$

Сначала докажем, что если любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ **однозначно**, то система $\mathbf{B}$ является минимальной системой порождающих.

Пусть система $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ не является минимальной системой порождающих.

Не ограничивая общности рассуждений, можно считать, что после удаления $\vec{\mathbf{a}}_n$ система $\mathbf{B}' = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_{n-1}\}$ остается системой порождающих.

Тогда $\vec{\mathbf{a}}_n = \lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_{n-1} \vec{\mathbf{a}}_{n-1}$.

Следовательно,

$$\begin{cases} \vec{\mathbf{a}}_n = \lambda_1 \cdot \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \cdot \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_{n-1} \cdot \vec{\mathbf{a}}_{n-1} + \mathbf{0} \cdot \vec{\mathbf{a}}_n, \\ \vec{\mathbf{a}}_n = 0 \cdot \vec{\mathbf{a}}_1 + 0 \cdot \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + 0 \cdot \vec{\mathbf{a}}_{n-1} + \mathbf{1} \cdot \vec{\mathbf{a}}_n, \end{cases}$$

но $0 \neq 1$.

Сначала докажем, что если любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ **однозначно**, то система $\mathbf{B}$ является минимальной системой порождающих.

Пусть система $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ не является минимальной системой порождающих.

Не ограничивая общности рассуждений, можно считать, что после удаления $\vec{\mathbf{a}}_n$ система $\mathbf{B}' = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_{n-1}\}$ остается системой порождающих.

$$\text{Тогда } \vec{\mathbf{a}}_n = \lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_{n-1} \vec{\mathbf{a}}_{n-1}.$$

Следовательно,

$$\begin{cases} \vec{\mathbf{a}}_n = \lambda_1 \cdot \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \cdot \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_{n-1} \cdot \vec{\mathbf{a}}_{n-1} + \mathbf{0} \cdot \vec{\mathbf{a}}_n, \\ \vec{\mathbf{a}}_n = 0 \cdot \vec{\mathbf{a}}_1 + 0 \cdot \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + 0 \cdot \vec{\mathbf{a}}_{n-1} + \mathbf{1} \cdot \vec{\mathbf{a}}_n, \end{cases}$$

но $0 \neq 1$. Это противоречит определению **однозначности разложения**, поэтому *система $\mathbf{B}$ является минимальной системой порождающих.*

Теперь докажем, что если система $\mathbf{B}$ является минимальной системой порождающих, то любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ однозначно.

Теперь докажем, что если система **Б** является минимальной системой порождающих, то любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ однозначно.

В математике наиболее мощным является *аналитический аппарат обработки равенств*. Требование **однозначности разложения** на языке равенств (если имеем два разложения одного и того же вектора, то эти разложения совпадают, т.е. совпадают соответствующие коэффициенты) «на языке равенств» выглядит следующим образом:

Теперь докажем, что если система **Б** является минимальной системой порождающих, то любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ однозначно.

В математике наиболее мощным является *аналитический аппарат обработки равенств*. Требование **однозначности разложения** на языке равенств (если имеем два разложения одного и того же вектора, то эти разложения совпадают, т.е. совпадают соответствующие коэффициенты) «на языке равенств» выглядит следующим образом:

$$\alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n = \beta_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \beta_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \beta_n \vec{\mathbf{a}}_n \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1, \\ \alpha_2 = \beta_2, \\ \dots \\ \alpha_n = \beta_n. \end{cases} \quad (9)$$

Теперь докажем, что если система **Б** является минимальной системой порождающих, то любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ однозначно.

Надо доказать, что

$$\alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n = \beta_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \beta_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \beta_n \vec{\mathbf{a}}_n \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1, \\ \alpha_2 = \beta_2, \\ \dots \\ \alpha_n = \beta_n. \end{cases} \quad (9)$$

Теперь докажем, что если система **Б** является минимальной системой порождающих, то любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ однозначно.

Надо доказать, что

$$\alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n = \beta_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \beta_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \beta_n \vec{\mathbf{a}}_n \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1, \\ \alpha_2 = \beta_2, \\ \dots \\ \alpha_n = \beta_n. \end{cases} \quad (9)$$

Пусть $\alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n = \beta_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \beta_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \beta_n \vec{\mathbf{a}}_n$.

Теперь докажем, что если система **Б** является минимальной системой порождающих, то любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ однозначно.

Надо доказать, что

$$\alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n = \beta_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \beta_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \beta_n \vec{\mathbf{a}}_n \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1, \\ \alpha_2 = \beta_2, \\ \dots \\ \alpha_n = \beta_n. \end{cases} \quad (9)$$

Пусть $\alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n = \beta_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \beta_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \beta_n \vec{\mathbf{a}}_n$.

Тогда $(\alpha_1 - \beta_1) \vec{\mathbf{a}}_1 + (\alpha_2 - \beta_2) \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + (\alpha_n - \beta_n) \vec{\mathbf{a}}_n = \vec{\mathbf{0}}$.

Теперь докажем, что если система **Б** является минимальной системой порождающих, то любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ однозначно.

Надо доказать, что

$$\alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n = \beta_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \beta_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \beta_n \vec{\mathbf{a}}_n \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1, \\ \alpha_2 = \beta_2, \\ \dots \\ \alpha_n = \beta_n. \end{cases} \quad (9)$$

Пусть $\alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n = \beta_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \beta_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \beta_n \vec{\mathbf{a}}_n$.

Тогда $(\alpha_1 - \beta_1) \vec{\mathbf{a}}_1 + (\alpha_2 - \beta_2) \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + (\alpha_n - \beta_n) \vec{\mathbf{a}}_n = \vec{\mathbf{0}}$.

Пусть хотя бы одна из разностей $(\alpha_i - \beta_i)$ отлична от нуля. Без ограничения общности можно считать, что $(\alpha_n - \beta_n) \neq 0$.

Теперь докажем, что если система **Б** является минимальной системой порождающих, то любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ однозначно.

Надо доказать, что

$$\alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n = \beta_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \beta_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \beta_n \vec{\mathbf{a}}_n \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1, \\ \alpha_2 = \beta_2, \\ \dots \\ \alpha_n = \beta_n. \end{cases} \quad (9)$$

Пусть $\alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n = \beta_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \beta_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \beta_n \vec{\mathbf{a}}_n$.

Тогда $(\alpha_1 - \beta_1) \vec{\mathbf{a}}_1 + (\alpha_2 - \beta_2) \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + (\alpha_n - \beta_n) \vec{\mathbf{a}}_n = \vec{\mathbf{0}}$.

Пусть хотя бы одна из разностей $(\alpha_i - \beta_i)$ отлична от нуля. Без ограничения общности можно считать, что $(\alpha_n - \beta_n) \neq 0$.

$$\vec{\mathbf{a}}_n = \frac{\alpha_1 - \beta_1}{\beta_n - \alpha_n} \vec{\mathbf{a}}_1 + \frac{\alpha_2 - \beta_2}{\beta_n - \alpha_n} \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \frac{\alpha_{n-1} - \beta_{n-1}}{\beta_n - \alpha_n} \vec{\mathbf{a}}_{n-1}.$$

Теперь докажем, что если система **Б** является минимальной системой порождающих, то любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ однозначно.

Надо доказать, что

$$\alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n = \beta_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \beta_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \beta_n \vec{\mathbf{a}}_n \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1, \\ \alpha_2 = \beta_2, \\ \dots \\ \alpha_n = \beta_n. \end{cases} \quad (9)$$

Итак, предположение о неоднозначности разложения, например, $\alpha_n \neq \beta_n$, приводит к равенству

$$\vec{\mathbf{a}}_n = \frac{\alpha_1 - \beta_1}{\beta_n - \alpha_n} \vec{\mathbf{a}}_1 + \frac{\alpha_2 - \beta_2}{\beta_n - \alpha_n} \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \frac{\alpha_{n-1} - \beta_{n-1}}{\beta_n - \alpha_n} \vec{\mathbf{a}}_{n-1}.$$

Теперь докажем, что если система **Б** является минимальной системой порождающих, то любой вектор раскладывается по $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n\}$ однозначно.

Надо доказать, что

$$\alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n = \beta_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \beta_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \beta_n \vec{\mathbf{a}}_n \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1, \\ \alpha_2 = \beta_2, \\ \dots \\ \alpha_n = \beta_n. \end{cases} \quad (9)$$

Итак, предположение о неоднозначности разложения, например, $\alpha_n \neq \beta_n$, приводит к равенству

$$\vec{\mathbf{a}}_n = \frac{\alpha_1 - \beta_1}{\beta_n - \alpha_n} \vec{\mathbf{a}}_1 + \frac{\alpha_2 - \beta_2}{\beta_n - \alpha_n} \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \frac{\alpha_{n-1} - \beta_{n-1}}{\beta_n - \alpha_n} \vec{\mathbf{a}}_{n-1}.$$

Значит, система $\mathbf{B}' = \{\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_{n-1}\}$ тоже, как и **Б**, является системой порождающих. Следовательно, система порождающих **Б** не является минимальной, противоречие.

V.4. Теорема об эквивалентности минимальности системы порождающих и однозначности разложения

Таким образом, доказана

Теорема 2 (об эквивалентности однозначности и минимальности сист. пород.).
Любой вектор раскладывается по системе векторов $B = \{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n\}$ однозначно тогда и только тогда, когда система векторов B является минимальной системой порождающих.

V.5. Однозначность и линейная независимость

$$\begin{array}{c} \text{Однозначность} \\ \alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n = \beta_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \dots + \beta_n \vec{\mathbf{a}}_n \Rightarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = \beta_1, \\ \alpha_2 = \beta_2, \\ \dots \\ \alpha_n = \beta_n. \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\begin{array}{c} \text{равносильна} \\ (\alpha_1 - \beta_1) \vec{\mathbf{a}}_1 + \dots + (\alpha_n - \beta_n) \vec{\mathbf{a}}_n = \vec{\mathbf{0}} \iff \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 - \beta_1 = 0, \\ \dots \\ \alpha_n - \beta_n = 0, \end{array} \right. \quad (10)$$

V.5. Однозначность и линейная независимость

Однозначность

$$\alpha_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \alpha_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \alpha_n \vec{\mathbf{a}}_n = \beta_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \dots + \beta_n \vec{\mathbf{a}}_n \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1, \\ \alpha_2 = \beta_2, \\ \dots \\ \alpha_n = \beta_n. \end{cases} \quad (9)$$

равносильна

$$(\alpha_1 - \beta_1) \vec{\mathbf{a}}_1 + \dots + (\alpha_n - \beta_n) \vec{\mathbf{a}}_n = \vec{\mathbf{0}} \iff \begin{cases} \alpha_1 - \beta_1 = 0, \\ \dots \\ \alpha_n - \beta_n = 0, \end{cases} \quad (10)$$

$$\lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\mathbf{a}}_n = \vec{\mathbf{0}} \iff \begin{cases} \lambda_1 = 0, \\ \lambda_2 = 0, \\ \dots \\ \lambda_n = 0. \end{cases} \quad (11)$$

V.5. Однозначность и линейная независимость

Линейная комбинация векторов, в которой коэффициенты равны нулю, называется тривиальной. **Условие (11)** можно представить в виде удобной для запоминания «словесной формулы»: ***Только тривиальная линейная комбинация дает нулевой вектор.***

Определение 16. Система векторов $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n\}$ называется ***линейно независимой*** тогда и только тогда, когда ***только*** тривиальная линейная комбинация дает нулевой вектор. В противном случае: если линейная комбинация равна нулю и хотя бы один из ее коэффициентов отличен от нуля, то она называется ***линейно зависимой***.

V.5. Однозначность и линейная независимость

В процессе вывода **условия (11)** мы доказали следующую теорему:

Теорема 3 (критерий однозначности разложения). *Вектор раскладывается в линейную комбинацию векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ **однозначным образом (9)** тогда и только тогда, когда система векторов $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n\}$ является **линейно независимой**.*

V.5. Однозначность и линейная независимость

Требование однозначности искомой системы векторов мы осуществим, выбрав линейно независимую систему векторов. Необходимо для линейно независимых систем векторов осуществить второе требование — минимальности количества векторов в системе (для выражения любого вектора через векторы этой системы). Для удобства введем термин для обозначения системы векторов, соответствующей выдвинутым требованиям.

Теорема 4. *Максимальной линейно независимой системой из n векторов называется система:*

- 1) линейно независимая;*
- 2) такая, что при добавлении к ней любого вектора получается линейно зависящая система.*

Определение 17. *Максимальная линейно независимая упорядоченная система векторов называется **базисом**.*

V.6. База и базис

Теорема 4. *Максимальной линейно независимой системой из n векторов называется система:*

- 1) линейно независимая;*
- 2) такая, что при добавлении к ней любого вектора получается линейно зависимая система.*

Определение 17. *Максимальная линейно независимая упорядоченная система векторов называется **базисом**.*

Замечание 1. *Упорядоченность системы означает, что в выбранной системе нам важен порядок перечисления векторов. Например, упорядоченные системы векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ и $\vec{b}, \vec{a}, \vec{c}$ различны.*

V.7. Примеры базисов

Пусть L — некоторая прямая, P — плоскость. **Вектором прямой L** назовем любой вектор, обладающий следующим свойством: если его отложить от любой точки прямой L , то конец полученного направленного отрезка будет принадлежать прямой L .

V.7. Примеры базисов

Пусть L — некоторая прямая, P — плоскость. **Вектором прямой L** назовем любой вектор, обладающий следующим свойством: если его отложить от любой точки прямой L , то конец полученного направленного отрезка будет принадлежать прямой L .

Вектором плоскости P назовем любой такой вектор, что конец направленного отрезка, полученного откладыванием этого вектора от произвольной точки плоскости P , принадлежит плоскости P .

V.8. Теорема о базисе прямой

Теорема 5 (о базисе прямой). Система из одного ненулевого вектора прямой является базисом этой прямой.

Доказательство.

V.8. Теорема о базисе прямой

Теорема 5 (о базисе прямой). Система из одного ненулевого вектора прямой является базисом этой прямой.

Доказательство. Пусть $\vec{a}$ — ненулевой вектор на прямой.

V.8. Теорема о базисе прямой

Теорема 5 (о базисе прямой). Система из одного ненулевого вектора прямой является базисом этой прямой.

Доказательство. Пусть $\vec{a}$ — ненулевой вектор на прямой. Все векторы прямой коллинеарны. Система векторов $\{\vec{a}\}$ является линейно независимой, так как равенство $\alpha \vec{a} = \vec{0}$ выполняется только при $\alpha = 0$, поскольку вектор $\vec{a}$ — ненулевой.

Осталось показать, что

V.8. Теорема о базисе прямой

Теорема 5 (о базисе прямой). Система из одного ненулевого вектора прямой является базисом этой прямой.

Доказательство. Пусть $\vec{a}$ — ненулевой вектор на прямой. Все векторы прямой коллинеарны. Система векторов $\{\vec{a}\}$ является линейно независимой, так как равенство $\alpha \vec{a} = \vec{0}$ выполняется только при $\alpha = 0$, поскольку вектор $\vec{a}$ — ненулевой.

Осталось показать, что эта система векторов является максимальной среди линейно независимых. Как это доказать?

V.8. Теорема о базисе прямой

Теорема 5 (о базисе прямой). Система из одного ненулевого вектора прямой является базисом этой прямой.

Доказательство. Пусть $\vec{a}$ — ненулевой вектор на прямой. Все векторы прямой коллинеарны. Система векторов $\{\vec{a}\}$ является линейно независимой, так как равенство $\alpha \vec{a} = \vec{0}$ выполняется только при $\alpha = 0$, поскольку вектор $\vec{a}$ — ненулевой.

Осталось показать, что эта система векторов является максимальной среди линейно независимых. Как это доказать? Максимальность такой системы векторов означает, что

V.8. Теорема о базисе прямой

Теорема 5 (о базисе прямой). Система из одного ненулевого вектора прямой является базисом этой прямой.

Доказательство. Пусть $\vec{a}$ — ненулевой вектор на прямой. Все векторы прямой коллинеарны. Система векторов $\{\vec{a}\}$ является линейно независимой, так как равенство $\alpha \vec{a} = \vec{0}$ выполняется только при $\alpha = 0$, поскольку вектор $\vec{a}$ — ненулевой.

Осталось показать, что эта система векторов является максимальной среди линейно независимых. Как это доказать? Максимальность такой системы векторов означает, что при добавлении в нее любого вектора плоскости получающаяся система векторов окажется линейно зависимой.

V.8. Теорема о базисе прямой

Теорема 5 (о базисе прямой). Система из одного ненулевого вектора прямой является базисом этой прямой.

Доказательство. Пусть $\vec{a}$ — ненулевой вектор на прямой. Все векторы прямой коллинеарны. Система векторов $\{\vec{a}\}$ является линейно независимой, так как равенство $\alpha \vec{a} = \vec{0}$ выполняется только при $\alpha = 0$, поскольку вектор $\vec{a}$ — ненулевой.

Осталось показать, что эта система векторов является максимальной среди линейно независимых. Как это доказать? Максимальность такой системы векторов означает, что при добавлении в нее любого вектора плоскости получающаяся система векторов окажется линейно зависимой. Из определения произведения вектора на число следует, что для любого вектора $\vec{b}$ прямой имеем $\vec{b} = \lambda \vec{a}$, откуда $\lambda \cdot \vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$.

V.8. Теорема о базисе прямой

Теорема 5 (о базисе прямой). Система из одного ненулевого вектора прямой является базисом этой прямой.

Доказательство. Пусть $\vec{a}$ — ненулевой вектор на прямой. Все векторы прямой коллинеарны. Система векторов $\{\vec{a}\}$ является линейно независимой, так как равенство $\alpha \vec{a} = \vec{0}$ выполняется только при $\alpha = 0$, поскольку вектор $\vec{a}$ — ненулевой.

Из определения произведения вектора на число следует, что для любого вектора $\vec{b}$ прямой имеем $\vec{b} = \lambda \vec{a}$, откуда $\lambda \cdot \vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$.

Таким образом, получили представление нулевого вектора в виде линейной комбинации $\lambda \cdot \vec{a} + (-1) \vec{b} = \vec{0}$, в которой есть ненулевые коэффициенты: $\lambda \cdot \vec{a} + \underbrace{(-1)}_{\neq 0} \vec{b} = \vec{0}$.

V.8. Теорема о базисе прямой

Теорема 5 (о базисе прямой). Система из одного ненулевого вектора прямой является базисом этой прямой.

Доказательство. Пусть $\vec{a}$ — ненулевой вектор на прямой. Все векторы прямой коллинеарны. Система векторов $\{\vec{a}\}$ является линейно независимой, так как равенство $\alpha \vec{a} = \vec{0}$ выполняется только при $\alpha = 0$, поскольку вектор $\vec{a}$ — ненулевой.

Из определения произведения вектора на число следует, что для любого вектора $\vec{b}$ прямой имеем $\vec{b} = \lambda \vec{a}$, откуда $\lambda \cdot \vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$.

Таким образом, получили представление нулевого вектора в виде линейной комбинации: $\lambda \cdot \vec{a} + \underbrace{(-1)}_{\neq 0} \vec{b} = \vec{0}$. Поэтому при добавле-

нии любого вектора прямой к системе $\{\vec{a}\}$ система векторов становится линейно зависимой. Теорема доказана.

V.9. Теорема о базисе плоскости

Теорема 6 (о базисе плоскости). Система из любых двух линейно независимых векторов плоскости является базисом этой плоскости.

V.9. Теорема о базисе плоскости

Теорема 6 (о базисе плоскости). Система из любых двух линейно независимых векторов плоскости является базисом этой плоскости.

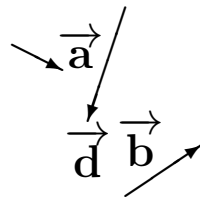
Доказательство. Пусть система $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ векторов плоскости является линейно независимой. Нам остается доказать ее максимальность.



V.9. Теорема о базисе плоскости

Теорема 6 (о базисе плоскости). Система из любых двух линейно независимых векторов плоскости является базисом этой плоскости.

Доказательство. Пусть система $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ векторов плоскости является линейно независимой. Нам остается доказать ее максимальность.

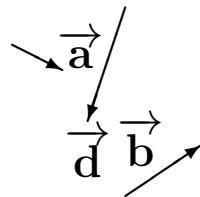


Иными словами надо доказать, что при добавлении любого вектора $\vec{d}$ плоскости в эту систему она станет линейно зависимой, т.е. что для некоторых чисел α, β, γ , не все из которых равны 0, имеет место равенство $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{d} = \vec{0}$.

V.9. Теорема о базисе плоскости

Теорема 6 (о базисе плоскости). Система из любых двух линейно независимых векторов плоскости является базисом этой плоскости.

Доказательство. Пусть система $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ векторов плоскости является линейно независимой. Нам остается доказать ее максимальность.



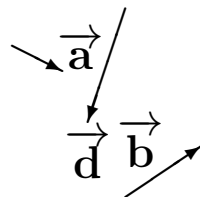
Иными словами надо доказать, что при добавлении любого вектора $\vec{d}$ плоскости в эту систему она станет линейно зависимой, т.е. что для некоторых чисел α, β, γ , не все из которых равны 0, имеет место равенство $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{d} = \vec{0}$.

Ясно, что $\gamma \neq 0$, иначе, вопреки условию, линейно зависимой была бы исходная система $\{\vec{a}, \vec{b}\}$.

V.9. Теорема о базисе плоскости

Теорема 6 (о базисе плоскости). Система из любых двух линейно независимых векторов плоскости является базисом этой плоскости.

Доказательство. Пусть система $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ векторов плоскости является линейно независимой. Нам остается доказать ее максимальность.



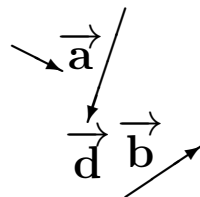
Иными словами надо доказать, что при добавлении любого вектора $\vec{d}$ плоскости в эту систему она станет линейно зависимой, т.е. что для некоторых чисел α, β, γ , не все из которых равны 0, имеет место равенство $\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{d} = \vec{0}$.

Итак, $\gamma \neq 0$, откуда $\vec{d} = -\frac{\alpha}{\gamma} \vec{a} - \frac{\beta}{\gamma} \vec{b}$.

V.9. Теорема о базисе плоскости

Теорема 6 (о базисе плоскости). Система из любых двух линейно независимых векторов плоскости является базисом этой плоскости.

Доказательство. Пусть система $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ векторов плоскости является линейно независимой. Нам остается доказать ее максимальность.

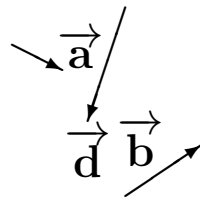


Линейная зависимость системы векторов $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}\}$ равносильна
$$\vec{d} = -\frac{\alpha}{\gamma}\vec{a} - \frac{\beta}{\gamma}\vec{b}.$$
 Иными словами, нам надо найти такие коэффициенты λ и μ , что
$$\vec{d} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$$

V.9. Теорема о базисе плоскости

Теорема 6 (о базисе плоскости). Система из любых двух линейно независимых векторов плоскости является базисом этой плоскости.

Доказательство. Пусть система $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ векторов плоскости является линейно независимой. Нам остается доказать ее максимальность.



Итак, нам надо найти такие коэффициенты λ и μ , что

$$\vec{d} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$$

V.9. Теорема о базисе плоскости

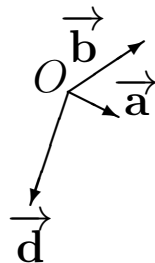
Теорема 6 (о базисе плоскости). Система из любых двух линейно независимых векторов плоскости является базисом этой плоскости.

Доказательство. Пусть система $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ векторов плоскости является линейно независимой. Нам остается доказать ее максимальность.

Итак, нам надо найти такие коэффициенты λ и μ , что

$$\vec{d} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$$

Для удобства зафиксируем на плоскости точку O и отложим векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ от этой точки.



V.9. Теорема о базисе плоскости

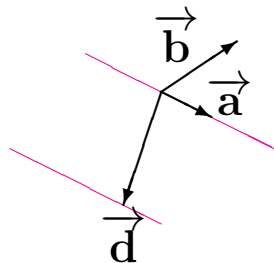
Теорема 6 (о базисе плоскости). Система из любых двух линейно независимых векторов плоскости является базисом этой плоскости.

Доказательство. Пусть система $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ векторов плоскости является линейно независимой. Нам остается доказать ее максимальность.

Итак, нам надо найти такие коэффициенты λ и μ , что

$$\vec{d} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$$

Для удобства зафиксируем на плоскости точку O и отложим векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ от этой точки.



V.9. Теорема о базисе плоскости

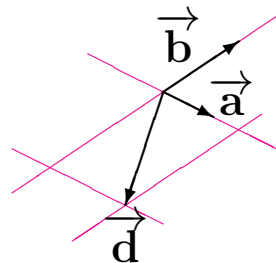
Теорема 6 (о базисе плоскости). Система из любых двух линейно независимых векторов плоскости является базисом этой плоскости.

Доказательство. Пусть система $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ векторов плоскости является линейно независимой. Нам остается доказать ее максимальность.

Итак, нам надо найти такие коэффициенты λ и μ , что

$$\vec{d} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$$

Для удобства зафиксируем на плоскости точку O и отложим векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ от этой точки.



V.9. Теорема о базисе плоскости

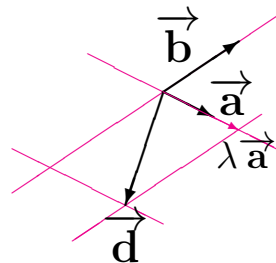
Теорема 6 (о базисе плоскости). Система из любых двух линейно независимых векторов плоскости является базисом этой плоскости.

Доказательство. Пусть система $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ векторов плоскости является линейно независимой. Нам остается доказать ее максимальность.

Итак, нам надо найти такие коэффициенты λ и μ , что

$$\vec{d} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$$

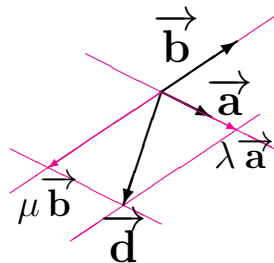
Для удобства зафиксируем на плоскости точку O и отложим векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ от этой точки.



V.9. Теорема о базисе плоскости

Теорема 6 (о базисе плоскости). Система из любых двух линейно независимых векторов плоскости является базисом этой плоскости.

Доказательство. Пусть система $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ векторов плоскости является линейно независимой. Нам остается доказать ее максимальность.



Итак, нам надо найти такие коэффициенты λ и μ , что

$$\vec{d} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$$

Для удобства зафиксируем на плоскости точку O и отложим векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ от этой точки.

Таким образом, равенство $\vec{d} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$, а вместе с тем и теорема, доказаны.

V.10. Теорема о базисе пространства

Теорема 7 (о базисе пространства). *Система из любых трех некопланарных векторов пространства является базисом этого пространства.*

Доказательство использует ту же идею, что и доказательство теоремы 6 о базисе плоскости с естественными отличиями.

V.10. Теорема о базисе пространства

Теорема 7 (о базисе пространства). Система из любых трех некопланарных векторов пространства является базисом этого пространства.

Доказательство. Пусть $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ — система некопланарных векторов и $\vec{d}$ — произвольный вектор пространства. Отложим эти векторы от произвольной фиксированной точки O , получим направленные такие отрезки, что $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$.

V.10. Теорема о базисе пространства

Теорема 7 (о базисе пространства). Система из любых трех некопланарных векторов пространства является базисом этого пространства.

Доказательство. Пусть $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ — система некопланарных векторов и $\vec{d}$ — произвольный вектор пространства. Отложим эти векторы от произвольной фиксированной точки O , получим направленные такие отрезки, что $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$.

Если D принадлежит одной из плоскостей: OAB , OAC или OBC , то достаточно сослаться на **теорему 6 о базисе плоскости**.

V.10. Теорема о базисе пространства

Теорема 7 (о базисе пространства). Система из любых трех некопланарных векторов пространства является базисом этого пространства.

Доказательство. Пусть $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ — система некопланарных векторов и $\vec{d}$ — произвольный вектор пространства. Отложим эти векторы от произвольной фиксированной точки O , получим направленные такие отрезки, что $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$.

Поэтому можно считать, что D не принадлежит плоскостям OAB , OAC и OBC .

V.10. Теорема о базисе пространства

Теорема 7 (о базисе пространства). Система из любых трех некопланарных векторов пространства является базисом этого пространства.

Доказательство. Пусть $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ — система некопланарных векторов и $\vec{d}$ — произвольный вектор пространства. Отложим эти векторы от произвольной фиксированной точки O , получим направленные такие отрезки, что $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$.

Рассмотрим параллелепипед, ограниченный плоскостями OAB , OAC и OBC , а также параллельным им плоскостями, проведенными через D .

V.10. Теорема о базисе пространства

Теорема 7 (о базисе пространства). Система из любых трех некопланарных векторов пространства является базисом этого пространства.

Доказательство. Пусть $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ — система некопланарных векторов и $\vec{d}$ — произвольный вектор пространства. Отложим эти векторы от произвольной фиксированной точки O , получим направленные такие отрезки, что $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$.

Направленный отрезок OD — диагональ параллелепипеда — представим в виде суммы ребер OA' , OB' и OC' , где A' точка пересечения прямой OA с плоскостью, проходящей через D параллельно плоскости OBC и т.д.

V.10. Теорема о базисе пространства

Теорема 7 (о базисе пространства). Система из любых трех некопланарных векторов пространства является базисом этого пространства.

Доказательство. Пусть $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ — система некопланарных векторов и $\vec{d}$ — произвольный вектор пространства. Отложим эти векторы от произвольной фиксированной точки O , получим направленные такие отрезки, что $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$.

Тогда

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} =$$

V.10. Теорема о базисе пространства

Теорема 7 (о базисе пространства). Система из любых трех некопланарных векторов пространства является базисом этого пространства.

Доказательство. Пусть $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ — система некопланарных векторов и $\vec{d}$ — произвольный вектор пространства. Отложим эти векторы от произвольной фиксированной точки O , получим направленные такие отрезки, что $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$.

Тогда

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} = \alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB} + \gamma \overrightarrow{OC},$$

V.10. Теорема о базисе пространства

Теорема 7 (о базисе пространства). Система из любых трех некопланарных векторов пространства является базисом этого пространства.

Доказательство. Пусть $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ — система некопланарных векторов и $\vec{d}$ — произвольный вектор пространства. Отложим эти векторы от произвольной фиксированной точки O , получим направленные такие отрезки, что $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$.

Тогда

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} = \alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB} + \gamma \overrightarrow{OC},$$

откуда

$$\vec{d} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}.$$

Теорема доказана.

V.11. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Обобщением данных теорем является следующая теорема.

Теорема 8 (о линейных комбинациях базисных векторов). *Конечная система векторов B является базисом пространства U тогда и только тогда, когда выполняются следующие два условия:*

- 1) B — линейно независимая система;*
- 2) всякий вектор пространства U представим в виде линейной комбинации векторов системы B .*

Доказательство. *Необходимость.*

V.11. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Обобщением данных теорем является следующая теорема.

Теорема 8 (о линейных комбинациях базисных векторов). *Конечная система векторов $\mathbf{B}$ является базисом пространства U тогда и только тогда, когда выполняются следующие два условия:*

- 1) $\mathbf{B}$ — линейно независимая система;*
- 2) всякий вектор пространства U представим в виде линейной комбинации векторов системы $\mathbf{B}$.*

Доказательство. Необходимость. Возьмем произвольный вектор x из U с базисом $\{e_1, \dots, e_n\}$. Тогда $\{e_1, \dots, e_n, x\}$ — линейно зависимая система векторов (в силу максимальной $\mathbf{B}$).

V.11. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Обобщением данных теорем является следующая теорема.

Теорема 8 (о линейных комбинациях базисных векторов). *Конечная система векторов B является базисом пространства U тогда и только тогда, когда выполняются следующие два условия:*

- 1) B — линейно независимая система;*
- 2) всякий вектор пространства U представим в виде линейной комбинации векторов системы B .*

Доказательство. *Необходимость.* Поэтому для подходящих элементов поля K имеем $\lambda_1 e_1 + \dots + \lambda_n e_n + \mu x = 0$, и не все коэффициенты равны 0.

V.11. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Обобщением данных теорем является следующая теорема.

Теорема 8 (о линейных комбинациях базисных векторов). *Конечная система векторов $\mathbf{B}$ является базисом пространства U тогда и только тогда, когда выполняются следующие два условия:*

- 1) $\mathbf{B}$ — линейно независимая система;*
- 2) всякий вектор пространства U представим в виде линейной комбинации векторов системы $\mathbf{B}$.*

Доказательство. Необходимость. Поэтому для подходящих элементов поля $\mathbf{K}$ имеем $\lambda_1 e_1 + \dots + \lambda_n e_n + \mu x = \mathbf{0}$, и не все коэффициенты равны 0. Если бы $\mu = 0$, то $\mathbf{B}$ было бы линейно зависимой системой, следовательно, $\mu \neq 0$. Значит, x является линейной комбинацией векторов из $\mathbf{B}$.

V.11. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Обобщением данных теорем является следующая теорема.

Теорема 8 (о линейных комбинациях базисных векторов). *Конечная система векторов B является базисом пространства U тогда и только тогда, когда выполняются следующие два условия:*

- 1) B — линейно независимая система;*
- 2) всякий вектор пространства U представим в виде линейной комбинации векторов системы B .*

Доказательство. *Достаточность.*

V.11. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Обобщением данных теорем является следующая теорема.

Теорема 8 (о линейных комбинациях базисных векторов). *Конечная система векторов B является базисом пространства U тогда и только тогда, когда выполняются следующие два условия:*

- 1) B — линейно независимая система;*
- 2) всякий вектор пространства U представим в виде линейной комбинации векторов системы B .*

Доказательство. *Достаточность.* Тот факт, что B — максимальная линейно независимая система — очевиден, поскольку всякий другой вектор выражается через векторы из B . Теорема доказана.

Значимость теорем о базисе заключается в том, что они позволяют нам определить минимальное количество векторов (и их характеристики), необходимых для описания основных геометрических объектов. Нуль-вектор задает точку, ненулевой вектор определяет направление прямой, два неколлинеарных вектора описывают любой вектор соответствующей плоскости, три некопланарных вектора — любой вектор трехмерного пространства.

V.12. Координаты вектора

Критерий 3 однозначности разложения и теорема 8 о линейных комбинациях базисных векторов позволили достигнуть цели 2, и предоставили условие, обеспечивающее однозначность разложения вектора по базису.

Если $\mathbf{B} = \{\vec{\mathbf{e}}_1; \vec{\mathbf{e}}_2; \dots; \vec{\mathbf{e}}_n\}$ — базис, то каждому вектору $\vec{\mathbf{x}}$ мы однозначным образом ставим в соответствие набор координат $(\lambda_1; \dots; \lambda_n)$ этого вектора тогда и только тогда, когда $\vec{\mathbf{x}} = \lambda_1 \vec{\mathbf{e}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{e}}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\mathbf{e}}_n$. Тот факт, что у вектора $\vec{\mathbf{x}}$ координаты равны $(\lambda_1; \dots; \lambda_n)$, обычно записывают так: $\vec{\mathbf{x}}(\lambda_1; \dots; \lambda_n)$. Таким образом, *координаты вектора определяются формулой*

$$\vec{\mathbf{x}}(\lambda_1; \dots; \lambda_n) \Leftrightarrow \vec{\mathbf{x}} = \lambda_1 \vec{\mathbf{e}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{e}}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\mathbf{e}}_n. \quad (12)$$

V.12. Координаты вектора

В дальнейшем «по умолчанию» в пространстве фиксируется так называемый **ортонормированный базис** $\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\}$, для которого справедливы утверждения 1) $|\vec{\mathbf{i}}| = |\vec{\mathbf{j}}| = |\vec{\mathbf{k}}| = 1$; 2) $\widehat{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}} = \widehat{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{k}}} = \widehat{\vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}} = \frac{\pi}{2}$; 3) $\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\}$ — правая тройка векторов.

V.12. Координаты вектора

Поэтому «по умолчанию» формула (12) уточняется следующим образом:

$$\overrightarrow{\mathbf{r}}(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{\mathbf{r}} = x \overrightarrow{\mathbf{i}} + y \overrightarrow{\mathbf{j}} + z \overrightarrow{\mathbf{k}}. \quad (13)$$

В частности, для векторов плоскости

$$\overrightarrow{\mathbf{r}}(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{\mathbf{r}} = x \overrightarrow{\mathbf{i}} + y \overrightarrow{\mathbf{j}}.$$

V.12. Координаты вектора

Поэтому «по умолчанию» формула (12) уточняется следующим образом:

$$\vec{\mathbf{r}}(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{\mathbf{r}} = x \vec{\mathbf{i}} + y \vec{\mathbf{j}} + z \vec{\mathbf{k}}. \quad (13)$$

$$A(A_1; A_2; A_3) \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} = A_1 \vec{\mathbf{i}} + A_2 \vec{\mathbf{j}} + A_3 \vec{\mathbf{k}}. \quad (14)$$

Внимание! Равенства (13) и (14) играют ключевую роль для координатного метода в векторной алгебре и аналитической геометрии (с которой мы познакомимся ниже).

V.12. Координаты вектора

Достижение цели [2](#), стр.[348](#), позволяет определить новый тип моделей векторов. Ключевая идея, положенная в основу этой модели, состоит в том, чтобы заменить работу с вектором на работу со строкой (или столбцом) его координат, что позволяет быстро сводить векторные равенства к системам числовых равенств. Таким образом, в случае успеха один из наиболее трудоемких этапов решения задачи значительно упрощается. Итак, простой и взаимно однозначный способ¹ перехода от вектора к строке его координат, определяемый равенством ([13](#)), выдвигает на первый план следующую цель.

¹При фиксированном выборе базиса.

V.12. Координаты вектора

Цель 2. Для любого отношения и операции на множестве векторов найти стандартный способ представления этого отношения или операции с помощью формул для **координат векторов**. Коротко мы будем формулировать эту цель как требование «сформулировать... на языке координат».

V.13. Формулы для вычислений с помощью координат

Цель 2. *Для любого отношения и операции на множестве векторов найти стандартный способ представления этого отношения или операции с помощью формул для **координат векторов**. Коротко мы будем формулировать эту цель как требование «сформулировать... на языке координат».*

Результаты достижения **цели 2** представлены в следующих теоремах.

V.13.1. Теорема о координатах векторов $\lambda \vec{a}$ и $\vec{a} + \vec{b}$

Теорема 9. Пусть вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$, а вектор $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) вектор $\lambda \vec{a}$ имеет координаты $(\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$;
- 2) вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $(a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$.

Доказательство.

V.13.1. Теорема о координатах векторов $\lambda \vec{a}$ и $\vec{a} + \vec{b}$

Теорема 9. Пусть вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$, а вектор $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) вектор $\lambda \vec{a}$ имеет координаты $(\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$;
- 2) вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $(a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$.

Доказательство. 1). По условию вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$. Значит, в силу **равенства (13)**,

$$\vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k} \quad \Rightarrow \quad \lambda \vec{a} =$$

V.13.1. Теорема о координатах векторов $\lambda \vec{a}$ и $\vec{a} + \vec{b}$

Теорема 9. Пусть вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$, а вектор $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) вектор $\lambda \vec{a}$ имеет координаты $(\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$;
- 2) вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $(a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$.

Доказательство. 1). По условию вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$. Значит, в силу **равенства (13)**,

$$\vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k} \quad \Rightarrow \quad \lambda \vec{a} = \lambda (a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}) =$$

V.13.1. Теорема о координатах векторов $\lambda \vec{a}$ и $\vec{a} + \vec{b}$

Теорема 9. Пусть вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$, а вектор $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) вектор $\lambda \vec{a}$ имеет координаты $(\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$;
- 2) вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $(a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$.

Доказательство. 1). По условию вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$. Значит, в силу **равенства (13)**,

$$\begin{aligned} \vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k} &\Rightarrow \lambda \vec{a} = \lambda (a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}) = \\ &= (\lambda a_1) \vec{i} + (\lambda a_2) \vec{j} + (\lambda a_3) \vec{k}. \end{aligned}$$

V.13.1. Теорема о координатах векторов $\lambda \vec{a}$ и $\vec{a} + \vec{b}$

Теорема 9. Пусть вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$, а вектор $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) вектор $\lambda \vec{a}$ имеет координаты $(\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$;
- 2) вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $(a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$.

Доказательство. 1). По условию вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$. Значит, в силу **равенства (13)**,

$$\begin{aligned}\vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k} &\Rightarrow \lambda \vec{a} = \lambda (a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}) = \\ &= (\lambda a_1) \vec{i} + (\lambda a_2) \vec{j} + (\lambda a_3) \vec{k}.\end{aligned}$$

Еще раз используя **равенство (13)**, получаем требуемое утверждение: вектор $\lambda \vec{a}$ имеет координаты $(\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$.

V.13.1. Теорема о координатах векторов $\lambda \vec{a}$ и $\vec{a} + \vec{b}$

Теорема 9. Пусть вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$, а вектор $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) вектор $\lambda \vec{a}$ имеет координаты $(\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$;
- 2) вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $(a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$.

Доказательство. 2) Согласно **равенству (13)**,

$$\begin{cases} \vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}, \\ \vec{b} = b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + b_3 \vec{k} \end{cases} \Rightarrow$$

V.13.1. Теорема о координатах векторов $\lambda \vec{a}$ и $\vec{a} + \vec{b}$

Теорема 9. Пусть вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$, а вектор $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) вектор $\lambda \vec{a}$ имеет координаты $(\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$;
- 2) вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $(a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$.

Доказательство. 2) Согласно **равенству (13)**,

$$\begin{cases} \vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}, \\ \vec{b} = b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + b_3 \vec{k} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{a} + \vec{b} =$$

V.13.1. Теорема о координатах векторов $\lambda \vec{a}$ и $\vec{a} + \vec{b}$

Теорема 9. Пусть вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$, а вектор $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) вектор $\lambda \vec{a}$ имеет координаты $(\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$;
- 2) вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $(a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$.

Доказательство. 2) Согласно **равенству (13)**,

$$\begin{cases} \vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}, \\ \vec{b} = b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + b_3 \vec{k} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}) + (b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + b_3 \vec{k}) =$$

V.13.1. Теорема о координатах векторов $\lambda \vec{a}$ и $\vec{a} + \vec{b}$

Теорема 9. Пусть вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$, а вектор $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) вектор $\lambda \vec{a}$ имеет координаты $(\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$;
- 2) вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $(a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$.

Доказательство. 2) Согласно **равенству (13)**,

$$\begin{cases} \vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}, \\ \vec{b} = b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + b_3 \vec{k} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} &= (a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}) + (b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + b_3 \vec{k}) = \\ &= (a_1 + b_1) \vec{i} + (a_2 + b_2) \vec{j} + (a_3 + b_3) \vec{k}. \end{aligned}$$

V.13.1. Теорема о координатах векторов $\lambda \vec{a}$ и $\vec{a} + \vec{b}$

Теорема 9. Пусть вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$, а вектор $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) вектор $\lambda \vec{a}$ имеет координаты $(\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$;
- 2) вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $(a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$.

Доказательство. 2) Согласно **равенству (13)**,

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1) \vec{i} + (a_2 + b_2) \vec{j} + (a_3 + b_3) \vec{k}.$$

В силу **равенства (13)**, получаем требуемое утверждение: вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $(a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$. Теорема доказана.

V.13.2. Следствие о координатах линейной комбинации

Следствие 1 (о координатах линейной комбинации). Если вектор $\vec{\mathbf{a}}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$ и вектор $\vec{\mathbf{b}} = (b_1; b_2; b_3)$, то вектор $\lambda \vec{\mathbf{a}} + \mu \vec{\mathbf{b}}$ имеет координаты $(\lambda a_1 + \mu b_1, \lambda a_2 + \mu b_2, \lambda a_3 + \mu b_3)$.

V.13.3. Теорема о координатах вектора $\overrightarrow{AB}$

Теорема 10 (о координатах вектора $\overrightarrow{AB}$). Если координаты точек A и B равны $(A_x; A_y; A_z)$ и соответственно $(B_x; B_y; B_z)$, то $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$, поэтому координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ равны $(B_x - A_x; B_y - A_y; B_z - A_z)$, то есть

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (B_x - A_x) \vec{i} + (B_y - A_y) \vec{j} + (B_z - A_z) \vec{k}. \quad (15)$$

Доказательство.

V.13.3. Теорема о координатах вектора $\overrightarrow{AB}$

Теорема 10 (о координатах вектора $\overrightarrow{AB}$). Если координаты точек A и B равны $(A_x; A_y; A_z)$ и соответственно $(B_x; B_y; B_z)$, то $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$, поэтому координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ равны $(B_x - A_x; B_y - A_y; B_z - A_z)$, то есть

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (B_x - A_x) \vec{i} + (B_y - A_y) \vec{j} + (B_z - A_z) \vec{k}. \quad (15)$$

Доказательство. Это прямое следствие из соглашения о связи вектора и направленного отрезка, из формулы (14), и теоремы 9 о координатах векторов $\lambda \vec{a}$ и $\vec{a} + \vec{b}$.

V.13.4. Теорема о вычислении скалярного произведения с помощью координат

Пусть нам известны координаты векторов: $\vec{\mathbf{a}}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{\mathbf{b}}(b_x, b_y, b_z)$. Как с помощью этих координат найти скалярное произведение $(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}})$?

V.13.4. Теорема о вычислении скалярного произведения с помощью координат

Пусть нам известны координаты векторов: $\vec{\mathbf{a}}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{\mathbf{b}}(b_x, b_y, b_z)$. Как с помощью этих координат найти скалярное произведение $(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}})$?

Получим самостоятельно формулировку и доказательство?

V.13.4. Теорема о вычислении скалярного произведения с помощью координат

Теорема **11**. Если $\vec{a} (a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b} (b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left(\vec{a}, \vec{b} \right) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z. \quad (16)$$

Доказательство было получено в ходе **решения примера**.

V.13.4. Теорема о вычислении скалярного произведения с помощью координат

Теорема **11**. Если $\vec{\mathbf{a}}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{\mathbf{b}}(b_x, b_y, b_z)$, то

$$(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z. \quad (16)$$

Рассмотреть пример применения?

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Теорема **12**. Если $\vec{\mathbf{a}}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{\mathbf{b}}(b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left[a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}}, b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}} \right] = \begin{vmatrix} \vec{\mathbf{i}} & \vec{\mathbf{j}} & \vec{\mathbf{k}} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство.

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Теорема **12**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left[a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Непосредственно из определения векторного произведения следуют равенства

$$[\vec{i}, \vec{j}] =$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Теорема **12**. Если $\vec{a} (a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b} (b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left[a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Непосредственно из определения векторного произведения следуют равенства

$$[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k},$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Теорема **12**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left[a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Непосредственно из определения векторного произведения следуют равенства

$$[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}, \quad [\vec{j}, \vec{i}] =$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Теорема **12**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left[a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Непосредственно из определения векторного произведения следуют равенства

$$[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}, \quad [\vec{j}, \vec{i}] = -\vec{k},$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Теорема **12**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left[a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Непосредственно из определения векторного произведения следуют равенства

$$[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}, \quad [\vec{j}, \vec{i}] = -\vec{k}, \quad [\vec{j}, \vec{k}] =$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Теорема **12**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left[a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Непосредственно из определения векторного произведения следуют равенства

$$[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}, \quad [\vec{j}, \vec{i}] = -\vec{k}, \quad [\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i},$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Теорема **12**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left[a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Непосредственно из определения векторного произведения следуют равенства

$$[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}, \quad [\vec{j}, \vec{i}] = -\vec{k}, \quad [\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i}, \quad [\vec{k}, \vec{j}] =$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Теорема **12**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left[a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Непосредственно из определения векторного произведения следуют равенства

$$\left[\vec{i}, \vec{j} \right] = \vec{k}, \quad \left[\vec{j}, \vec{i} \right] = -\vec{k}, \quad \left[\vec{j}, \vec{k} \right] = \vec{i}, \quad \left[\vec{k}, \vec{j} \right] = -\vec{i},$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Теорема **12**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left[a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Непосредственно из определения векторного произведения следуют равенства

$$\begin{aligned} [\vec{i}, \vec{j}] &= \vec{k}, & [\vec{j}, \vec{i}] &= -\vec{k}, & [\vec{j}, \vec{k}] &= \vec{i}, & [\vec{k}, \vec{j}] &= -\vec{i}, \\ [\vec{i}, \vec{k}] &= \end{aligned}$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Теорема **12**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left[a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Непосредственно из определения векторного произведения следуют равенства

$$\begin{aligned} [\vec{i}, \vec{j}] &= \vec{k}, & [\vec{j}, \vec{i}] &= -\vec{k}, & [\vec{j}, \vec{k}] &= \vec{i}, & [\vec{k}, \vec{j}] &= -\vec{i}, \\ [\vec{i}, \vec{k}] &= -\vec{j}, \end{aligned}$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Теорема **12**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left[a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Непосредственно из определения векторного произведения следуют равенства

$$\begin{aligned} [\vec{i}, \vec{j}] &= \vec{k}, & [\vec{j}, \vec{i}] &= -\vec{k}, & [\vec{j}, \vec{k}] &= \vec{i}, & [\vec{k}, \vec{j}] &= -\vec{i}, \\ [\vec{i}, \vec{k}] &= -\vec{j}, & [\vec{k}, \vec{i}] &= \end{aligned}$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Теорема **12**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left[a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Непосредственно из определения векторного произведения следуют равенства

$$\begin{aligned} [\vec{i}, \vec{j}] &= \vec{k}, & [\vec{j}, \vec{i}] &= -\vec{k}, & [\vec{j}, \vec{k}] &= \vec{i}, & [\vec{k}, \vec{j}] &= -\vec{i}, \\ [\vec{i}, \vec{k}] &= -\vec{j}, & [\vec{k}, \vec{i}] &= \vec{j}. \end{aligned}$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Теорема **12**. Если $\vec{a} (a_x, a_y, a_z)$ и $\vec{b} (b_x, b_y, b_z)$, то

$$\left[a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. $[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}$, $[\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i}$, $[\vec{k}, \vec{i}] = \vec{j}$.

Используя **линейность векторного произведения**, получаем

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Доказательство. $[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}$, $[\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i}$, $[\vec{k}, \vec{i}] = \vec{j}$.

Используя **линейность векторного произведения**, получаем

$$\begin{aligned} [\vec{a}, \vec{b}] &= [a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}] = \\ &= a_x b_x \underbrace{[\vec{i}, \vec{i}]} + a_x b_y \underbrace{[\vec{i}, \vec{j}]} + a_x b_z \underbrace{[\vec{i}, \vec{k}]} + \\ &+ a_y b_x \underbrace{[\vec{j}, \vec{i}]} + a_y b_y \underbrace{[\vec{j}, \vec{j}]} + a_y b_z \underbrace{[\vec{j}, \vec{k}]} + \\ &+ a_z b_x \underbrace{[\vec{k}, \vec{i}]} + a_z b_y \underbrace{[\vec{k}, \vec{j}]} + a_z b_z \underbrace{[\vec{k}, \vec{k}]} = \end{aligned}$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Доказательство. $[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}$, $[\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i}$, $[\vec{k}, \vec{i}] = \vec{j}$.

Используя **линейность векторного произведения**, получаем

$$\begin{aligned} [\vec{a}, \vec{b}] &= [a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}] = \\ &= a_x b_x \underbrace{[\vec{i}, \vec{i}]}_{=\vec{0}} + a_x b_y \underbrace{[\vec{i}, \vec{j}]}_{=\vec{k}} + a_x b_z \underbrace{[\vec{i}, \vec{k}]}_{=-\vec{j}} + \\ &+ a_y b_x \underbrace{[\vec{j}, \vec{i}]}_{=-\vec{k}} + a_y b_y \underbrace{[\vec{j}, \vec{j}]}_{=\vec{0}} + a_y b_z \underbrace{[\vec{j}, \vec{k}]}_{=\vec{i}} + \\ &+ a_z b_x \underbrace{[\vec{k}, \vec{i}]}_{=\vec{j}} + a_z b_y \underbrace{[\vec{k}, \vec{j}]}_{=-\vec{i}} + a_z b_z \underbrace{[\vec{k}, \vec{k}]}_{=\vec{0}} = \end{aligned}$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Доказательство. $[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}$, $[\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i}$, $[\vec{k}, \vec{i}] = \vec{j}$.

Используя **линейность векторного произведения**, получаем

$$\begin{aligned} [\vec{a}, \vec{b}] &= [a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}] = \\ &= a_x b_x \vec{0} + a_x b_y \vec{k} + a_x b_z (-\vec{j}) + \\ &+ a_y b_x (-\vec{k}) + a_y b_y \vec{0} + a_y b_z \vec{i} + \\ &+ a_z b_x \vec{j} + a_z b_y (-\vec{i}) + a_z b_z \vec{0} = \\ &= (a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} - (a_x b_z - a_z b_x) \vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k} = \end{aligned}$$

V.13.5. Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат

Доказательство. $[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}$, $[\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i}$, $[\vec{k}, \vec{i}] = \vec{j}$.

Используя **линейность векторного произведения**, получаем

$$\begin{aligned} [\vec{a}, \vec{b}] &= [a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}] = \\ &= (a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} - (a_x b_z - a_z b_x) \vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k} = \\ &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Теорема доказана.

Рассмотреть пример?

V.13.6. Теорема о вычислении смешанного произведения с помощью координат

Теорема **13**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ и $\vec{c}(c_x, c_y, c_z)$, то

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство.

V.13.6. Теорема о вычислении смешанного произведения с помощью координат

Теорема **13**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ и $\vec{c}(c_x, c_y, c_z)$, то

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Используя теоремы о **вычислении скалярного** и **векторного** произведений, получаем $\vec{a} \vec{b} \vec{c} =$

$$= \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}.$$

V.13.6. Теорема о вычислении смешанного произведения с помощью координат

Теорема **13**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ и $\vec{c}(c_x, c_y, c_z)$, то

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Используя теоремы о **вычислении скалярного** и **векторного** произведений, получаем $\vec{a} \vec{b} \vec{c} =$

$$= \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}.$$

V.13.6. Теорема о вычислении смешанного произведения с помощью координат

Теорема 13. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ и $\vec{c}(c_x, c_y, c_z)$, то

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Используя теоремы о **вычислении скалярного** и **векторного** произведений, получаем $\vec{a} \vec{b} \vec{c} =$

$$= (a_y b_z - a_z b_y) c_x - (a_x b_z - a_z b_x) c_y + (a_x b_y - a_y b_x) c_z = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}.$$

V.13.6. Теорема о вычислении смешанного произведения с помощью координат

Теорема 13. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ и $\vec{c}(c_x, c_y, c_z)$, то

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Используя теоремы о **вычислении скалярного** и **векторного** произведений, получаем $\vec{a} \vec{b} \vec{c} =$

$$= (a_y b_z - a_z b_y) c_x - (a_x b_z - a_z b_x) c_y + (a_x b_y - a_y b_x) c_z = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}.$$

V.13.6. Теорема о вычислении смешанного произведения с помощью координат

Теорема 13. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ и $\vec{c}(c_x, c_y, c_z)$, то

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Используя теоремы о **вычислении скалярного** и **векторного** произведений, получаем $\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \left(\left[\vec{a}, \vec{b} \right], \vec{c} \right) =$

$$= (a_y b_z - a_z b_y) c_x - (a_x b_z - a_z b_x) c_y + (a_x b_y - a_y b_x) c_z = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}.$$

V.13.6. Теорема о вычислении смешанного произведения с помощью координат

Теорема **13**. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ и $\vec{c}(c_x, c_y, c_z)$, то

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Используя теоремы о **вычислении скалярного** и **векторного** произведений, получаем $\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \left([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c} \right) =$

$$= (a_y b_z - a_z b_y) c_x - (a_x b_z - a_z b_x) c_y + (a_x b_y - a_y b_x) c_z = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}.$$

V.13.6. Теорема о вычислении смешанного произведения с помощью координат

Теорема 13. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ и $\vec{c}(c_x, c_y, c_z)$, то

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Используя теоремы о **вычислении скалярного** и **векторного** произведений, получаем $\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \left(\left[\vec{a}, \vec{b} \right], \vec{c} \right) =$
 $= ((a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} - (a_x b_z - a_z b_x) \vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k}, c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + c_z \vec{k})$
 $= (a_y b_z - a_z b_y) c_x - (a_x b_z - a_z b_x) c_y + (a_x b_y - a_y b_x) c_z = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}.$

V.13.6. Теорема о вычислении смешанного произведения с помощью координат

Теорема 13. Если $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ и $\vec{c}(c_x, c_y, c_z)$, то

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Доказательство. Используя теоремы о **вычислении скалярного** и **векторного** произведений, получаем $\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \left(\left[\vec{a}, \vec{b} \right], \vec{c} \right) =$
 $= ((a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} - (a_x b_z - a_z b_x) \vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k}, c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + c_z \vec{k})$
 $= (a_y b_z - a_z b_y) c_x - (a_x b_z - a_z b_x) c_y + (a_x b_y - a_y b_x) c_z = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}.$

Теорема доказана.

V.13.7. Доказательство теоремы о вычислении двойного векторного произведения («бац—цаб»)

Теорема 1. Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ имеет место равенство

$$\left[\vec{a}, \left[\vec{b}, \vec{c} \right] \right] = \vec{b} (\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c} (\vec{a}, \vec{b}). \quad (17)$$

Доказательство.

V.13.7. Доказательство теоремы о вычислении двойного векторного произведения («бац—цаб»)

Теорема 1. Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ имеет место равенство

$$[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = \vec{b} (\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c} (\vec{a}, \vec{b}). \quad (17)$$

Доказательство. Выберем ОНБ, чтобы $\vec{a}$ был параллелен $\vec{i}$. Тогда $\vec{a} =$

V.13.7. Доказательство теоремы о вычислении двойного векторного произведения («бац—цаб»)

Теорема 1. Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ имеет место равенство

$$[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = \vec{b} (\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c} (\vec{a}, \vec{b}). \quad (17)$$

Доказательство. Выберем ОНБ, чтобы $\vec{a}$ был параллелен $\vec{i}$. Тогда $\vec{a} = a_x \vec{i}$.

V.13.7. Доказательство теоремы о вычислении двойного векторного произведения («бац—цаб»)

Теорема 1. Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ имеет место равенство

$$[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = \vec{b} (\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c} (\vec{a}, \vec{b}). \quad (17)$$

Доказательство. Выберем ОНБ, чтобы $\vec{a}$ был параллелен $\vec{i}$. Тогда $\vec{a} = a_x \vec{i}$.

Вычислим левую и правую части равенства с помощью координат. Левая часть равенства (5) равна: $[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] =$

V.13.7. Доказательство теоремы о вычислении двойного векторного произведения («бац—цаб»)

Теорема 1. Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ имеет место равенство

$$[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = \vec{b} (\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c} (\vec{a}, \vec{b}). \quad (17)$$

Доказательство. Выберем ОНБ, чтобы $\vec{a}$ был параллелен $\vec{i}$. Тогда $\vec{a} = a_x \vec{i}$.

Вычислим левую и правую части равенства с помощью координат. Левая часть равенства (5) равна: $[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] =$

$$= [a_x \vec{i}, (b_y c_z - b_z c_y) \vec{i} - (b_x c_z - b_z c_x) \vec{j} + (b_x c_y - b_y c_x) \vec{k}] =$$

V.13.7. Доказательство теоремы о вычислении двойного векторного произведения («бац—цаб»)

Теорема 1. Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ имеет место равенство

$$[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = \vec{b} (\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c} (\vec{a}, \vec{b}). \quad (17)$$

Доказательство. Выберем ОНБ, чтобы $\vec{a}$ был параллелен $\vec{i}$. Тогда $\vec{a} = a_x \vec{i}$.

Вычислим левую и правую части равенства с помощью координат. Левая часть равенства (5) равна: $[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] =$

$$\begin{aligned} &= [a_x \vec{i}, (b_y c_z - b_z c_y) \vec{i} - (b_x c_z - b_z c_x) \vec{j} + (b_x c_y - b_y c_x) \vec{k}] = \\ &= a_x (b_y c_x - b_x c_y) \vec{j} + a_x (b_z c_x - b_x c_z) \vec{k}. \end{aligned}$$

V.13.7. Доказательство теоремы о вычислении двойного векторного произведения («бац—цаб»)

Теорема 1. Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ имеет место равенство

$$[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = \vec{b} (\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c} (\vec{a}, \vec{b}). \quad (17)$$

Доказательство. $\vec{a} = a_x \vec{i}$.

$$[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = a_x (b_y c_x - b_x c_y) \vec{j} + a_x (b_z c_x - b_x c_z) \vec{k}.$$

Правая часть доказываемого равенства: $\vec{b} (\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c} (\vec{a}, \vec{b}) =$

V.13.7. Доказательство теоремы о вычислении двойного векторного произведения («бац—цаб»)

Теорема 1. Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ имеет место равенство

$$\left[\vec{a}, \left[\vec{b}, \vec{c} \right] \right] = \vec{b} \left(\vec{a}, \vec{c} \right) - \vec{c} \left(\vec{a}, \vec{b} \right). \quad (17)$$

Доказательство. $\vec{a} = a_x \vec{i}$.

$$\left[\vec{a}, \left[\vec{b}, \vec{c} \right] \right] = a_x (b_y c_x - b_x c_y) \vec{j} + a_x (b_z c_x - b_x c_z) \vec{k}.$$

Правая часть доказываемого равенства: $\vec{b} \left(\vec{a}, \vec{c} \right) - \vec{c} \left(\vec{a}, \vec{b} \right) =$

$$= \left(b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right) a_x c_x - \left(c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + c_z \vec{k} \right) a_x b_x =$$

V.13.7. Доказательство теоремы о вычислении двойного векторного произведения («бац—цаб»)

Теорема 1. Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ имеет место равенство

$$[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = \vec{b} (\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c} (\vec{a}, \vec{b}). \quad (17)$$

Доказательство. $\vec{a} = a_x \vec{i}$.

$$[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = a_x (b_y c_x - b_x c_y) \vec{j} + a_x (b_z c_x - b_x c_z) \vec{k}.$$

Правая часть доказываемого равенства: $\vec{b} (\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c} (\vec{a}, \vec{b}) =$

$$\begin{aligned} &= (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}) a_x c_x - (c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + c_z \vec{k}) a_x b_x = \\ &= (b_x a_x c_x - c_x a_x b_x) \vec{i} + (b_y a_x c_x - c_y a_x b_x) \vec{j} + (b_z a_x c_x - c_z a_x b_x) \vec{k} = \end{aligned}$$

V.13.7. Доказательство теоремы о вычислении двойного векторного произведения («бац—цаб»)

Теорема 1. Для любых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ имеет место равенство

$$[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = \vec{b} (\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c} (\vec{a}, \vec{b}). \quad (17)$$

Доказательство. $\vec{a} = a_x \vec{i}$.

$$[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = a_x (b_y c_x - b_x c_y) \vec{j} + a_x (b_z c_x - b_x c_z) \vec{k}.$$

Правая часть доказываемого равенства: $\vec{b} (\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c} (\vec{a}, \vec{b}) =$

$$\begin{aligned} &= (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}) a_x c_x - (c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + c_z \vec{k}) a_x b_x = \\ &= (b_x a_x c_x - c_x a_x b_x) \vec{i} + (b_y a_x c_x - c_y a_x b_x) \vec{j} + (b_z a_x c_x - c_z a_x b_x) \vec{k} = \\ &= a_x (b_y c_x - c_y b_x) \vec{j} + a_x (b_z c_x - c_z b_x) \vec{k}. \end{aligned}$$

V.13.7. Доказательство теоремы о вычислении двойного векторного произведения («бац—цаб»)

Теорема 1. Для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ имеет место равенство

$$[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = \vec{b} (\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c} (\vec{a}, \vec{b}). \quad (17)$$

Доказательство. $\vec{a} = a_x \vec{i}$.

$$[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = a_x (b_y c_x - b_x c_y) \vec{j} + a_x (b_z c_x - b_x c_z) \vec{k}.$$

Правая часть доказываемого равенства: $\vec{b} (\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c} (\vec{a}, \vec{b}) =$

$$= a_x (b_y c_x - c_y b_x) \vec{j} + a_x (b_z c_x - c_z b_x) \vec{k}.$$

Таким образом, левая и правая части доказываемого **равенства (5)** эквивалентными преобразованиями мы привели к одному и тому же выражению. Формула доказана.

V.13.8. Критерий коллинеарности векторов

Теорема 14. Для ненулевых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, имеющих координаты $(a_x; a_y; a_z)$ и соответственно $(b_x; b_y; b_z)$, следующие утверждения равносильны:

- 1) векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны;
- 2) существует такое число λ , что справедливо равенство

$$\vec{b} = \lambda \vec{a}, \quad (18)$$

$$\text{равносильное системе равенств} \quad \begin{cases} b_x = \lambda a_x, \\ b_y = \lambda a_y, \\ b_z = \lambda a_z. \end{cases} \quad (19)$$

Доказательство.

V.13.8. Критерий коллинеарности векторов

Теорема 14. Для ненулевых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, имеющих координаты $(a_x; a_y; a_z)$ и соответственно $(b_x; b_y; b_z)$, следующие утверждения равносильны:

- 1) векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны;
- 2) существует такое число λ , что справедливо равенство

$$\vec{b} = \lambda \vec{a}, \quad (18)$$

$$\text{равносильное системе равенств} \quad \begin{cases} b_x = \lambda a_x, \\ b_y = \lambda a_y, \\ b_z = \lambda a_z. \end{cases} \quad (19)$$

Доказательство.

Равносильность утверждений 1) и 2) получена в ходе доказательства **теоремы 5 о базисе прямой**. Равносильность равенств (18) и (19) следует из **теоремы 9**. Теорема доказана.

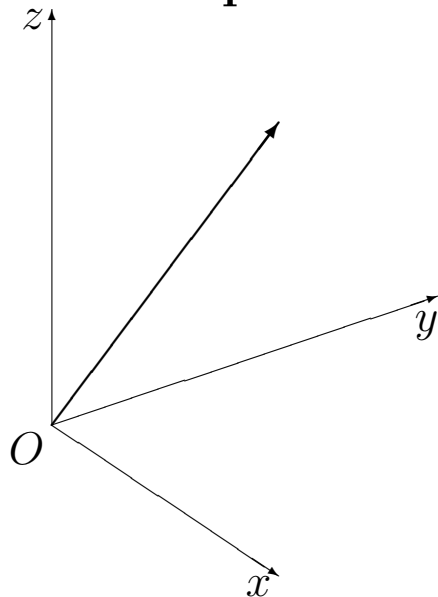
V.14. Направляющие косинусы

Часто в приложениях вектор используется только для задания *направления*, при этом *длина* вектора несущественна. Такова, например, ситуация при задании **оси** в пространстве, то есть *прямой с указанным на ней направлением*. Такая ось определяется *любым* вектором, параллельным этой оси и сонаправленным² с ней. В этом случае иногда указывают не *координаты* вектора, а так называемые **направляющие косинусы**, то есть тройку чисел $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$, где α , β , γ — углы, образуемые вектором или осью с координатными осями, соответственно, Ox , Oy , Oz .

²направленным в ту же сторону, а не в противоположную.

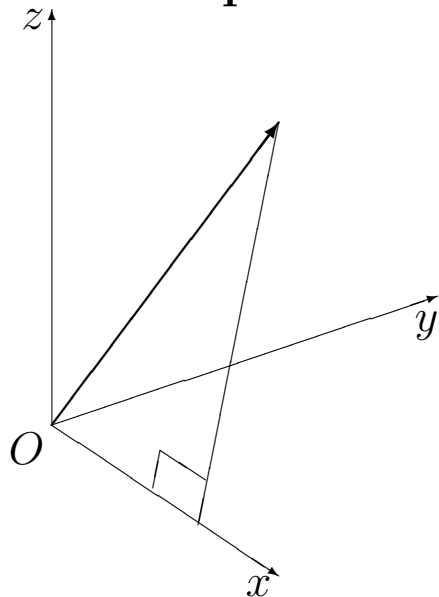
V.14. Направляющие косинусы

Опустим перпендикуляры
на ось Ox (ось абсцисс),



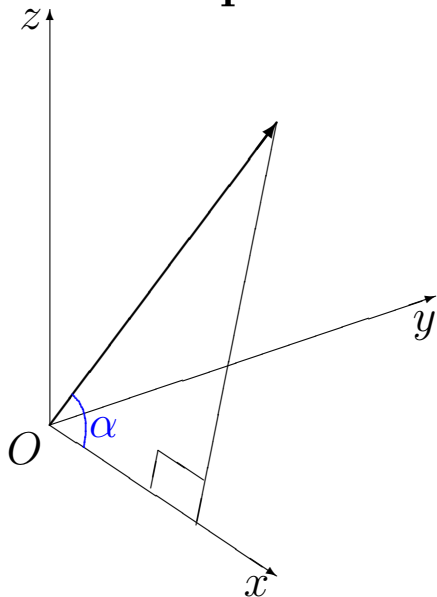
V.14. Направляющие косинусы

Опустим перпендикуляры
на ось Ox (ось абсцисс),



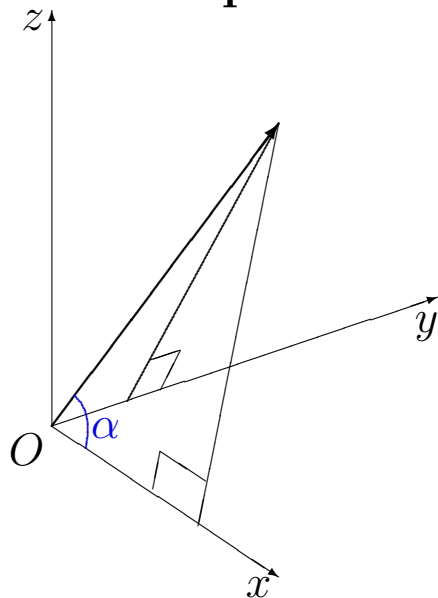
V.14. Направляющие косинусы

Опустим перпендикуляры
на ось Ox (ось абсцисс),



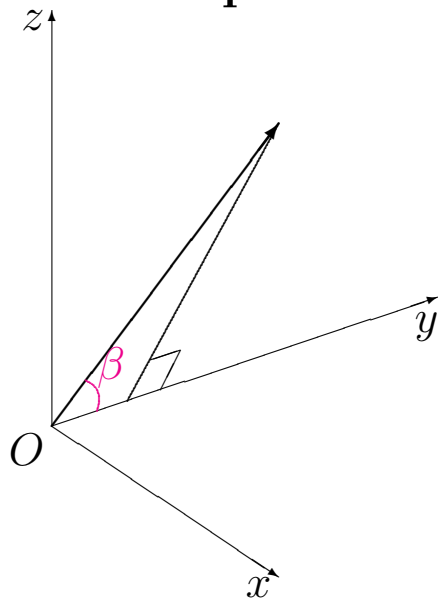
V.14. Направляющие косинусы

Опустим перпендикуляры
на ось Ox (ось абсцисс),
на ось Oy (ось ординат),

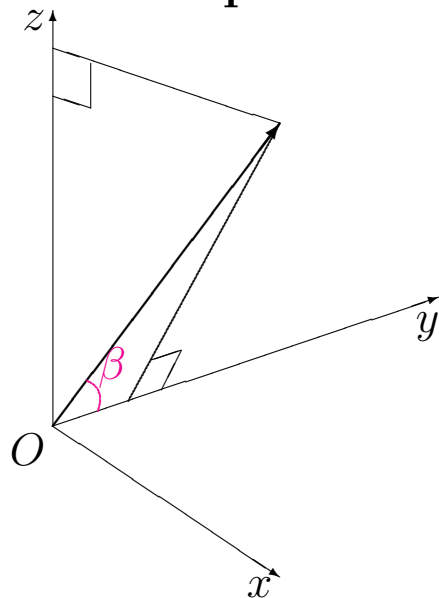


V.14. Направляющие косинусы

Опустим перпендикуляры
на ось Ox (ось абсцисс),
на ось Oy (ось ординат),

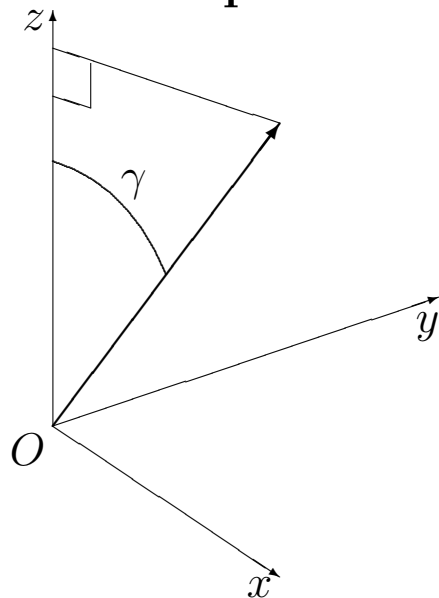


V.14. Направляющие косинусы



Опустим перпендикуляры
на ось Ox (ось абсцисс),
на ось Oy (ось ординат),
на ось Oz (ось аппликат).

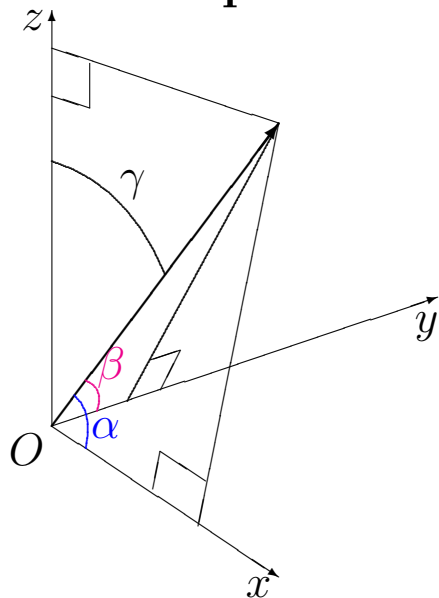
V.14. Направляющие косинусы



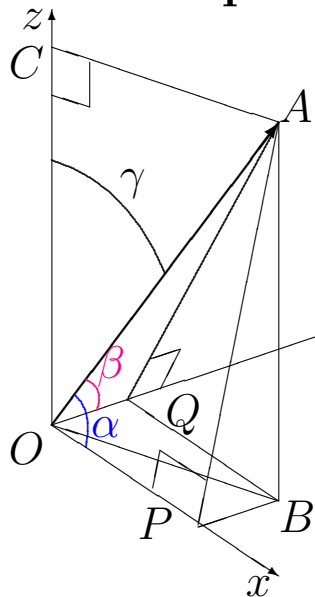
Опустим перпендикуляры
на ось Ox (ось абсцисс),
на ось Oy (ось ординат),
на ось Oz (ось аппликат).

V.14. Направляющие косинусы

Величины $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ называются **направляющими косинусами** вектора.



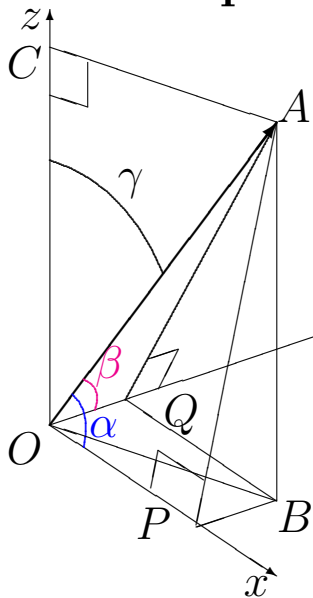
V.14. Направляющие косинусы



Величины $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ называются **направляющими косинусами** вектора.

Спроецируем точку A на плоскость xOy и спроецируем полученную точку B на оси Ox и Oy .

V.14. Направляющие косинусы

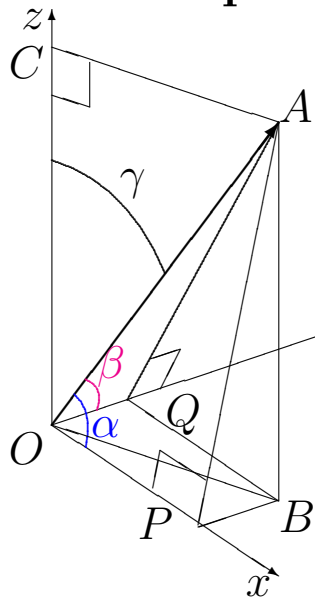


Величины $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ называются **направляющими косинусами** вектора.

Спроецируем точку A на плоскость xOy и спроецируем полученную точку B на оси Ox и Oy .

Рассмотрим случай, когда $\overrightarrow{OA}$ является **ортом**, т.е. имеет единичный модуль (длина равна 1).

V.14. Направляющие косинусы



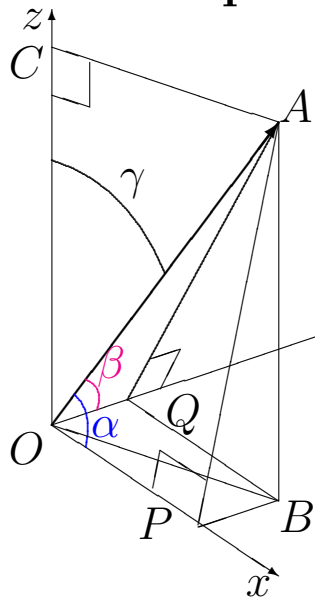
Величины $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ называются **направляющими косинусами** вектора.

Спроецируем точку A на плоскость xOy и спроецируем полученную точку B на оси Ox и Oy .

Рассмотрим случай, когда $\overrightarrow{OA}$ является **ортом**, т.е. имеет единичный модуль (длина равна 1).

$$1 = OA^2 =$$

V.14. Направляющие косинусы



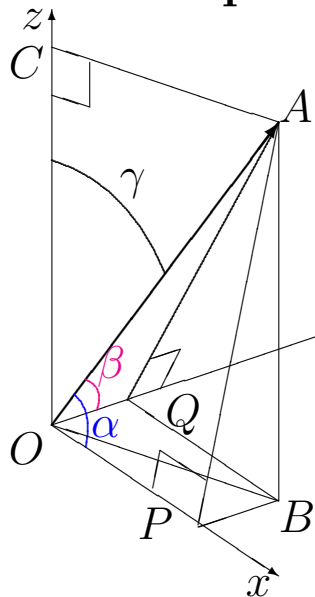
Величины $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ называются **направляющими косинусами** вектора.

Спроецируем точку A на плоскость xOy и спроецируем полученную точку B на оси Ox и Oy .

Рассмотрим случай, когда $\vec{OA}$ является **ортом**, т.е. имеет единичный модуль (длина равна 1).

$$1 = OA^2 = OB^2 + AB^2 =$$

V.14. Направляющие косинусы



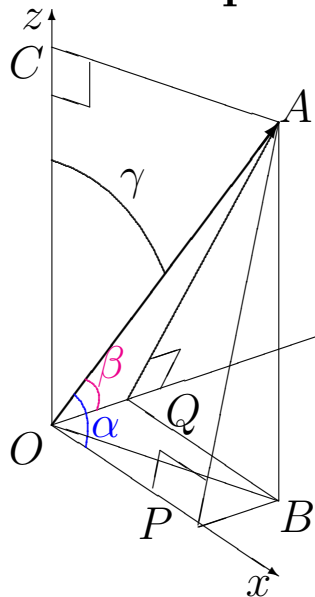
Величины $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ называются **направляющими косинусами** вектора.

Спроецируем точку A на плоскость xOy и спроецируем полученную точку B на оси Ox и Oy .

Рассмотрим случай, когда $\vec{OA}$ является **ортом**, т.е. имеет единичный модуль (длина равна 1).

$$1 = OA^2 = OB^2 + AB^2 = OB^2 + \cos^2 \gamma =$$

V.14. Направляющие косинусы



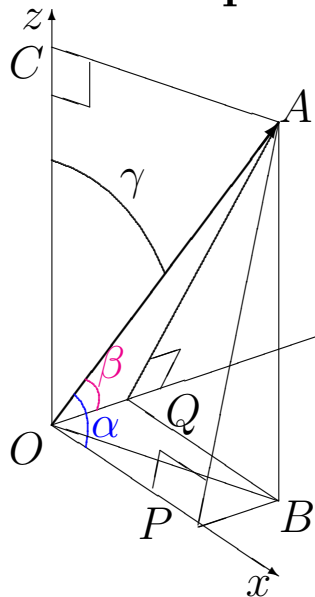
Величины $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ называются **направляющими косинусами** вектора.

Спроецируем точку A на плоскость xOy и спроецируем полученную точку B на оси Ox и Oy .

Рассмотрим случай, когда $\overrightarrow{OA}$ является **ортом**, т.е. имеет единичный модуль (длина равна 1).

$$1 = OA^2 = OB^2 + AB^2 = OB^2 + \cos^2 \gamma = OP^2 + OQ^2 + \cos^2 \gamma =$$

V.14. Направляющие косинусы



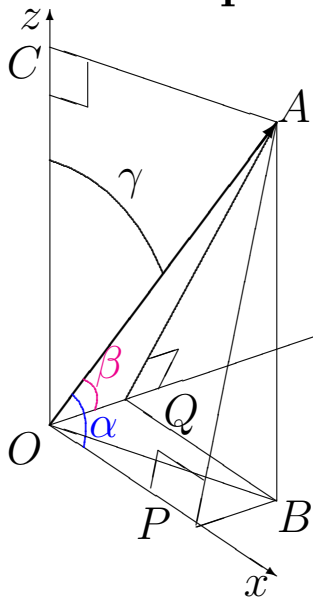
Величины $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ называются **направляющими косинусами** вектора.

Спроецируем точку A на плоскость xOy и спроецируем полученную точку B на оси Ox и Oy .

Рассмотрим случай, когда $\overrightarrow{OA}$ является **ортом**, т.е. имеет единичный модуль (длина равна 1).

$$1 = OA^2 = OB^2 + AB^2 = OB^2 + \cos^2 \gamma = OP^2 + OQ^2 + \cos^2 \gamma = \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma.$$

V.14. Направляющие косинусы



Величины $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ называются **направляющими косинусами** вектора.

Спроецируем точку A на плоскость xOy и спроецируем полученную точку B на оси Ox и Oy .

Орт — это вектор, имеющий единичный модуль (длина равна 1).

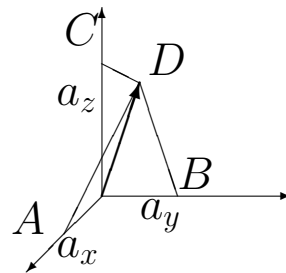
Справедливо и обратное: для направляющих косинусов вектора

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1,$$

Т.е. **вектор** $\cos \alpha \vec{i} + \cos \beta \vec{j} + \cos \gamma \vec{k}$ **является ортом.**

V.15. Теорема о направляющих косинусах и орте вектора

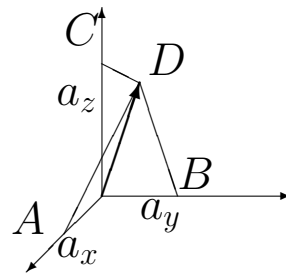
Теорема 15. В системе координат $Oxyz$ направляющие косинусы $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ вектора $\vec{a}$ равны координатам орта этого вектора в ОНБ $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.



Доказательство.

V.15. Теорема о направляющих косинусах и орте вектора

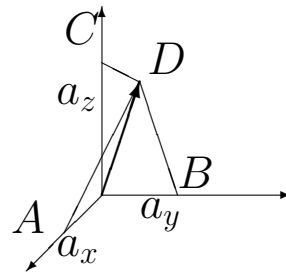
Теорема 15. В системе координат $Oxyz$ направляющие косинусы $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ вектора $\vec{a}$ равны координатам орта этого вектора в ОНБ $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.



Доказательство. Пусть $\vec{a}$ имеет координаты $(a_x; a_y; a_z)$.

V.15. Теорема о направляющих косинусах и орте вектора

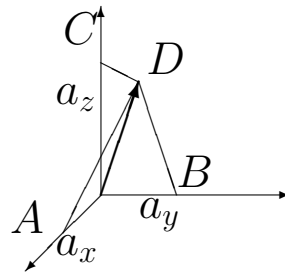
Теорема 15. В системе координат $Oxyz$ направляющие косинусы $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ вектора $\vec{a}$ равны координатам орта этого вектора в ОНБ $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.



Доказательство. Пусть $\vec{a}$ имеет координаты $(a_x; a_y; a_z)$. Рассматривая изображенные на **рисунке** прямоугольные треугольники $\triangle OAD$, $\triangle OBD$, $\triangle OCD$, получаем что

V.15. Теорема о направляющих косинусах и орте вектора

Теорема 15. В системе координат $Oxyz$ направляющие косинусы $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ вектора $\vec{a}$ равны координатам орта этого вектора в ОНБ $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.

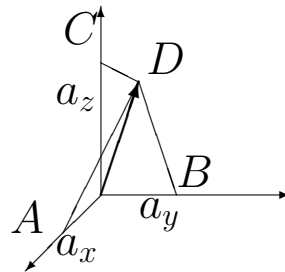


Доказательство. Пусть $\vec{a}$ имеет координаты $(a_x; a_y; a_z)$. Рассматривая изображенные на **рисунке** прямоугольные треугольники $\triangle OAD$, $\triangle OBD$, $\triangle OCD$, получаем что

$$\begin{cases} a_x = |\vec{a}| \cos \angle AOD = |\vec{a}| \cos \alpha, \\ a_y = |\vec{a}| \cos \angle BOD = |\vec{a}| \cos \beta, \\ a_z = |\vec{a}| \cos \angle COD = |\vec{a}| \cos \gamma \end{cases} \Rightarrow$$

V.15. Теорема о направляющих косинусах и орте вектора

Теорема 15. В системе координат $Oxyz$ направляющие косинусы $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ вектора $\vec{a}$ равны координатам орта этого вектора в ОНБ $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.

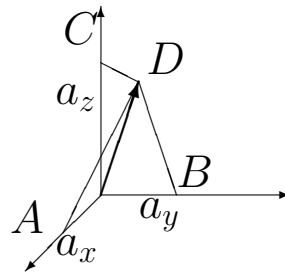


Доказательство. Пусть $\vec{a}$ имеет координаты $(a_x; a_y; a_z)$. Рассматривая изображенные на **рисунке** прямоугольные треугольники $\triangle OAD$, $\triangle OBD$, $\triangle OCD$, получаем что

$$\begin{cases} a_x = |\vec{a}| \cos \angle AOD = |\vec{a}| \cos \alpha, \\ a_y = |\vec{a}| \cos \angle BOD = |\vec{a}| \cos \beta, \\ a_z = |\vec{a}| \cos \angle COD = |\vec{a}| \cos \gamma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = a_x / |\vec{a}|, \\ \cos \beta = a_y / |\vec{a}|, \\ \cos \gamma = a_z / |\vec{a}|. \end{cases} \Rightarrow$$

V.15. Теорема о направляющих косинусах и орте вектора

Теорема 15. В системе координат $Oxyz$ направляющие косинусы $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ вектора $\vec{a}$ равны координатам орта этого вектора в ОНБ $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.



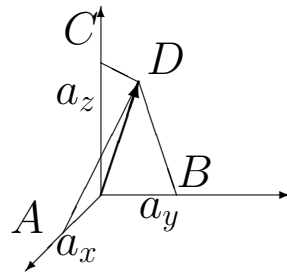
Доказательство. Пусть $\vec{a}$ имеет координаты $(a_x; a_y; a_z)$. Рассматривая изображенные на **рисунке** прямоугольные треугольники $\triangle OAD$, $\triangle OBD$, $\triangle OCD$, получаем что

$$\begin{cases} a_x = |\vec{a}| \cos \angle AOD = |\vec{a}| \cos \alpha, \\ a_y = |\vec{a}| \cos \angle BOD = |\vec{a}| \cos \beta, \\ a_z = |\vec{a}| \cos \angle COD = |\vec{a}| \cos \gamma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = a_x / |\vec{a}|, \\ \cos \beta = a_y / |\vec{a}|, \\ \cos \gamma = a_z / |\vec{a}|. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\vec{b} = \cos \alpha \vec{i} + \cos \beta \vec{j} + \cos \gamma \vec{k} =$$

V.15. Теорема о направляющих косинусах и орте вектора

Теорема 15. В системе координат $Oxyz$ направляющие косинусы $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ вектора $\vec{a}$ равны координатам орта этого вектора в ОНБ $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.



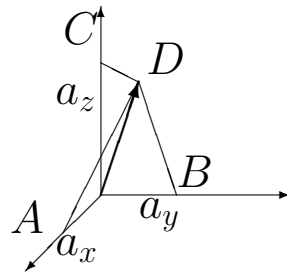
Доказательство. Пусть $\vec{a}$ имеет координаты $(a_x; a_y; a_z)$. Рассматривая изображенные на **рисунке** прямоугольные треугольники $\triangle OAD$, $\triangle OBD$, $\triangle OCD$, получаем что

$$\begin{cases} a_x = |\vec{a}| \cos \angle AOD = |\vec{a}| \cos \alpha, \\ a_y = |\vec{a}| \cos \angle BOD = |\vec{a}| \cos \beta, \\ a_z = |\vec{a}| \cos \angle COD = |\vec{a}| \cos \gamma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = a_x / |\vec{a}|, \\ \cos \beta = a_y / |\vec{a}|, \\ \cos \gamma = a_z / |\vec{a}|. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\vec{b} = \cos \alpha \vec{i} + \cos \beta \vec{j} + \cos \gamma \vec{k} = \frac{a_x}{|\vec{a}|} \vec{i} + \frac{a_y}{|\vec{a}|} \vec{j} + \frac{a_z}{|\vec{a}|} \vec{k} =$$

V.15. Теорема о направляющих косинусах и орте вектора

Теорема 15. В системе координат $Oxyz$ направляющие косинусы $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ вектора $\vec{a}$ равны координатам орта этого вектора в ОНБ $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.



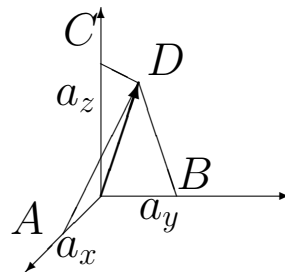
Доказательство. Пусть $\vec{a}$ имеет координаты $(a_x; a_y; a_z)$. Рассматривая изображенные на **рисунке** прямоугольные треугольники $\triangle OAD$, $\triangle OBD$, $\triangle OCD$, получаем что

$$\begin{cases} a_x = |\vec{a}| \cos \angle AOD = |\vec{a}| \cos \alpha, \\ a_y = |\vec{a}| \cos \angle BOD = |\vec{a}| \cos \beta, \\ a_z = |\vec{a}| \cos \angle COD = |\vec{a}| \cos \gamma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = a_x / |\vec{a}|, \\ \cos \beta = a_y / |\vec{a}|, \\ \cos \gamma = a_z / |\vec{a}|. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\vec{b} = \cos \alpha \vec{i} + \cos \beta \vec{j} + \cos \gamma \vec{k} = \frac{a_x}{|\vec{a}|} \vec{i} + \frac{a_y}{|\vec{a}|} \vec{j} + \frac{a_z}{|\vec{a}|} \vec{k} = \frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a}.$$

V.15. Теорема о направляющих косинусах и орте вектора

Теорема 15. В системе координат $Oxyz$ направляющие косинусы $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ вектора $\vec{a}$ равны координатам орта этого вектора в ОНБ $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.



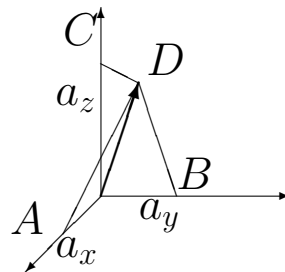
Доказательство.

$$\vec{b} = \cos \alpha \vec{i} + \cos \beta \vec{j} + \cos \gamma \vec{k} = \frac{a_x}{|\vec{a}|} \vec{i} + \frac{a_y}{|\vec{a}|} \vec{j} + \frac{a_z}{|\vec{a}|} \vec{k} = \frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a}.$$

$$|\vec{b}| =$$

V.15. Теорема о направляющих косинусах и орте вектора

Теорема 15. В системе координат $Oxyz$ направляющие косинусы $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ вектора $\vec{a}$ равны координатам орта этого вектора в ОНБ $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.



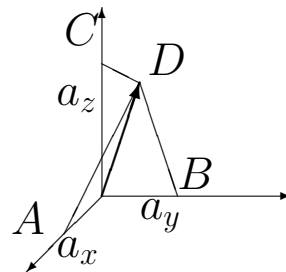
Доказательство.

$$\vec{b} = \cos \alpha \vec{i} + \cos \beta \vec{j} + \cos \gamma \vec{k} = \frac{a_x}{|\vec{a}|} \vec{i} + \frac{a_y}{|\vec{a}|} \vec{j} + \frac{a_z}{|\vec{a}|} \vec{k} = \frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a}.$$

$$|\vec{b}| = \left| \frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} \right| =$$

V.15. Теорема о направляющих косинусах и орте вектора

Теорема 15. В системе координат $Oxyz$ направляющие косинусы $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ вектора $\vec{a}$ равны координатам орта этого вектора в ОНБ $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.



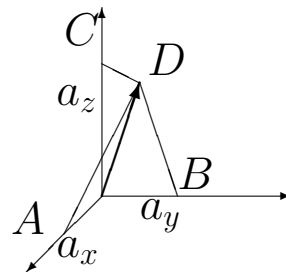
Доказательство.

$$\vec{b} = \cos \alpha \vec{i} + \cos \beta \vec{j} + \cos \gamma \vec{k} = \frac{a_x}{|\vec{a}|} \vec{i} + \frac{a_y}{|\vec{a}|} \vec{j} + \frac{a_z}{|\vec{a}|} \vec{k} = \frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a}.$$

$$|\vec{b}| = \left| \frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} \right| = \frac{1}{|\vec{a}|} |\vec{a}| =$$

V.15. Теорема о направляющих косинусах и орте вектора

Теорема 15. В системе координат $Oxyz$ направляющие косинусы $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ вектора $\vec{a}$ равны координатам орта этого вектора в ОНБ $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.



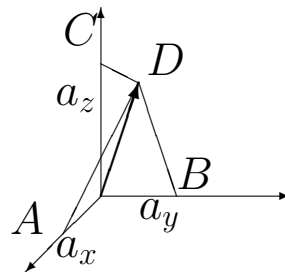
Доказательство.

$$\vec{b} = \cos \alpha \vec{i} + \cos \beta \vec{j} + \cos \gamma \vec{k} = \frac{a_x}{|\vec{a}|} \vec{i} + \frac{a_y}{|\vec{a}|} \vec{j} + \frac{a_z}{|\vec{a}|} \vec{k} = \frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a}.$$

$$|\vec{b}| = \left| \frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} \right| = \frac{1}{|\vec{a}|} |\vec{a}| = 1.$$

V.15. Теорема о направляющих косинусах и орте вектора

Теорема 15. В системе координат $Oxyz$ направляющие косинусы $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ вектора $\vec{a}$ равны координатам орта этого вектора в ОНБ $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.



Доказательство.

$$\vec{b} = \cos \alpha \vec{i} + \cos \beta \vec{j} + \cos \gamma \vec{k} = \frac{a_x}{|\vec{a}|} \vec{i} + \frac{a_y}{|\vec{a}|} \vec{j} + \frac{a_z}{|\vec{a}|} \vec{k} = \frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a}.$$

$$|\vec{b}| = \left| \frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} \right| = \frac{1}{|\vec{a}|} |\vec{a}| = 1.$$

Теорема доказана.

VI. Векторная алгебра как модель-триада: резюме

Мы систематизируем полученные результаты, используя, в основном, **векторно-символическую** и **координатную** модели.

VI.1. Свойства скалярного произведения векторов

$$1) (\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \operatorname{пр}_{\vec{a}} \vec{b} = |\vec{b}| \operatorname{пр}_{\vec{b}} \vec{a};$$

$$2) (\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a});$$

$$3) (\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}) = (\vec{a}, \vec{c}) + (\vec{b}, \vec{c}), \\ (\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a}, \vec{b}) + (\vec{a}, \vec{c});$$

$$4) (\lambda \vec{a}, \vec{b}) = (\vec{a}, \lambda \vec{b}) = \lambda \cdot (\vec{a}, \vec{b}), \text{ где } \lambda \text{ — число};$$

$$5) \text{ Критерий ортогональности ненулевых векторов: } \vec{a} \text{ и } \vec{b} \text{ перпендикулярны тогда и только тогда, когда } (\vec{a}, \vec{b}) = 0;$$

$$6) (\vec{a}, \vec{a}) = |\vec{a}|^2;$$

$$7) \text{ Если } \vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}, \quad \vec{b} = b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + b_3 \vec{k}, \text{ тогда}$$

$$(\vec{a}, \vec{b}) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3. \quad (20)$$

VI.2. Свойства векторного произведения векторов

Антикоммутативность: $[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}]$.

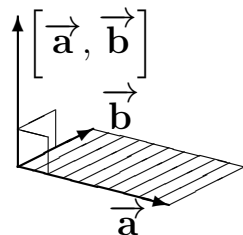
Линейность:

$$[\lambda \vec{a} + \mu \vec{b}, \vec{c}] = \lambda [\vec{a}, \vec{c}] + \mu [\vec{b}, \vec{c}],$$

$$[\vec{a}, \lambda \vec{b} + \mu \vec{c}] = \lambda [\vec{a}, \vec{b}] + \mu [\vec{a}, \vec{c}].$$

Критерий коллинеарности: $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$ тогда и только тогда, когда $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны.

Геометрический смысл: $[\vec{a}, \vec{b}]$ — вектор, перпендикулярный параллелограмму, построенному на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, причем $|\vec{[\vec{a}, \vec{b}]}|$ численно равен площади этого параллелограмма.



VI.2. Свойства векторного произведения векторов

Антикоммутативность.

Линейность.

Критерий коллинеарности.

Геометрический смысл.

Теорема о вычислении векторного произведения с помощью координат:

$$\left[a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}}, b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}} \right] = \begin{vmatrix} \vec{\mathbf{i}} & \vec{\mathbf{j}} & \vec{\mathbf{k}} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}.$$

VI.3. Свойства смешанного произведения векторов

Геометрический смысл смешанного произведения векторов:

$|\vec{a} \vec{b} \vec{c}|$ равен объему параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Критерий правой и левой тройки векторов и критерий компланарности:

$\vec{a} \vec{b} \vec{c} > 0 \Leftrightarrow$ тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является правой;

$\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0 \Leftrightarrow$ тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является левой;

$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = 0 \Leftrightarrow$ векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ компланарны.

Полилинейность смешанного произведения векторов:

$$(\alpha \vec{a} + \beta \vec{b}) \vec{c} \vec{d} = \alpha \vec{a} \vec{c} \vec{d} + \beta \vec{b} \vec{c} \vec{d};$$

$$\vec{a} (\alpha \vec{b} + \beta \vec{c}) \vec{d} = \dots; \quad \vec{a} \vec{b} (\alpha \vec{c} + \beta \vec{d}) = \dots$$

VI.3. Свойства смешанного произведения векторов

Геометрический смысл смешанного произведения векторов.

Критерий правой и левой тройки векторов.

Критерий компланарности векторов.

Полилинейность смешанного произведения векторов.

Циклическое свойство смешанного произведения:

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \vec{b} \vec{c} \vec{a} = \vec{c} \vec{a} \vec{b} = -\vec{b} \vec{a} \vec{c} = -\vec{c} \vec{b} \vec{a} = -\vec{a} \vec{c} \vec{b}.$$

Теорема о вычислении смешанного произведения с помощью координат:

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}.$$

VI.3. Свойства смешанного произведения векторов

Геометрический смысл смешанного произведения векторов:

Критерий правой и левой тройки векторов:

Критерий компланарности векторов:

Полилинейность смешанного произведения векторов:

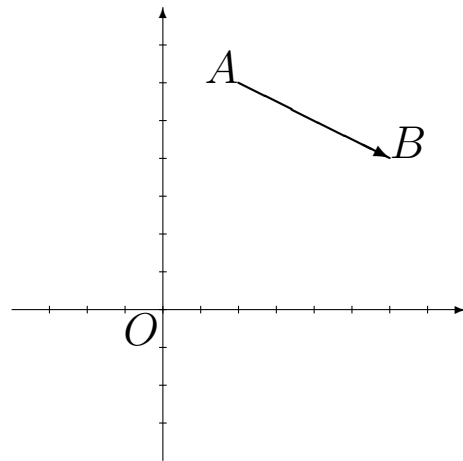
Циклическое свойство смешанного произведения:

Теорема о вычислении смешанного произведения с помощью координат:

$$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}.$$

VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

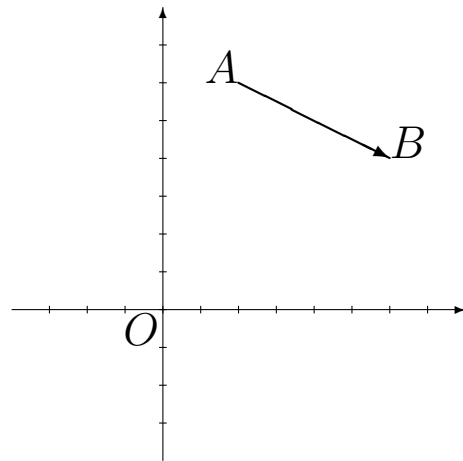
Как перевести информацию «вектор имеет такие-то координаты» на язык геометрии и язык формул?



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Как перевести информацию «вектор имеет такие-то координаты» на язык геометрии и язык формул?

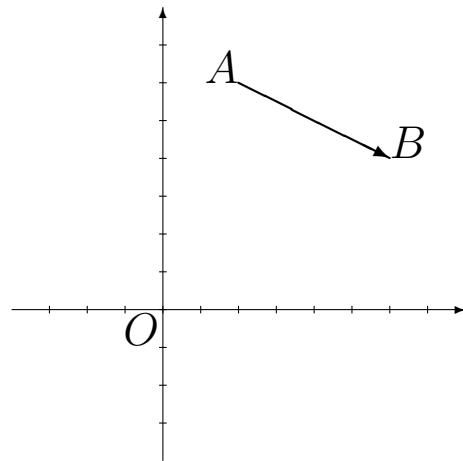
Мы не работаем с точками, мы сразу переходим к векторам. Поэтому рассмотрим



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Как перевести информацию «вектор имеет такие-то координаты» на язык геометрии и язык формул?

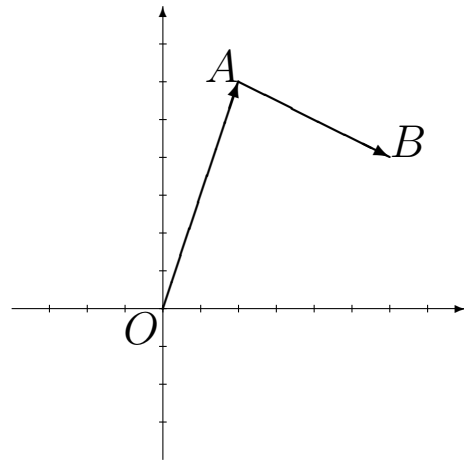
Мы не работаем с точками, мы сразу переходим к векторам. Поэтому рассмотрим радиусы-векторы точек.



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Как перевести информацию «вектор имеет такие-то координаты» на язык геометрии и язык формул?

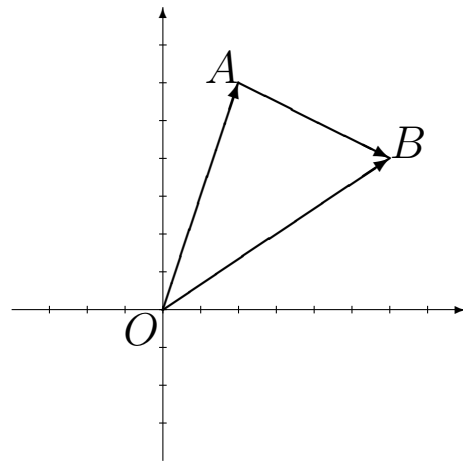
Мы не работаем с точками, мы сразу переходим к векторам. Поэтому рассмотрим радиусы-векторы точек.



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

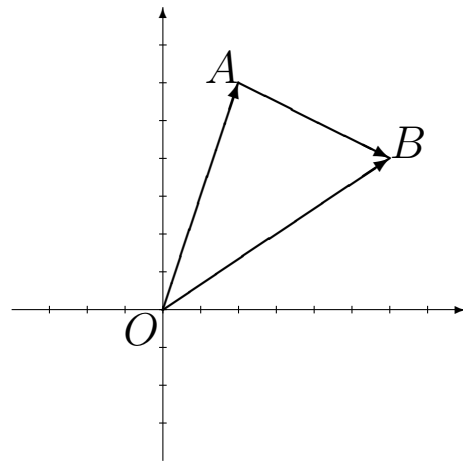
Как перевести информацию «вектор имеет такие-то координаты» на язык геометрии и язык формул?

Мы не работаем с точками, мы сразу переходим к векторам. Поэтому рассмотрим радиусы-векторы точек.



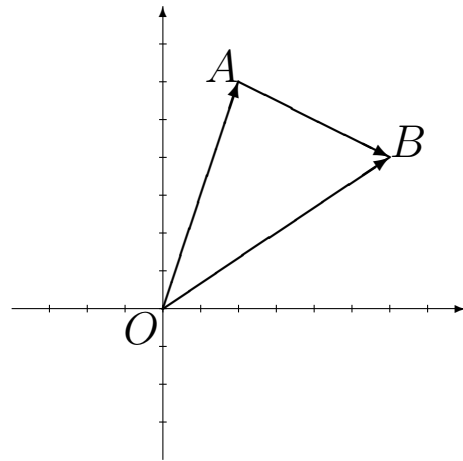
VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Опишем эту конфигурация «на языке равенств»:



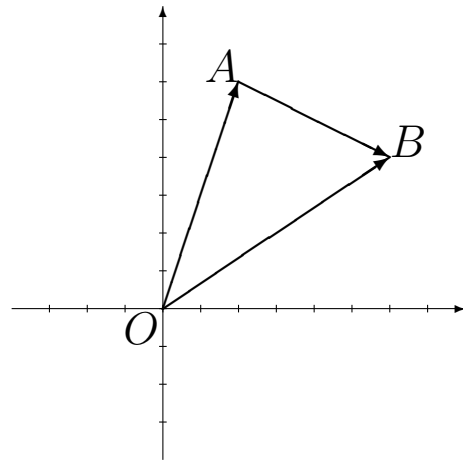
VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Опишем эту конфигурация «на языке равенств»: $\overrightarrow{OB} =$



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

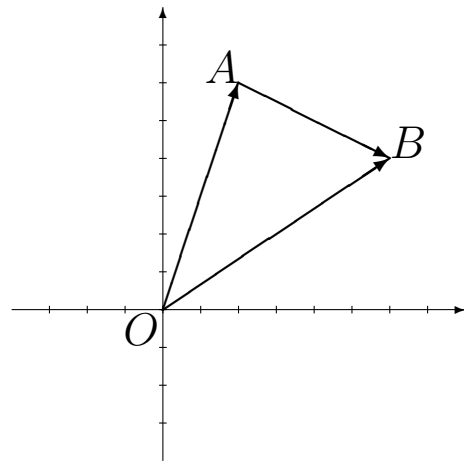
Опишем эту конфигурация «на языке равенств»: $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$.



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Опишем эту конфигурация «на языке равенств»: $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$.

Выполним сложение по правилу параллелограмма...

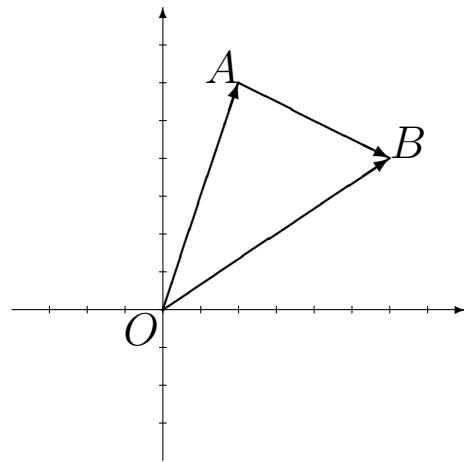


VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Опишем эту конфигурация «на языке равенств»: $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$.

Выполним сложение по правилу параллелограмма...

А как это сделать?

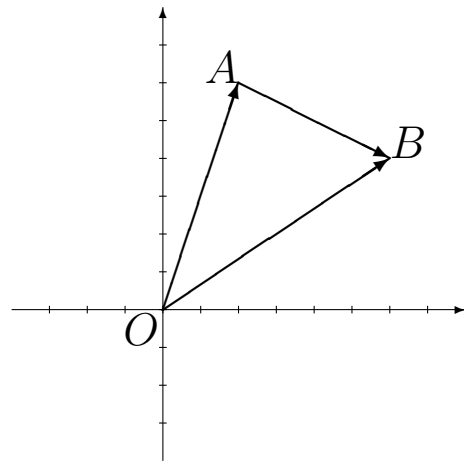


VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Опишем эту конфигурацию «на языке равенств»: $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$.

Выполним сложение по правилу параллелограмма...

Применим стратегию предвкушения: представим себе, что все уже построено. Тогда

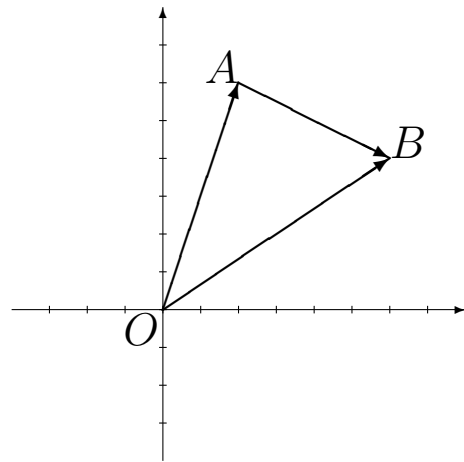


VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Опишем эту конфигурация «на языке равенств»: $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$.

Выполним сложение по правилу параллелограмма...

Применим стратегию предвкушения: представим себе, что все уже построено. Тогда вектор $\overrightarrow{OB}$ является диагональю параллелограмма, стороны которого либо параллельны направленным отрезкам $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{AB}$, либо являются их продолжениями.

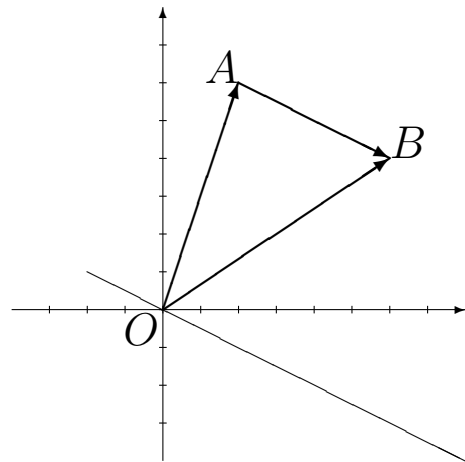


VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Опишем эту конфигурация «на языке равенств»: $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$.

Выполним сложение по правилу параллелограмма...

Применим стратегию предвкушения: представим себе, что все уже построено. Тогда вектор $\overrightarrow{OB}$ является диагональю параллелограмма, стороны которого либо параллельны направленным отрезкам $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{AB}$, либо являются их продолжениями.

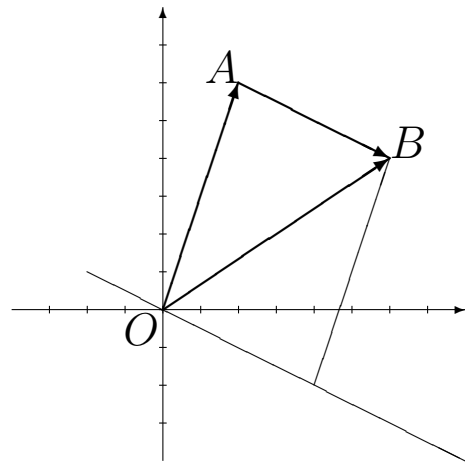


VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Опишем эту конфигурация «на языке равенств»: $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$.

Выполним сложение по правилу параллелограмма...

Применим стратегию предвкушения: представим себе, что все уже построено. Тогда вектор $\overrightarrow{OB}$ является диагональю параллелограмма, стороны которого либо параллельны направленным отрезкам $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{AB}$, либо являются их продолжениями.

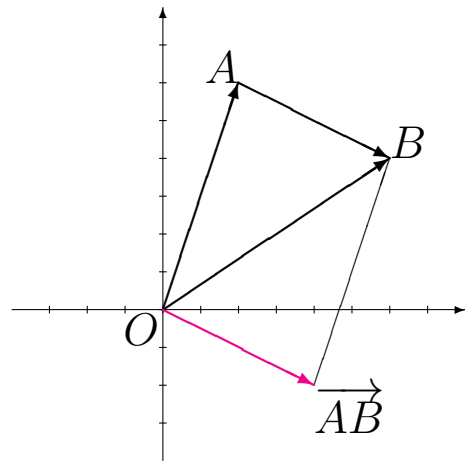


VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Опишем эту конфигурация «на языке равенств»: $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$.

Выполним сложение по правилу параллелограмма...

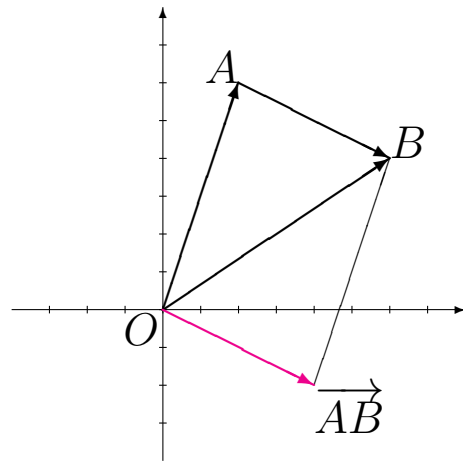
Применим стратегию предвкушения: представим себе, что все уже построено. Тогда вектор $\overrightarrow{OB}$ является диагональю параллелограмма, стороны которого либо параллельны направленным отрезкам $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{AB}$, либо являются их продолжениями.



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Итак, в переводе на язык векторно-геометрической модели

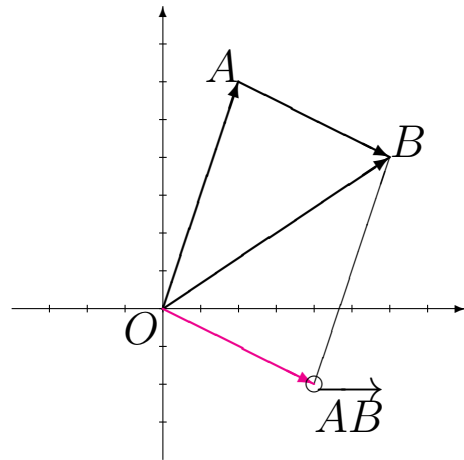
координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ — это



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

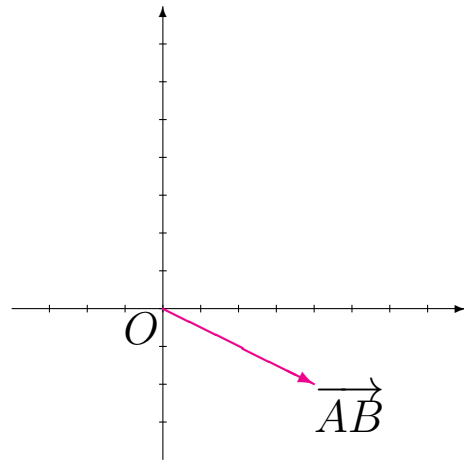
Итак, в переводе на язык векторно-геометрической модели

координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ — это координаты конца направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{AB}$ от начала координат.



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

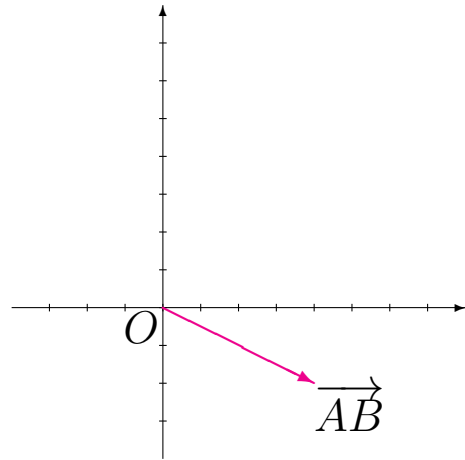
Теперь переведем на язык геометрической и векторно-символической моделей утверждение о том, что «координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ равны...»



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Теперь переведем на язык геометрической и векторно-символической моделей утверждение о том, что «координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ равны...»

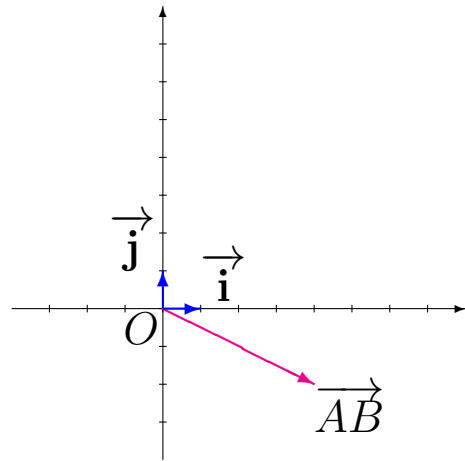
Изобразим орты осей Ox и Oy , т.е. векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$, имеющие единичный модуль и сонаправленные с осями Ox и Oy .



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Теперь переведем на язык геометрической и векторно-символической моделей утверждение о том, что «координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ равны...»

Изобразим орты осей Ox и Oy , т.е. векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$, имеющие единичный модуль и сонаправленные с осями Ox и Oy .

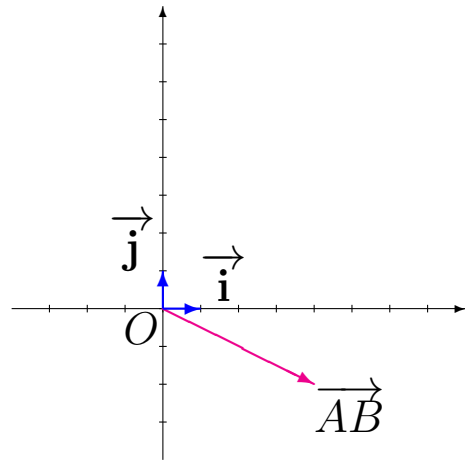


VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Теперь переведем на язык геометрической и векторно-символической моделей утверждение о том, что «координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ равны...»

Изобразим орты осей Ox и Oy , т.е. векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$, имеющие единичный модуль и сонаправленные с осями Ox и Oy .

Напрашивается разложить вектор $\overrightarrow{AB}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{i}$ и $\vec{j}$.

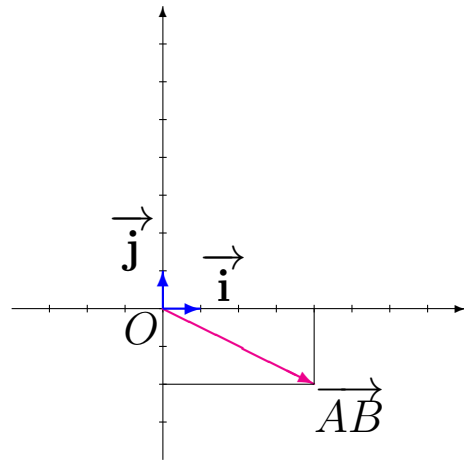


VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Теперь переведем на язык геометрической и векторно-символической моделей утверждение о том, что «координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ равны...»

Изобразим орты осей Ox и Oy , т.е. векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$, имеющие единичный модуль и сонаправленные с осями Ox и Oy .

Напрашивается разложить вектор $\overrightarrow{AB}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{i}$ и $\vec{j}$.

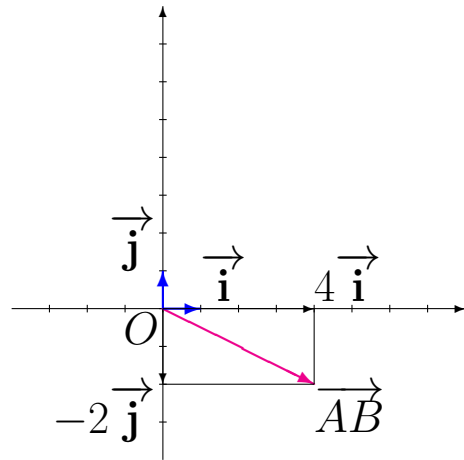


VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Теперь переведем на язык геометрической и векторно-символической моделей утверждение о том, что «координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ равны...»

Изобразим орты осей Ox и Oy , т.е. векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$, имеющие единичный модуль и сонаправленные с осями Ox и Oy .

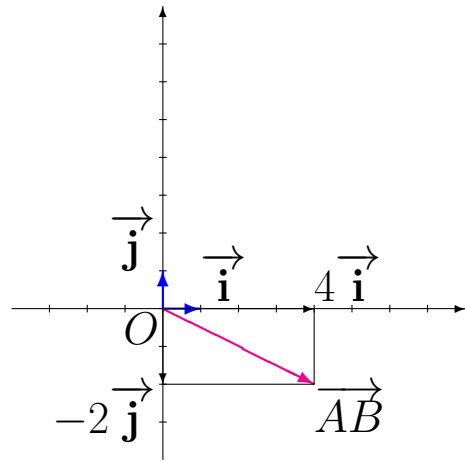
Напрашивается разложить вектор $\overrightarrow{AB}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{i}$ и $\vec{j}$.



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Теперь переведем на язык геометрической и векторно-символической моделей утверждение о том, что «координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ равны...»

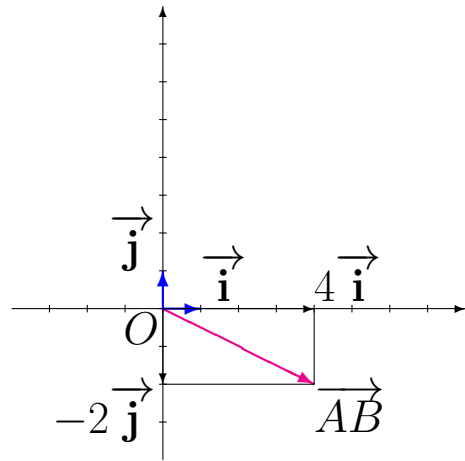
Вектор $\overrightarrow{AB}$ имеет координаты $(4, -2)$ тогда и только тогда, когда



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Теперь переведем на язык геометрической и векторно-символической моделей утверждение о том, что «координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ равны...»

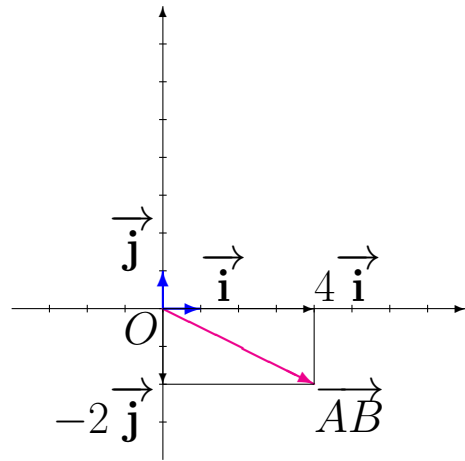
Вектор $\overrightarrow{AB}$ имеет координаты $(4, -2)$ тогда и только тогда, когда
$$\overrightarrow{AB} = 4\vec{i} - 2\vec{j}.$$



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

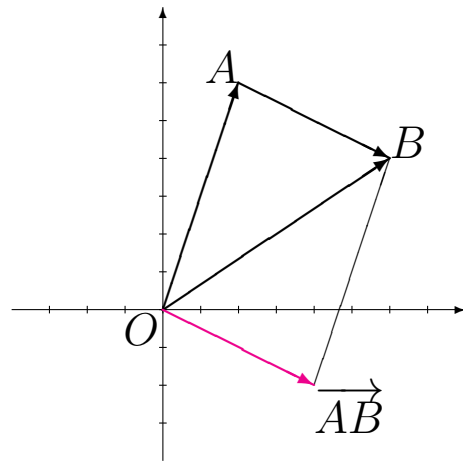
Теперь переведем на язык геометрической и векторно-символической моделей утверждение о том, что «координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ равны...»

Вектор $\overrightarrow{AB}$ имеет координаты $(4, -2)$ тогда и только тогда, когда
 $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$. Итак...



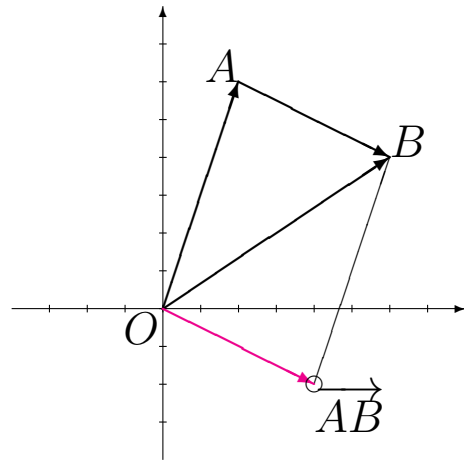
VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ — это



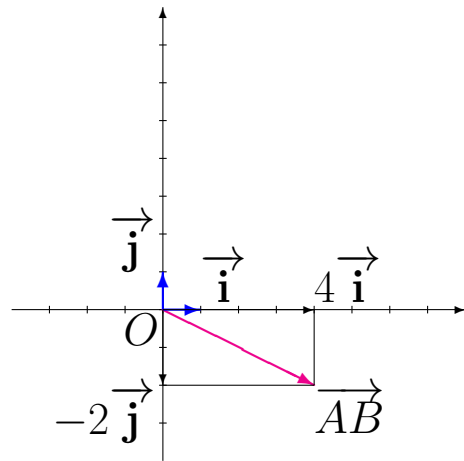
VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ — это координаты конца направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{AB}$ от начала координат.



VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

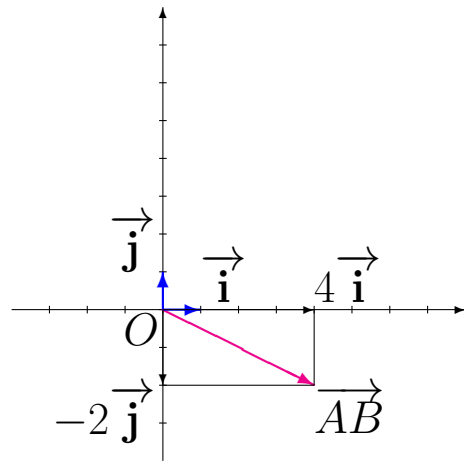
Координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ — это координаты конца направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{AB}$ от начала координат.



Вектор $\overrightarrow{AB}$ имеет координаты $(4, -2)$ тогда и только тогда, когда

VI.4. Утверждения о координатах вектора: перевод на язык геометрической и векторно-символической моделей

Координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ — это координаты конца направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{AB}$ от начала координат.



Вектор $\overrightarrow{AB}$ имеет координаты $(4, -2)$ тогда и только тогда, когда $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j}$.

VI.5. Переход от одной модели векторной алгебры к другой: таблицы

Представим правила перевода в виде таблиц.

Таблица 1.

Векторно-геометрическая модель

	скалярное	векторное	смешанное
	$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k},$	$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k},$	$\vec{c} = c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + c_z \vec{k}$
	$(\vec{a}, \vec{b}) = \vec{a} \vec{b}$ (рез-т — число)	$[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{a} \times \vec{b}$ (рез-т — вектор)	$\vec{a} \vec{b} \vec{c}$ (рез-т — число)
Оп- ре- де- ле- ние	$(\vec{a}, \vec{b}) =$ $= \vec{a} \cdot \vec{b} \cos \angle \vec{a}, \vec{b}$	1). $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a};$ $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b};$ 2) $\left [\vec{a}, \vec{b}] \right =$ $= \vec{a} \cdot \vec{b} \sin \angle \vec{a}, \vec{b};$ 3) $\vec{a}, \vec{b}, [\vec{a}, \vec{b}]$ — правая тройка.	$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = ([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c})$

Векторно-символическая модель

	скалярное	векторное	смешанное
	$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k},$	$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k},$	$\vec{c} = c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + c_z \vec{k}$
	$(\vec{a}, \vec{b}) = \vec{a} \vec{b}$ (рез-т — число)	$[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{a} \times \vec{b}$ (рез-т — вектор)	$\vec{a} \vec{b} \vec{c}$ (рез-т — число)
Свойства	$(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a})$	$[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}];$	$([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c}) =$ $= (\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}])$
	линейность по всем сомножителям		
	$(\vec{a}, \vec{a}) = \vec{a} ^2;$ $(\vec{a}, \vec{a}) = 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0};$ $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \left(\vec{a}; \vec{b} \right) = 0$	$[\vec{a}, \vec{b}]$ перпенди- кулярен параллело- грамму со сторонами $\vec{a}, \vec{b}$, площадь кото- рого равна $ [\vec{a}, \vec{b}] $	$ \vec{a} \vec{b} \vec{c} $ равен объе- му параллелепипеда с ребрами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

Таблица 3.

Координатная модель

	скалярное	векторное	смешанное
	$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k},$	$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k},$	$\vec{c} = c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + c_z \vec{k}$
	$(\vec{a}, \vec{b}) = \vec{a} \vec{b}$ (рез-т — число)	$[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{a} \times \vec{b}$ (рез-т — вектор)	$\vec{a} \vec{b} \vec{c}$ (рез-т — число)
B ко- орд.	$(\vec{a}, \vec{b}) =$ $= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$	$[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$	$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$
Формула “бац минус цаб”: $[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = \vec{b}(\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}, \vec{b})$			

Таблица 4

Некоторые критерии ($\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}, \vec{c} \neq \vec{0}$)	
Особенность расположения векторов	Характеристическое свойство
Коллинеарность (параллельность)	$\vec{a} = \lambda \vec{b}$ $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$
Ортогональность	$(\vec{a}, \vec{b}) = \vec{a} \vec{b} = 0$
Компланарность	$\vec{a} \vec{b} \vec{c} = 0$
$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — правая тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — левая тройка векторов	$\vec{a} \vec{b} \vec{c} > 0$ $\vec{a} \vec{b} \vec{c} < 0$

VII. Основы аналитической геометрии

Линия и поверхность — это множества точек.

VII. Основы аналитической геометрии

Линия и поверхность — это множества точек. **Как мы знаем**, множество задается либо *списком элементов*, либо с помощью *характеристического свойства*. Линии и поверхности чаще всего задаются с помощью характеристического свойства, например, «прямая, проходящая через такие-то точки», «плоскость, содержащая такую-то точку и перпендикулярная такой-то прямой» и т.п. Координатный метод позволяет существенно увеличить возможности для «стандартного задания» линий и поверхностей, что, в конечном итоге, привело к обогащению «арсенала» вычислительного аппарата геометрии.

VII. Основы аналитической геометрии

Как можно задать линию на плоскости, используя систему координат? Пусть на плоскости задана прямоугольная декартова система координат xOy и линия L . Нам надо понять, как можно задать линию L , используя эту систему координат.

VII. Основы аналитической геометрии

Разумеется, воспользуемся стратегией составления уравнений.

Что надо найти?

VII. Основы аналитической геометрии

Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Способ задания линии L .

VII. Основы аналитической геометрии

Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Способ задания линии L .

В каком виде представим ответ?

VII. Основы аналитической геометрии

Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Способ задания линии L .

В каком виде представим ответ? Линия L — это множество точек. Как мы отметили выше, надо научиться записывать характеристическое свойство точек линии L с помощью координат этих точек. Следовательно, ответ запишем, указывая какие-то «особенности» координат точек линии L .

VII. Основы аналитической геометрии

Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Способ задания линии L .

В каком виде представим ответ? Ответ запишем, указывая какие-то «особенности» координат точек линии L .

Введем переменные.

VII. Основы аналитической геометрии

Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Способ задания линии L .

В каком виде представим ответ? Ответ запишем, указывая какие-то «особенности» координат точек линии L .

Введем переменные. Обозначим координаты выбранной произвольной точки линии L буквами, например, $(x; y)$.

VII. Основы аналитической геометрии

Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Способ задания линии L .

В каком виде представим ответ? Ответ запишем, указывая какие-то «особенности» координат точек линии L .

Введем переменные. Обозначим координаты выбранной произвольной точки линии L буквами, например, $(x; y)$.

Теперь надо характеристическое свойство точек линии L записать «математическим языком». **Основным языком современной математики** является язык равенств, неравенств и теоретико-множественных включений $\in, \subseteq$. Поэтому совершенно естественно, что обычно характеристическое свойство точек линии записывают в виде уравнений.

VII. Основы аналитической геометрии

Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Способ задания линии L .

В каком виде представим ответ? Ответ запишем, указывая какие-то «особенности» координат точек линии L .

Введем переменные. Обозначим координаты выбранной произвольной точки линии L буквами, например, $(x; y)$.

Кстати, четвертым пунктом в **стратегии составления уравнений** является *нахождение системы уравнений*.

Рассмотреть пример?

VII.1. Определение уравнения линии

Определение 16. Уравнение $F(x, y) = 0$ называется **уравнением линии** L на плоскости xOy тогда и только тогда, когда высказывания «точка M с координатами (x, y) принадлежит линии L » эквивалентно высказыванию « $F(x, y) = 0$ ».

VII.1. Определение уравнения линии

Определение 16. Уравнение $F(x, y) = 0$ называется **уравнением линии** L на плоскости xOy тогда и только тогда, когда высказывания «точка M с координатами (x, y) принадлежит линии L » эквивалентно высказыванию « $F(x, y) = 0$ ».

Иными словами, $\varphi(u, v) = 0$ является уравнением линии L тогда и только тогда, когда

во-первых, координаты (u, v) любой точки линии L удовлетворяют уравнению $\varphi(u, v) = 0$;

во-вторых, любая точка плоскости, координаты (u, v) которой удовлетворяют уравнению $\varphi(u, v) = 0$, принадлежит линии L .

VII.1. Определение уравнения линии

Определение 16. Уравнение $F(x, y) = 0$ называется **уравнением линии** L на плоскости xOy тогда и только тогда, когда высказывания «точка M с координатами (x, y) принадлежит линии L » эквивалентно высказыванию « $F(x, y) = 0$ ».

Иными словами, $\varphi(u, v) = 0$ является уравнением линии L тогда и только тогда, когда

во-первых, координаты (u, v) любой точки линии L удовлетворяют уравнению $\varphi(u, v) = 0$;

во-вторых, любая точка плоскости, координаты (u, v) которой удовлетворяют уравнению $\varphi(u, v) = 0$, принадлежит линии L .

Аналогично определяется уравнение поверхности в пространстве. Линия в пространстве задается **системой уравнений**.

VII.1. Определение уравнения линии

Определение 16. Уравнение $F(x, y) = 0$ называется **уравнением линии** L на плоскости xOy тогда и только тогда, когда высказывания «точка M с координатами (x, y) принадлежит линии L » эквивалентно высказыванию « $F(x, y) = 0$ ».

В соответствии со **стратегией составления уравнений** для того, чтобы составить уравнение линии L , надо,

во-первых, выбрать произвольную точку M этой линии и обозначить соответствующими символами ее координатами (обычно для декартовой системы координат это (x, y) , для полярной системы координат — (ρ, φ));

во-вторых, найти уравнение, связывающее эти координаты точки M .

VII.1. Определение уравнения линии

Определение 16. Уравнение $F(x, y) = 0$ называется **уравнением линии** L на плоскости xOy тогда и только тогда, когда высказывания «точка M с координатами (x, y) принадлежит линии L » эквивалентно высказыванию « $F(x, y) = 0$ ».

Иными словами, уравнение линии (поверхности) — это **утверждение о координатах** произвольной точки этой линии (поверхности).

VII.1. Определение уравнения линии

Определение 16. Уравнение $F(x, y) = 0$ называется **уравнением линии** L на плоскости xOy тогда и только тогда, когда высказывания «точка M с координатами (x, y) принадлежит линии L » эквивалентно высказыванию « $F(x, y) = 0$ ».

Напомним, что есть единственный способ получения уравнения:

для получения уравнения необходимо некоторую величину вычислить различными способами.

VII.2. Уравнения прямых и плоскостей

Стандартный вид уравнений и систем уравнений для прямых на плоскости xOy и в пространстве и плоскостей в пространстве приведен в **таблице 5**, **таблице 6**, **таблице 7**.

Вывод соответствующих уравнений можно без труда провести с помощью **стратегии составления уравнений**. Поэтому вывод некоторых из формул **таблицы 5** мы приведем в виде решения примеров.

Рассмотреть примеры вывода формул?

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости			
Плоскость в пространстве			****
Прямая в пространстве			

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$		
Плоскость в пространстве			****
Прямая в пространстве			

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоско- сти	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$		
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$		
Плоскость в простран- стве			****
Прямая в простран- стве			

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$		
Плоскость в пространстве			****
Прямая в пространстве			

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоско- сти	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$	$\begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt \end{cases}$	
Плоскость в простран- стве			****
Прямая в простран- стве			

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v}$
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$	$\begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt \end{cases}$	
Плоскость в пространстве			****
Прямая в пространстве			

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v}$
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$	$\begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt \end{cases}$	
Плоскость в пространстве	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$		****
Прямая в пространстве			

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v}$
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$	$\begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt \end{cases}$	
Плоскость в пространстве	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$		****
	$Ax + By + Cz + D = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ $D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$		
Прямая в пространстве			

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v}$
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$	$\begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt \end{cases}$	
Плоскость в пространстве	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t_1 \vec{l}_1 + t_2 \vec{l}_2$	****
	$Ax + By + Cz + D = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ $D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$		
Прямая в пространстве			

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v}$
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$	$\begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt \end{cases}$	
Плоскость в пространстве	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t_1 \vec{l}_1 + t_2 \vec{l}_2$	****
	$Ax + By + Cz + D = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ $D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$	$\begin{cases} x = x_0 + u_1t_1 + u_2t_2, \\ y = y_0 + v_1t_1 + v_2t_2, \\ z = z_0 + w_1t_1 + w_2t_2 \end{cases}$	
Прямая в пространстве			

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v}$
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$	$\begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt \end{cases}$	
Плоскость в пространстве	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t_1 \vec{l}_1 + t_2 \vec{l}_2$	****
	$Ax + By + Cz + D = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ $D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$	$\begin{cases} x = x_0 + u_1t_1 + u_2t_2, \\ y = y_0 + v_1t_1 + v_2t_2, \\ z = z_0 + w_1t_1 + w_2t_2 \end{cases}$	
Прямая в пространстве	$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ — пересечение двух плоскостей, содержащих эту прямую		

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v}$
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$	$\begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt \end{cases}$	
Плоскость в пространстве	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t_1 \vec{l}_1 + t_2 \vec{l}_2$	****
	$Ax + By + Cz + D = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ $D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$	$\begin{cases} x = x_0 + u_1t_1 + u_2t_2, \\ y = y_0 + v_1t_1 + v_2t_2, \\ z = z_0 + w_1t_1 + w_2t_2 \end{cases}$	
Прямая в пространстве	$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ — пересечение двух плоскостей, содержащих эту прямую	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$ $\begin{cases} x = x_0 + ut \\ y = y_0 + vt \\ z = z_0 + wt \end{cases}$	

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v}$
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$	$\begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt \end{cases}$	
Плоскость в пространстве	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t_1 \vec{l}_1 + t_2 \vec{l}_2$	****
	$Ax + By + Cz + D = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ $D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$	$\begin{cases} x = x_0 + u_1t_1 + u_2t_2, \\ y = y_0 + v_1t_1 + v_2t_2, \\ z = z_0 + w_1t_1 + w_2t_2 \end{cases}$	
Прямая в пространстве	$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ — пересечение двух плоскостей, содержащих эту прямую	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$ $\begin{cases} x = x_0 + ut \\ y = y_0 + vt \\ z = z_0 + wt \end{cases}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v} = \frac{z - z_0}{w}$

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v}$
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$	$\begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt \end{cases}$	
Плоскость в пространстве	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t_1 \vec{l}_1 + t_2 \vec{l}_2$	****
	$Ax + By + Cz + D = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ $D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$	$\begin{cases} x = x_0 + u_1t_1 + u_2t_2, \\ y = y_0 + v_1t_1 + v_2t_2, \\ z = z_0 + w_1t_1 + w_2t_2 \end{cases}$	
Прямая в пространстве	$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ — пересечение двух плоскостей, содержащих эту прямую	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$ $\begin{cases} x = x_0 + ut \\ y = y_0 + vt \\ z = z_0 + wt \end{cases}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v} = \frac{z - z_0}{w}$
$\overrightarrow{OM_0} = x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j}$ или $\overrightarrow{OM_0} = x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j} + z_0 \vec{k}$ — радиус-вектор фиксированной точки прямой или плоскости.			

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v}$
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$	$\begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt \end{cases}$	
Плоскость в пространстве	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t_1 \vec{l}_1 + t_2 \vec{l}_2$	****
	$Ax + By + Cz + D = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ $D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$	$\begin{cases} x = x_0 + u_1t_1 + u_2t_2, \\ y = y_0 + v_1t_1 + v_2t_2, \\ z = z_0 + w_1t_1 + w_2t_2 \end{cases}$	
Прямая в пространстве	$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ — пересечение двух плоскостей, содержащих эту прямую	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$ $\begin{cases} x = x_0 + ut \\ y = y_0 + vt \\ z = z_0 + wt \end{cases}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v} = \frac{z - z_0}{w}$
$\overrightarrow{OM} = x \vec{i} + y \vec{j}$ или $\overrightarrow{OM} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$ — радиус-вектор произвольной точки прямой или плоскости,			

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v}$
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$	$\begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt \end{cases}$	
Плоскость в пространстве	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t_1 \vec{l}_1 + t_2 \vec{l}_2$	****
	$Ax + By + Cz + D = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ $D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$	$\begin{cases} x = x_0 + u_1t_1 + u_2t_2, \\ y = y_0 + v_1t_1 + v_2t_2, \\ z = z_0 + w_1t_1 + w_2t_2 \end{cases}$	
Прямая в пространстве	$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ — пересечение двух плоскостей, содержащих эту прямую	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$ $\begin{cases} x = x_0 + ut \\ y = y_0 + vt \\ z = z_0 + wt \end{cases}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v} = \frac{z - z_0}{w}$
$\vec{l} = u \vec{i} + v \vec{j}$ или $\vec{l} = u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k}$ — направляющий вектор прямой.			

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v}$
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$	$\begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt \end{cases}$	
Плоскость в пространстве	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t_1 \vec{l}_1 + t_2 \vec{l}_2$	****
	$Ax + By + Cz + D = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ $D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$	$\begin{cases} x = x_0 + u_1t_1 + u_2t_2, \\ y = y_0 + v_1t_1 + v_2t_2, \\ z = z_0 + w_1t_1 + w_2t_2 \end{cases}$	
Прямая в пространстве	$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ — пересечение двух плоскостей, содержащих эту прямую	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$ $\begin{cases} x = x_0 + ut \\ y = y_0 + vt \\ z = z_0 + wt \end{cases}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v} = \frac{z - z_0}{w}$
$\vec{l}_i = u_i \vec{i} + v_i \vec{j} + w_i \vec{k}$ — два неколлинеарных вектора, параллельных плоскости, $i \in \{1, 2\}$.			

Плоскость и прямая

	Общие уравнения	Параметрические уравнения	Канонические уравнения
Прямая в плоскости	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v}$
	$Ax + By + C = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ $C = -Ax_0 - By_0$	$\begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt \end{cases}$	
Плоскость в пространстве	$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t_1 \vec{l}_1 + t_2 \vec{l}_2$	****
	$Ax + By + Cz + D = 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ $D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$	$\begin{cases} x = x_0 + u_1t_1 + u_2t_2, \\ y = y_0 + v_1t_1 + v_2t_2, \\ z = z_0 + w_1t_1 + w_2t_2 \end{cases}$	
Прямая в пространстве	$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ — пересечение двух плоскостей, содержащих эту прямую	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}$ $\begin{cases} x = x_0 + ut \\ y = y_0 + vt \\ z = z_0 + wt \end{cases}$	$\frac{x - x_0}{u} = \frac{y - y_0}{v} = \frac{z - z_0}{w}$
$\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j}$ или $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$ — нормальный вектор к <i>прямой в плоскости</i> или к <i>плоскости</i> — в <i>пространстве</i> .			

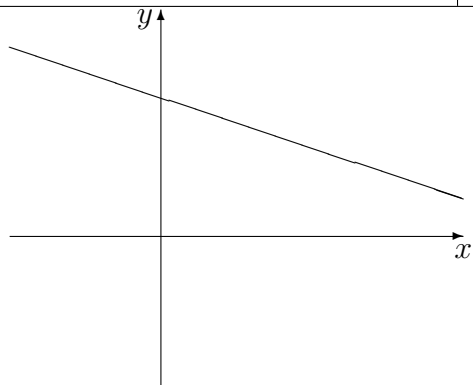
VII.3. Для того, чтобы написать уравнения прямой или плоскости, надо...

Резюмируем полученные результаты.

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

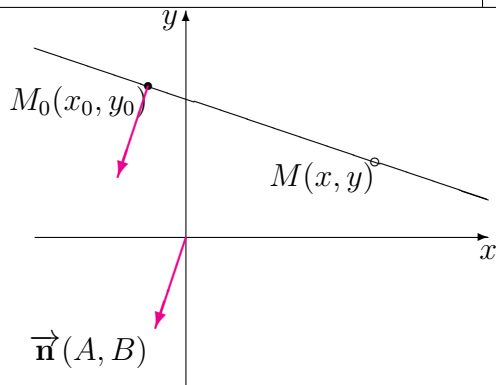
Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве



Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты точки на прямой и координаты нормального вектора прямой (общее уравнение прямой на плоскости)		

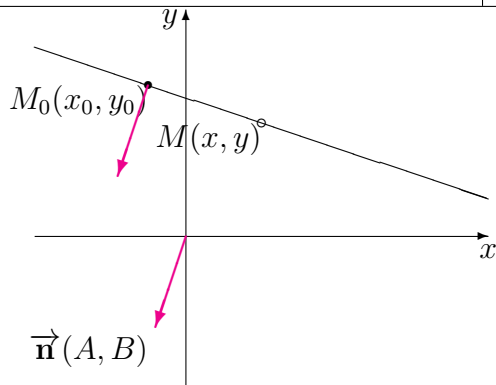


$$\begin{aligned} \left(\vec{n}, \overrightarrow{M_0 M} \right) &= 0, \\ \left(A \vec{i} + B \vec{j}, (x - x_0) \vec{i} + (y - y_0) \vec{j} \right) &= 0, \\ A(x - x_0) + B(y - y_0) &= 0, \\ Ax + By + C &= 0. \end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты точки на прямой и координаты нормального вектора прямой (общее уравнение прямой на плоскости)		

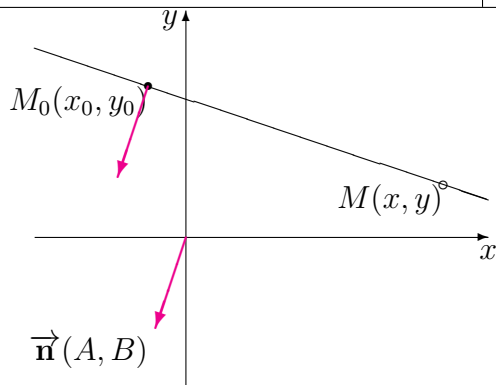


$$\begin{aligned} & \left(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M} \right) = 0, \\ & \left(A \vec{i} + B \vec{j}, (x - x_0) \vec{i} + (y - y_0) \vec{j} \right) = 0, \\ & A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0, \\ & Ax + By + C = 0. \end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты точки на прямой и координаты нормального вектора прямой (общее уравнение прямой на плоскости)		

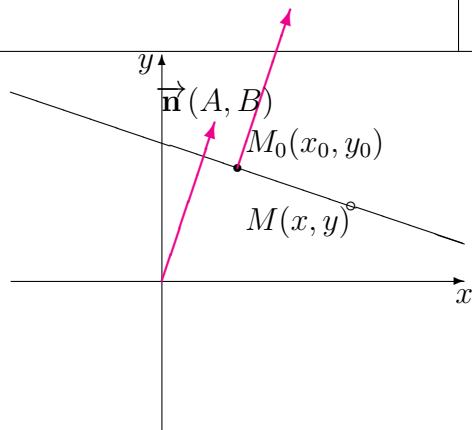


$$\begin{aligned} \left(\vec{n}, \overrightarrow{M_0 M} \right) &= 0, \\ \left(A \vec{i} + B \vec{j}, (x - x_0) \vec{i} + (y - y_0) \vec{j} \right) &= 0, \\ A(x - x_0) + B(y - y_0) &= 0, \\ Ax + By + C &= 0. \end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты точки на прямой и координаты нормального вектора прямой (общее уравнение прямой на плоскости)		

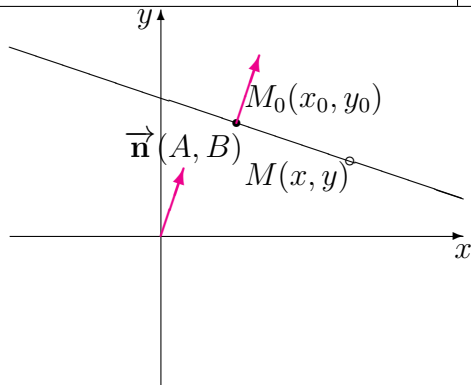


$$\begin{aligned} & \left(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M} \right) = 0, \\ & \left(A \vec{i} + B \vec{j}, (x - x_0) \vec{i} + (y - y_0) \vec{j} \right) = 0, \\ & A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0, \\ & Ax + By + C = 0. \end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты точки на прямой и координаты нормального вектора прямой (общее уравнение прямой на плоскости)		

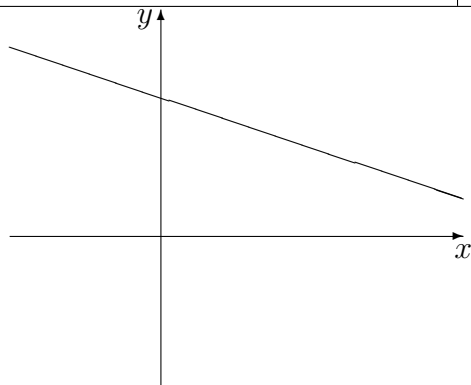


$$\begin{aligned}
 & \left(\vec{n}, \overrightarrow{M_0 M} \right) = 0, \\
 & \left(A \vec{i} + B \vec{j}, (x - x_0) \vec{i} + (y - y_0) \vec{j} \right) = 0, \\
 & A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0, \\
 & Ax + By + C = 0.
 \end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)		
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)		

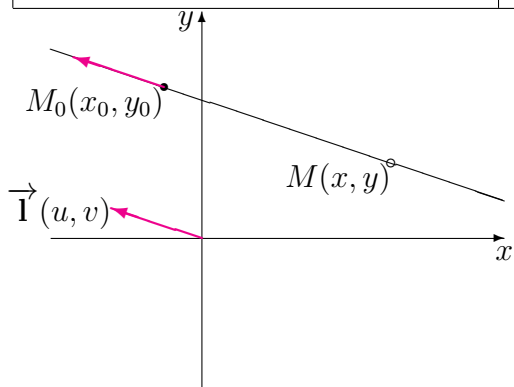


$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OM_0} + t \overrightarrow{l}, \\ x \overrightarrow{i} + y \overrightarrow{j} &= (x_0 \overrightarrow{i} + y_0 \overrightarrow{j}) + t (u \overrightarrow{i} + v \overrightarrow{j}), \\ \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}\end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты точки на прямой и координаты нормального вектора прямой (общее уравнение прямой на плоскости)		
координаты точки на прямой и координаты ее направляющего вектора (параметрические или канонические уравнения)		

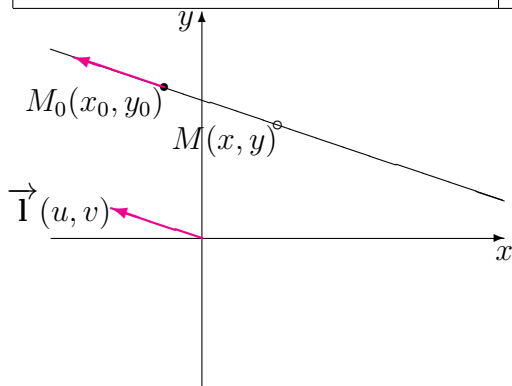


$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OM_0} + t \overrightarrow{l}, \\ x \overrightarrow{i} + y \overrightarrow{j} &= (x_0 \overrightarrow{i} + y_0 \overrightarrow{j}) + t (u \overrightarrow{i} + v \overrightarrow{j}), \\ \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}\end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты точки на прямой и координаты нормального вектора прямой (общее уравнение прямой на плоскости)		
координаты точки на прямой и координаты ее направляющего вектора (параметрические или канонические уравнения)		

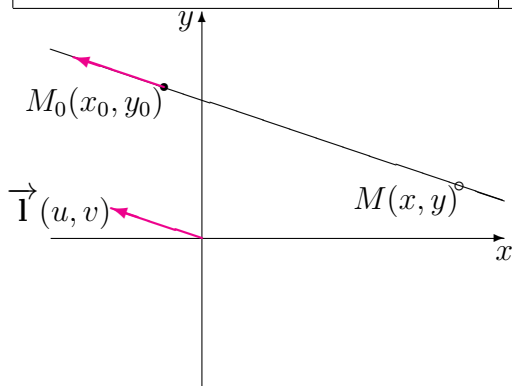


$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}, \\ x \vec{i} + y \vec{j} &= (x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j}) + t (u \vec{i} + v \vec{j}), \\ \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}\end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)		
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)		

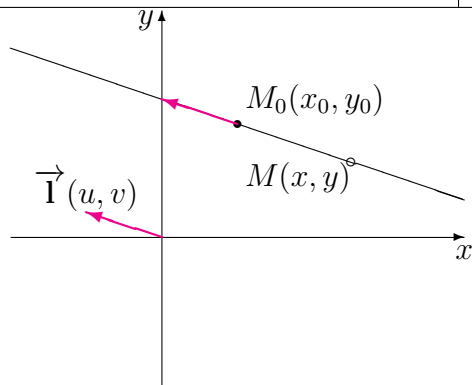


$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}, \\ x \vec{i} + y \vec{j} &= (x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j}) + t (u \vec{i} + v \vec{j}), \\ \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}\end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты точки на прямой и координаты нормального вектора прямой (общее уравнение прямой на плоскости)		
координаты точки на прямой и координаты ее направляющего вектора (параметрические или канонические уравнения)		

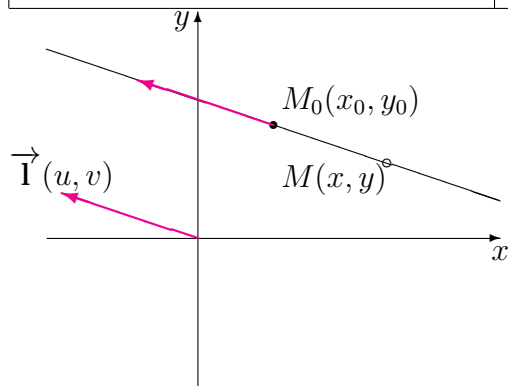


$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OM_0} + t \vec{I}, \\ x \vec{i} + y \vec{j} &= (x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j}) + t (u \vec{i} + v \vec{j}), \\ \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}\end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты точки на прямой и координаты нормального вектора прямой (общее уравнение прямой на плоскости)		
координаты точки на прямой и координаты ее направляющего вектора (параметрические или канонические уравнения)		



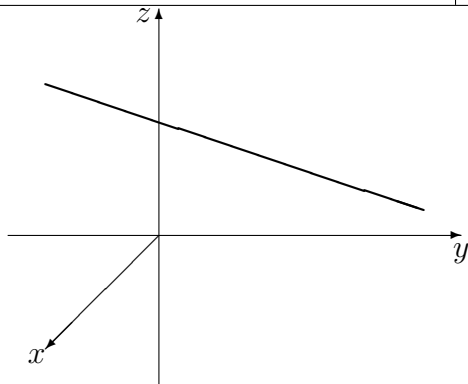
$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OM_0} + t \vec{I}, \\ x \vec{i} + y \vec{j} &= (x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j}) + t (u \vec{i} + v \vec{j}), \\ \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}\end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)		

$$\begin{cases} A_1x + B_1x + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2x + C_2z + D_2 = 0. \end{cases}$$

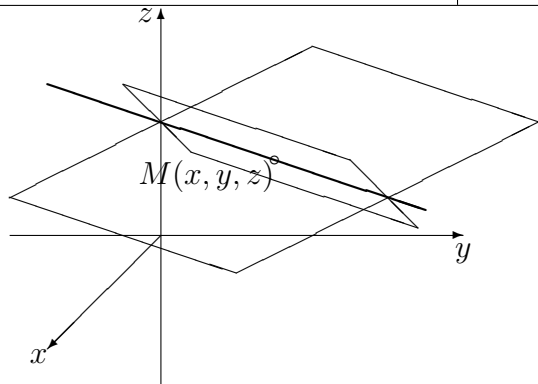


Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)		

$$\begin{cases} A_1x + B_1x + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2x + C_2z + D_2 = 0. \end{cases}$$

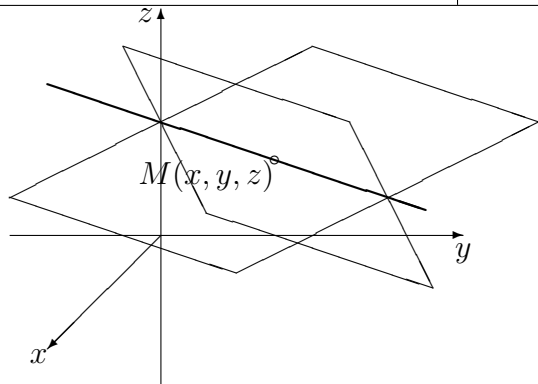


Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)		

$$\begin{cases} A_1x + B_1x + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2x + C_2z + D_2 = 0. \end{cases}$$

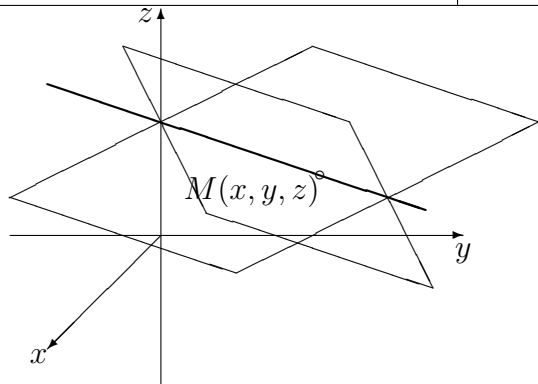


Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)		

$$\begin{cases} A_1x + B_1x + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2x + C_2z + D_2 = 0. \end{cases}$$

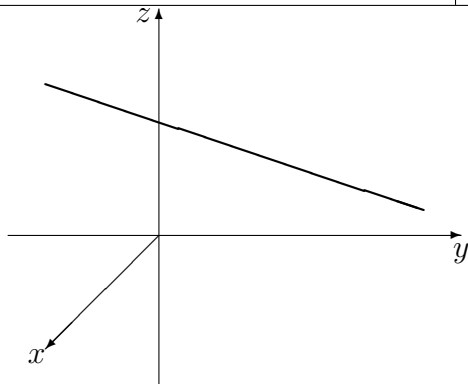


Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)		

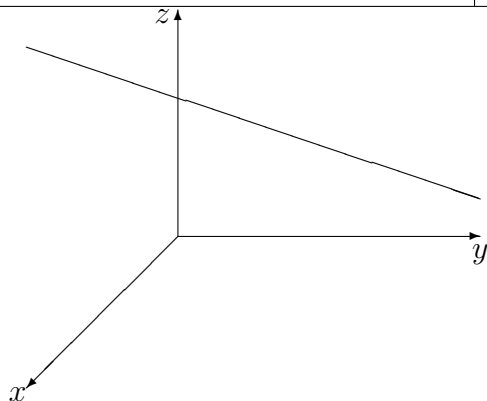
$$\begin{cases} A_1x + B_1x + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2x + C_2z + D_2 = 0. \end{cases}$$



Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	или координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	

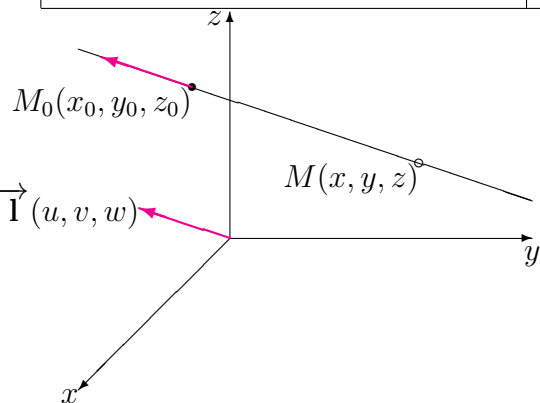


$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OM_0} + t \overrightarrow{l}, \\
 x \overrightarrow{i} + y \overrightarrow{j} + z \overrightarrow{k} &= \\
 &= \left(x_0 \overrightarrow{i} + y_0 \overrightarrow{j} + z_0 \overrightarrow{k} \right) + \\
 &\quad + t \left(u \overrightarrow{i} + v \overrightarrow{j} + w \overrightarrow{k} \right), \\
 \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \\ z = z_0 + wt. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	или координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	

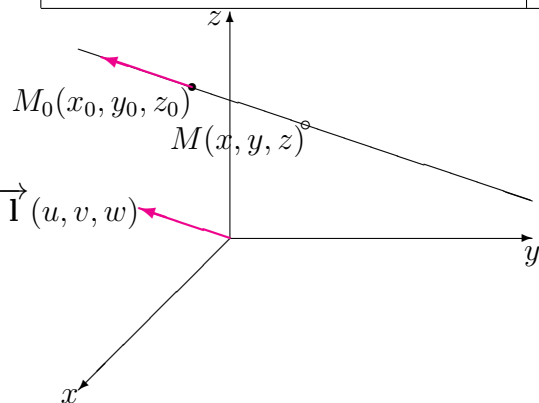


$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OM_0} + t \overrightarrow{r}, \\
 x \overrightarrow{i} + y \overrightarrow{j} + z \overrightarrow{k} &= \\
 &= (x_0 \overrightarrow{i} + y_0 \overrightarrow{j} + z_0 \overrightarrow{k}) + \\
 &\quad + t (u \overrightarrow{i} + v \overrightarrow{j} + w \overrightarrow{k}), \\
 \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \\ z = z_0 + wt. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	или координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	

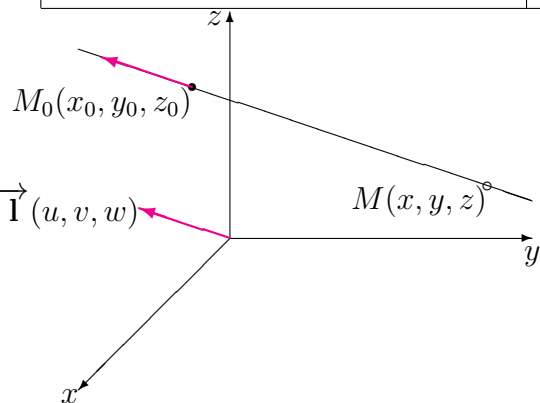


$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OM_0} + t \overrightarrow{l}, \\
 x \overrightarrow{i} + y \overrightarrow{j} + z \overrightarrow{k} &= \\
 &= (x_0 \overrightarrow{i} + y_0 \overrightarrow{j} + z_0 \overrightarrow{k}) + \\
 &\quad + t (u \overrightarrow{i} + v \overrightarrow{j} + w \overrightarrow{k}), \\
 \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \\ z = z_0 + wt. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	или координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	

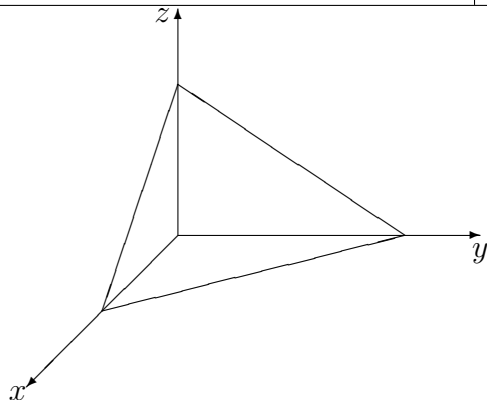


$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}, \\
 x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} &= \\
 &= (x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j} + z_0 \vec{k}) + \\
 &\quad + t (u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k}), \\
 \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \\ z = z_0 + wt. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	координаты <i>точки на плоскости</i> и координаты <i>нормального вектора</i> плоскости (общее уравнение плоскости)
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	или координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	



$$\left(\overrightarrow{M_0 M}, \vec{n} \right) = 0,$$

$$\left(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0}, \vec{n} \right) = 0,$$

$$\left((x - x_0) \vec{i} + (y - y_0) \vec{j} + (z - z_0) \vec{k}, \right.$$

$$\left. A \vec{i} + B \vec{j} + C \vec{k} \right) = 0,$$

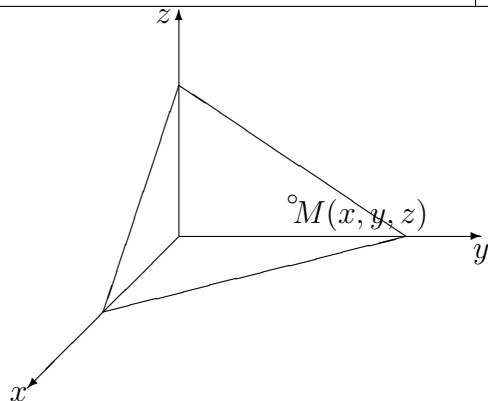
$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0,$$

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	координаты <i>точки на плоскости</i> и координаты <i>нормального вектора</i> плоскости (общее уравнение плоскости)
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	или координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	



$$\left(\overrightarrow{M_0 M}, \vec{n} \right) = 0,$$

$$\left(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0}, \vec{n} \right) = 0,$$

$$\left((x - x_0) \vec{i} + (y - y_0) \vec{j} + (z - z_0) \vec{k}, \right.$$

$$\left. A \vec{i} + B \vec{j} + C \vec{k} \right) = 0,$$

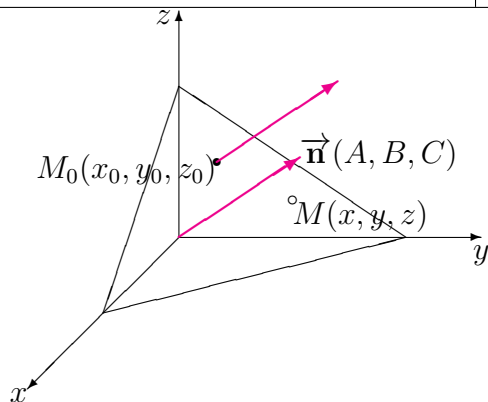
$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0,$$

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	координаты <i>точки на плоскости</i> и координаты <i>нормального вектора</i> плоскости (общее уравнение плоскости)
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	или координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	

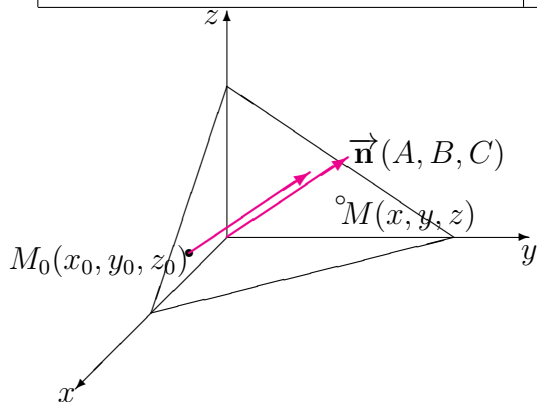


$$\begin{aligned}
 & \left(\overrightarrow{M_0 M}, \vec{n} \right) = 0, \\
 & \left(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0}, \vec{n} \right) = 0, \\
 & \left((x - x_0) \vec{i} + (y - y_0) \vec{j} + (z - z_0) \vec{k}, \right. \\
 & \quad \left. A \vec{i} + B \vec{j} + C \vec{k} \right) = 0, \\
 & A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0, \\
 & Ax + By + Cz + D = 0.
 \end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	координаты <i>точки на плоскости</i> и координаты <i>нормального вектора</i> плоскости (общее уравнение плоскости)
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	или координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	



$$\left(\overrightarrow{M_0 M}, \vec{n} \right) = 0,$$

$$\left(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0}, \vec{n} \right) = 0,$$

$$\left((x - x_0) \vec{i} + (y - y_0) \vec{j} + (z - z_0) \vec{k}, \right.$$

$$\left. A \vec{i} + B \vec{j} + C \vec{k} \right) = 0,$$

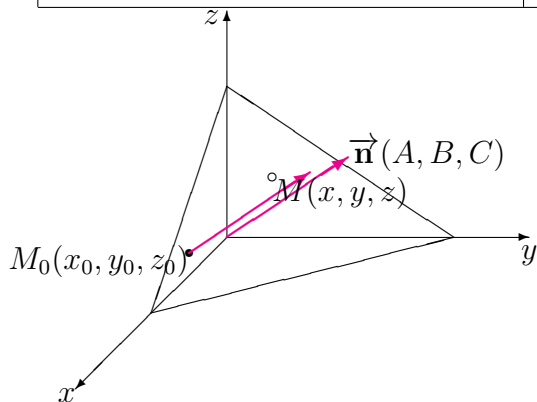
$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0,$$

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	координаты <i>точки на плоскости</i> и координаты <i>нормального вектора</i> плоскости (общее уравнение плоскости)
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	или координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	

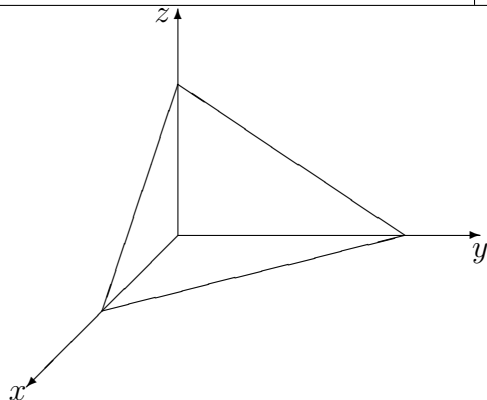


$$\begin{aligned}
 & \left(\overrightarrow{M_0 M}, \vec{n} \right) = 0, \\
 & \left(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0}, \vec{n} \right) = 0, \\
 & \left((x - x_0) \vec{i} + (y - y_0) \vec{j} + (z - z_0) \vec{k}, \right. \\
 & \quad \left. A \vec{i} + B \vec{j} + C \vec{k} \right) = 0, \\
 & A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0, \\
 & Ax + By + Cz + D = 0.
 \end{aligned}$$

Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

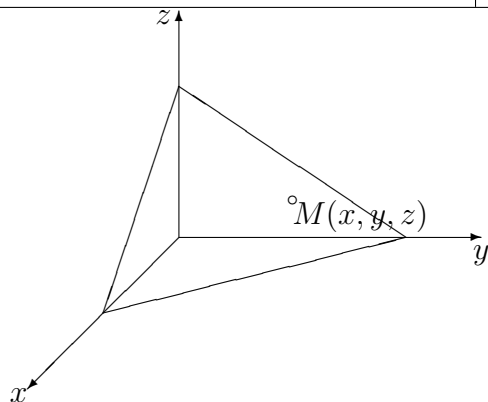
Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	координаты <i>точки на плоскости</i> и координаты <i>нормального вектора</i> плоскости (общее уравнение плоскости)
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	или координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	координаты <i>точки на плоскости</i> и <i>двух неколлинеарных векторов</i> $\vec{a}, \vec{b}$, параллельных плоскости (параметрические уравнения). $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$



Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	координаты <i>точки на плоскости</i> и координаты <i>нормального вектора</i> плоскости (общее уравнение плоскости)
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	или координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	координаты <i>точки на плоскости</i> и <i>двух неколлинеарных векторов</i> $\vec{a}, \vec{b}$, параллельных плоскости (параметрические уравнения). $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$



$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t_1 \vec{l}_1 + t_2 \vec{l}_2,$$

$$\begin{cases} x = x_0 + u_1 t_1 + u_2 t_2, \\ y = y_0 + v_1 t_1 + u_2 t_2, \\ z = z_0 + w_1 t_1 + u_2 t_2. \end{cases}$$

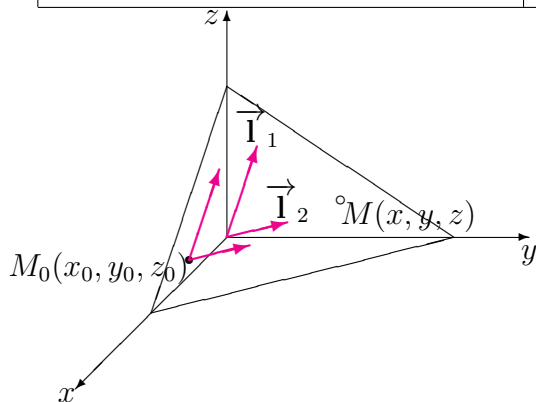
Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	координаты <i>точки на плоскости</i> и координаты <i>нормального вектора</i> плоскости (общее уравнение плоскости)
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	или координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	координаты <i>точки на плоскости</i> и <i>двух неколлинеарных векторов</i> $\vec{a}, \vec{b}$, параллельных плоскости (параметрические уравнения). $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t_1 \vec{l}_1 + t_2 \vec{l}_2,$$

$$\begin{cases} x = x_0 + u_1 t_1 + u_2 t_2, \\ y = y_0 + v_1 t_1 + u_2 t_2, \\ z = z_0 + w_1 t_1 + u_2 t_2. \end{cases}$$



Чтобы написать уравнения, необходимо найти

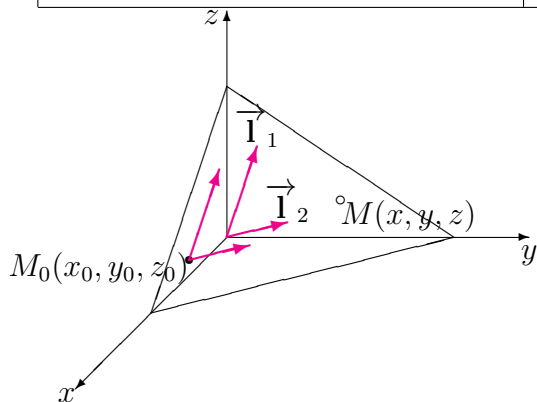
Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пр-ве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	координаты <i>точки на плоскости</i> и координаты <i>нормального вектора</i> плоскости (общее уравнение плоскости)
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	или координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	координаты <i>точки на плоскости</i> и <i>двух неколлинеарных векторов</i> $\vec{a}, \vec{b}$, параллельных плоскости (параметрические уравнения). $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t_1 \vec{l}_1 + t_2 \vec{l}_2,$$

$$\begin{cases} x = x_0 + u_1 t_1 + u_2 t_2, \\ y = y_0 + v_1 t_1 + u_2 t_2, \\ z = z_0 + w_1 t_1 + u_2 t_2. \end{cases}$$

$$\vec{n} = \lambda [\vec{l}_1, \vec{l}_2]$$



Чтобы написать уравнения, необходимо найти

Таблица 6

Для прямой на плоскости	Для прямой в пространстве	Для плоскости в пространстве
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>нормального вектора</i> прямой (общее уравнение прямой на плоскости)	две различные плоскости, содержащие эту прямую (общие уравнения прямой в пространстве)	координаты <i>точки на плоскости</i> и координаты <i>нормального вектора</i> плоскости (общее уравнение плоскости)
координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	или координаты <i>точки на прямой</i> и координаты <i>ее направляющего вектора</i> (параметрические или канонические уравнения)	координаты <i>точки на плоскости</i> и <i>двух неколлинеарных векторов</i> $\vec{a}, \vec{b}$, параллельных плоскости (параметрические). $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$

Рассмотреть примеры получения уравнений?

Рассмотреть примеры преобразования уравнений?

Рассмотреть примеры нахождения угла?

Достаточно часто используются следующие типы уравнений:

Прямая на плоскости. (см.рис.8) 1) Уравнение прямой с угловым коэффициентом: $y = kx + b$. Здесь $k = \operatorname{tg} \alpha$, где $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Его можно применять только в случае, если прямая не параллельна оси Oy .

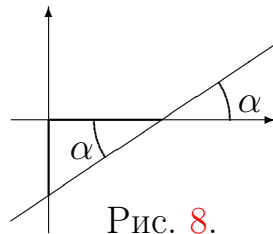


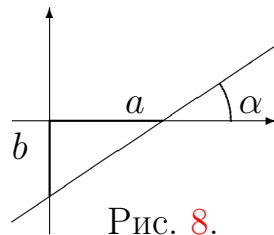
Рис. 8.

Достаточно часто используются следующие типы уравнений:

Прямая на плоскости. (см.рис.8) 1) *Уравнение прямой с угловым коэффициентом:* $y = kx + b$. Здесь $k = \operatorname{tg} \alpha$, где $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Его можно применять только в случае, если прямая не параллельна оси Oy .

2) *Уравнение прямой «отрезках»:* $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

Коэффициент k называется **угловым коэффициентом прямой**, $(a; 0)$ и $(0; b)$ — координаты точек пересечения прямой с осями координат.



Достаточно часто используются следующие типы уравнений:

Прямая на плоскости. (см.рис.8) 1) Уравнение прямой с угловым коэффициентом: $y = kx + b$. Здесь $k = \operatorname{tg} \alpha$, где $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Его можно применять только в случае, если прямая не параллельна оси Oy .

2) Уравнение прямой «отрезках»: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

Коэффициент k называется **угловым коэффициентом прямой**, $(a; 0)$ и $(0; b)$ — координаты точек пересечения прямой с осями координат.

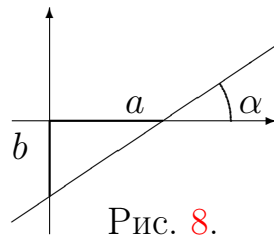


Рис. 8.

Плоскость. Уравнение плоскости «отрезках»: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Здесь $(a; 0; 0)$, $(0; b; 0)$, $(0; 0; c)$ — координаты точек пересечения плоскости с осями координат.

VII.4. Расстояние от точки до прямой и плоскости

Таблица 7

Расстояние от точки до прямой и плоскости

	Прямая на плоскости	Плоскость в пространстве	Прямая в пространстве
Уравнение	$Ax + By + C = 0$	$Ax + By + Cz + D = 0$	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t \overrightarrow{\mathbf{l}}$
Расстояние от точки M_1 с коор- динатами (x_1, y_1) или (x_1, y_1, z_1)	$\frac{ Ax_1 + By_1 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$	$\frac{ Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$	$\frac{ \left[\overrightarrow{\mathbf{l}}, \overrightarrow{M_0M_1}\right] }{ \overrightarrow{\mathbf{l}} }$

VIII. Система координат

VIII. Система координат

Что такое система координат?

VIII. Система координат

Что такое система координат?

Вроде бы «все понятно», но как сформулировать корректное определение этого понятия?

VIII. Система координат

Что такое система координат?

Вроде бы «все понятно», но как сформулировать корректное определение этого понятия?

Применим приём конкретизации.

VIII. Система координат

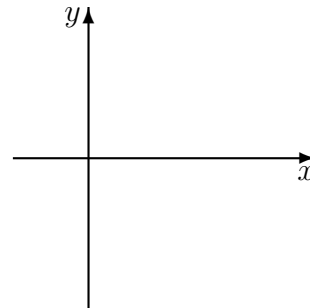
Что такое система координат?

Изобразим систему координат и

VIII. Система координат

Что такое система координат?

Изобразим систему координат и



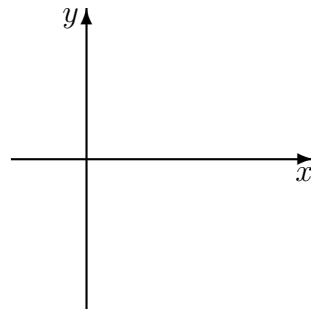
VIII. Система координат

Что такое система координат?

Изобразим систему координат и

зафиксируем пару чисел (α, β) ,

трактуемые как координаты какой-то точки.



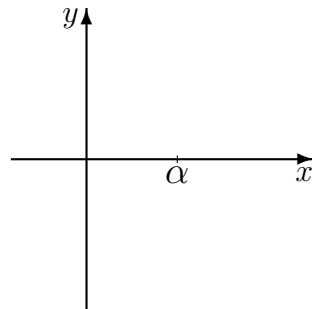
VIII. Система координат

Что такое система координат?

Изобразим систему координат и

зафиксируем пару чисел (α, β) ,

трактуемые как координаты какой-то точки.



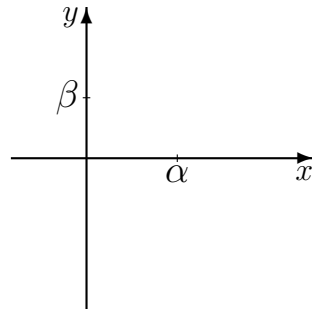
VIII. Система координат

Что такое система координат?

Изобразим систему координат и

зафиксируем пару чисел (α, β) ,

трактуемые как координаты какой-то точки.



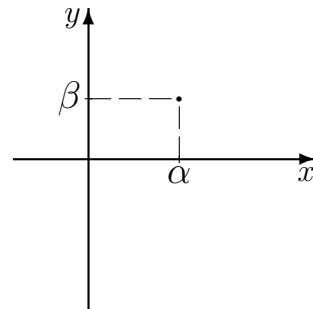
VIII. Система координат

Что такое система координат?

Изобразим систему координат и

зафиксируем пару чисел (α, β) ,

трактуемые как координаты какой-то точки.



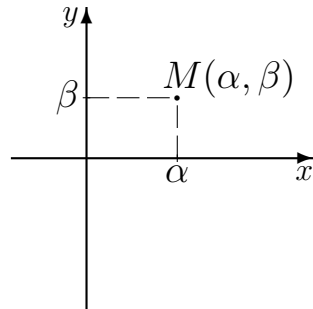
VIII. Система координат

Что такое система координат?

Изобразим систему координат и

зафиксируем пару чисел (α, β) ,

трактуемые как координаты какой-то точки.



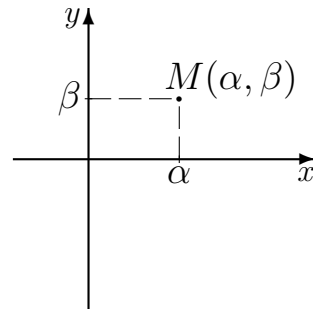
VIII. Система координат

Что такое система координат?

Изобразим систему координат и

зафиксируем пару чисел (α, β) ,

трактуемые как координаты какой-то точки.



Итак, мы паре чисел поставили в соответствие точку (процесс мог проходить и в обратном порядке).

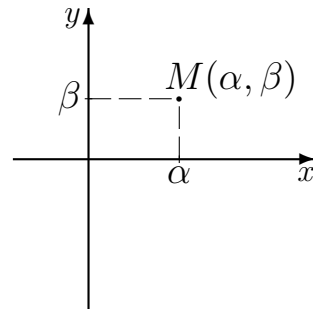
VIII. Система координат

Что такое система координат?

Изобразим систему координат и

зафиксируем пару чисел (α, β) ,

трактуемые как координаты какой-то точки.



Итак, мы паре чисел поставили в соответствие точку (процесс мог проходить и в обратном порядке).

Как такая ситуация стандартно моделируется математическими средствами?

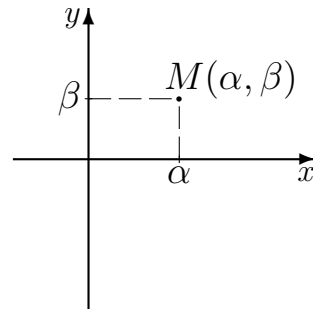
VIII. Система координат

Что такое система координат?

Изобразим систему координат и

зафиксируем пару чисел (α, β) ,

трактуемые как координаты какой-то точки.



Итак, мы паре чисел поставили в соответствие точку (процесс мог проходить и в обратном порядке).

Как такая ситуация стандартно моделируется математическими средствами?

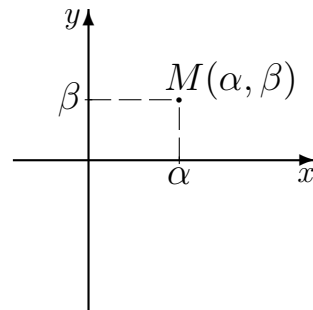
Эта ситуация моделируется с помощью понятия «функция».

VIII. Система координат

Что такое система координат?

Изобразим систему координат и зафиксируем пару чисел (α, β) ,

трактуемые как координаты какой-то точки.



Итак, мы паре чисел поставили в соответствие точку (процесс мог проходить и в обратном порядке).

Как такая ситуация стандартно моделируется математическими средствами?

Эта ситуация моделируется с помощью понятия «функция».

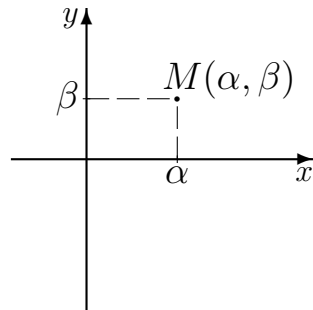
Каковы особенности этой функции?

VIII. Система координат

Что такое система координат?

Изобразим систему координат и зафиксируем пару чисел (α, β) ,

трактуемые как координаты какой-то точки.



Итак, мы паре чисел поставили в соответствие точку (процесс мог проходить и в обратном порядке).

Как такая ситуация стандартно моделируется математическими средствами?

Эта ситуация моделируется с помощью понятия «функция».

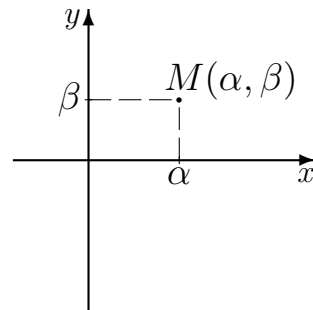
Область определения этой функции —

VIII. Система координат

Что такое система координат?

Изобразим систему координат и зафиксируем пару чисел (α, β) ,

трактуемые как координаты какой-то точки.



Итак, мы паре чисел поставили в соответствие точку (процесс мог проходить и в обратном порядке).

Как такая ситуация стандартно моделируется математическими средствами?

Эта ситуация моделируется с помощью понятия «функция».

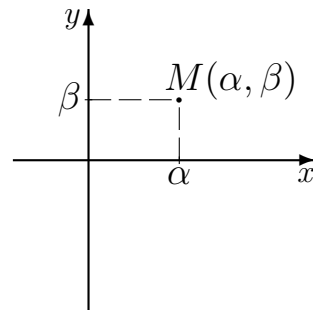
Область определения этой функции — упорядоченные пары (или тройки) чисел.

VIII. Система координат

Что такое система координат?

Изобразим систему координат и зафиксируем пару чисел (α, β) ,

трактуемые как координаты какой-то точки.



Итак, мы паре чисел поставили в соответствие точку (процесс мог проходить и в обратном порядке).

Как такая ситуация стандартно моделируется математическими средствами?

Эта ситуация моделируется с помощью понятия «функция».

Область определения этой функции — упорядоченные пары (или тройки) чисел.

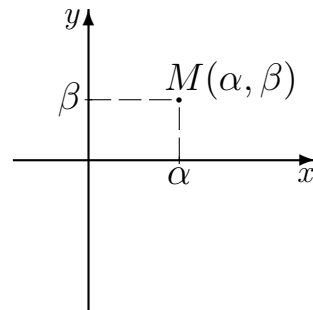
Область значений этой функции —

VIII. Система координат

Что такое система координат?

Изобразим систему координат и зафиксируем пару чисел (α, β) ,

трактуемые как координаты какой-то точки.



Итак, мы паре чисел поставили в соответствие точку (процесс мог проходить и в обратном порядке).

Как такая ситуация стандартно моделируется математическими средствами?

Эта ситуация моделируется с помощью понятия «функция».

Область определения этой функции — упорядоченные пары (или тройки) чисел.

Область значений этой функции — множество точек плоскости (или, соответственно, пространства).

VIII. Система координат

Определение 17. Системой координат на плоскости называется функция K , каждой паре чисел (u, v) ставящая в соответствие точку плоскости. При этом пара чисел (u, v) называется **координатами** точки $K(u, v)$ в системе координат K .

VIII. Система координат

Определение 17. Системой координат на плоскости называется функция $\mathcal{K}$, каждой паре чисел (u, v) ставящая в соответствие точку плоскости. При этом пара чисел (u, v) называется **координатами** точки $\mathcal{K}(u, v)$ в системе координат $\mathcal{K}$.

Здесь $\mathcal{K}(u, v)$ — это значение функции $\mathcal{K}$, это обозначение не имеет ничего общего с традиционными для геометрии обозначениями типа «точка $M(1; 2)$ ».

VIII. Система координат

Определение 17. Системой координат на плоскости называется функция $\mathcal{K}$, каждой паре чисел (u, v) ставящая в соответствие точку плоскости. При этом пара чисел (u, v) называется **координатами** точки $\mathcal{K}(u, v)$ в системе координат $\mathcal{K}$.

Здесь $\mathcal{K}(u, v)$ — это значение функции $\mathcal{K}$, это обозначение не имеет ничего общего с традиционными для геометрии обозначениями типа «точка $M(1; 2)$ ».

То есть $\mathcal{K}(u, v)$ надо здесь воспринимать, как обозначение типа $f(x, y)$ и т.п.

VIII. Система координат

Определение 17. Системой координат на плоскости называется функция K , каждой паре чисел (u, v) ставящая в соответствие точку плоскости. При этом пара чисел (u, v) называется **координатами** точки $K(u, v)$ в системе координат K .

В некоторых приложениях требуется, чтобы K была взаимно однозначной функцией, но мы этого ограничения накладывать не будем.

VIII. Система координат

Определение 17. Системой координат на плоскости называется функция K , каждой паре чисел (u, v) ставящая в соответствие точку плоскости. При этом пара чисел (u, v) называется **координатами** точки $K(u, v)$ в системе координат K .

В некоторых приложениях требуется, чтобы K была взаимно однозначной функцией, но мы этого ограничения накладывать не будем.

Таким образом, в некоторых системах координат (например, в рассматриваемой ниже **полярной системе координат**) одна и та же точка может иметь много разных пар координат.

VIII.1. Полярная система координат

Пусть на плоскости зафиксирована ось (**полярная ось**), на которой зафиксирована точка O , называемая **полюсом полярной системы координат**.

VIII.1. Полярная система координат

Пусть на плоскости зафиксирована ось (полярная ось), на которой зафиксирована точка O , называемая полюсом полярной системы координат.



VIII.1. Полярная система координат

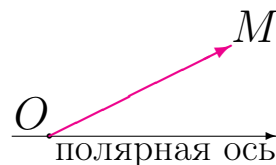
Пусть на плоскости зафиксирована ось (полярная ось), на которой зафиксирована точка O , называемая полюсом полярной системы координат.



Определение 18. Полярной системой координат называется функция, каждой упорядоченной паре чисел (ρ, φ) , где $\rho \geq 0$, ставящая в соответствие такую точку M плоскости, радиус-вектор $\overrightarrow{OM}$ которой образует с полярной осью угол φ (угол, как обычно, отсчитывается против часовой стрелки) и имеет длину $|\overrightarrow{OM}| = \rho$.

VIII.1. Полярная система координат

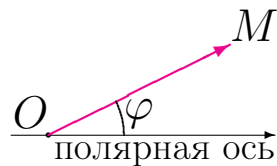
Пусть на плоскости зафиксирована ось (полярная ось), на которой зафиксирована точка O , называемая полюсом полярной системы координат.



Определение 18. Полярной системой координат называется функция, каждой упорядоченной паре чисел (ρ, φ) , где $\rho \geq 0$, ставящая в соответствие такую точку M плоскости, радиус-вектор $\overrightarrow{OM}$ которой образует с полярной осью угол φ (угол, как обычно, отсчитывается против часовой стрелки) и имеет длину $|\overrightarrow{OM}| = \rho$.

VIII.1. Полярная система координат

Пусть на плоскости зафиксирована ось (полярная ось), на которой зафиксирована точка O , называемая полюсом полярной системы координат.



Определение 18. Полярной системой координат называется функция, каждой упорядоченной паре чисел (ρ, φ) , где $\rho \geq 0$, ставящая в соответствие такую точку M плоскости, радиус-вектор $\overrightarrow{OM}$ которой образует с полярной осью угол φ (угол, как обычно, отсчитывается против часовой стрелки) и имеет длину $|\overrightarrow{OM}| = \rho$.

VIII.1. Полярная система координат

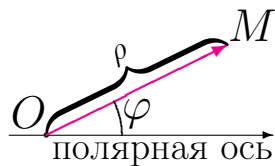
Пусть на плоскости зафиксирована ось (полярная ось), на которой зафиксирована точка O , называемая полюсом полярной системы координат.



Определение 18. Полярной системой координат называется функция, каждой упорядоченной паре чисел (ρ, φ) , где $\rho \geq 0$, ставящая в соответствие такую точку M плоскости, радиус-вектор $\overrightarrow{OM}$ которой образует с полярной осью угол φ (угол, как обычно, отсчитывается против часовой стрелки) и имеет длину $|\overrightarrow{OM}| = \rho$.

VIII.1. Полярная система координат

Пусть на плоскости зафиксирована ось (полярная ось), на которой зафиксирована точка O , называемая полюсом полярной системы координат.



Определение 18. Полярной системой координат называется функция, каждой упорядоченной паре чисел (ρ, φ) , где $\rho \geq 0$, ставящая в соответствие такую точку M плоскости, радиус-вектор $\overrightarrow{OM}$ которой образует с полярной осью угол φ (угол, как обычно, отсчитывается против часовой стрелки) и имеет длину $|\overrightarrow{OM}| = \rho$.

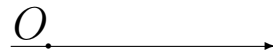
Рассмотрим пример?

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовой системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-**
ся прямоугольная декартова система координат:

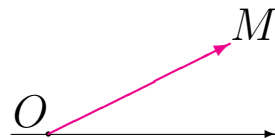
VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовой системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-**
ся прямоугольная декартова система координат:



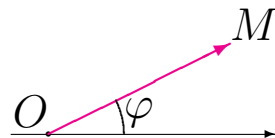
VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовой системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-**
ся прямоугольная декартова система координат:



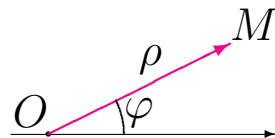
VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовой системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-**
ся прямоугольная декартова система координат:



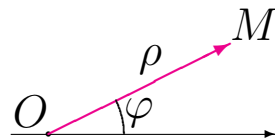
VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовой системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-**
ся прямоугольная декартова система координат:



VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовой системами координат

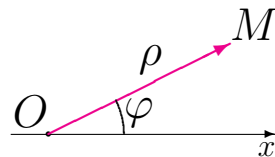
Обычно с полярной системой координат **связывает-**
ся прямоугольная декартова система координат:



её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью,

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовой системами координат

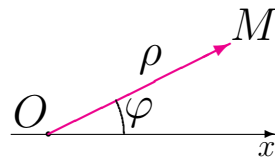
Обычно с полярной системой координат **связывает-**
ся прямоугольная декартова система координат:



её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью,

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовой системами координат

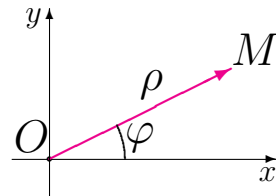
Обычно с полярной системой координат **связывает-**
ся прямоугольная декартова система координат:



её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

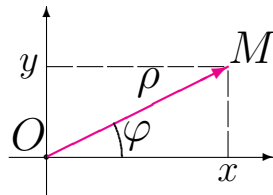
Обычно с полярной системой координат **связывает-**
ся прямоугольная декартова система координат:



её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

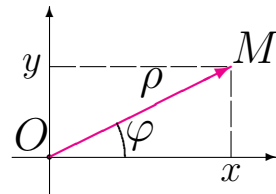
Обычно с полярной системой координат **связывает-ся** прямоугольная декартова система координат:



её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-ся** прямоугольная декартова система координат:

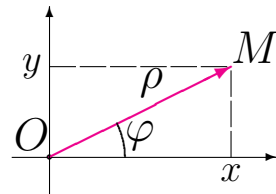


её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

При этом, очевидно, координаты (ρ, φ) точки M в полярной системе координат связаны с декартовыми координатами (x, y) этой точки соотношениями:

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-ся** прямоугольная декартова система координат:

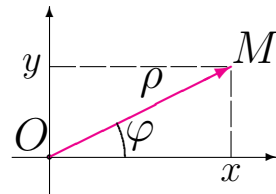


её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

$$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \quad (21)$$

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-
ся** прямоугольная декартова система координат:

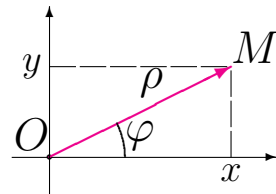


её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \end{cases} \quad (21)$$

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-ся** прямоугольная декартова система координат:

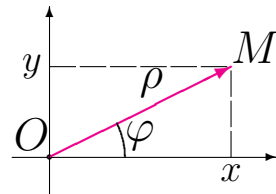


её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \end{cases} \quad (21)$$

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-ся** прямоугольная декартова система координат:

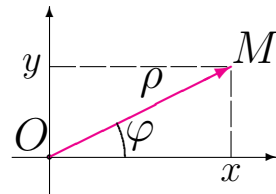


её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \end{cases} \quad \vec{\mathbf{r}} = \quad (21)$$

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-ся** прямоугольная декартова система координат:

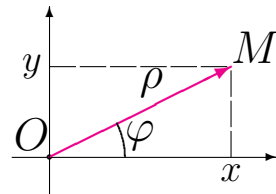


её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \end{cases} \quad \vec{r} = \vec{i} + \vec{j}. \quad (21)$$

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-ся** прямоугольная декартова система координат:

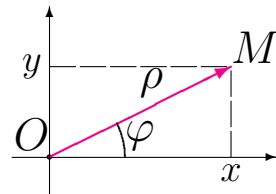


её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \end{cases} \quad \vec{r} = \rho \cos \varphi \vec{i} + \rho \sin \varphi \vec{j}. \quad (21)$$

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-ся** прямоугольная декартова система координат:

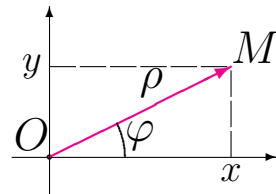


её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \end{cases} \quad \vec{\mathbf{r}} = \rho \cos \varphi \vec{\mathbf{i}} + \rho \sin \varphi \vec{\mathbf{j}}. \quad (21)$$

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-ся** прямоугольная декартова система координат:



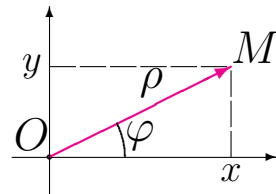
её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \end{cases} \quad \vec{r} = \rho \cos \varphi \vec{i} + \rho \sin \varphi \vec{j}. \quad (21)$$

Кроме того, очень важными являются соотношения:

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-ся** прямоугольная декартова система координат:



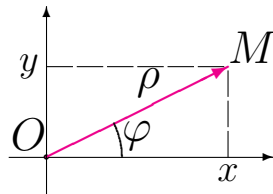
её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \end{cases} \quad \vec{\mathbf{r}} = \rho \cos \varphi \vec{\mathbf{i}} + \rho \sin \varphi \vec{\mathbf{j}}. \quad (21)$$

$$\rho =$$

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-ся** прямоугольная декартова система координат:



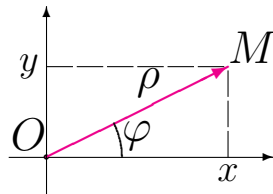
её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \end{cases} \quad \vec{\mathbf{r}} = \rho \cos \varphi \vec{\mathbf{i}} + \rho \sin \varphi \vec{\mathbf{j}}. \quad (21)$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2},$$

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-ся** прямоугольная декартова система координат:



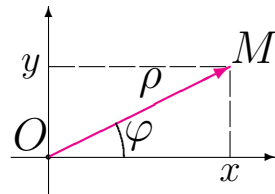
её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \end{cases} \quad \vec{\mathbf{r}} = \rho \cos \varphi \vec{\mathbf{i}} + \rho \sin \varphi \vec{\mathbf{j}}. \quad (21)$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi =$$

VIII.2. Каноническое соответствие между полярной и прямоугольной декартовыми системами координат

Обычно с полярной системой координат **связывает-ся** прямоугольная декартова система координат:



её начало совпадает с полюсом, ось Ox совпадает с полярной осью, ось Oy образует с осью Ox угол $\frac{\pi}{2}$ (отсчитываемый, как обычно, против часовой стрелки!).

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \end{cases} \quad \vec{r} = \rho \cos \varphi \vec{i} + \rho \sin \varphi \vec{j}. \quad (21)$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x} \quad (\text{при } x \neq 0).$$

VIII.3. Цилиндрическая и сферическая системы координат

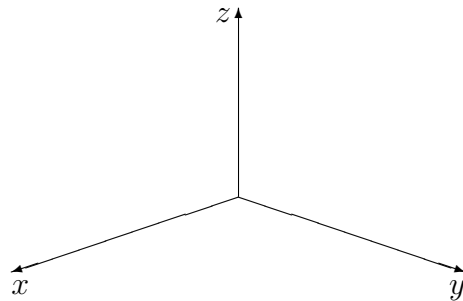
Пусть в пространстве задана прямоугольная декартова система координат $\mathcal{K}(x, y, z)$.

VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Рассмотрим на плоскости Oxy **полярную систему координат**.

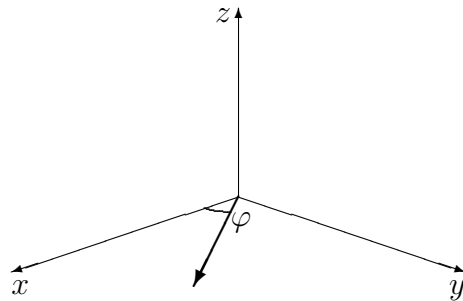
VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Рассмотрим на плоскости Oxy **полярную систему координат**.



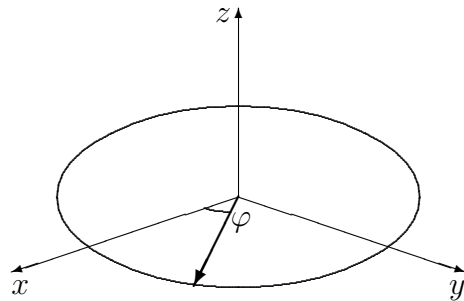
VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Рассмотрим на плоскости Oxy **полярную систему координат**.



VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

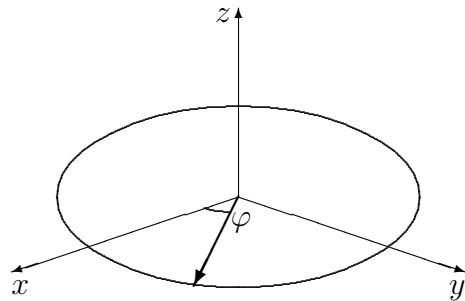
Рассмотрим на плоскости Oxy **полярную систему координат**.



VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Рассмотрим на плоскости Oxy **полярную систему координат**.

Мы таким образом задаём точки на плоскости $z = 0$.

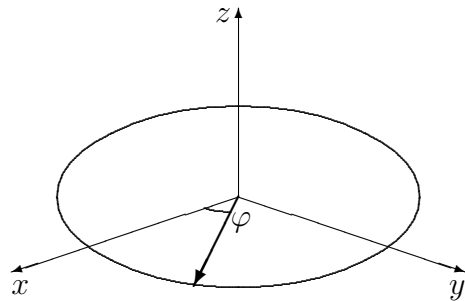


VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Рассмотрим на плоскости Oxy **полярную систему координат**.

Мы таким образом задаём точки на плоскости $z = 0$.

Положение произвольной точки в пространстве можно, указав значение её координаты z и полярные координаты в плоскости $z = \text{const}$.

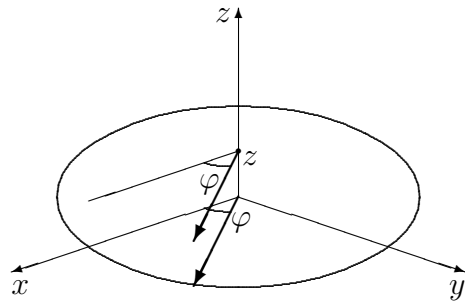


VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Рассмотрим на плоскости Oxy **полярную систему координат**.

Мы таким образом задаём точки на плоскости $z = 0$.

Положение произвольной точки в пространстве можно, указав значение её координаты z и полярные координаты в плоскости $z = \text{const}$.

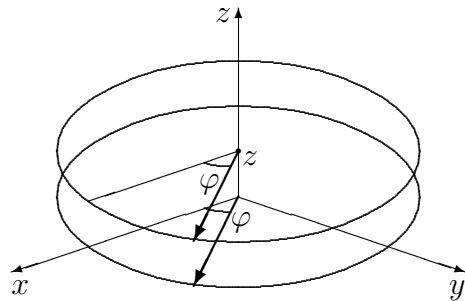


VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Рассмотрим на плоскости Oxy **полярную систему координат**.

Мы таким образом задаём точки на плоскости $z = 0$.

Положение произвольной точки в пространстве можно, указав значение её координаты z и полярные координаты в плоскости $z = \text{const}$.

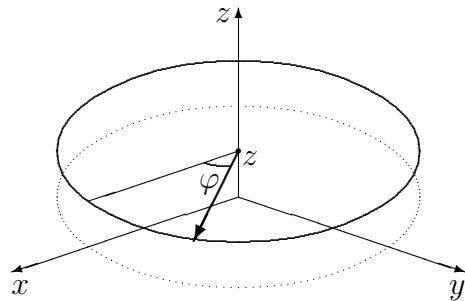


VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Рассмотрим на плоскости Oxy **полярную систему координат**.

Мы таким образом задаём точки на плоскости $z = 0$.

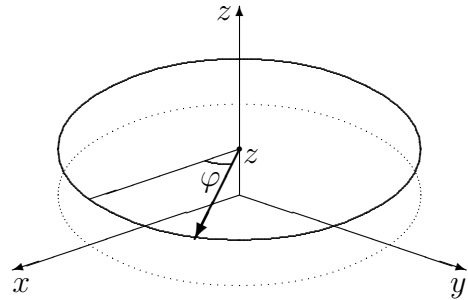
Положение произвольной точки в пространстве можно, указав значение её координаты z и полярные координаты в плоскости $z = \text{const}$.



VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Определение **25**. Цилиндрической системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (ρ, φ, z) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \\ z = z \end{cases} \quad \vec{r} = \rho \cos \varphi \vec{i} + \rho \sin \varphi \vec{j} + z \vec{k}. \quad (22)$$

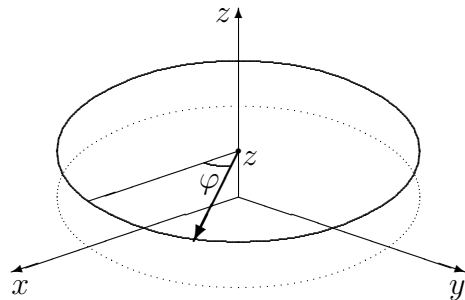


VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Определение **25**. Цилиндрической системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (ρ, φ, z) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \\ z = z \end{cases} \quad \vec{r} = \rho \cos \varphi \vec{i} + \rho \sin \varphi \vec{j} + z \vec{k}. \quad (22)$$

Поверхность $\rho = \text{const}$ представляет собой

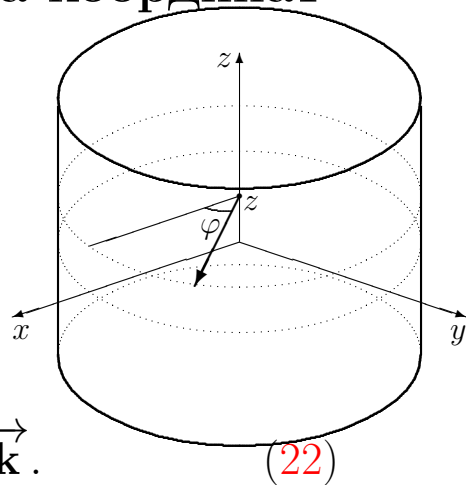


VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Определение 25. Цилиндрической системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (ρ, φ, z) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \\ z = z \end{cases} \quad \vec{r} = \rho \cos \varphi \vec{i} + \rho \sin \varphi \vec{j} + z \vec{k}.$$

Поверхность $\rho = \text{const}$ представляет собой

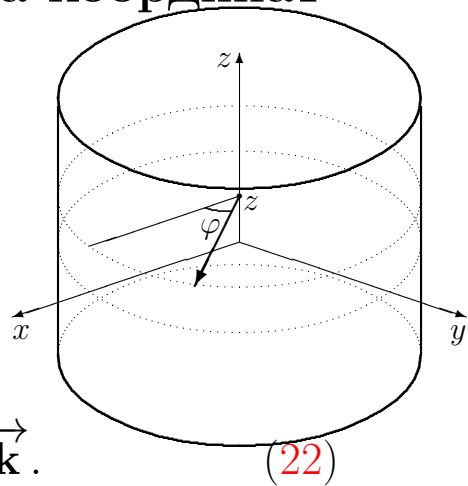


VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Определение **25**. Цилиндрической системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (ρ, φ, z) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \\ z = z \end{cases} \quad \vec{r} = \rho \cos \varphi \vec{i} + \rho \sin \varphi \vec{j} + z \vec{k}.$$

Поверхность $\rho = \text{const}$ представляет собой боковую поверхность прямого кругового цилиндра.

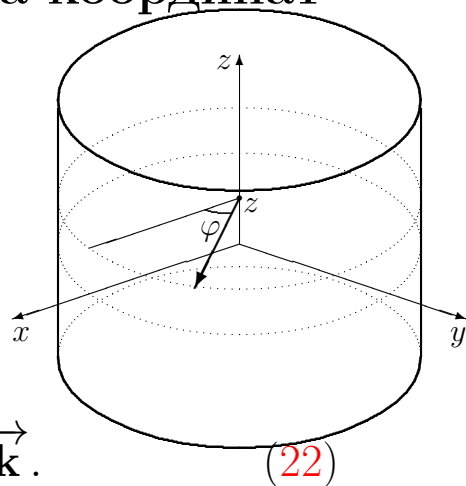


VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Определение **25**. Цилиндрической системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (ρ, φ, z) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \\ z = z \end{cases} \quad \vec{r} = \rho \cos \varphi \vec{i} + \rho \sin \varphi \vec{j} + z \vec{k}.$$

Поверхность $\varphi = \text{const}$ представляет собой

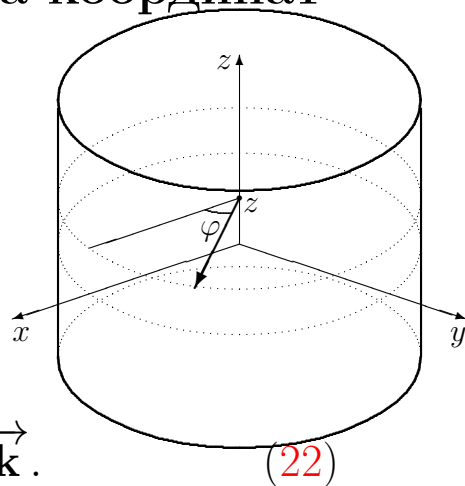


VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Определение 25. Цилиндрической системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (ρ, φ, z) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \\ z = z \end{cases} \quad \vec{r} = \rho \cos \varphi \vec{i} + \rho \sin \varphi \vec{j} + z \vec{k}.$$

Поверхность $\varphi = \text{const}$ представляет собой полуплоскость с границей в виде оси Oz .

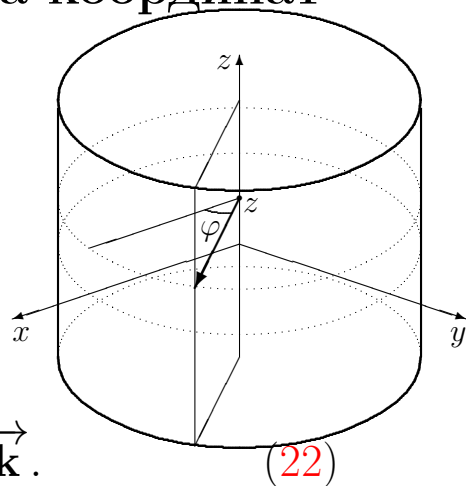


VIII.3.1. Цилиндрическая система координат

Определение **25**. Цилиндрической системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (ρ, φ, z) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \\ z = z \end{cases} \quad \vec{r} = \rho \cos \varphi \vec{i} + \rho \sin \varphi \vec{j} + z \vec{k}.$$

Поверхность $\varphi = \text{const}$ представляет собой полуплоскость с границей в виде оси Oz .

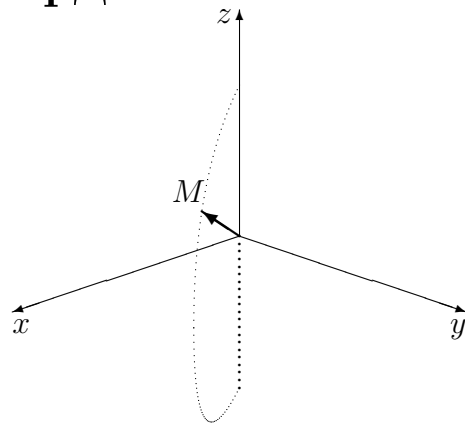


VIII.3.2. Сферическая система координат

Рассмотрим радиус-вектор $\overrightarrow{OM}$ и проведём плоскость через M и ось аппликат Oz .

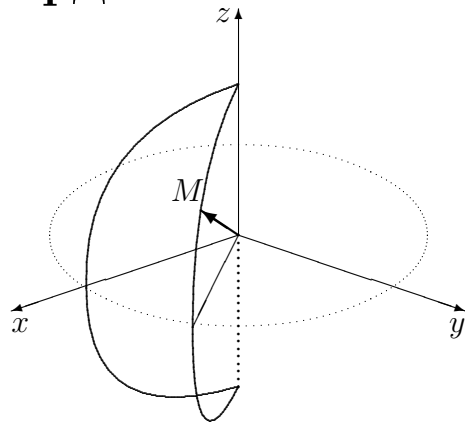
VIII.3.2. Сферическая система координат

Рассмотрим радиус-вектор $\overrightarrow{OM}$ и проведём плоскость через M и ось аппликат Oz .



VIII.3.2. Сферическая система координат

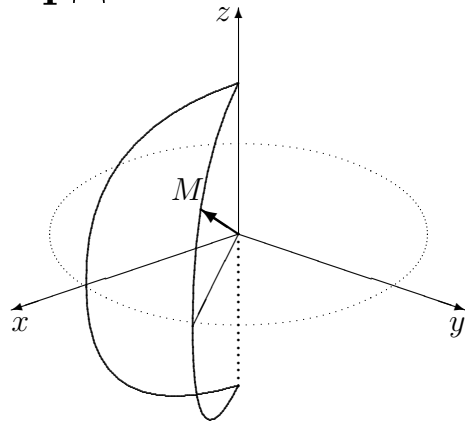
Рассмотрим радиус-вектор $\overrightarrow{OM}$ и проведём плоскость через M и ось аппликат Oz .



VIII.3.2. Сферическая система координат

Рассмотрим радиус-вектор $\overrightarrow{OM}$ и проведём плоскость через M и ось аппликат Oz .

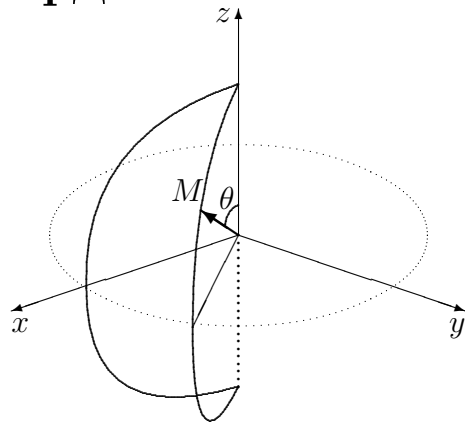
Обозначим через θ угол между $\overrightarrow{OM}$ и осью аппликат Oz .



VIII.3.2. Сферическая система координат

Рассмотрим радиус-вектор $\overrightarrow{OM}$ и проведём плоскость через M и ось аппликат Oz .

Обозначим через θ угол между $\overrightarrow{OM}$ и осью аппликат Oz .

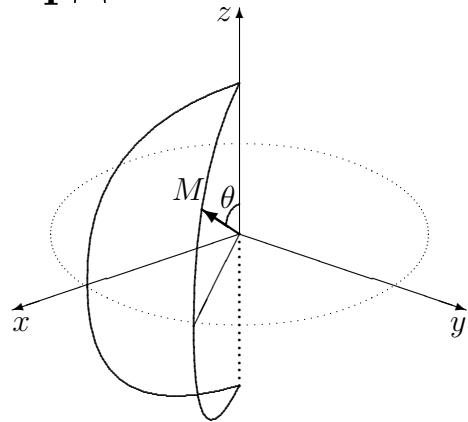


VIII.3.2. Сферическая система координат

Рассмотрим радиус-вектор $\overrightarrow{OM}$ и проведём плоскость через M и ось аппликат Oz .

Обозначим через θ угол между $\overrightarrow{OM}$ и осью аппликат Oz .

Через φ обозначим угол между плоскостью Oxz и плоскостью, проходящей через M и ось аппликат Oz .

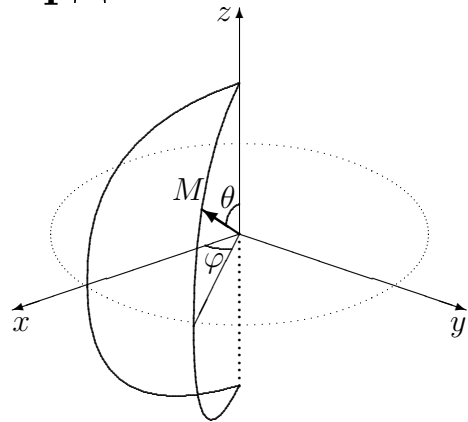


VIII.3.2. Сферическая система координат

Рассмотрим радиус-вектор $\overrightarrow{OM}$ и проведём плоскость через M и ось аппликат Oz .

Обозначим через θ угол между $\overrightarrow{OM}$ и осью аппликат Oz .

Через φ обозначим угол между плоскостью Oxz и плоскостью, проходящей через M и ось аппликат Oz .

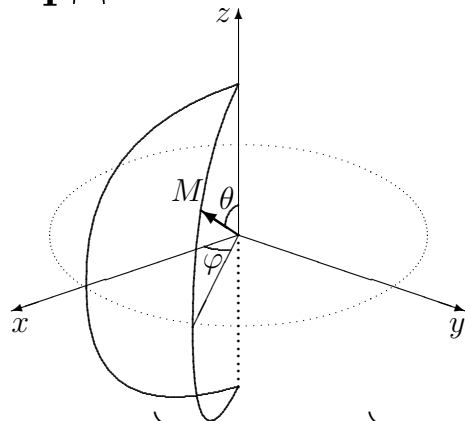


VIII.3.2. Сферическая система координат

Определение **35**. Сферической

системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (r, φ, θ) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \sin \theta, \\ y = r \sin \varphi \sin \theta, \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \vec{r} = r \cos \varphi \sin \theta \vec{i} + r \sin \varphi \sin \theta \vec{j} + r \cos \theta \vec{k}. \quad (23)$$



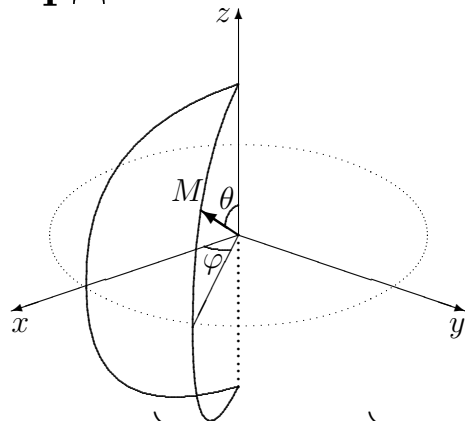
VIII.3.2. Сферическая система координат

Определение **35**. Сферической

системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (r, φ, θ) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \sin \theta, \\ y = r \sin \varphi \sin \theta, \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \vec{r} = r \cos \varphi \sin \theta \vec{i} + r \sin \varphi \sin \theta \vec{j} + r \cos \theta \vec{k}. \quad (23)$$

Линия $r = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$ представляет собой



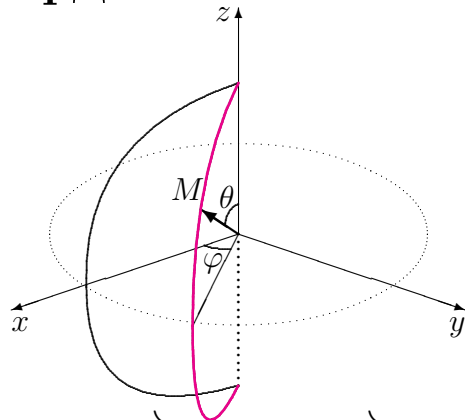
VIII.3.2. Сферическая система координат

Определение **35**. Сферической

системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (r, φ, θ) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \sin \theta, \\ y = r \sin \varphi \sin \theta, \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \vec{r} = r \cos \varphi \sin \theta \vec{i} + r \sin \varphi \sin \theta \vec{j} + r \cos \theta \vec{k}. \quad (23)$$

Линия $r = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$ представляет собой



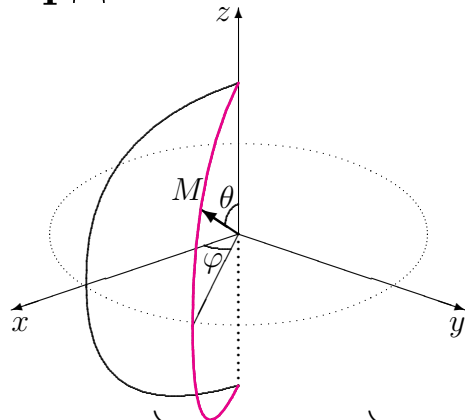
VIII.3.2. Сферическая система координат

Определение **35**. Сферической

системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (r, φ, θ) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \sin \theta, \\ y = r \sin \varphi \sin \theta, \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \vec{r} = r \cos \varphi \sin \theta \vec{i} + r \sin \varphi \sin \theta \vec{j} + r \cos \theta \vec{k}. \quad (23)$$

Линия $r = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$ представляет собой полуокружность с концами на оси Oz .

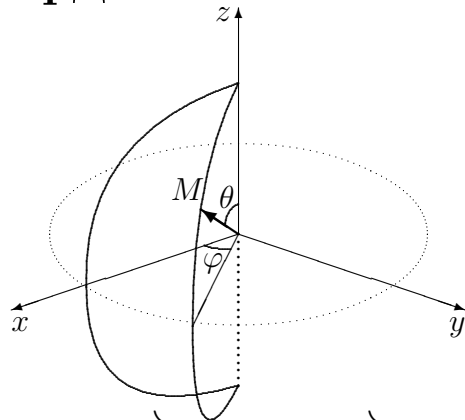


VIII.3.2. Сферическая система координат

Определение **35**. Сферической

системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (r, φ, θ) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \sin \theta, \\ y = r \sin \varphi \sin \theta, \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \vec{r} = r \cos \varphi \sin \theta \vec{i} + r \sin \varphi \sin \theta \vec{j} + r \cos \theta \vec{k}. \quad (23)$$



Линия $r = \text{const}$, $\theta = \text{const}$, представляет собой

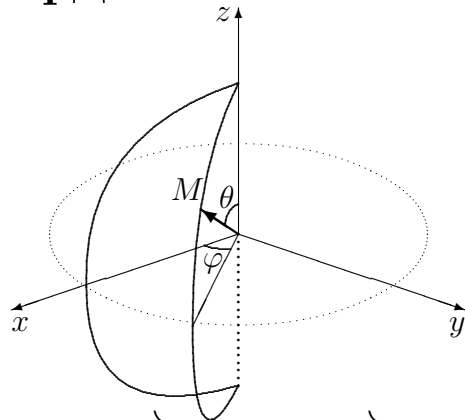
VIII.3.2. Сферическая система координат

Определение **35**. Сферической

системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (r, φ, θ) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \sin \theta, \\ y = r \sin \varphi \sin \theta, \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \vec{r} = r \cos \varphi \sin \theta \vec{i} + r \sin \varphi \sin \theta \vec{j} + r \cos \theta \vec{k}. \quad (23)$$

Линия $r = \text{const}$, $\theta = \text{const}$, представляет собой окружность, параллельную плоскости Oxy .



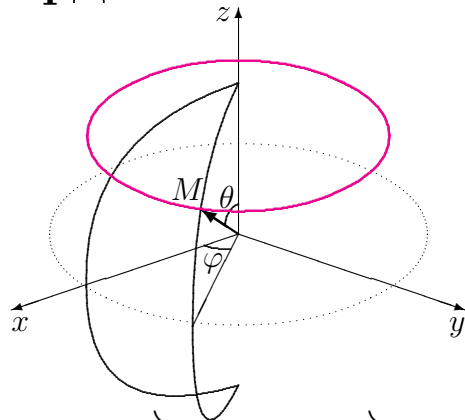
VIII.3.2. Сферическая система координат

Определение **35**. Сферической

системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (r, φ, θ) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \sin \theta, \\ y = r \sin \varphi \sin \theta, \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \vec{r} = r \cos \varphi \sin \theta \vec{i} + r \sin \varphi \sin \theta \vec{j} + r \cos \theta \vec{k}. \quad (23)$$

Линия $r = \text{const}$, $\theta = \text{const}$, представляет собой окружность, параллельную плоскости Oxy .



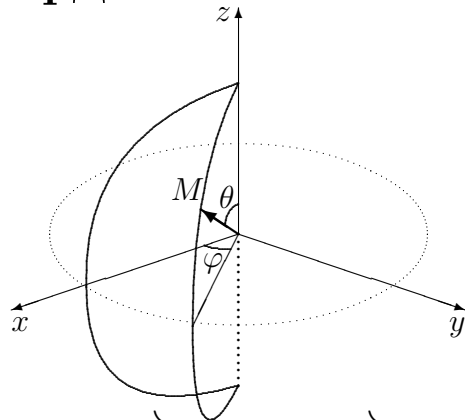
VIII.3.2. Сферическая система координат

Определение **35**. Сферической

системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (r, φ, θ) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \sin \theta, \\ y = r \sin \varphi \sin \theta, \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \vec{r} = r \cos \varphi \sin \theta \vec{i} + r \sin \varphi \sin \theta \vec{j} + r \cos \theta \vec{k}. \quad (23)$$

Линия $\theta = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$ представляет собой



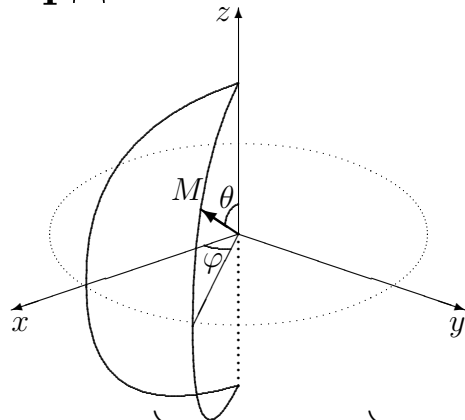
VIII.3.2. Сферическая система координат

Определение **35**. Сферической

системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (r, φ, θ) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \sin \theta, \\ y = r \sin \varphi \sin \theta, \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \vec{r} = r \cos \varphi \sin \theta \vec{i} + r \sin \varphi \sin \theta \vec{j} + r \cos \theta \vec{k}. \quad (23)$$

Линия $\theta = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$ представляет собой луч, выходящий из начала координат.



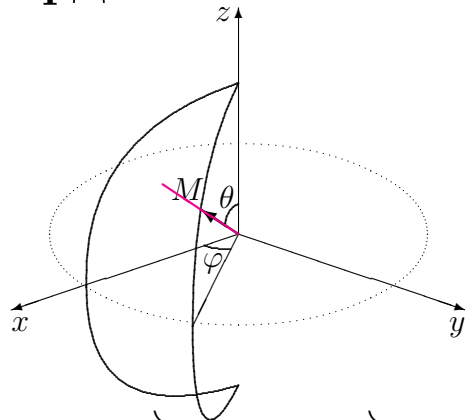
VIII.3.2. Сферическая система координат

Определение **35**. Сферической

системой координат назовём функцию, упорядоченной тройке чисел (r, φ, θ) ставящую в соответствие точку, координаты которой в прямоугольной системе координат определяются формулами

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \sin \theta, \\ y = r \sin \varphi \sin \theta, \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \vec{r} = r \cos \varphi \sin \theta \vec{i} + r \sin \varphi \sin \theta \vec{j} + r \cos \theta \vec{k}. \quad (23)$$

Линия $\theta = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$ представляет собой луч, выходящий из начала координат.

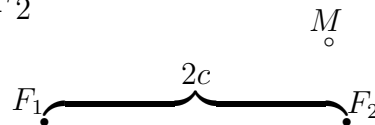


IX. Кривые второго порядка

Мы рассмотрим **эллипс**, **гиперболу** и **параболу**.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



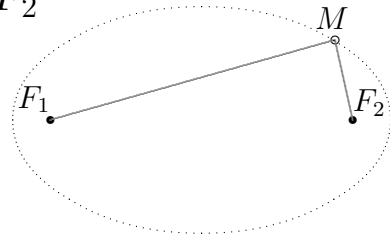
IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



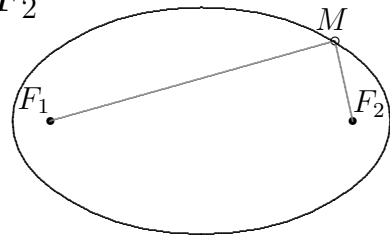
IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



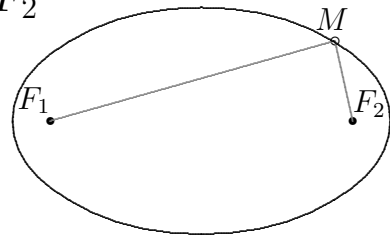
IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

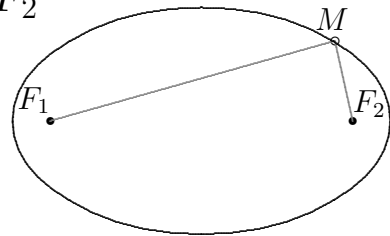
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Напомним, что множество точек плоскости, обладающих некоторым свойством Φ называют **геометрическим местом точек** со свойством Φ .

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

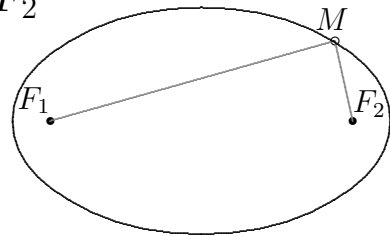
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Окружность радиуса R является частным случаем эллипса: это эллипс, отвечающий значениям параметров $a =$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

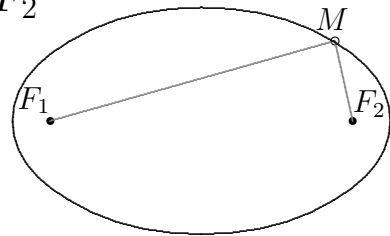
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Окружность радиуса R является частным случаем эллипса: это эллипс, отвечающий значениям параметров $a = R$,

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

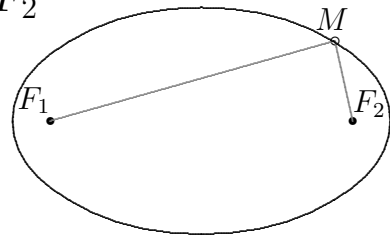
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Окружность радиуса R является частным случаем эллипса: это эллипс, отвечающий значениям параметров $a = R$, $c =$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

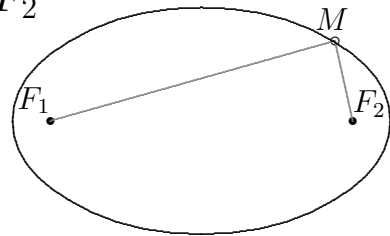
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Окружность радиуса R является частным случаем эллипса: это эллипс, отвечающий значениям параметров $a = R$, $c = 0$.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

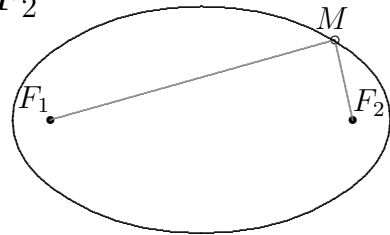


Окружность радиуса R является частным случаем эллипса: это эллипс, отвечающий значениям параметров $a = R$, $c = 0$.

Приблизительно нарисовать эллипс можно с помощью довольно простого приспособления:

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

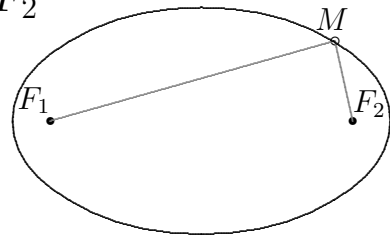


Окружность радиуса R является частным случаем эллипса: это эллипс, отвечающий значениям параметров $a = R$, $c = 0$.

Приблизительно нарисовать эллипс можно с помощью довольно простого приспособления: воткнем в лист бумаги две булавки на расстоянии $2c$ и привяжем к ним нитку длиной $2a$.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

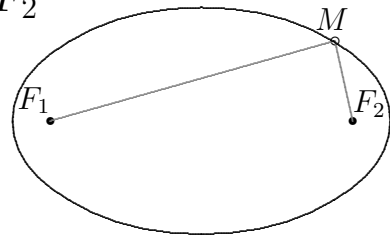


Окружность радиуса R является частным случаем эллипса: это эллипс, отвечающий значениям параметров $a = R$, $c = 0$.

Приблизительно нарисовать эллипс можно с помощью довольно простого приспособления: воткнем в лист бумаги две булавки на расстоянии $2c$ и привяжем к ним нитку длиной $2a$. Теперь оттянем нитку острием карандаша, и проведем линию, удерживая нитку натянутой.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

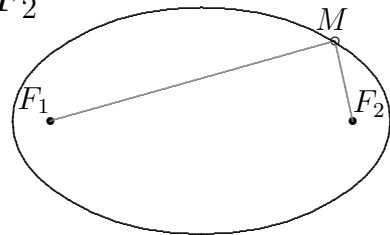


Окружность радиуса R является частным случаем эллипса: это эллипс, отвечающий значениям параметров $a = R$, $c = 0$.

Приблизительно нарисовать эллипс можно с помощью довольно простого приспособления: воткнем в лист бумаги две булавки на расстоянии $2c$ и привяжем к ним нитку длиной $2a$. Теперь оттянем нитку острием карандаша, и проведем линию, удерживая нитку натянутой. При этом карандаш прочертит часть дуги эллипса.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

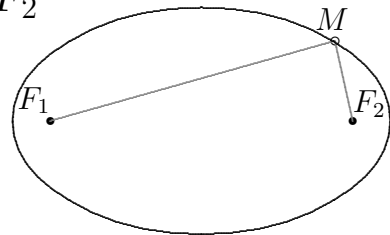
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Как задать эллипс?

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

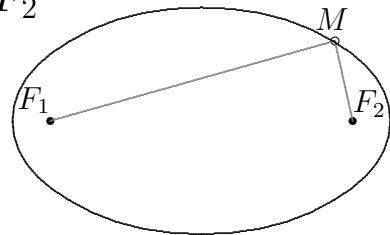


Как задать эллипс?

Задать его средствами школьного курса геометрии не получится, поскольку эллипс не сводится к комбинации базовых фигур:

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

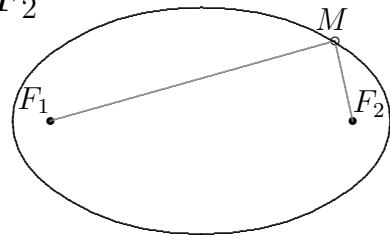


Как задать эллипс?

Задать его средствами школьного курса геометрии не получится, поскольку эллипс не сводится к комбинации базовых фигур: прямой и ее частей

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

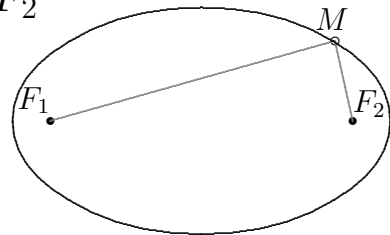


Как задать эллипс?

Задать его средствами школьного курса геометрии не получится, поскольку эллипс не сводится к комбинации базовых фигур: прямой и ее частей (лучей и отрезков), и

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

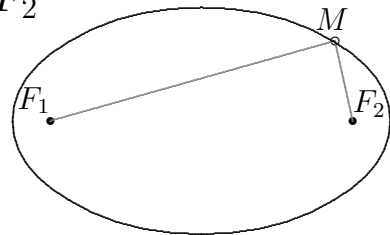


Как задать эллипс?

Задать его средствами школьного курса геометрии не получится, поскольку эллипс не сводится к комбинации базовых фигур: прямой и ее частей (лучей и отрезков), и окружностей и их частей

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

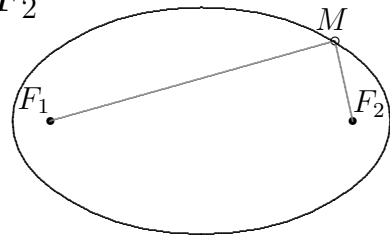


Как задать эллипс?

Задать его средствами школьного курса геометрии не получится, поскольку эллипс не сводится к комбинации базовых фигур: прямой и ее частей (лучей и отрезков), и окружностей и их частей (дуг окружности).

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

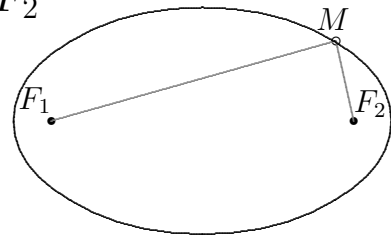


Как задать эллипс?

Задать его средствами школьного курса геометрии не получится, поскольку эллипс не сводится к комбинации базовых фигур: прямой и ее частей (лучей и отрезков), и окружностей и их частей (дуг окружности). Аналитическая геометрия обогатила арсенал доступных средств новым способом задания линий:

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

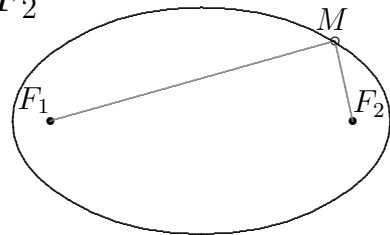


Как задать эллипс?

Задать его средствами школьного курса геометрии не получится, поскольку эллипс не сводится к комбинации базовых фигур: прямой и ее частей (лучей и отрезков), и окружностей и их частей (дуг окружности). Аналитическая геометрия обогатила арсенал доступных средств новым способом задания линий: уравнением линии.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

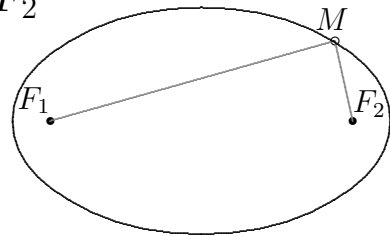


Как задать эллипс?

Задать его средствами школьного курса геометрии не получится, поскольку эллипс не сводится к комбинации базовых фигур: прямой и ее частей (лучей и отрезков), и окружностей и их частей (дуг окружности). Аналитическая геометрия обогатила арсенал доступных средств новым способом задания линий: уравнением линии. Для этого сначала надо

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

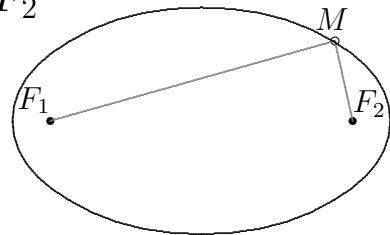


Как задать эллипс?

Задать его средствами школьного курса геометрии не получится, поскольку эллипс не сводится к комбинации базовых фигур: прямой и ее частей (лучей и отрезков), и окружностей и их частей (дуг окружности). Аналитическая геометрия обогатила арсенал доступных средств новым способом задания линий: уравнением линии. Для этого сначала надо ввести систему координат.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

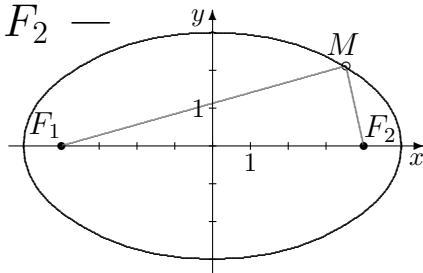


Как задать эллипс?

Задать его средствами школьного курса геометрии не получится, поскольку эллипс не сводится к комбинации базовых фигур: прямой и ее частей (лучей и отрезков), и окружностей и их частей (дуг окружности). Аналитическая геометрия обогатила арсенал доступных средств новым способом задания линий: уравнением линии. Для этого сначала надо ввести систему координат. Например, так...

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

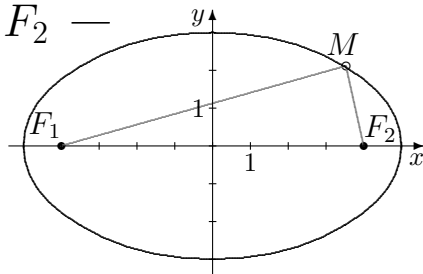


Как задать эллипс?

Задать его средствами школьного курса геометрии не получится, поскольку эллипс не сводится к комбинации базовых фигур: прямой и ее частей (лучей и отрезков), и окружностей и их частей (дуг окружности). Аналитическая геометрия обогатила арсенал доступных средств новым способом задания линий: уравнением линии. Для этого сначала надо ввести систему координат. Например, так...

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

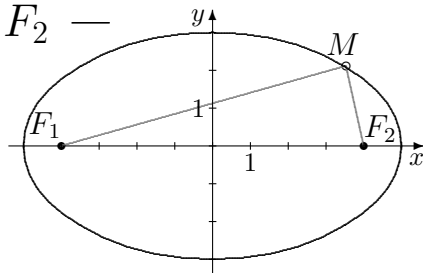
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Что надо найти?

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

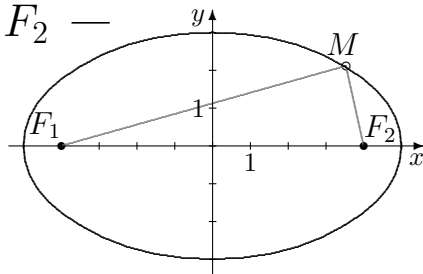
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Что надо найти? Фигуру.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

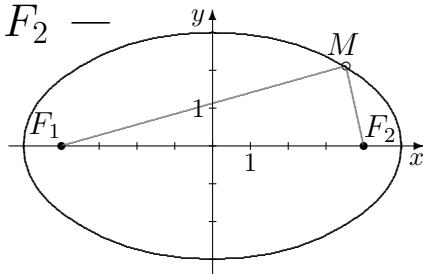
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Что надо найти? Фигуру. В каком виде представим ответ?

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

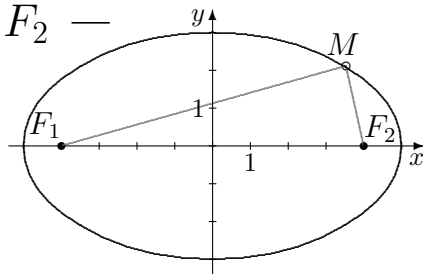
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Что надо найти? Фигуру. В каком виде представим ответ? Уравнением.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

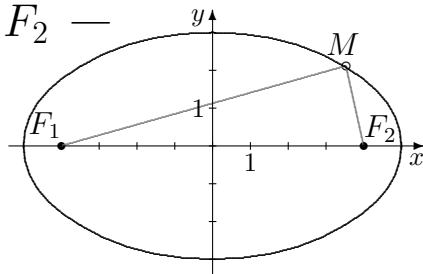
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Что надо найти? Фигуру. В каком виде представим ответ? Уравнением. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

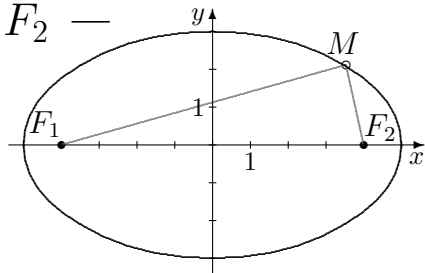
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Что надо найти? Фигуру. В каком виде представим ответ? Уравнением. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Уравнение линии — это

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

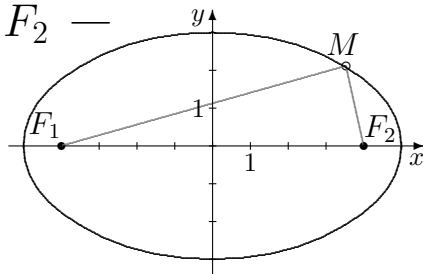
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Что надо найти? Фигуру. В каком виде представим ответ? Уравнением. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Уравнение линии — это утверждение о

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

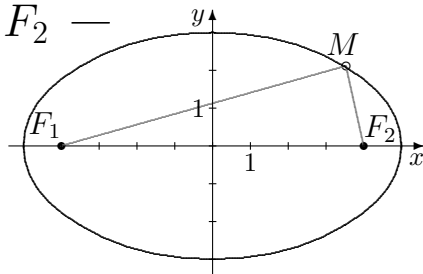
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Что надо найти? Фигуру. В каком виде представим ответ? Уравнением. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Уравнение линии — это утверждение о точках данной линии.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

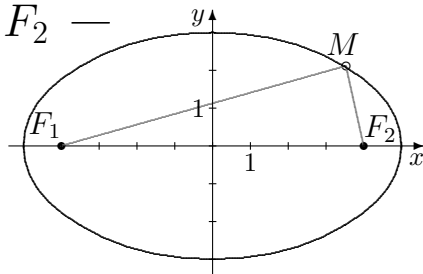


Что надо найти? Фигуру. В каком виде представим ответ? Уравнением. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Уравнение линии — это утверждение о точках данной линии.

Не совсем...

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

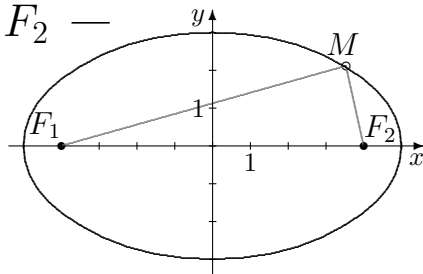
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Что надо найти? Фигуру. В каком виде представим ответ? Уравнением. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Уравнение линии — это утверждение о координатах точек данной линии.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

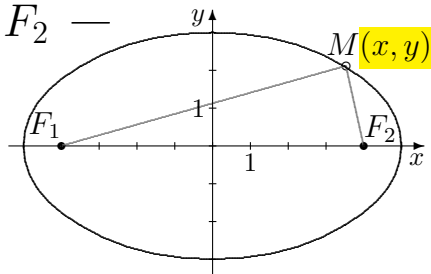
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Что надо найти? Фигуру. В каком виде представим ответ? Уравнением. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Уравнение линии — это утверждение о координатах точек данной линии. Не мудрствуя лукаво, обозначим координаты точки M буквами x, y .

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

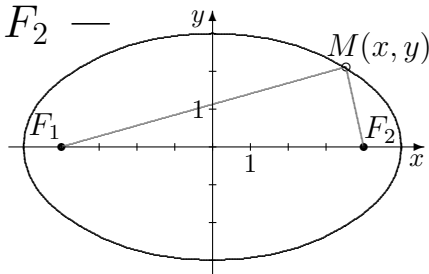
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Что надо найти? Фигуру. В каком виде представим ответ? Уравнением. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Уравнение линии — это утверждение о координатах точек данной линии. Не мудрствуя лукаво, обозначим координаты точки M буквами x, y .

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

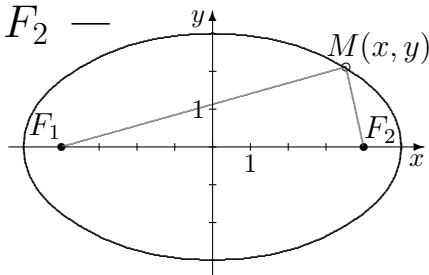
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Составим уравнение. Для этого

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

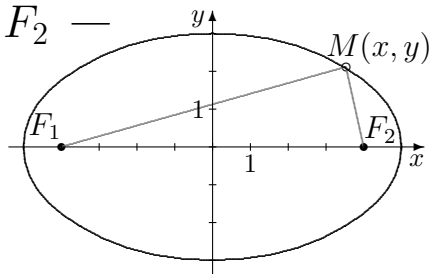
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Составим уравнение. Для этого выберем, значение какой величины вычислим двумя способами, т.е.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

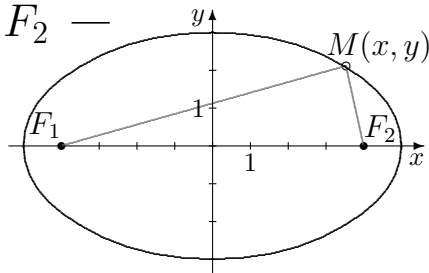
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Составим уравнение. Для этого выберем, значение какой величины вычислим двумя способами, т.е. «ЧТО ВОЗЬМЕМ ЗА =».

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

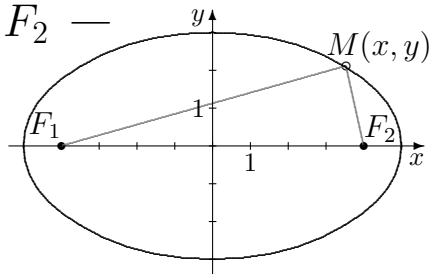
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .



Составим уравнение. Для этого выберем, значение какой величины вычислим двумя способами, т.е. «ЧТО ВОЗЬМЕМ за $=$ ».

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .

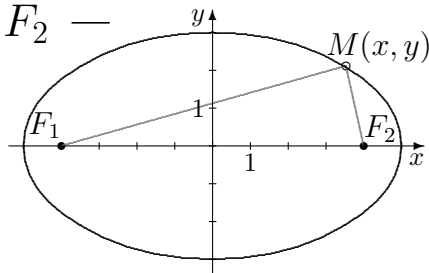


=

Составим уравнение. Для этого выберем, значение какой величины вычислим двумя способами, т.е. «что возьмем за $=$ ».

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .

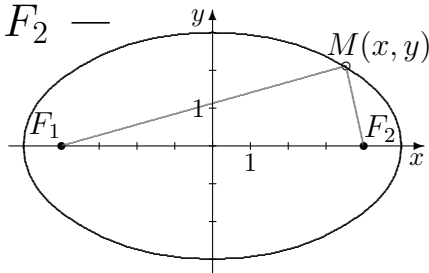


$$= 2a.$$

Составим уравнение. Для этого выберем, значение какой величины вычислим двумя способами, т.е. «что возьмем за $=$ ».

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .

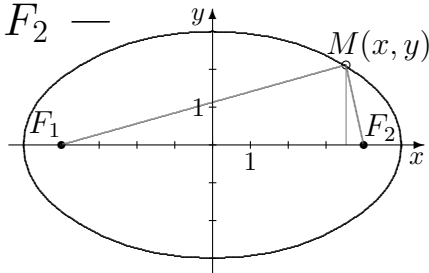


$$\underbrace{\quad}_{F_1M} + \underbrace{\quad}_{F_2M} = 2a.$$

Составим уравнение. Для этого выберем, значение какой величины вычислим двумя способами, т.е. «ЧТО ВОЗЬМЕМ за $=$ ».

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .

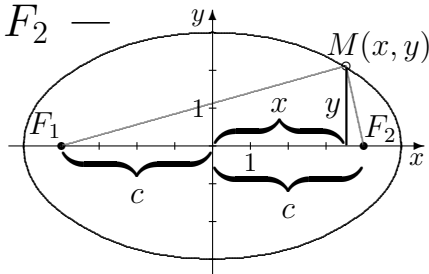


$$\underbrace{\quad}_{F_1M} + \underbrace{\quad}_{F_2M} = 2a.$$

Составим уравнение. Для этого выберем, значение какой величины вычислим двумя способами, т.е. «ЧТО ВОЗЬМЕМ ЗА $=$ ».

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .

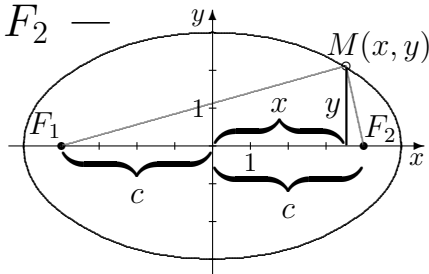


$$\underbrace{\quad}_{F_1 M} + \underbrace{\quad}_{F_2 M} = 2a.$$

Составим уравнение. Для этого выберем, значение какой величины вычислим двумя способами, т.е. «что возьмем за $=$ ».

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .

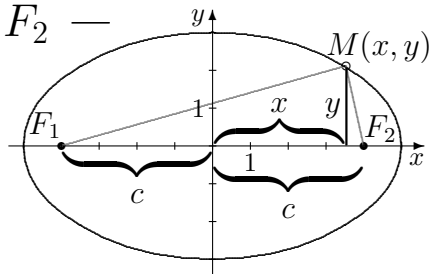


$$\underbrace{\quad}_{F_1 M} + \underbrace{\quad}_{F_2 M} = 2a.$$

Составим уравнение. Для этого выберем, значение какой величины вычислим двумя способами, т.е. «что возьмем за $=$ ».

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

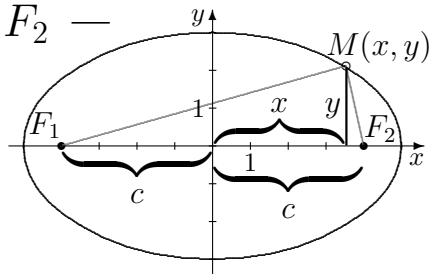


$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

Составим уравнение. Для этого выберем, значение какой величины вычислим двумя способами, т.е. «ЧТО ВОЗЬМЕМ ЗА $=$ ».

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

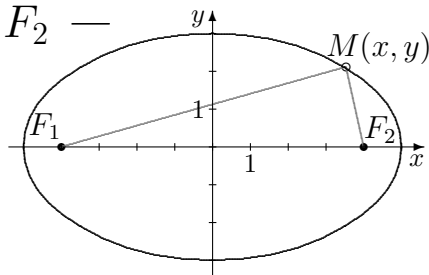


$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

Составим уравнение. Для этого выберем, значение какой величины вычислим двумя способами, т.е. «ЧТО ВОЗЬМЕМ ЗА $=$ ».

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

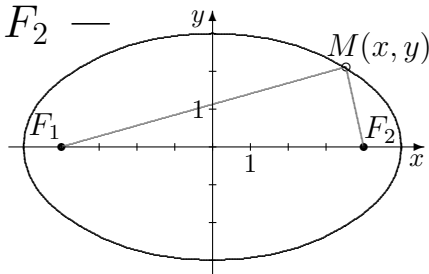


$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

В принципе, это уже искомое уравнение.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

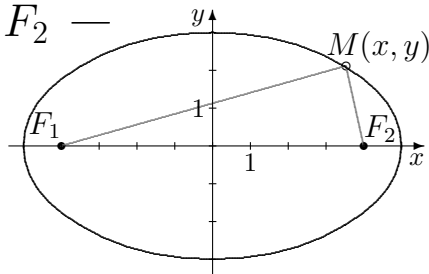


$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

В принципе, это уже искомое уравнение. Но вид у него какой-то

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

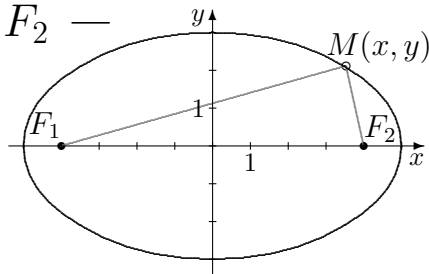


$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

В принципе, это уже искомое уравнение. Но вид у него какой-то «нетоварный», «непрезентабельный».

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

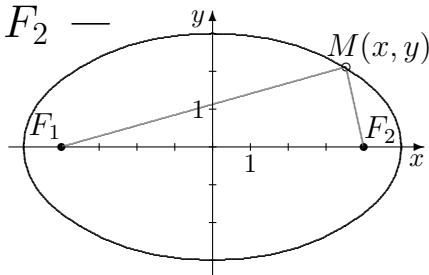


$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

В принципе, это уже искомое уравнение. Но вид у него какой-то «нетоварный», «непрезентабельный». Точнее,

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

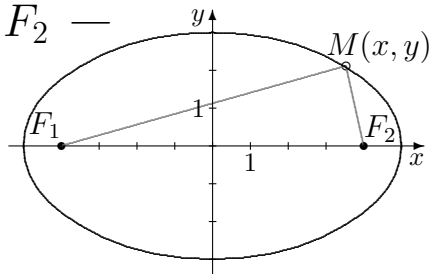


$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

В принципе, это уже искомое уравнение. Но вид у него какой-то «нетоварный», «непрезентабельный». Точнее, неудобный для использования.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



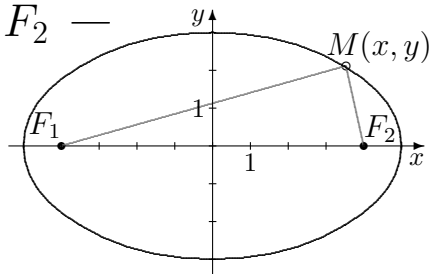
$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} =$$

В принципе, это уже искомое уравнение. Но вид у него какой-то «нетоварный», «непрезентабельный». Точнее, неудобный для использования.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



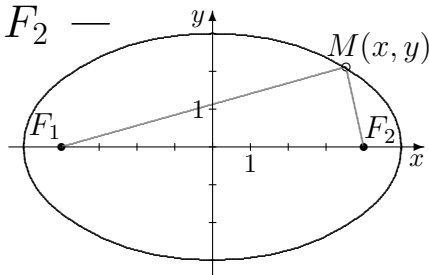
$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

В принципе, это уже искомое уравнение. Но вид у него какой-то «нетоварный», «непрезентабельный». Точнее, неудобный для использования.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

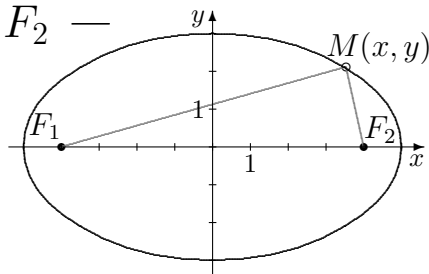


$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$
$$(x+c)^2 + y^2 =$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

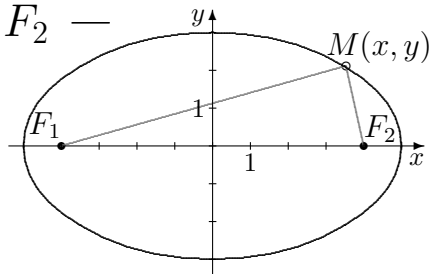


$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$
$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 -$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

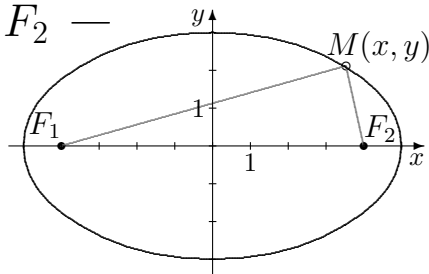


$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2M} = 2a.$$

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+c)^2 + y^2} &= 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}, \\ (x+c)^2 + y^2 &= 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \sqrt{(x-c)^2 + y^2} +\end{aligned}$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



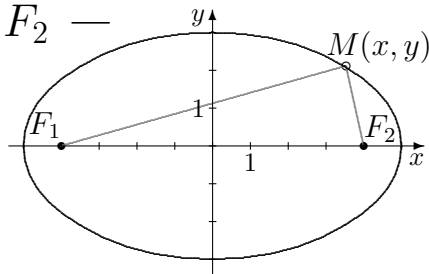
$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2M} = 2a.$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2,$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

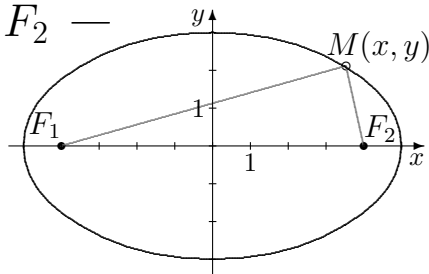
$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2,$$

$$x^2 + 2xc + c^2 + y^2 =$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

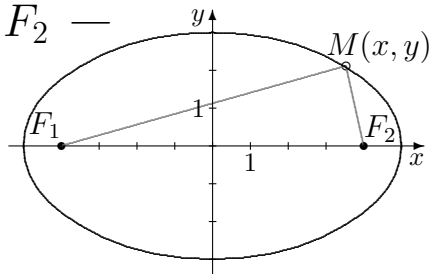
$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2,$$

$$x^2 + 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 -$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

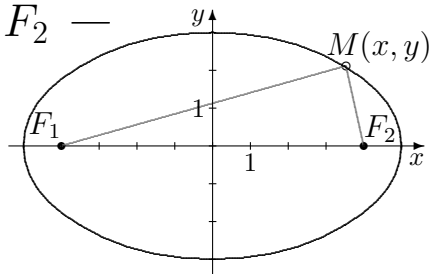
$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2,$$

$$x^2 + 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a \cdot \sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2} +$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

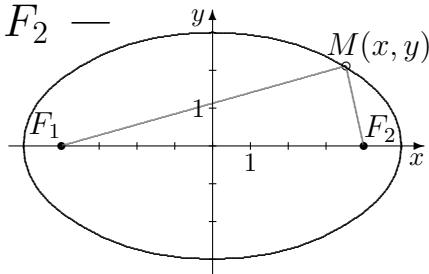
$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2,$$

$$x^2 + 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a \cdot \sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2} + x^2 - 2xc + c^2 + y^2,$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

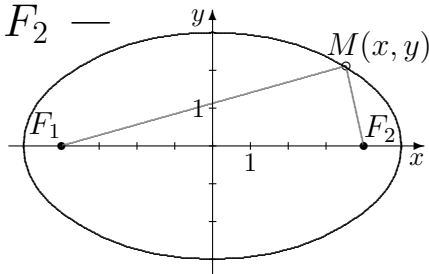
$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2,$$

$$x^2 + 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a \cdot \sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2} + x^2 - 2xc + c^2 + y^2,$$

$$a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} =$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

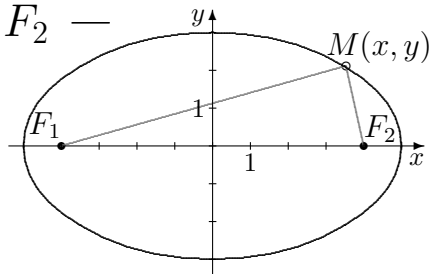
$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2,$$

$$x^2 + 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a \cdot \sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2} + x^2 - 2xc + c^2 + y^2,$$

$$a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = a^2 - xc,$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

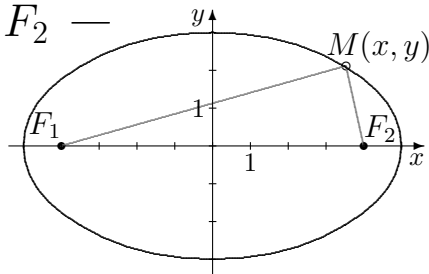
$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2,$$

$$x^2 + 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a \cdot \sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2} + x^2 - 2xc + c^2 + y^2,$$

$$a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = a^2 - xc, \quad a^2(x^2 - 2xc + c^2 + y^2) =$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

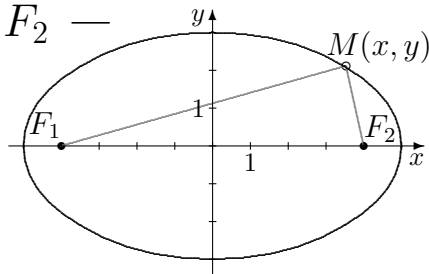
$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2,$$

$$x^2 + 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a \cdot \sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2} + x^2 - 2xc + c^2 + y^2,$$

$$a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = a^2 - xc, \quad a^2(x^2 - 2xc + c^2 + y^2) = a^4 - 2a^2xc + x^2c^2,$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

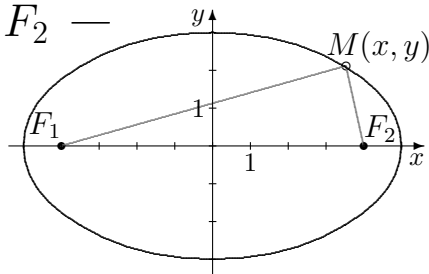


$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+c)^2 + y^2} &= 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}, & (a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 &= \\ (x+c)^2 + y^2 &= 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2, \\ x^2 + 2xc + c^2 + y^2 &= 4a^2 - 4a \cdot \sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2} + x^2 - 2xc + c^2 + y^2, \\ a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} &= a^2 - xc, & a^2(x^2 - 2xc + c^2 + y^2) &= a^4 - 2a^2xc + x^2c^2,\end{aligned}$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

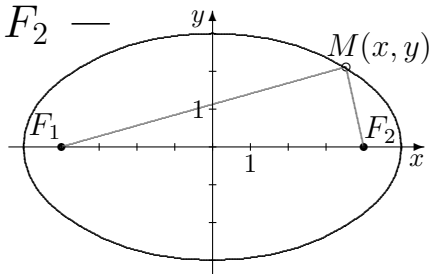


$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(x+c)^2 + y^2} &= 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}, & (a^2 - c^2)x^2 + a^2 y^2 &= a^2(a^2 - c^2), \\ (x+c)^2 + y^2 &= 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2, \\ x^2 + 2xc + c^2 + y^2 &= 4a^2 - 4a \cdot \sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2} + x^2 - 2xc + c^2 + y^2, \\ a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} &= a^2 - xc, & a^2(x^2 - 2xc + c^2 + y^2) &= a^4 - 2a^2 xc + x^2 c^2, \end{aligned}$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



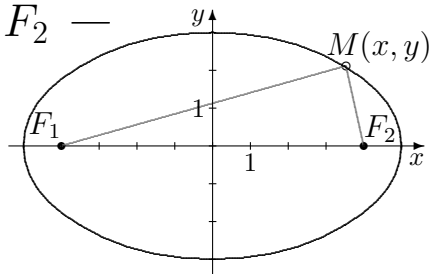
$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(x+c)^2 + y^2} &= 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}, & (a^2 - c^2) x^2 + a^2 y^2 &= a^2 (a^2 - c^2), \\ (x+c)^2 + y^2 &= 4a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2, \\ x^2 + 2xc + c^2 + y^2 &= 4a^2 - 4a \cdot \sqrt{x^2 - 2xc + c^2 + y^2} + x^2 - 2xc + c^2 + y^2, \\ a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} &= a^2 - xc, & a^2 (x^2 - 2xc + c^2 + y^2) &= a^4 - 2a^2 xc + x^2 c^2, \end{aligned}$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



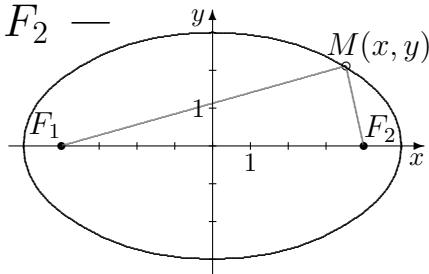
$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

Положим $b = \sqrt{a^2 - c^2}$. Тогда

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

Положим $b = \sqrt{a^2 - c^2}$. Тогда

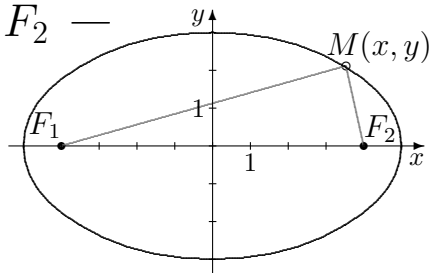
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$$

(36)

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

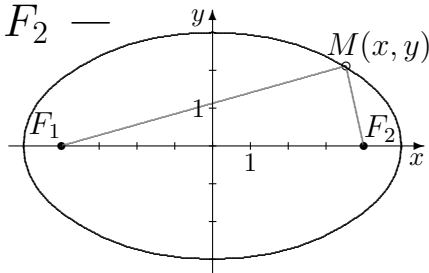
Положим $b = \sqrt{a^2 - c^2}$. Тогда

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (36)$$

Уравнение (36) называется **каноническим уравнением эллипса** в декартовых координатах.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

Положим $b = \sqrt{a^2 - c^2}$. Тогда

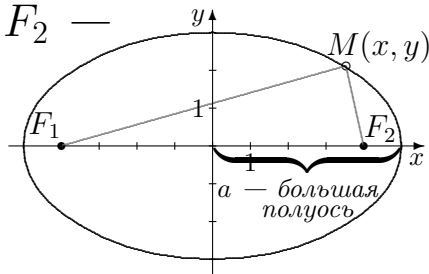
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (36)$$

Уравнение (36) называется **каноническим уравнением эллипса** в декартовых координатах.

Числа a и b называются, соответственно, **большой полуосью эллипса** и **малой полуосью эллипса**.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

Положим $b = \sqrt{a^2 - c^2}$. Тогда

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (36)$$

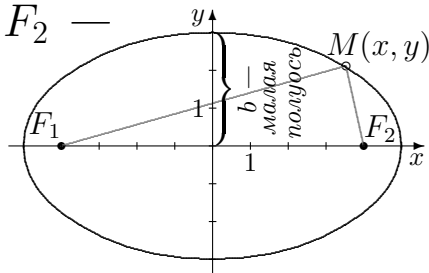
Уравнение (36) называется **каноническим уравнением эллипса** в декартовых координатах.

Параметры a и b имеют простой геометрический смысл:

a — абсцисса точки пересечения эллипса с осью Ox .

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$$

Положим $b = \sqrt{a^2 - c^2}$. Тогда

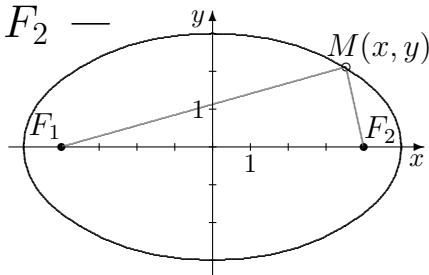
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (36)$$

Уравнение (36) называется **каноническим уравнением эллипса** в декартовых координатах.

Параметры a и b имеют простой геометрический смысл:
 b — ордината точки пересечения эллипса с осью Oy .

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\sqrt{(x+c)^2 + y^2}}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}_{F_2 M} = 2a.$$

Положим $b = \sqrt{a^2 - c^2}$. Тогда

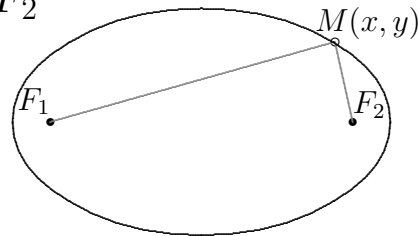
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (36)$$

Уравнение (36) называется **каноническим уравнением эллипса** в декартовых координатах.

Рассмотрим примеры?

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

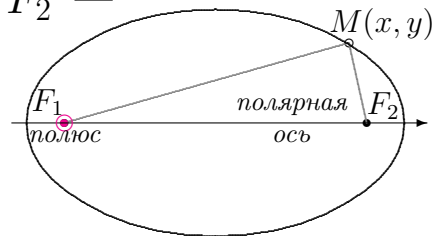
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Найдем уравнение эллипса в полярных координатах.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

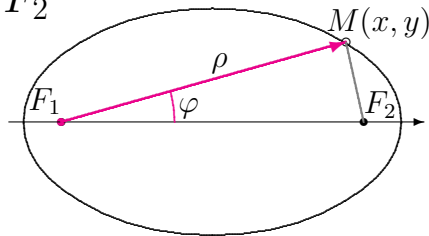
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Найдем уравнение эллипса в полярных координатах.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

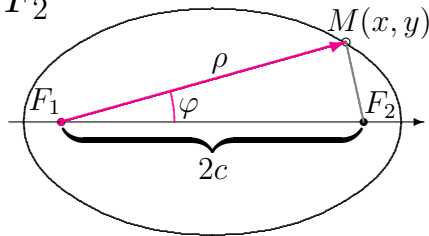
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Найдем уравнение эллипса в полярных координатах.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

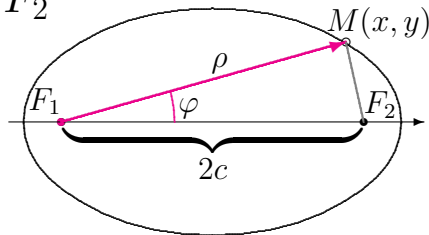
Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



Найдем уравнение эллипса в полярных координатах.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .

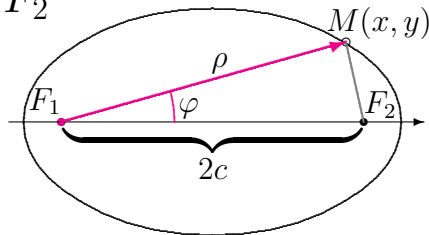


$$\underbrace{\quad}_{F_1M} + \underbrace{\quad}_{F_2M} = 2a.$$

Найдем уравнение эллипса в полярных координатах.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .

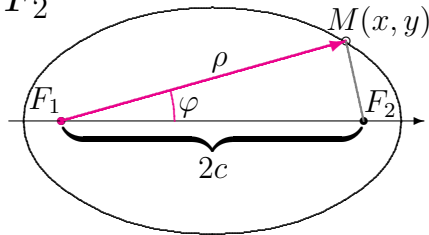


$$\underbrace{\rho}_{F_1M} + \underbrace{\quad}_{F_2M} = 2a.$$

Найдем уравнение эллипса в полярных координатах.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .



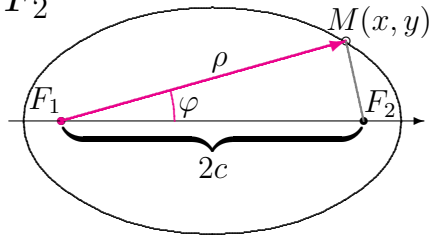
$$\underbrace{\rho}_{F_1M} + \underbrace{}_{F_2M} = 2a.$$

Найдем уравнение эллипса в полярных координатах.

По теореме косинусов...

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .



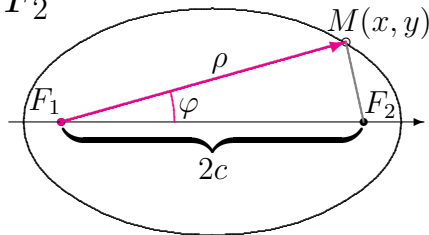
$$\underbrace{\rho}_{F_1M} + \underbrace{\sqrt{(2c)^2 + \rho^2 - 2 \cdot (2c)\rho \cos \varphi}}_{F_2M} = 2a.$$

Найдем уравнение эллипса в полярных координатах.

По теореме косинусов...

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .

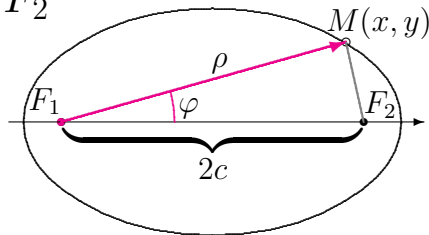


$$\underbrace{\rho}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(2c)^2 + \rho^2 - 2 \cdot (2c)\rho \cos \varphi}}_{F_2 M} = 2a.$$

$$4c^2 + \rho^2 - 4c\rho \cos \varphi =$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .

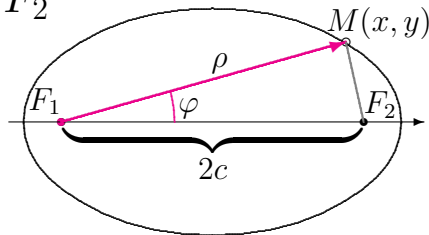


$$\underbrace{\rho}_{F_1M} + \underbrace{\sqrt{(2c)^2 + \rho^2 - 2 \cdot (2c)\rho \cos \varphi}}_{F_2M} = 2a.$$

$$4c^2 + \rho^2 - 4c\rho \cos \varphi = (2a - \rho)^2,$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .



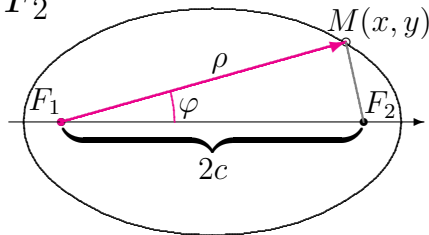
$$\underbrace{\rho}_{F_1M} + \underbrace{\sqrt{(2c)^2 + \rho^2 - 2 \cdot (2c)\rho \cos \varphi}}_{F_2M} = 2a.$$

$$4c^2 + \rho^2 - 4c\rho \cos \varphi = (2a - \rho)^2,$$

$$4c^2 + \rho^2 - 4c\rho \cos \varphi = 4a^2 - 4a\rho + \rho^2,$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .



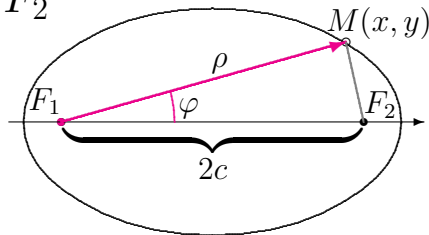
$$\underbrace{\rho}_{F_1M} + \underbrace{\sqrt{(2c)^2 + \rho^2 - 2 \cdot (2c)\rho \cos \varphi}}_{F_2M} = 2a.$$

$$4c^2 + \rho^2 - 4c\rho \cos \varphi = (2a - \rho)^2,$$

$$4c^2 + \rho^2 - 4c\rho \cos \varphi = 4a^2 - 4a\rho + \rho^2, \quad (a - c \cos \varphi)\rho =$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма расстояний** от каждой из которых до фокусов **равна $2a$** .



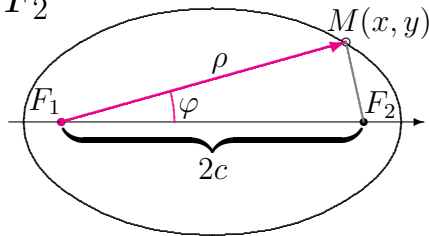
$$\underbrace{\rho}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(2c)^2 + \rho^2 - 2 \cdot (2c)\rho \cos \varphi}}_{F_2 M} = 2a.$$

$$4c^2 + \rho^2 - 4c\rho \cos \varphi = (2a - \rho)^2,$$

$$4c^2 + \rho^2 - 4c\rho \cos \varphi = 4a^2 - 4a\rho + \rho^2, \quad (a - c \cos \varphi)\rho = a^2 - c^2,$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



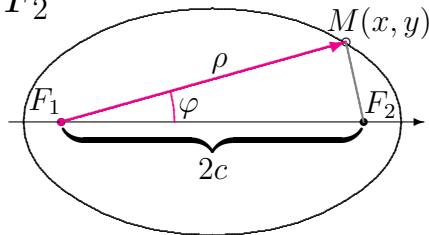
$$\underbrace{\rho}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(2c)^2 + \rho^2 - 2 \cdot (2c)\rho \cos \varphi}}_{F_2 M} = 2a. \quad \rho =$$

$$4c^2 + \rho^2 - 4c\rho \cos \varphi = (2a - \rho)^2,$$

$$4c^2 + \rho^2 - 4c\rho \cos \varphi = 4a^2 - 4a\rho + \rho^2, \quad (a - c \cos \varphi)\rho = a^2 - c^2,$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



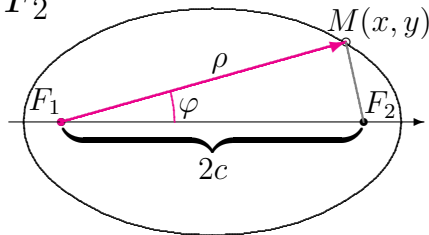
$$\underbrace{\rho}_{F_1M} + \underbrace{\sqrt{(2c)^2 + \rho^2 - 2 \cdot (2c)\rho \cos \varphi}}_{F_2M} = 2a. \quad \rho = \frac{a^2 - c^2}{a - c \cos \varphi}.$$

$$4c^2 + \rho^2 - 4c\rho \cos \varphi = (2a - \rho)^2,$$

$$4c^2 + \rho^2 - 4c\rho \cos \varphi = 4a^2 - 4a\rho + \rho^2, \quad (a - c \cos \varphi)\rho = a^2 - c^2,$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.

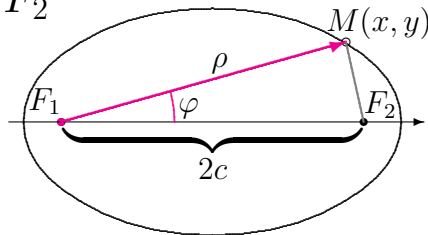


$$\underbrace{\rho}_{F_1M} + \underbrace{\sqrt{(2c)^2 + \rho^2 - 2 \cdot (2c)\rho \cos \varphi}}_{F_2M} = 2a. \quad \rho = \frac{a^2 - c^2}{a - c \cos \varphi}.$$

Назовем число $\varepsilon = \frac{c}{a}$ — **эксцентриситетом** эллипса. Тогда

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



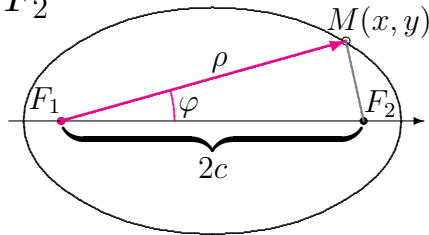
$$\underbrace{\rho}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(2c)^2 + \rho^2 - 2 \cdot (2c)\rho \cos \varphi}}_{F_2 M} = 2a. \quad \rho = \frac{a^2 - c^2}{a - c \cos \varphi}.$$

Назовем число $\varepsilon = \frac{c}{a}$ — **эксцентриситетом** эллипса. Тогда

$$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/c}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{a - c\varepsilon}{1 - \varepsilon \cos \varphi} \quad (36)$$

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\rho}_{F_1M} + \underbrace{\sqrt{(2c)^2 + \rho^2 - 2 \cdot (2c)\rho \cos \varphi}}_{F_2M} = 2a. \quad \rho = \frac{a^2 - c^2}{a - c \cos \varphi}.$$

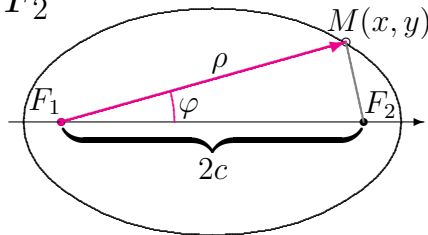
Назовем число $\varepsilon = \frac{c}{a}$ — **эксцентриситетом** эллипса. Тогда

$$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/c}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{a - c\varepsilon}{1 - \varepsilon \cos \varphi} \quad (36)$$

Это **каноническое уравнение эллипса** в полярных координатах с полюсом в левом фокусе.

IX.1. Эллипс. Уравнения эллипса

Определение 36. Пусть $0 < c < a \in \mathbb{R}$, F_1, F_2 — точки, называемые **фокусами**, причем $F_1 F_2 = 2c$. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, **сумма** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$.



$$\underbrace{\rho}_{F_1 M} + \underbrace{\sqrt{(2c)^2 + \rho^2 - 2 \cdot (2c)\rho \cos \varphi}}_{F_2 M} = 2a. \quad \rho = \frac{a^2 - c^2}{a - c \cos \varphi}.$$

Назовем число $\varepsilon = \frac{c}{a}$ — **эксцентриситетом** эллипса. Тогда

Если полюс
в левом фокусе:

$$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/c}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{a - c\varepsilon}{1 - \varepsilon \cos \varphi} \quad (36)$$

Если полюс
в правом фокусе:

$$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/c}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{a - c\varepsilon}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \quad (36')$$

IX.2. Гипербола

Определение 37. Пусть a, c — два положительных числа, причем (в отличие от определения эллипса) $c > a$, и на плоскости зафиксированы две точки F_1 и F_2 (называемые **фокусами**), расстояние между которыми равно $2c$. **Гиперболой** называется множество таких точек плоскости, **абсолютная величина разности** расстояний от каждой из которых до фокусов равна $2a$ (см. **рис.9**, а также **рис.13**).

IX.2. Гипербола

Определение 37. Пусть a, c — два положительных числа, причем (в отличие от определения эллипса) $c > a$, и на плоскости зафиксированы две точки F_1 и F_2 (называемые **фокусами**), расстояние между которыми равно $2c$. **Гиперболой** называется множество таких точек плоскости, **абсолютная величина разности расстояний** от каждой из которых до фокусов равна $2a$ (см. **рис.9**, а также **рис.13**).

Уравнение гиперболы в прямоугольной декартовой и полярной системах координат. Выкладки в этом случае почти повторяют соответствующие вычисления, проведенные при получении формул (36) и (36).

IX.2. Гипербола

Определение 37. Пусть a, c — два положительных числа, причем (в отличие от определения эллипса) $c > a$, и на плоскости зафиксированы две точки F_1 и F_2 (называемые **фокусами**), расстояние между которыми равно $2c$. **Гиперболой** называется множество таких точек плоскости, **абсолютная величина разности расстояний** от каждой из которых до фокусов равна $2a$ (см. **рис.9**, а также **рис.13**).

Уравнение гиперболы в прямоугольной декартовой и полярной системах координат. Поэтому приведем только сами формулы, отметив, во-первых, что, в отличие от эллипса, через b обозначено число $\sqrt{c^2 - a^2}$, и, во-вторых, что в полярной системе координат получим уравнение только одной ветви гиперболы.

IX.2. Гипербола

Определение 37. Пусть a, c — два положительных числа, причем (в отличие от определения эллипса) $c > a$, и на плоскости зафиксированы две точки F_1 и F_2 (называемые **фокусами**), расстояние между которыми равно $2c$. **Гиперболой** называется множество таких точек плоскости, **абсолютная величина разности расстояний** от каждой из которых до фокусов равна $2a$ (см. **рис.9**, а также **рис.13**).

Уравнение гиперболы в прямоугольной декартовой и полярной системах координат. В декартовой прямоугольной системе координат получаем

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1} \quad (24)$$

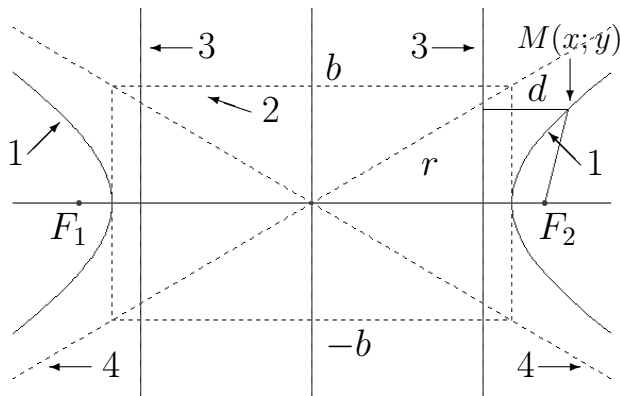


Рис. 9.

1 – гипербола $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;

2 – основной прямоугольник $\begin{cases} -a \leq x \leq a \\ -b \leq y \leq b \end{cases}$;

3 – директрисы гиперболы, $x = \pm \frac{a}{e}$;

4 – асимптоты гиперболы, $y = \pm \frac{b}{a} \cdot x$.

$F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ – фокусы гиперболы;

r – фокусное расстояние;

d – расстояние от M до директрисы.

IX.2. Гипербола

Определение 37. Пусть a, c — два положительных числа, причем (в отличие от определения эллипса) $c > a$, и на плоскости зафиксированы две точки F_1 и F_2 (называемые **фокусами**), расстояние между которыми равно $2c$. **Гиперболой** называется множество таких точек плоскости, **абсолютная величина разности расстояний** от каждой из которых до фокусов равна $2a$ (см. **рис.9**, а также **рис.13**).

Уравнение гиперболы в прямоугольной декартовой и полярной системах координат. Вид уравнения левой и правой ветвей гиперболы в полярной системе координат в случае, когда полюс помещен в один из фокусов и полярная ось проходит через оба фокуса имеем (предполагая, что полярная ось горизонтальна и положительное направление — слева-направо), приведен в **таблице 8**.

Таблица 8

<i>Полюс в левом фокусе</i>	
Левая ветвь гиперболы $\rho = -\frac{(a^2 - c^2) / a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$	Правая ветвь гиперболы $\rho = \frac{(a^2 - c^2) / a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$
<i>Полюс в правом фокусе</i>	
Левая ветвь гиперболы $\rho = \frac{(a^2 - c^2) / a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$	Правая ветвь гиперболы $\rho = -\frac{(a^2 - c^2) / a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$

Здесь, как и для эллипса, $\varepsilon = \frac{c}{a}$ — эксцентриситет, однако, если для эллипса $0 \leq \varepsilon < 1$, то для гиперболы имеем $\varepsilon > 1$.

IX.3. Парабола

Определение 38. Пусть p — положительное число, и на плоскости зафиксирована точка F (называемая **фокусом**), и прямая L (называемая **директрисой**), расстояние между которыми равно p . **Параболой** называется множество таких точек плоскости, расстояния от каждой из которых до фокуса и до директрисы совпадают (см. **рис. 11**).

IX.3. Парабола

Определение 38. Пусть p — положительное число, и на плоскости зафиксирована точка F (называемая **фокусом**), и прямая L (называемая **директрисой**), расстояние между которыми равно p . **Параболой** называется множество таких точек плоскости, расстояния от каждой из которых до фокуса и до директрисы совпадают (см. **рис. 11**).

Уравнение параболы в прямоугольной декартовой системе координат. Введем прямоугольную декартову систему координат следующим образом: ось Ox пустим через фокус F перпендикулярно директрисе, начало координат поместим на расстоянии $\frac{p}{2}$ от директрисы, посредине между фокусом и точкой пересечения оси Ox с директрисой.

IX.3. Парабола

Определение 38. Пусть p — положительное число, и на плоскости зафиксирована точка F (называемая **фокусом**), и прямая L (называемая **директрисой**), расстояние между которыми равно p . **Параболой** называется множество таких точек плоскости, расстояния от каждой из которых до фокуса и до директрисы совпадают (см. **рис. 11**).

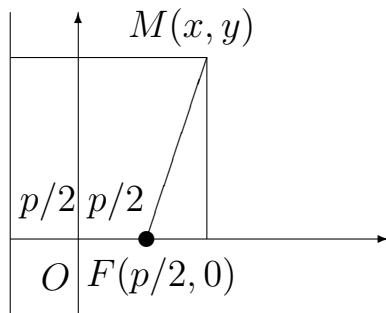


Рис. 10.

IX.3. Парабола

В соответствии со **стратегией составления уравнений**, возьмем на параболе произвольную точку M , и обозначим ее координаты (x, y) (см. **рис.10**).

IX.3. Парабола

В соответствии со **стратегией составления уравнений**, возьмем на параболе произвольную точку M , и обозначим ее координаты (x, y) (см. **рис.10**).

По определению параболы можно двумя способами вычислить расстояние от точки M до фокуса: с одной стороны, оно равно расстоянию до директрисы, то есть $x + \frac{p}{2}$, а с другой стороны, оно равно $\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}$. Таким образом, получаем уравнение

IX.3. Парабола

В соответствии со **стратегией составления уравнений**, возьмем на параболе произвольную точку M , и обозначим ее координаты (x, y) (см. **рис.10**).

По определению параболы можно двумя способами вычислить расстояние от точки M до фокуса: с одной стороны, оно равно расстоянию до директрисы, то есть $x + \frac{p}{2}$, а с другой стороны, оно равно $\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}$. Таким образом, получаем уравнение

$$x + \frac{p}{2} = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}.$$

IX.3. Парабола

$$x + \frac{p}{2} = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}.$$

IX.3. Парабола

$$x + \frac{p}{2} = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}.$$

Возведем левую и правую части этого равенства в квадрат, получим

$$x^2 + xp + \frac{p^2}{4} = x^2 - xp + \frac{p^2}{4} + y^2.$$

IX.3. Парабола

$$x + \frac{p}{2} = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}.$$

Возведем левую и правую части этого равенства в квадрат, получим

$$x^2 + xp + \frac{p^2}{4} = x^2 - xp + \frac{p^2}{4} + y^2.$$

Равносильность полученных уравнений проверять не будем. После простых преобразований получим **каноническое уравнение параболы** в декартовых координатах:

IX.3. Парабола

$$x + \frac{p}{2} = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}.$$

Возведем левую и правую части этого равенства в квадрат, получим

$$x^2 + xp + \frac{p^2}{4} = x^2 - xp + \frac{p^2}{4} + y^2.$$

Равносильность полученных уравнений проверять не будем. После простых преобразований получим **каноническое уравнение параболы** в декартовых координатах:

$$\boxed{y^2 = 2px} \tag{25}$$

IX.3. Парабола

Уравнение параболы в полярной системе координат. Введем полярную систему координат следующим образом: полюс поместим в фокус, полярную ось направим перпендикулярно директрисе, направление на полярной оси — от директрисы к фокусу. Возьмем произвольную точку M на параболе, обозначим ее полярные координаты через ρ, φ (см.рис.12).

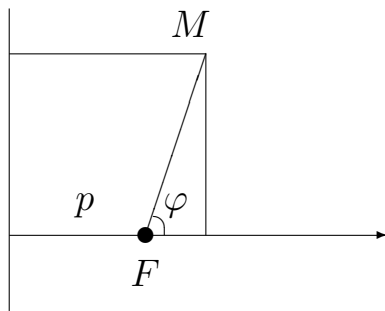


Рис. 12.

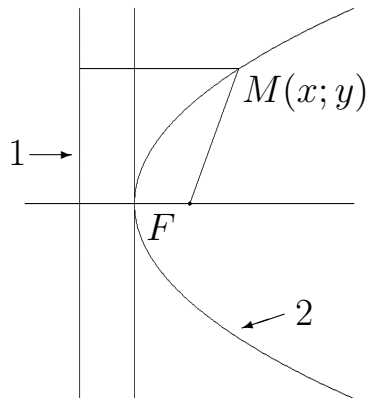


Рис. 11.

1 – директриса параболы, $x = -\frac{p}{2}$;

2 – параболa, $2px = y^2$;

$F(p/2; 0)$ – фокус параболы.

IX.3. Парабола

Сравнивая расстояния от M до фокуса и до директрисы, получим уравнение

$$\rho = p + \rho \cos \varphi.$$

IX.3. Парабола

Сравнивая расстояния от M до фокуса и до директрисы, получим уравнение

$$\rho = p + \rho \cos \varphi.$$

Это уравнение легко преобразовать к виду

$$\boxed{\rho = \frac{p}{1 - \cos \varphi}} \quad (26)$$

называемому **каноническим уравнением параболы** в полярных координатах.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

В этом разделе мы резюмируем все изложенное выше и приведем несколько новых характеристик. По поводу уравнений гиперболы в полярных координатах см. также **таблицу 8**.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

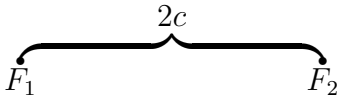
Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс			
Гипербола			
Парабола			

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс			
Гипербола			
Парабола			

Свойство точек эллипса: $F_1M + F_2M = 2a$.

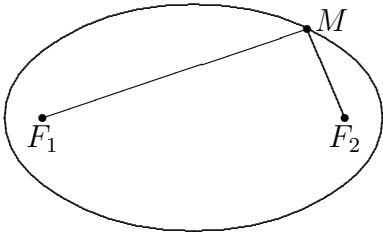


IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс			
Гипербола			
Парабола			

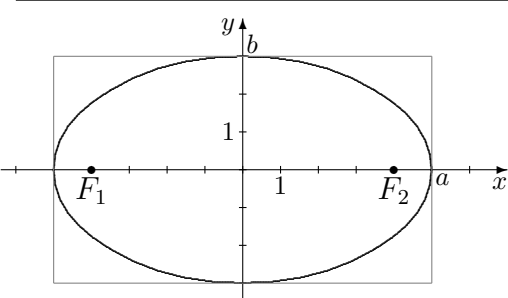
Свойство точек эллипса: $F_1M + F_2M = 2a$.



IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс			
Гипербола			
Парабола			

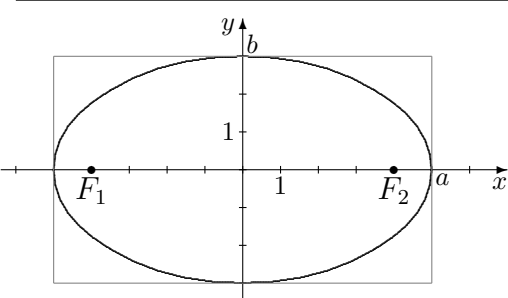


Свойство точек эллипса: $F_1M + F_2M = 2a$.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$		
Гипербола			
Парабола			



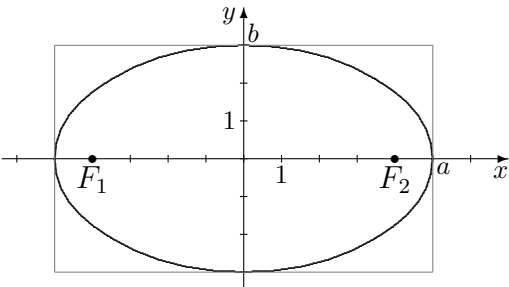
Свойство точек эллипса: $F_1M + F_2M = 2a$.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$		
Гипербола			
Парабола			

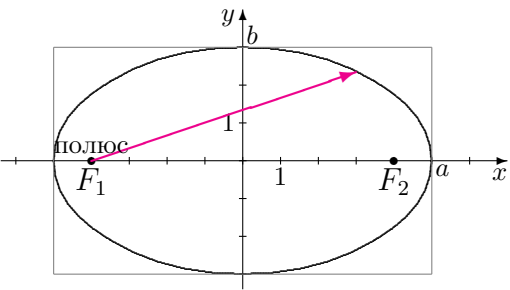
Свойство точек эллипса: $F_1M + F_2M = 2a$.



IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2) / a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2 / a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	
Гипербола			
Парабола			

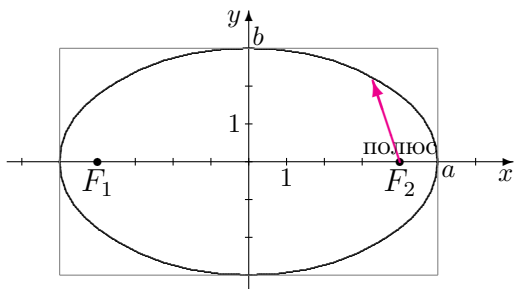


Здесь декартова и полярная системы координат не являются канонически связанными: центр декартовой системы координат лежит в центре симметрии для эллипса и гиперболы, и в вершине параболы, а полюс полярной системы координат — в одном из фокусов.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	(эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола			
Парабола			



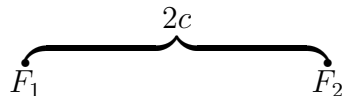
Здесь декартова и полярная системы координат не являются канонически связанными: центр декартовой системы координат лежит в центре симметрии для эллипса и гиперболы, и в вершине параболы, а полюс полярной системы координат — в одном из фокусов.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола			
Парабола			

Свойство точек гиперболы: $|F_1M - F_2M| = 2a$.

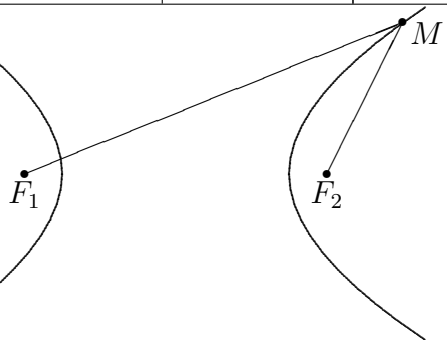


IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола			
Парабола			

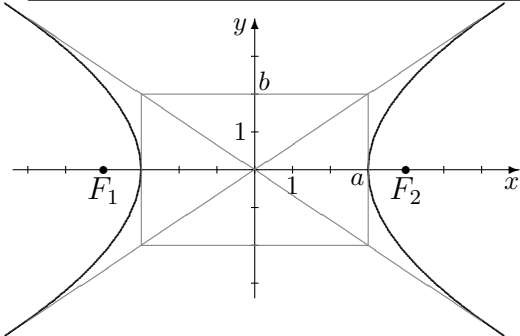
Свойство точек гиперболы: $|F_1M - F_2M| = 2a$.



IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2) / a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2 / a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2) / a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2 / a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола			
Парабола			



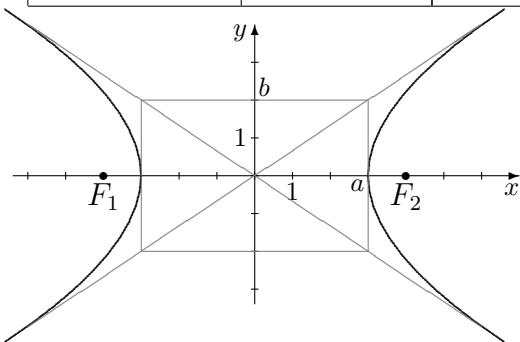
Свойство точек гиперболы: $|F_1M - F_2M| = 2a$.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$		
Парабола			

Свойство точек гиперболы: $|F_1M - F_2M| = 2a$.

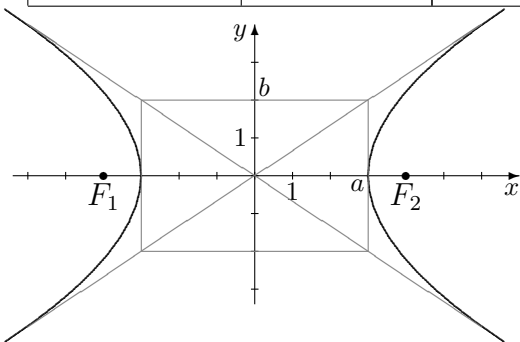


IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$		
Парабола			

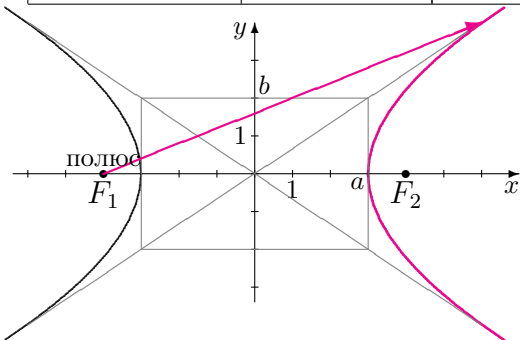
Свойство точек гиперболы: $|F_1M - F_2M| = 2a$.



IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая} \\ & \text{ветвь} \end{cases}$	
Парабола			

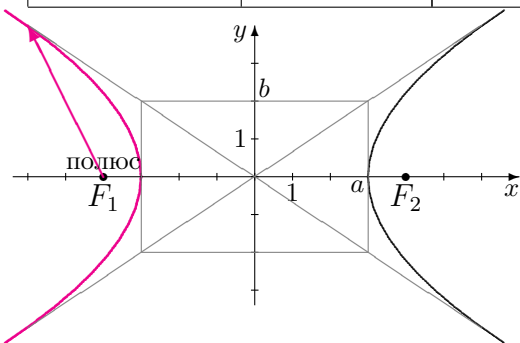


Здесь декартова и полярная системы координат не являются канонически связанными: центр декартовой системы координат лежит в центре симметрии для эллипса и гиперболы, и в вершине параболы, а полюс полярной системы координат — в одном из фокусов.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	
Парабола			

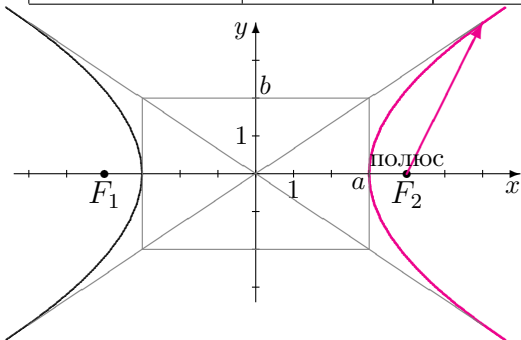


Здесь декартова и полярная системы координат не являются канонически связанными: центр декартовой системы координат лежит в центре симметрии для эллипса и гиперболы, и в вершине параболы, а полюс полярной системы координат — в одном из фокусов.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола			

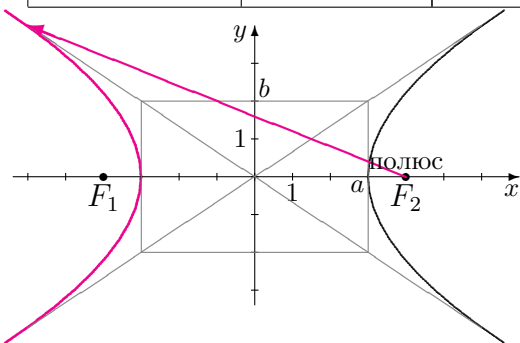


Здесь декартова и полярная системы координат не являются канонически связанными: центр декартовой системы координат лежит в центре симметрии для эллипса и гиперболы, и в вершине параболы, а полюс полярной системы координат — в одном из фокусов.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола			



Здесь декартова и полярная системы координат не являются канонически связанными: центр декартовой системы координат лежит в центре симметрии для эллипса и гиперболы, и в вершине параболы, а полюс полярной системы координат — в одном из фокусов.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола			

директриса

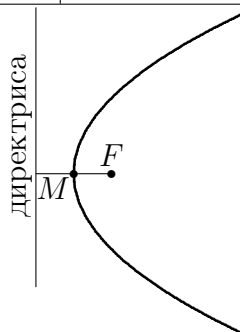
Свойство точек параболы: расстояние до фокуса равно расстоянию до биссектрисы.

F

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола			

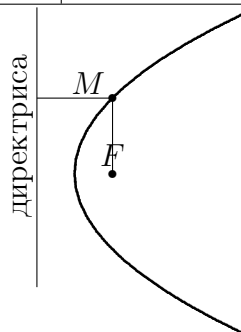


Свойство точек параболы: расстояние до фокуса равно расстоянию до биссектрисы.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола			

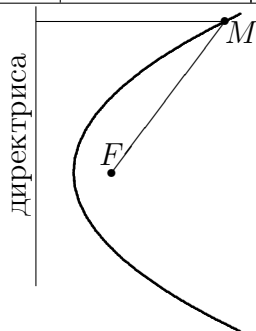


Свойство точек параболы: расстояние до фокуса равно расстоянию до биссектрисы.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола			

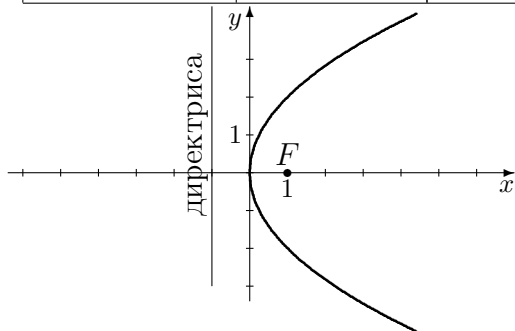


Свойство точек параболы: расстояние до фокуса равно расстоянию до биссектрисы.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола			

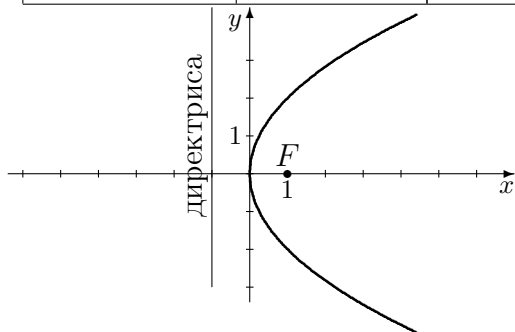


Свойство точек параболы: расстояние до фокуса равно расстоянию до биссектрисы.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола	$y^2 = 2px$		

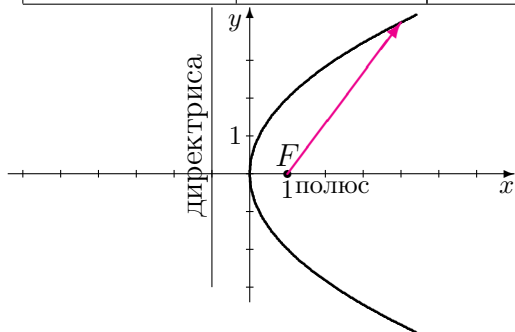


Здесь декартова и полярная системы координат не являются канонически связанными: центр декартовой системы координат лежит посередине между фокусом и директрисой, а полюс полярной системы координат — в фокусе.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола	$y^2 = 2px$		

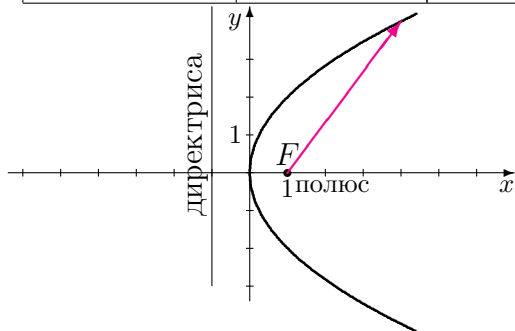


Здесь декартова и полярная системы координат не являются канонически связанными: центр декартовой системы координат лежит посередине между фокусом и директрисой, а полюс полярной системы координат — в фокусе.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола	$y^2 = 2px$	$\rho = \frac{p}{1 - \cos \varphi}$	



Здесь декартова и полярная системы координат не являются канонически связанными: центр декартовой системы координат лежит посередине между фокусом и директрисой, а полюс полярной системы координат — в фокусе.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола	$y^2 = 2px$	$\rho = \frac{p}{1 - \cos \varphi}$	

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ $0 \leq \varepsilon < 1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола	$y^2 = 2px$	$\rho = \frac{p}{1 - \cos \varphi}$	

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ $0 \leq \varepsilon < 1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $\varepsilon > 1$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола	$y^2 = 2px$	$\rho = \frac{p}{1 - \cos \varphi}$	

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

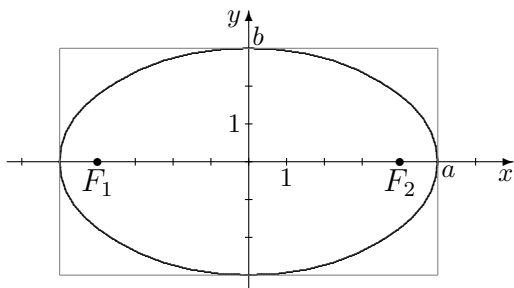
Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ $0 \leq \varepsilon < 1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $\varepsilon > 1$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола	$y^2 = 2px$	$\rho = \frac{p}{1 - \cos \varphi}$	

Для эллипса и гиперболы **директрисой** называются прямые с уравнениями $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ $0 \leq \varepsilon < 1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $\varepsilon > 1$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола	$y^2 = 2px$	$\rho = \frac{p}{1 - \cos \varphi}$	

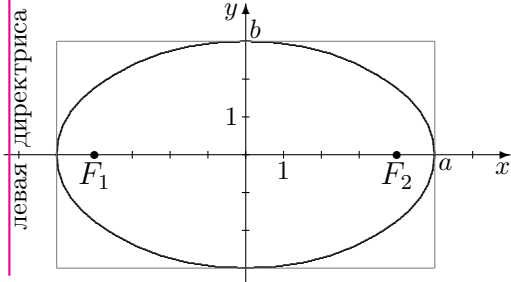


Для эллипса и гиперболы **директрисой** называются прямые с уравнениями $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ $0 \leq \varepsilon < 1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $\varepsilon > 1$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола	$y^2 = 2px$	$\rho = \frac{p}{1 - \cos \varphi}$	



Для эллипса и гиперболы **директрисой** называются прямые с уравнениями

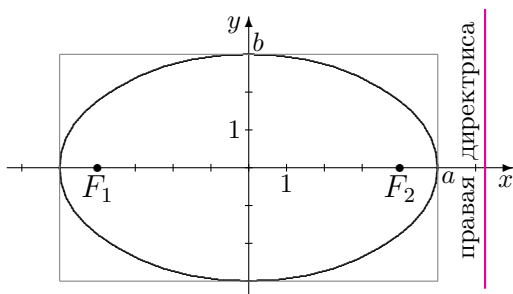
$$x = \pm \frac{a}{\varepsilon}.$$

Левая директриса: $x = -\frac{a}{\varepsilon}.$

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ $0 \leq \varepsilon < 1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $\varepsilon > 1$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола	$y^2 = 2px$	$\rho = \frac{p}{1 - \cos \varphi}$	



Для эллипса и гиперболы **директрисой** называются прямые с уравнениями $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$.

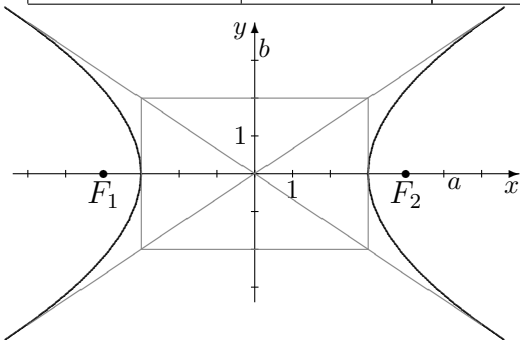
Левая директриса: $x = -\frac{a}{\varepsilon}$.

Правая директриса: $x = \frac{a}{\varepsilon}$.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ $0 \leq \varepsilon < 1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $\varepsilon > 1$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола	$y^2 = 2px$	$\rho = \frac{p}{1 - \cos \varphi}$	



Для эллипса и гиперболы **директрисой** называются прямые с уравнениями $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$.

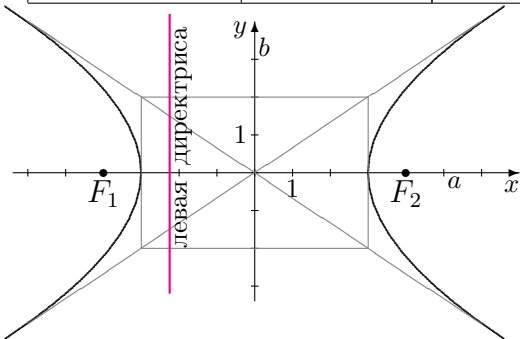
Левая директриса: $x = -\frac{a}{\varepsilon}$.

Правая директриса: $x = \frac{a}{\varepsilon}$.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ $0 \leq \varepsilon < 1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $\varepsilon > 1$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола	$y^2 = 2px$	$\rho = \frac{p}{1 - \cos \varphi}$	



Для эллипса и гиперболы **директрисой** называются прямые с уравнениями $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$.

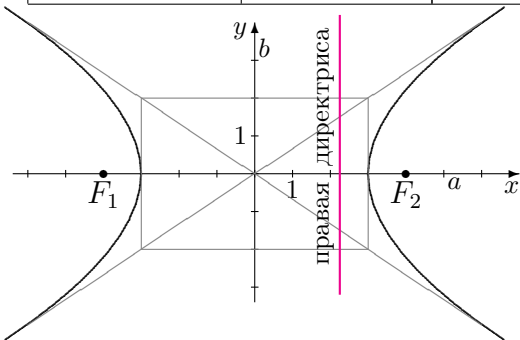
Левая директриса: $x = -\frac{a}{\varepsilon}$.

Правая директриса: $x = \frac{a}{\varepsilon}$.

IX.4. Некоторые уравнения, параметры и линии, связанные с эллипсом, гиперболой и параболой

Таблица 9

Кривая	Каноническое уравнение в координатах		
	в декартовых	в полярных (эксцентриситет $\varepsilon = c/a$)	
		полюс в левом фокусе	полюс в правом фокусе
Эллипс $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ $0 \leq \varepsilon < 1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$	$\rho = \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{b^2/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$
Гипербола $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $\varepsilon > 1$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\rho = \begin{cases} \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$	$\rho = \begin{cases} -\frac{(a^2 - c^2)/a}{1 - \varepsilon \cos \varphi} & \text{правая ветвь} \\ \frac{(a^2 - c^2)/a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} & \text{левая ветвь} \end{cases}$
Парабола	$y^2 = 2px$	$\rho = \frac{p}{1 - \cos \varphi}$	



Для эллипса и гиперболы **директрисой** называются прямые с уравнениями $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$.

Левая директриса: $x = -\frac{a}{\varepsilon}$.

Правая директриса: $x = \frac{a}{\varepsilon}$.

IX.5. Свойство директрисы

Теорема 16 (свойство директрисы). *Если M — точка на эллипсе, гиперболе или параболе, и через r обозначено расстояние от нее до ближайшего фокуса, а через d — расстояние до ближайшей директрисы, то имеет место равенство $\frac{r}{d} = \varepsilon$, где для параболы $\varepsilon = 1$.*

Доказательство.

IX.5. Свойство директрисы

Теорема 16 (свойство директрисы). *Если M — точка на эллипсе, гиперболе или параболе, и через r обозначено расстояние от нее до ближайшего фокуса, а через d — расстояние до ближайшей директрисы, то имеет место равенство $\frac{r}{d} = \varepsilon$, где для параболы $\varepsilon = 1$.*

Доказательство. Возьмем произвольную точку на эллипсе. Пусть ее координаты — (x, y) и, для определенности, $x \geq 0$ (случай $x \leq 0$ рассматривается аналогично). Тогда ближайший к этой точке фокус имеет координаты $(c, 0)$, поэтому расстояние от этой точки эллипса до фокуса равно $r = \sqrt{(x - c)^2 + y^2}$. Директриса, ближайшая к данной точке, имеет уравнение $x = \frac{a}{\varepsilon}$. Расстояние от этой точки до этой директрисы равно $d = \frac{a}{\varepsilon} - x$.

IX.5. Свойство директрисы

Теорема 16 (свойство директрисы). *Если M — точка на эллипсе, гиперболе или параболе, и через r обозначено расстояние от нее до ближайшего фокуса, а через d — расстояние до ближайшей директрисы, то имеет место равенство $\frac{r}{d} = \varepsilon$, где для параболы $\varepsilon = 1$.*

Доказательство. Возьмем произвольную точку $M(x, y)$ на линии, для определенности, $x \geq 0$. Ближайший к этой точке фокус имеет координаты $(c, 0)$, расстояние до него равно $r = \sqrt{(x - c)^2 + y^2}$. Ближайшая директриса имеет уравнение $x = \frac{a}{\varepsilon}$. Расстояние от этой точки до этой директрисы равно $d = \frac{a}{\varepsilon} - x$. Поэтому, учитывая

$$y^2 = b^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) =$$

IX.5. Свойство директрисы

Теорема 16 (свойство директрисы). *Если M — точка на эллипсе, гиперболе или параболе, и через r обозначено расстояние от нее до ближайшего фокуса, а через d — расстояние до ближайшей директрисы, то имеет место равенство $\frac{r}{d} = \varepsilon$, где для параболы $\varepsilon = 1$.*

Доказательство. Возьмем произвольную точку $M(x, y)$ на линии, для определенности, $x \geq 0$. Ближайший к этой точке фокус имеет координаты $(c, 0)$, расстояние до него равно $r = \sqrt{(x - c)^2 + y^2}$. Ближайшая директриса имеет уравнение $x = \frac{a}{\varepsilon}$. Расстояние от этой точки до этой директрисы равно $d = \frac{a}{\varepsilon} - x$. Поэтому, учитывая

$$y^2 = b^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) = \frac{b^2}{a^2} (a^2 - x^2) =$$

IX.5. Свойство директрисы

Теорема 16 (свойство директрисы). *Если M — точка на эллипсе, гиперболе или параболе, и через r обозначено расстояние от нее до ближайшего фокуса, а через d — расстояние до ближайшей директрисы, то имеет место равенство $\frac{r}{d} = \varepsilon$, где для параболы $\varepsilon = 1$.*

Доказательство. Возьмем произвольную точку $M(x, y)$ на линии, для определенности, $x \geq 0$. Ближайший к этой точке фокус имеет координаты $(c, 0)$, расстояние до него равно $r = \sqrt{(x - c)^2 + y^2}$. Ближайшая директриса имеет уравнение $x = \frac{a}{\varepsilon}$. Расстояние от этой точки до этой директрисы равно $d = \frac{a}{\varepsilon} - x$. Поэтому, учитывая

$$y^2 = b^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) = \frac{b^2}{a^2} (a^2 - x^2) = \frac{a^2 - c^2}{a^2} (a^2 - x^2) =$$

IX.5. Свойство директрисы

Теорема 16 (свойство директрисы). *Если M — точка на эллипсе, гиперболе или параболе, и через r обозначено расстояние от нее до ближайшего фокуса, а через d — расстояние до ближайшей директрисы, то имеет место равенство $\frac{r}{d} = \varepsilon$, где для параболы $\varepsilon = 1$.*

Доказательство. Возьмем произвольную точку $M(x, y)$ на линии, для определенности, $x \geq 0$. Ближайший к этой точке фокус имеет координаты $(c, 0)$, расстояние до него равно $r = \sqrt{(x - c)^2 + y^2}$. Ближайшая директриса имеет уравнение $x = \frac{a}{\varepsilon}$. Расстояние от этой точки до этой директрисы равно $d = \frac{a}{\varepsilon} - x$. Поэтому, учитывая

$$\begin{aligned} y^2 &= b^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) = \frac{b^2}{a^2} (a^2 - x^2) = \frac{a^2 - c^2}{a^2} (a^2 - x^2) = \\ &= (1 - \varepsilon^2) (a^2 - x^2), \end{aligned}$$

IX.5. Свойство директрисы

Теорема 16 (свойство директрисы). *Если M — точка на эллипсе, гиперболе или параболе, и через r обозначено расстояние от нее до ближайшего фокуса, а через d — расстояние до ближайшей директрисы, то имеет место равенство $\frac{r}{d} = \varepsilon$, где для параболы $\varepsilon = 1$.*

Доказательство. Поэтому, учитывая

$$y^2 = (1 - \varepsilon^2) (a^2 - x^2),$$

получаем

$$\frac{r}{d} = \frac{\sqrt{(x - c)^2 + y^2}}{\frac{a}{\varepsilon} - x} =$$

IX.5. Свойство директрисы

Теорема 16 (свойство директрисы). *Если M — точка на эллипсе, гиперболе или параболе, и через r обозначено расстояние от нее до ближайшего фокуса, а через d — расстояние до ближайшей директрисы, то имеет место равенство $\frac{r}{d} = \varepsilon$, где для параболы $\varepsilon = 1$.*

Доказательство. Поэтому, учитывая

$$y^2 = (1 - \varepsilon^2) (a^2 - x^2),$$

получаем

$$\frac{r}{d} = \frac{\sqrt{(x - c)^2 + y^2}}{\frac{a}{\varepsilon} - x} = \varepsilon \frac{\sqrt{(x - \varepsilon a)^2 + (1 - \varepsilon^2) (a^2 - x^2)}}{a - \varepsilon x} =$$

IX.5. Свойство директрисы

Теорема 16 (свойство директрисы). *Если M — точка на эллипсе, гиперболе или параболе, и через r обозначено расстояние от нее до ближайшего фокуса, а через d — расстояние до ближайшей директрисы, то имеет место равенство $\frac{r}{d} = \varepsilon$, где для параболы $\varepsilon = 1$.*

Доказательство.

$$\begin{aligned}\frac{r}{d} &= \frac{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}{\frac{a}{\varepsilon} - x} = \varepsilon \frac{\sqrt{(x-\varepsilon a)^2 + (1-\varepsilon^2)(a^2 - x^2)}}{a - \varepsilon x} = \\ &= \varepsilon \frac{\sqrt{\varepsilon^2 x^2 - 2\varepsilon a + a^2}}{a - \varepsilon x} =\end{aligned}$$

IX.5. Свойство директрисы

Теорема 16 (свойство директрисы). *Если M — точка на эллипсе, гиперболе или параболе, и через r обозначено расстояние от нее до ближайшего фокуса, а через d — расстояние до ближайшей директрисы, то имеет место равенство $\frac{r}{d} = \varepsilon$, где для параболы $\varepsilon = 1$.*

Доказательство.

$$\begin{aligned}\frac{r}{d} &= \frac{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}{\frac{a}{\varepsilon} - x} = \varepsilon \frac{\sqrt{(x - \varepsilon a)^2 + (1 - \varepsilon^2)(a^2 - x^2)}}{a - \varepsilon x} = \\ &= \varepsilon \frac{\sqrt{\varepsilon^2 x^2 - 2\varepsilon a + a^2}}{a - \varepsilon x} = \varepsilon \frac{|a - \varepsilon x|}{a - \varepsilon x} =\end{aligned}$$

IX.5. Свойство директрисы

Теорема 16 (свойство директрисы). *Если M — точка на эллипсе, гиперболе или параболе, и через r обозначено расстояние от нее до ближайшего фокуса, а через d — расстояние до ближайшей директрисы, то имеет место равенство $\frac{r}{d} = \varepsilon$, где для параболы $\varepsilon = 1$.*

Доказательство.

$$\begin{aligned}\frac{r}{d} &= \frac{\sqrt{(x-c)^2 + y^2}}{\frac{a}{\varepsilon} - x} = \varepsilon \frac{\sqrt{(x-\varepsilon a)^2 + (1-\varepsilon^2)(a^2 - x^2)}}{a - \varepsilon x} = \\ &= \varepsilon \frac{\sqrt{\varepsilon^2 x^2 - 2\varepsilon a + a^2}}{a - \varepsilon x} = \varepsilon \frac{|a - \varepsilon x|}{a - \varepsilon x} = \varepsilon,\end{aligned}$$

так как $a - \varepsilon x \geq 0$.

IX.5. Свойство директрисы

Теорема 16 (свойство директрисы). *Если M — точка на эллипсе, гиперболе или параболе, и через r обозначено расстояние от нее до ближайшего фокуса, а через d — расстояние до ближайшей директрисы, то имеет место равенство $\frac{r}{d} = \varepsilon$, где для параболы $\varepsilon = 1$.*

Доказательство. Для гиперболы это утверждение доказывается аналогично, а для параболы оно следует непосредственно из ее **определения 38**.

IX.5. Свойство директрисы

Теорема 16 (свойство директрисы). *Если M — точка на эллипсе, гиперболе или параболе, и через r обозначено расстояние от нее до ближайшего фокуса, а через d — расстояние до ближайшей директрисы, то имеет место равенство $\frac{r}{d} = \varepsilon$, где для параболы $\varepsilon = 1$.*

Уравнение всех этих трех кривых в полярных координатах можно записать единообразно: $\rho = \frac{k}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$, где для параболы $\varepsilon = 1$. При этом параметр k для каждой из этих кривых имеет весьма прозрачный геометрический смысл: это расстояние от фокуса до точки пересечения соответствующей кривой с прямой, проходящей через фокус параллельно директрисе.

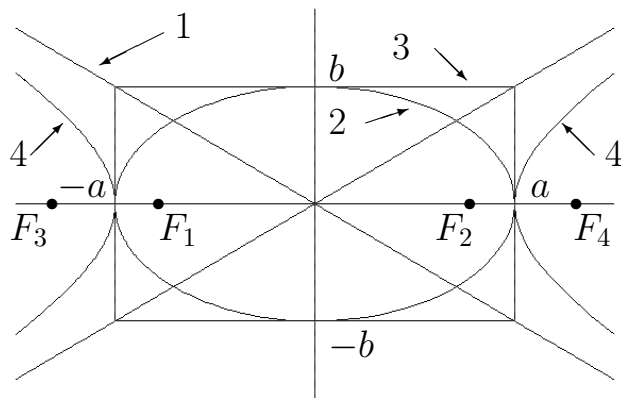


Рис. 13.

1 – асимптоты гиперболы, $y = \pm \frac{b}{a}x$;

2 – эллипс, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$;

3 – основной прямоугольник эллипса и гиперболы;

4 – гипербола, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (левая и правая ветви).

F_1, F_2 – фокусы эллипса, F_3, F_4 – фокусы гиперболы.

IX.6. Определение линий второго порядка с помощью эксцентриситета и директрисы

Иногда рассмотренные нами линии второго порядка вводятся не определениями ??, 37, 38, а с помощью определений, основанных на теореме 16 о свойстве директрисы.

IX.6. Определение линий второго порядка с помощью эксцентриситета и директрисы

А именно, рассматриваются линии, определенные следующим образом: пусть ε — неотрицательное число (эксцентриситет), F — точка на плоскости (фокус), $\mathbf{P}$ — прямая на плоскости (директриса), тогда соответствующая линия представляет собой геометрическое место точек, для которых $\frac{r}{d} = \varepsilon$, где d — расстояние от точки до директрисы, r — расстояние от точки до фокуса.

IX.6. Определение линий второго порядка с помощью эксцентриситета и директрисы

Из материала предыдущих разделов следует, что при $0 \leq \varepsilon < 1$ получается часть эллипса, при $\varepsilon = 1$ — парабола, при $\varepsilon > 1$ — ветвь гиперболы, ближайшая к данному фокусу. Изменение формы линии в зависимости от значения ε (при фиксированных фокусе и директрисе) изображено на **рис.14**.

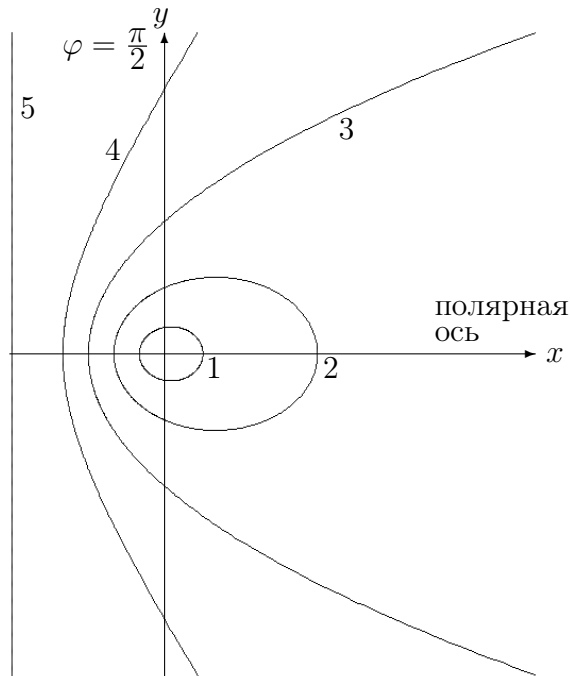


Рис. 14. Зависимость формы линии второго порядка $\rho = \frac{m\varepsilon}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$ от эксцентриситета (зафиксировано расстояние m от фокуса до директрисы).

1 — эллипс $\rho = \frac{1}{1 - 0.2 \cos \varphi}$, $\varepsilon = 0.2$; 2 — эллипс $\rho = \frac{1}{1 - 0.5 \cos \varphi}$, $\varepsilon = 0.5$;
 3 — парабола $\rho = \frac{1}{1 - \cos \varphi}$, $\varepsilon = 1$; 4 — гипербола $\rho = \frac{1}{1 - 2 \cos \varphi}$, $\varepsilon = 2$;
 5 — директриса.

IX.6. Определение линий второго порядка с помощью эксцентриситета и директрисы

Нам показалось полезным на **рис. 15** привести изменение формы линии второго порядка $\rho = \frac{k}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$ при изменении значения ε в случае, когда фиксировано значение параметра k (а не расстояние от фокуса до директрисы, как на **рис.14**).

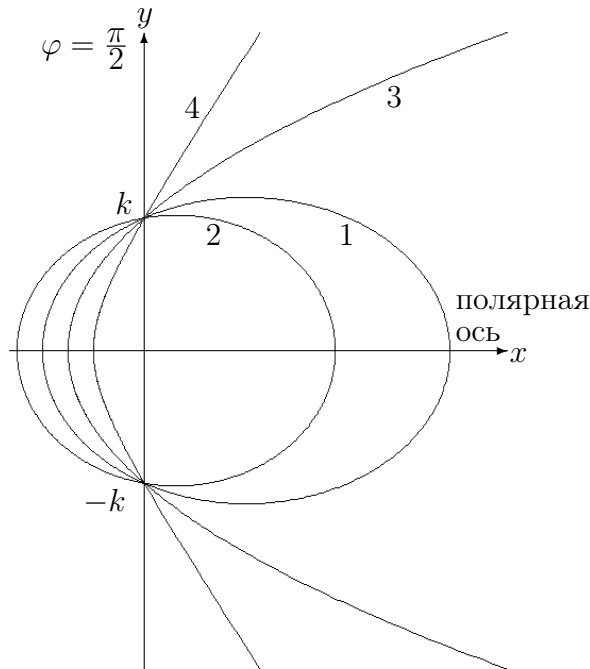


Рис. 15. Зависимость формы линии второго порядка $\rho = \frac{k}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$ от эксцентриситета (зафиксировано число k , директриса имеет уравнение $x = -\frac{k}{\varepsilon}$ в системе координат Oxy и уравнение $\rho = -\frac{k}{\varepsilon \cos \varphi}$ в полярной системе координат).

1 — эллипс $\rho = \frac{1}{1 - 0.2 \cos \varphi}$, $\varepsilon = 0.2$; 2 — эллипс $\rho = \frac{1}{1 - 0.5 \cos \varphi}$, $\varepsilon = 0.5$;
 3 — парабола $\rho = \frac{1}{1 - \cos \varphi}$, $\varepsilon = 1$; 4 — гипербола $\rho = \frac{1}{1 - 2 \cos \varphi}$, $\varepsilon = 2$.

Х. Поверхности второго порядка

Определение 39. *Поверхность Π называется поверхностью второго порядка тогда и только тогда, когда в некоторой прямоугольной системе координат $Oxyz$ она имеет уравнение*

$$\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2 + pxu + qxz + ruz + ux + vy + wz + \tau = 0,$$

где хотя бы один из коэффициентов $\alpha, \beta, \gamma, p, q, r$ отличен от нуля.

Х. Поверхности второго порядка

Определение 39. *Поверхность Π называется поверхностью второго порядка тогда и только тогда, когда в некоторой прямоугольной системе координат $Oxyz$ она имеет уравнение*

$$\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2 + pxu + qxz + ruz + ux + vy + wz + \tau = 0,$$

где хотя бы один из коэффициентов $\alpha, \beta, \gamma, p, q, r$ отличен от нуля.

Можно показать, что любая поверхность второго порядка является либо цилиндрической поверхностью, либо для нее найдется такая декартова прямоугольная система координат, в которой уравнение этой поверхности имеет один из следующих видов:

Х. Поверхности второго порядка

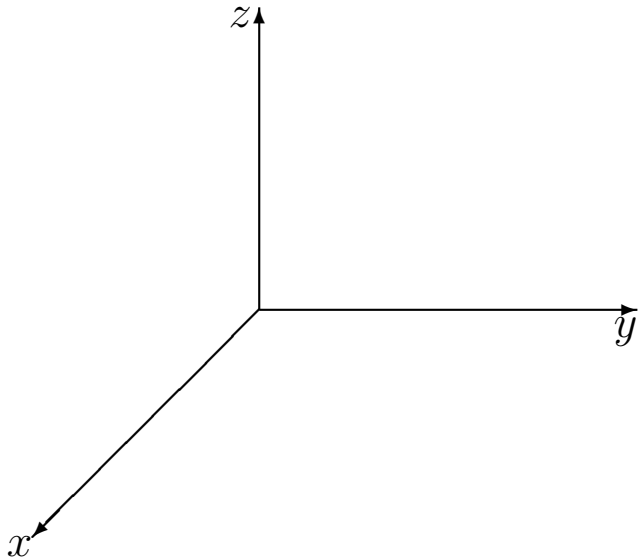
- $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ — эллипсоид;
- $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ — однополостный гиперболоид;
- $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ — двуполостный гиперболоид;
- $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ — конус;
- $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ — эллиптический параболоид;
- $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ — гиперболический параболоид;

Х. Поверхности второго порядка

Для построения этих поверхностей обычно применяется *метод сечений*.

Х.1. Эллипсоид

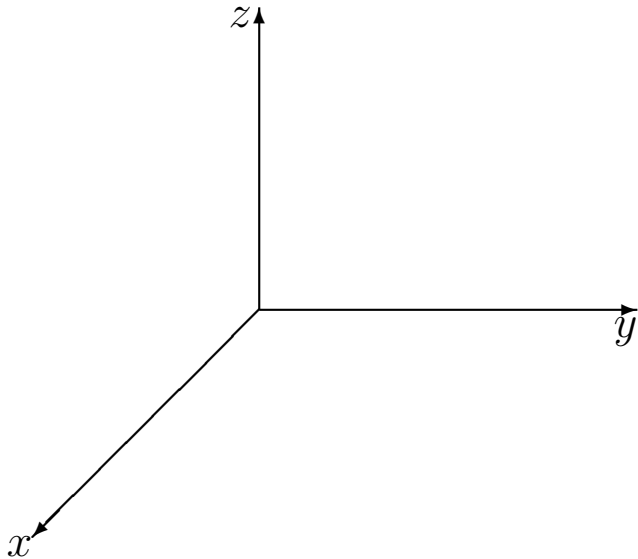
Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является

Х.1. Эллипсоид

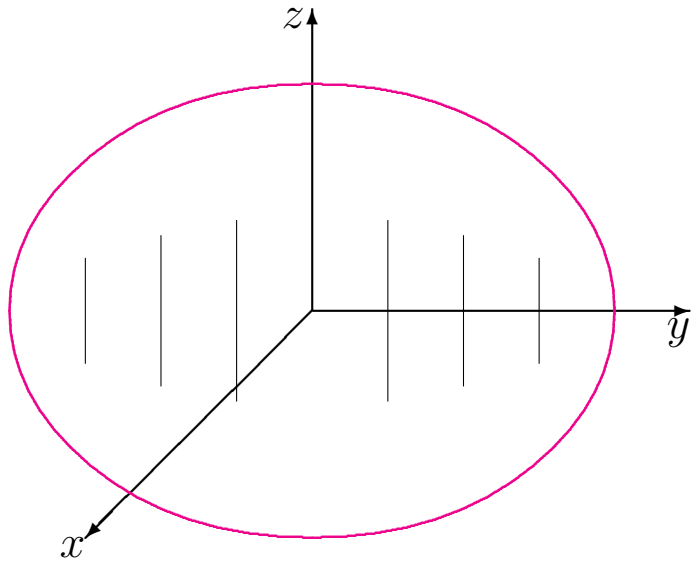
Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

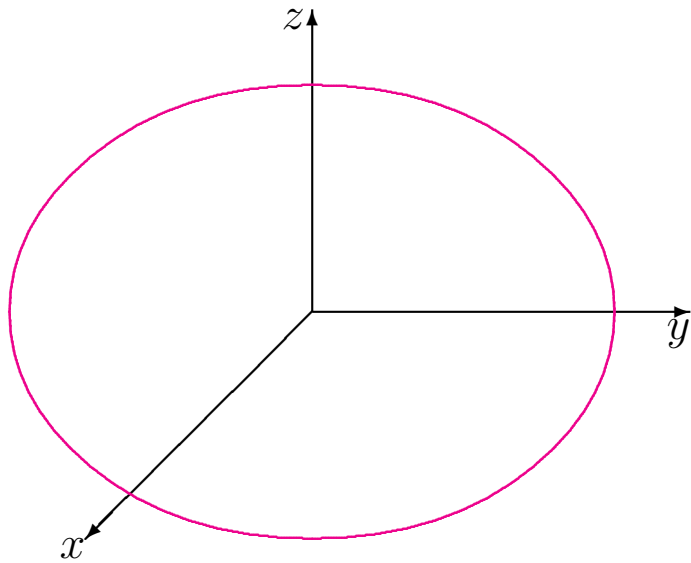
Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{z_0^2}{c^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

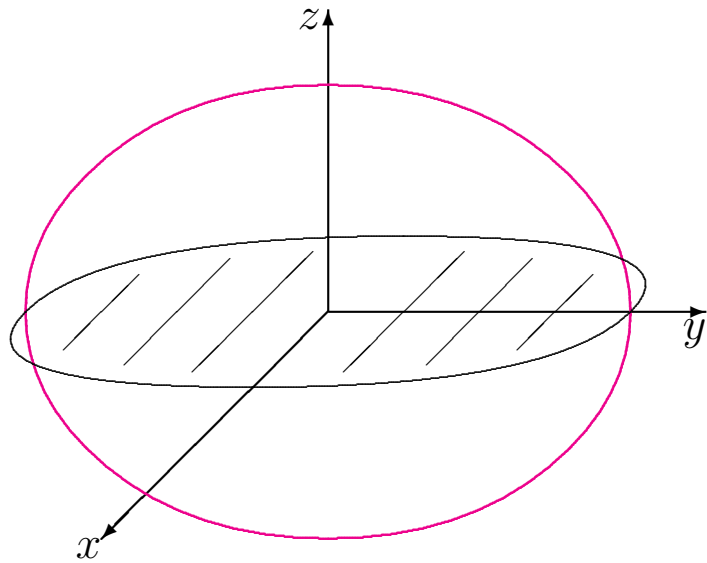
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right),$$

$$v^2 = b^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{z_0^2}{c^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

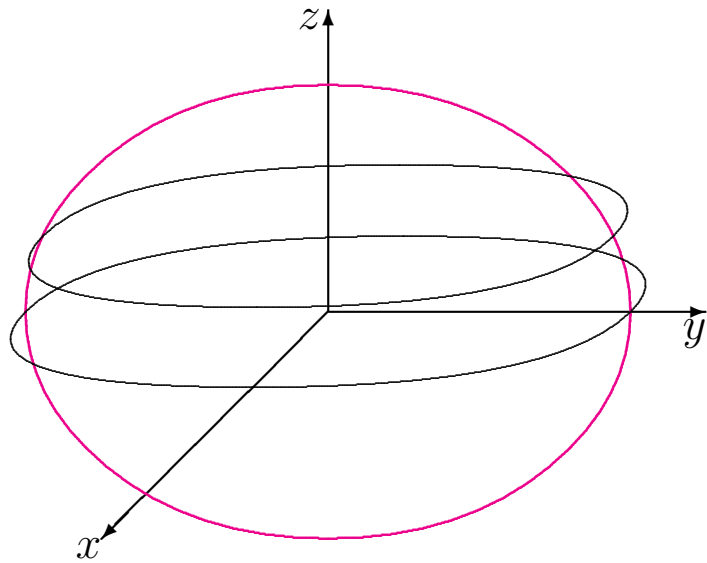
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right),$$

$$v^2 = b^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{z_0^2}{c^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

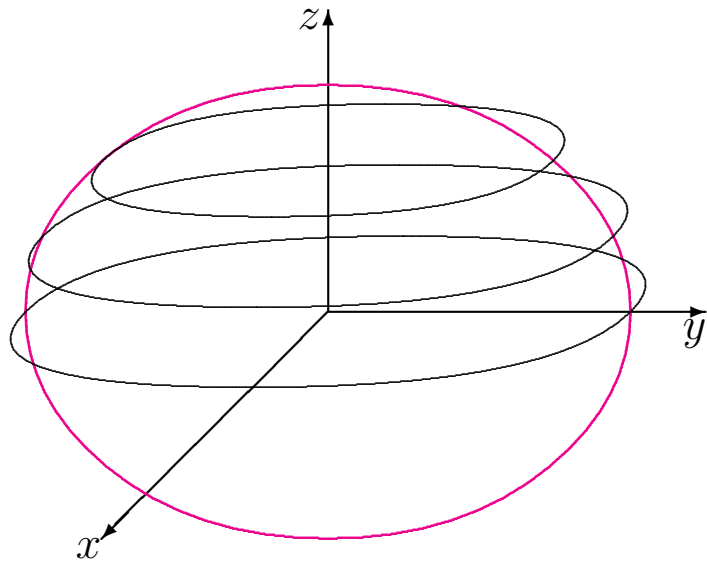
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right),$$

$$v^2 = b^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{z_0^2}{c^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

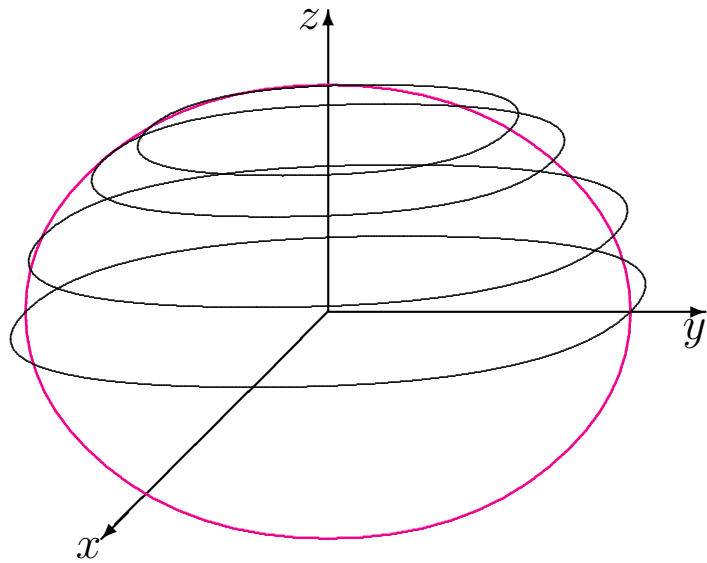
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right),$$

$$v^2 = b^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{z_0^2}{c^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

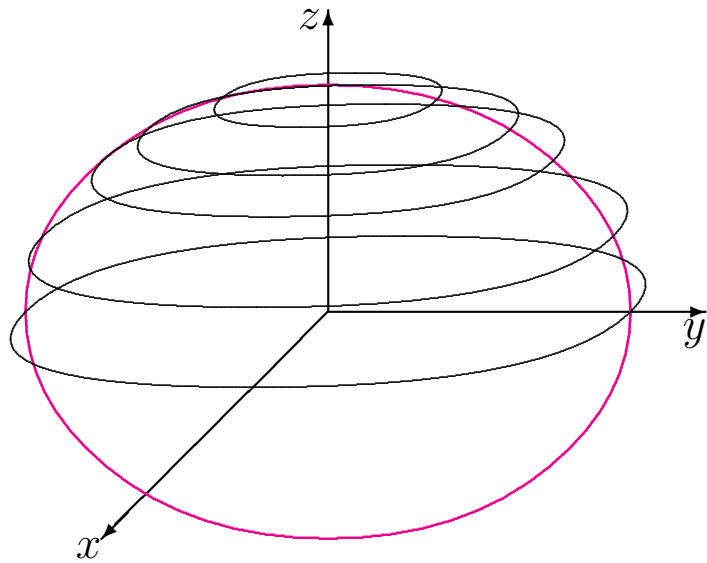
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right),$$

$$v^2 = b^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{z_0^2}{c^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

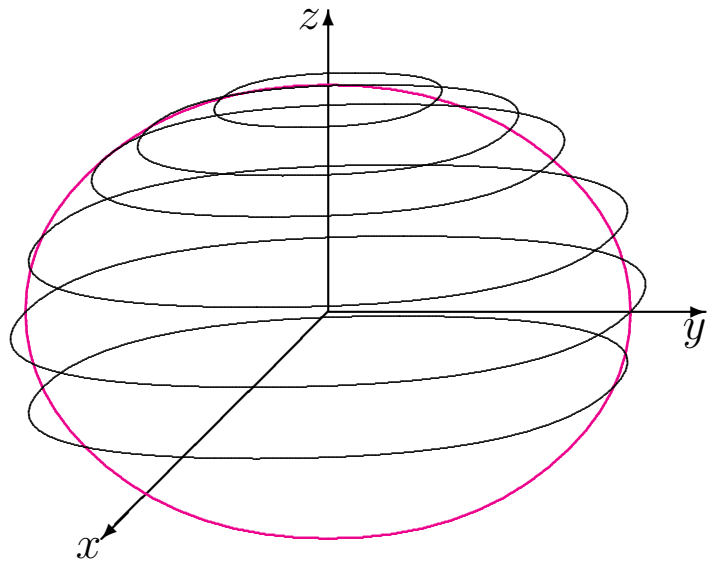
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right),$$

$$v^2 = b^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{z_0^2}{c^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

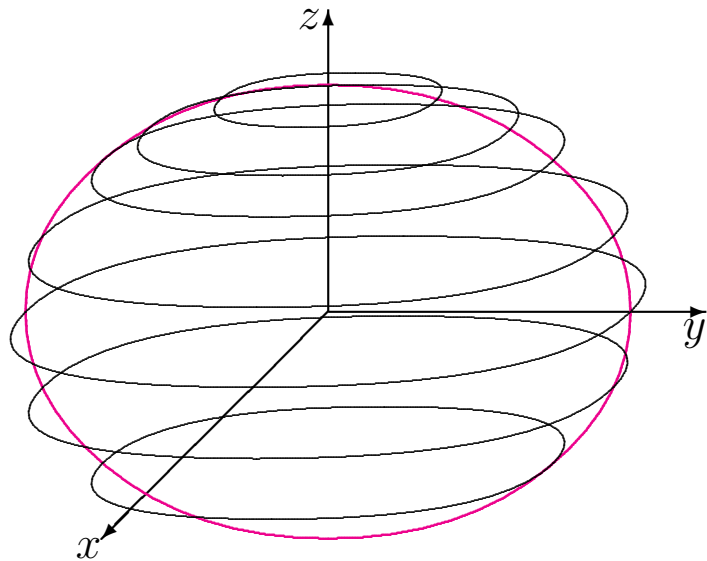
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right),$$

$$v^2 = b^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{z_0^2}{c^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

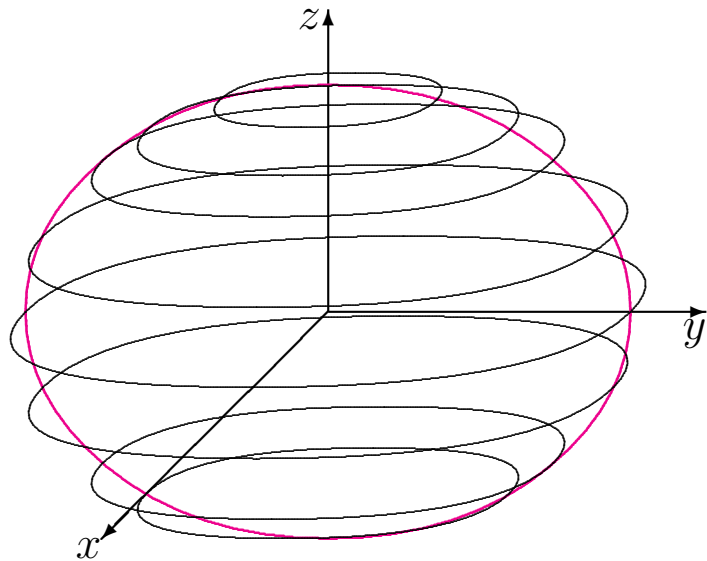
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right),$$

$$v^2 = b^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{z_0^2}{c^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

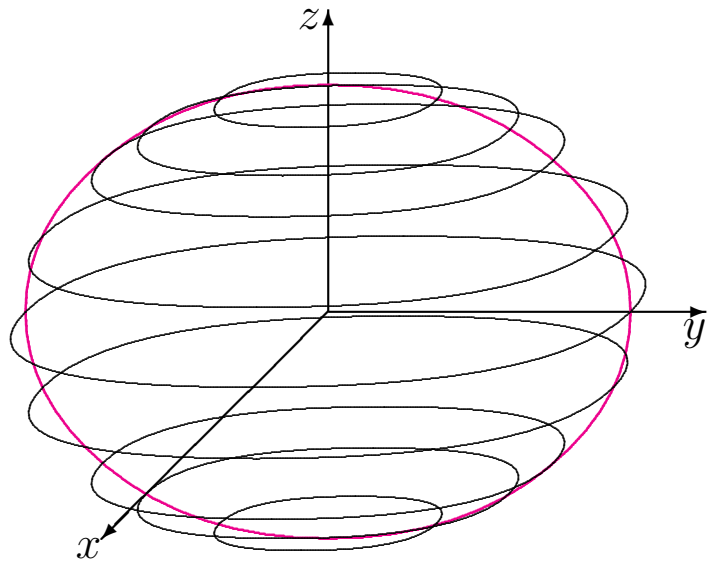
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right),$$

$$v^2 = b^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{z_0^2}{c^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

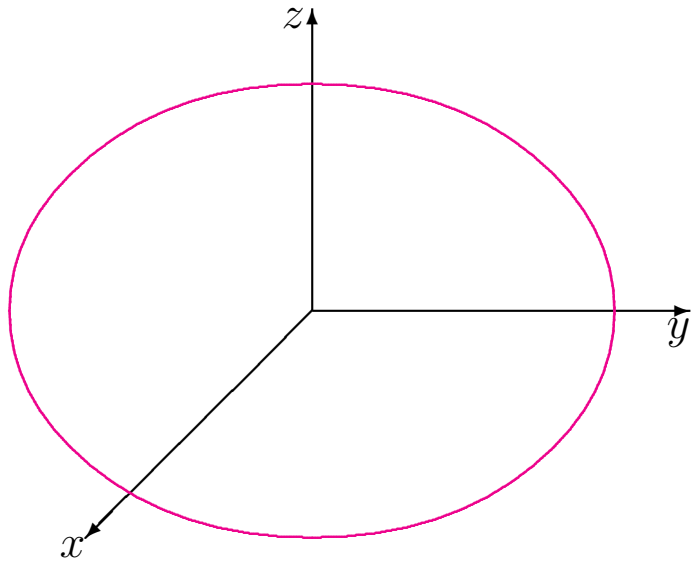
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right),$$

$$v^2 = b^2 \left(1 - \frac{z_0^2}{c^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» также эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{y_0^2}{b^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

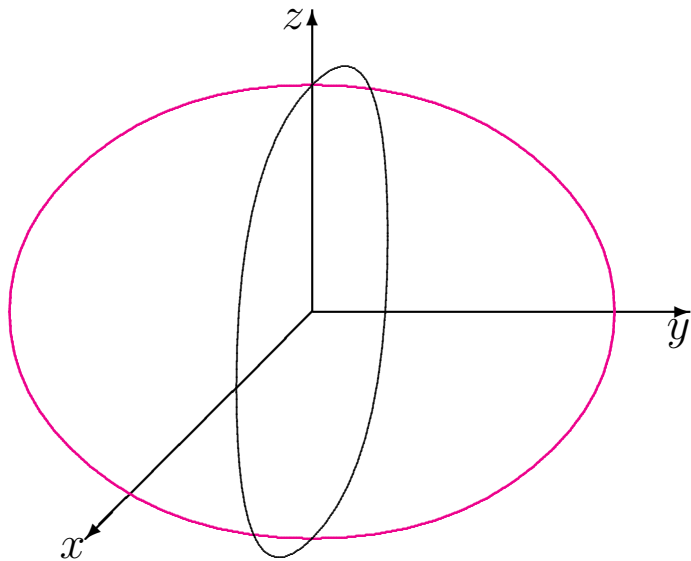
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right),$$

$$v^2 = c^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» также эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{y_0^2}{b^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

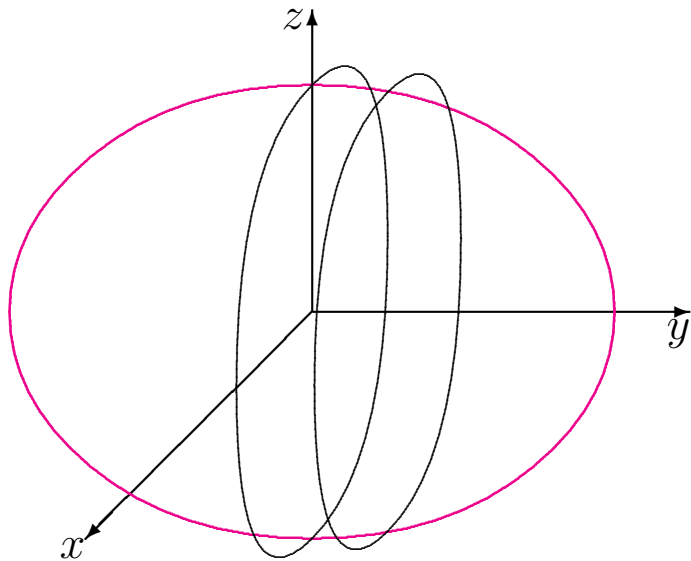
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right),$$

$$v^2 = c^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» также эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{y_0^2}{b^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

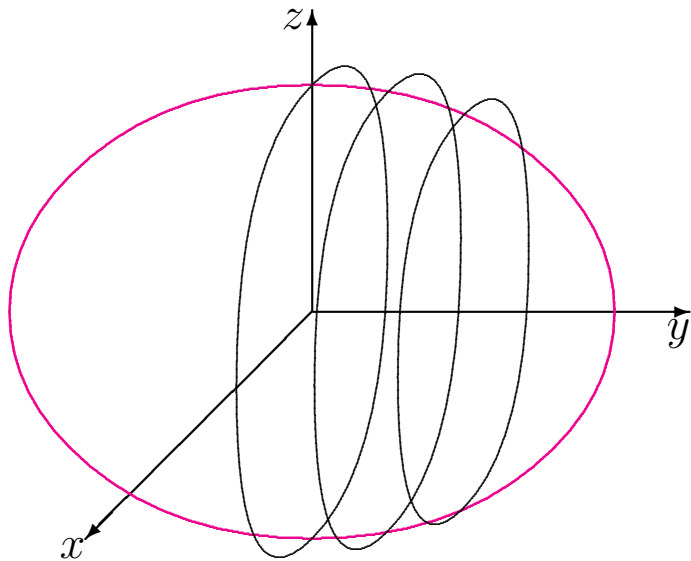
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right),$$

$$v^2 = c^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» также эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{y_0^2}{b^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

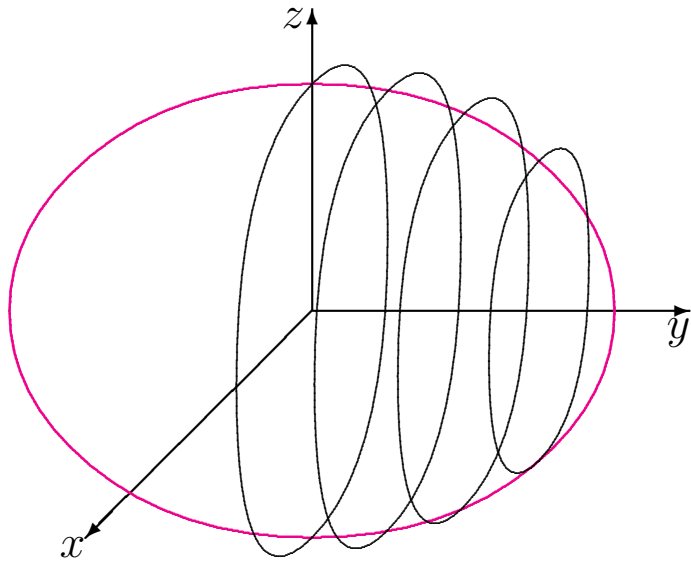
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right),$$

$$v^2 = c^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» также эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{y_0^2}{b^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

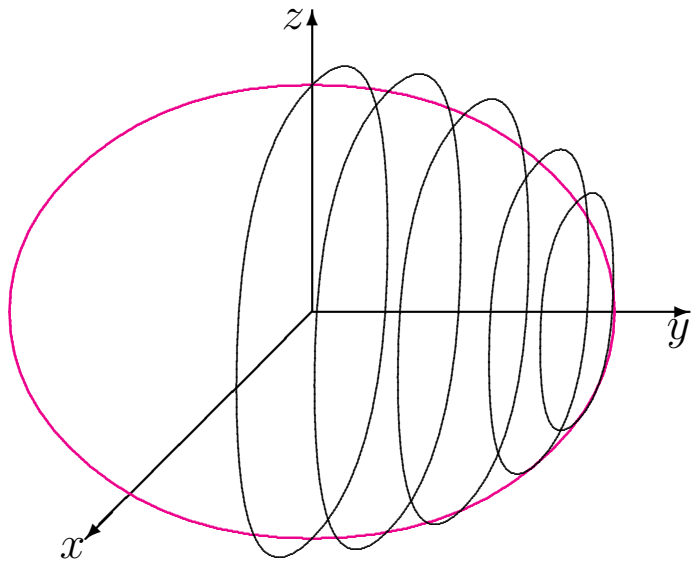
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right),$$

$$v^2 = c^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» также эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{y_0^2}{b^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

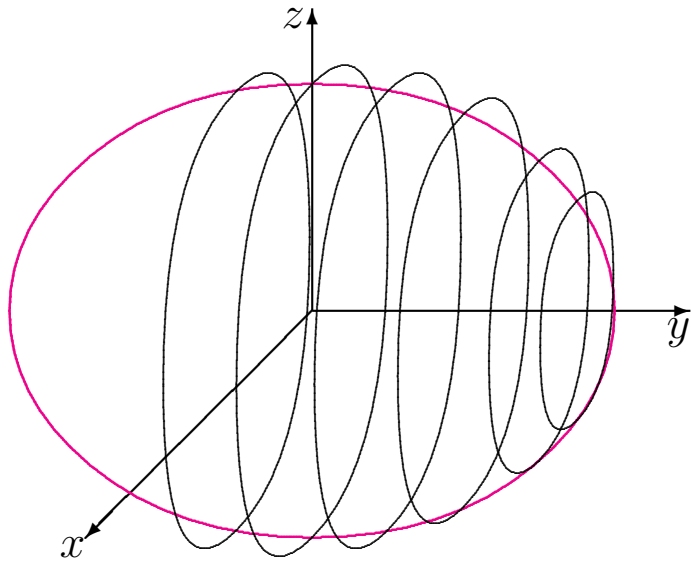
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right),$$

$$v^2 = c^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» также эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{y_0^2}{b^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

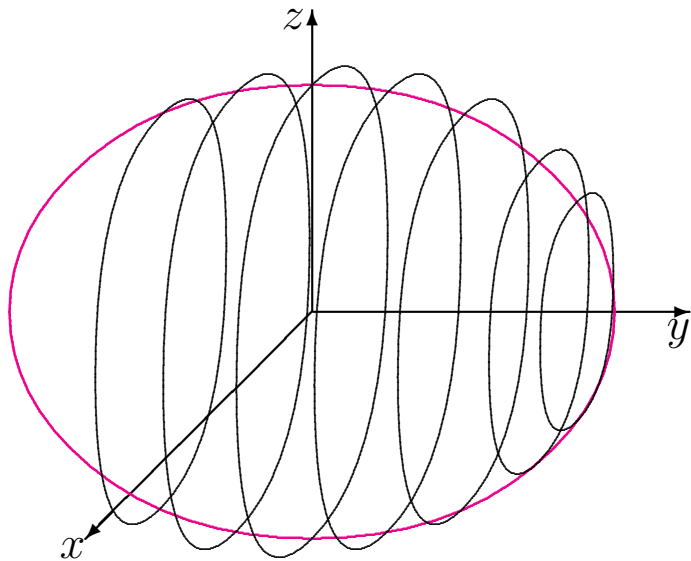
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right),$$

$$v^2 = c^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» также эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{y_0^2}{b^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

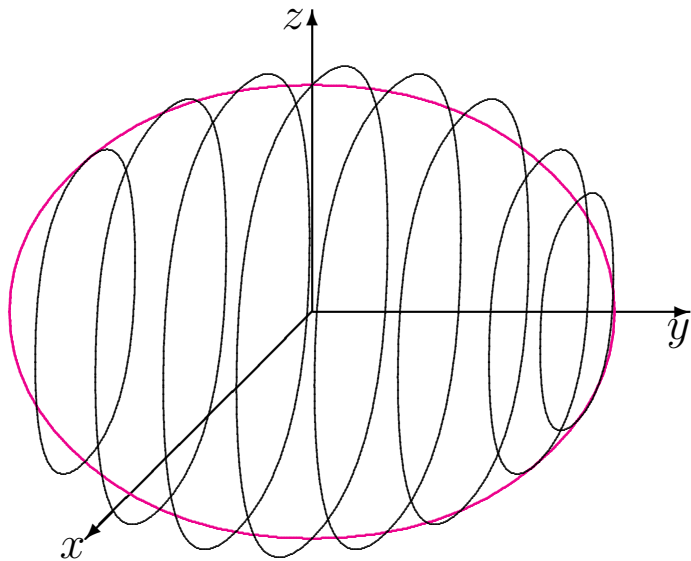
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right),$$

$$v^2 = c^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» также эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{y_0^2}{b^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

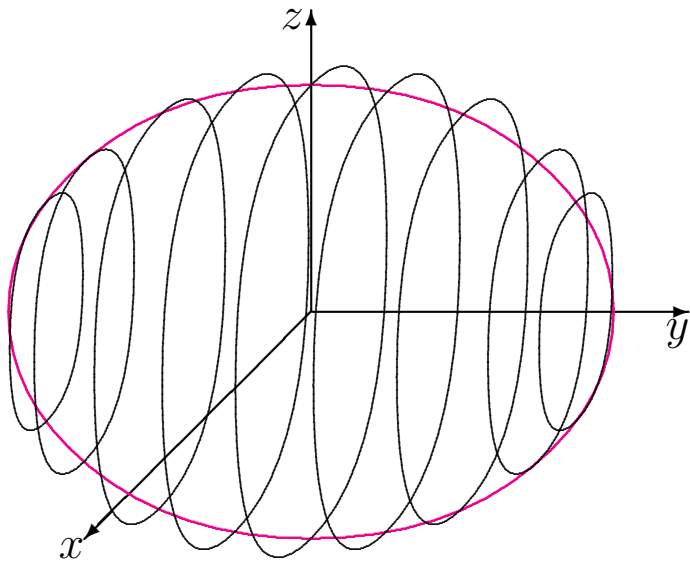
$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right),$$

$$v^2 = c^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right).$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x = 0$ является эллипсом $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.1. Эллипсоид

Рассмотрим поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.



По этому эллипсу

«скользят» также эллипсы $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{y_0^2}{b^2}$,

т.е. $\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{v^2} = 1$, где

$$u^2 = a^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right),$$

$$v^2 = c^2 \left(1 - \frac{y_0^2}{b^2} \right).$$

Следовательно, получается фигура, подобная изображенной на рисунке 16.

Х.1. Эллипсоид

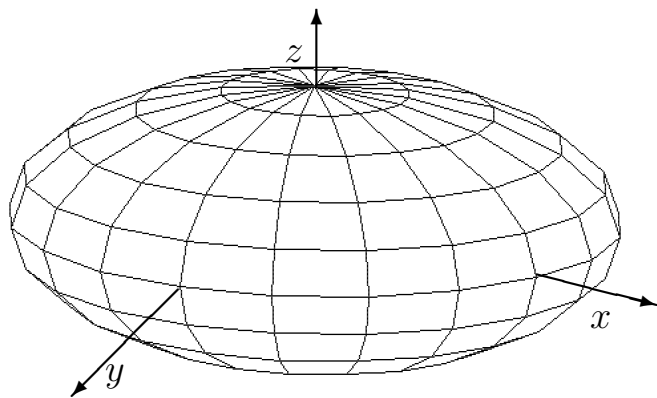


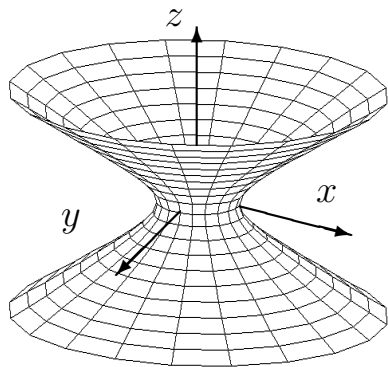
Рис. 16. Эллипсоид $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.2. Гиперболоиды и конус

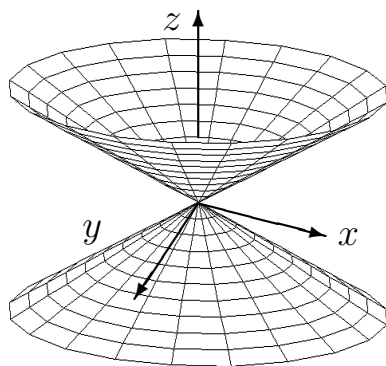
Аналогичным образом нетрудно построить поверхности

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad -\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad \text{и} \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0.$$

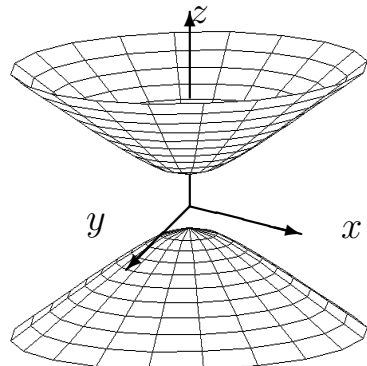
Х.2. Гиперболоиды и конус



а)



б)



в)

Рис. 17.

а) Однополостный гиперболоид $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$;

б) Конус $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$;

в) Двуполостный гиперболоид $-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Х.2. Гиперболоиды и конус

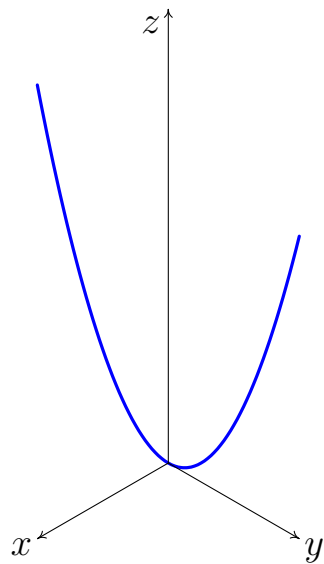
Обратите внимание на рис. 17, из которого видно, как изменяется фигура $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = d$ при изменении параметра d . При $d > 0$ получаем однополостный гиперболоид. С уменьшением d «перетяжка»³ постепенно «стягивается». При $d = 0$ эта «перетяжка» превращается в точку — начало координат. Когда d становится отрицательным, «связь» между верхней и нижней частью фигуры разрывается, и эта фигура превращается в двуполостный гиперболоид. Например, при $d = -1$ получаем двуполостный гиперболоид $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$, каноническое уравнение которого получается из этого уравнения умножением обеих частей равенства на -1 : $-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

³Имеется в виду эллипс $\left\{ \begin{array}{l} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = d \\ z = 0 \end{array} \right.$.

Х.3. Параболоиды

Рассмотрим поверхности вида $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ и $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$.

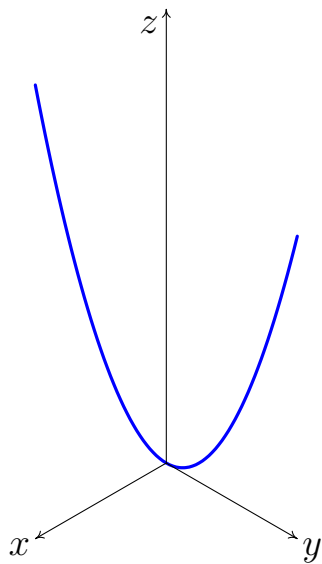
Х.3.1. Эллиптический параболоид



В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ положим $x = 0$.

В сечении получим _____ $\left\{ \begin{array}{l} x = 0, \\ z = \frac{y^2}{b^2}. \end{array} \right.$

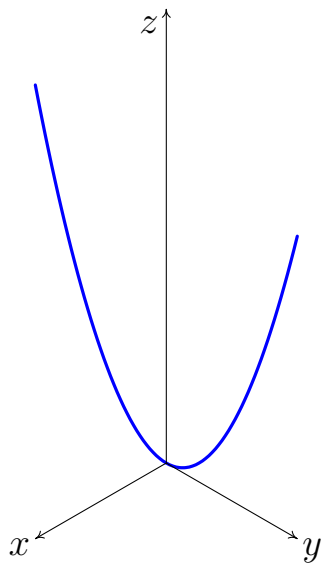
Х.3.1. Эллиптический параболоид



В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ положим $x = 0$.

В сечении получим *параболу*:
$$\begin{cases} x = 0, \\ z = \frac{y^2}{b^2}. \end{cases}$$

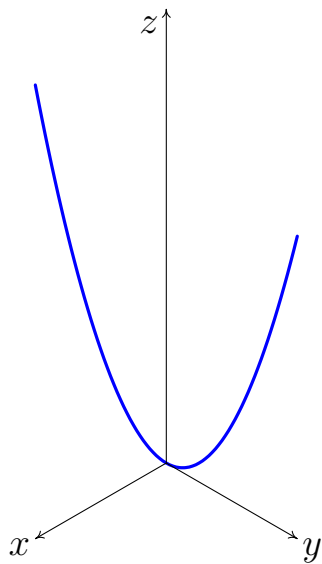
Х.3.1. Эллиптический параболоид



В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ положим
 $z = \text{const.}$

В сечении получим _____
$$\begin{cases} z = 1, \\ 1 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}. \end{cases}$$

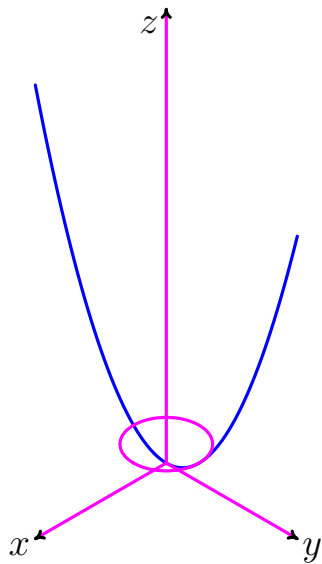
Х.3.1. Эллиптический параболоид



В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ положим
 $z = \text{const.}$

В сечении получим эллипс:
$$\begin{cases} z = 1, \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \end{cases}$$

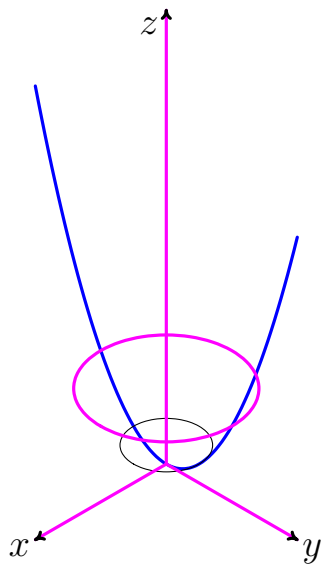
Х.3.1. Эллиптический параболоид



В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ положим
 $z = \text{const.}$

В сечении получим эллипс:
$$\begin{cases} z = 1, \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \end{cases}$$

Х.3.1. Эллиптический параболоид

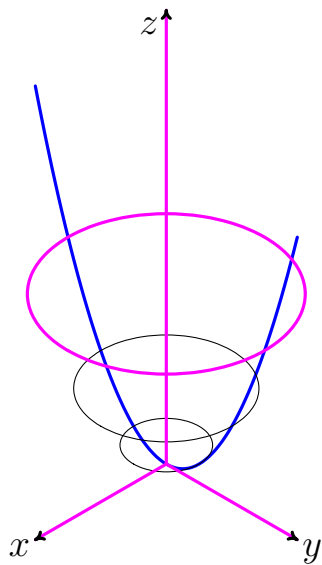


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ положим
 $z = \text{const.}$

В сечении получим эллипс:

$$\begin{cases} z = 2, \\ \frac{x^2}{2a^2} + \frac{y^2}{2b^2} = 1. \end{cases}$$

Х.3.1. Эллиптический параболоид

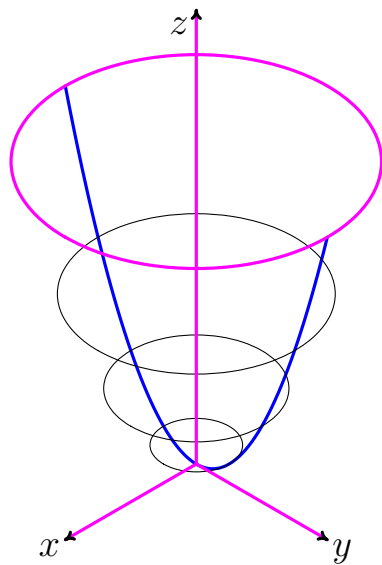


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ положим
 $z = \text{const.}$

В сечении получим эллипс:

$$\begin{cases} z = 3, \\ \frac{x^2}{3a^2} + \frac{y^2}{3b^2} = 1. \end{cases}$$

Х.3.1. Эллиптический параболоид

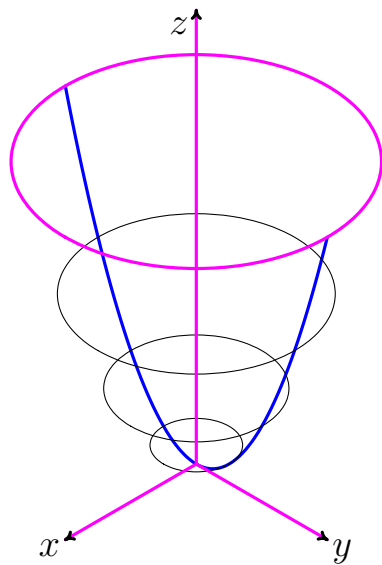


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ положим
 $z = \text{const.}$

В сечении получим эллипс:

$$\begin{cases} z = 4, \\ \frac{x^2}{4a^2} + \frac{y^2}{4b^2} = 1. \end{cases}$$

Х.3.1. Эллиптический параболоид

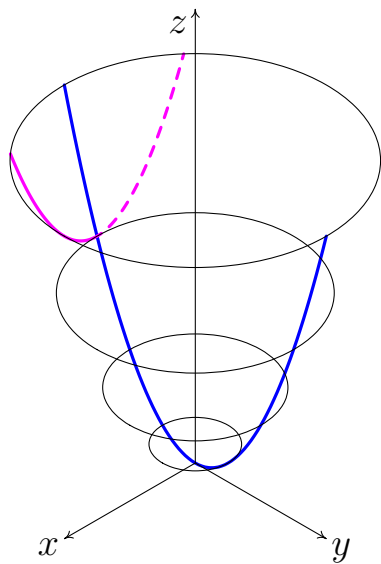


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$
 $y = \text{const.}$

ПОЛОЖИМ

В сечении получим _____
$$\begin{cases} y = -1,5, \\ z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{2,25}{b^2}. \end{cases}$$

Х.3.1. Эллиптический параболоид

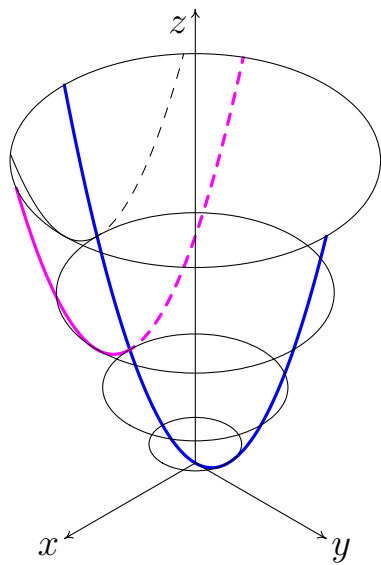


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ положим
 $y = \text{const.}$

В сечении получим *параболу*:

$$\begin{cases} y = -1, 5, \\ z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{2, 25}{b^2}. \end{cases}$$

Х.3.1. Эллиптический параболоид

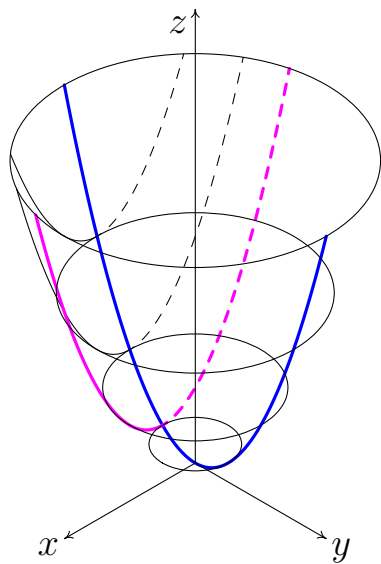


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ положим
 $y = \text{const.}$

В сечении получим *параболу*:

$$\begin{cases} y = -1, \\ z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{1}{b^2}. \end{cases}$$

Х.3.1. Эллиптический параболоид

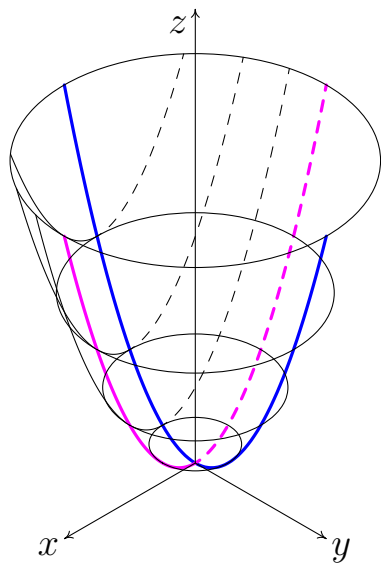


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ положим
 $y = \text{const.}$

В сечении получим *параболу*:

$$\begin{cases} y = -0,5, \\ z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{0,25}{b^2}. \end{cases}$$

Х.3.1. Эллиптический параболоид

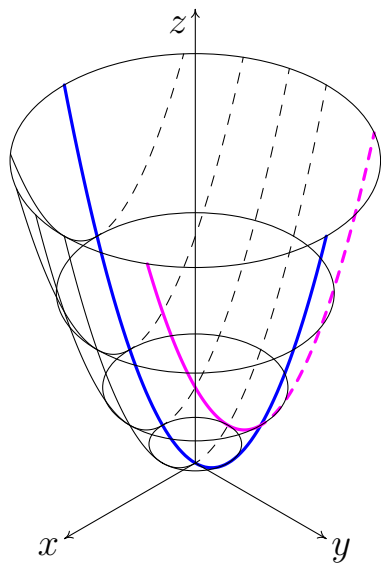


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ положим
 $y = \text{const.}$

В сечении получим *параболу*:

$$\begin{cases} y = 0, \\ z = \frac{x^2}{a^2}. \end{cases}$$

Х.3.1. Эллиптический параболоид

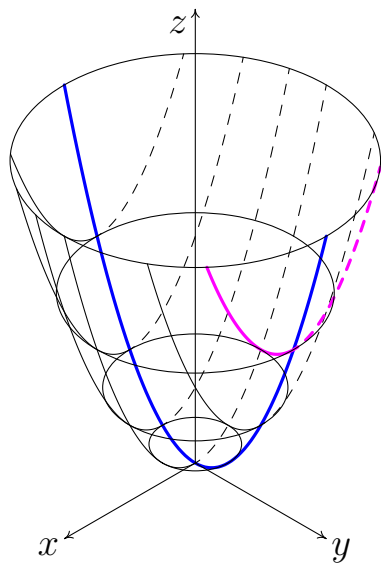


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ положим $y = \text{const.}$

В сечении получим *параболу*:

$$\begin{cases} y = 1, \\ z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{1}{b^2}. \end{cases}$$

Х.3.1. Эллиптический параболоид

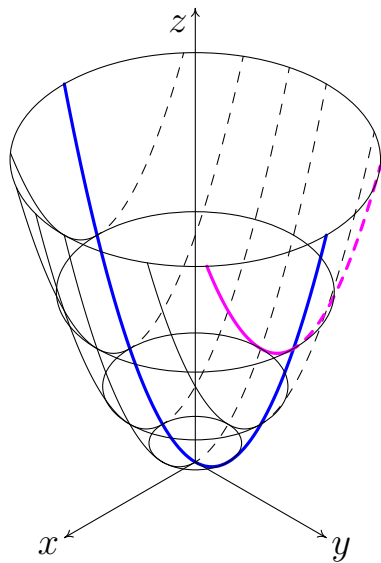


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ положим
 $y = \text{const.}$

В сечении получим *параболу*:

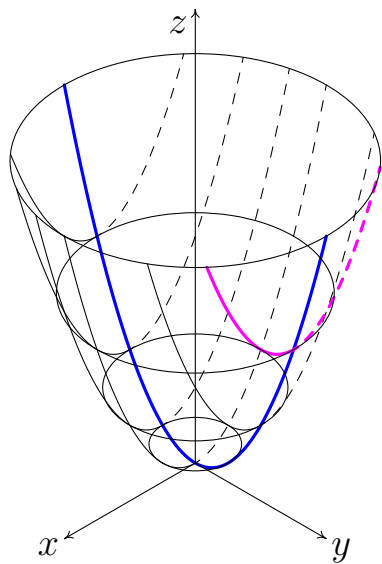
$$\begin{cases} y = 1, 5, \\ z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{2, 25}{b^2}. \end{cases}$$

Х.3.1. Эллиптический параболоид



Определение 40. Эллиптическим параболоидом мы назовем поверхность, которую можно в некоторой прямоугольной декартовой системе координат задать уравнением $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$.

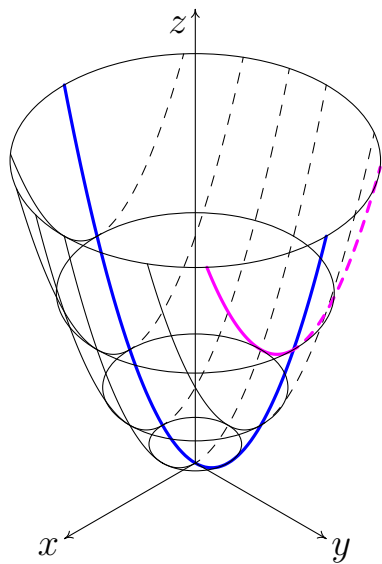
Х.3.1. Эллиптический параболоид



Определение 40. Эллиптическим параболоидом мы назовем поверхность, которую можно в некоторой прямоугольной декартовой системе координат задать уравнением $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$.

Очевидно, что при $a = b$ в сечениях $z = \text{const}$ будут получаться окружности.

Х.3.1. Эллиптический параболоид

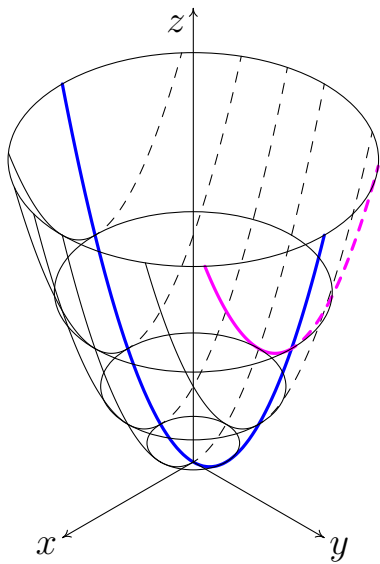


Определение 40. Эллиптическим параболоидом мы назовем поверхность, которую можно в некоторой прямоугольной декартовой системе координат задать уравнением $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$.

Очевидно, что при $a = b$ в сечениях $z = \text{const}$ будут получаться окружности.

Таким образом, параболоид $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2}$ может быть получен вращением параболы $\begin{cases} y = 0, \\ z = \frac{x^2}{a^2} \end{cases}$ вокруг оси аппликат, т.е. оси Oz .

Х.3.1. Эллиптический параболоид



Определение 40. Эллиптическим параболоидом мы назовем поверхность, которую можно в некоторой прямоугольной декартовой системе координат задать уравнением $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$.

Очевидно, что при $a = b$ в сечениях $z = \text{const}$ будут получаться окружности.

Таким образом, параболоид $z = \frac{x^2}{\mathbf{a}^2} + \frac{y^2}{\mathbf{a}^2}$ является частным случаем **поверхности вращения**.

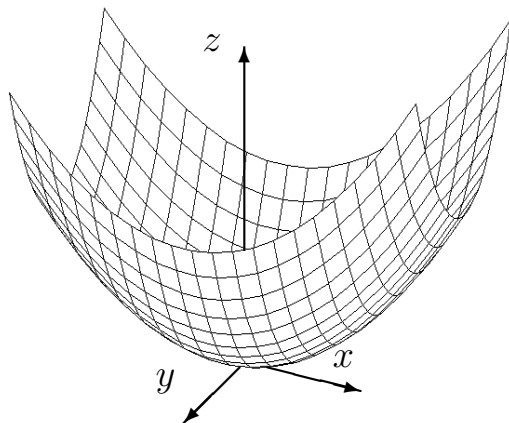
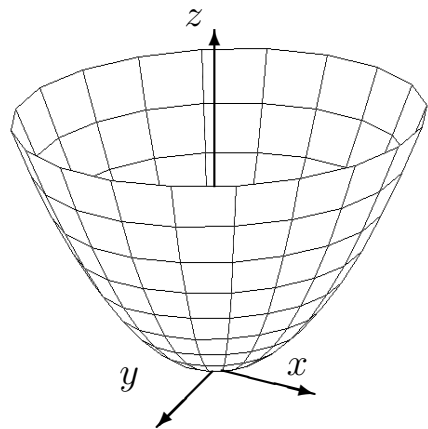


Рис. 18. Эллиптический параболоид $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ (изображена одна и та же поверхность)

Х.3.2. Гиперболический параболоид

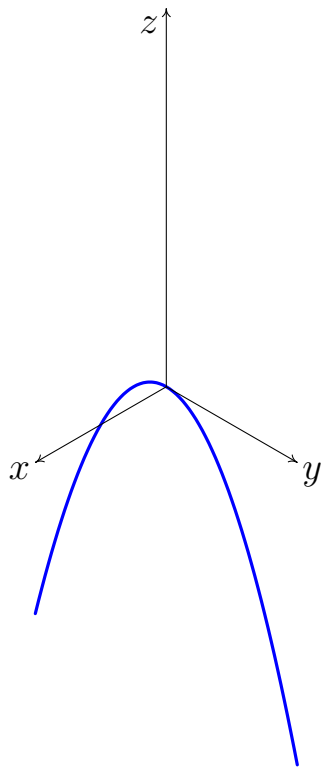
Теперь построим поверхность $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$.

Х.3.2. Гиперболический параболоид

В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ положим $x = 0$.

В сечении получим _____

$$\begin{cases} x = 0, \\ z = -\frac{y^2}{b^2}. \end{cases}$$

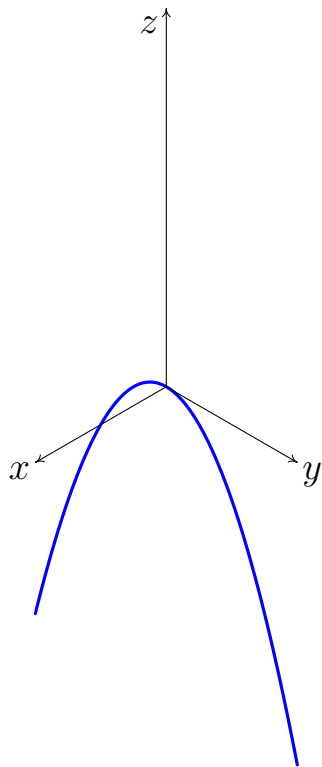


Х.3.2. Гиперболический параболоид

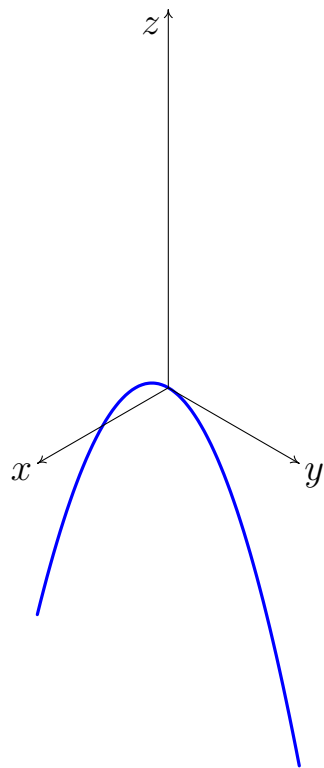
В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ положим $x = 0$.

В сечении получим *параболу*:

$$\begin{cases} x = 0, \\ z = -\frac{y^2}{b^2}. \end{cases}$$



Х.3.2. Гиперболический параболоид

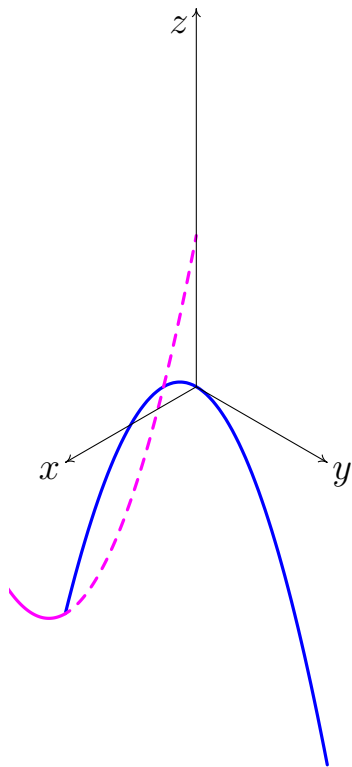


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ ПОЛОЖИМ
 $y = \text{const.}$

В сечении получим _____

$$\begin{cases} y = -2, \\ z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{4}{b^2}. \end{cases}$$

Х.3.2. Гиперболический параболоид

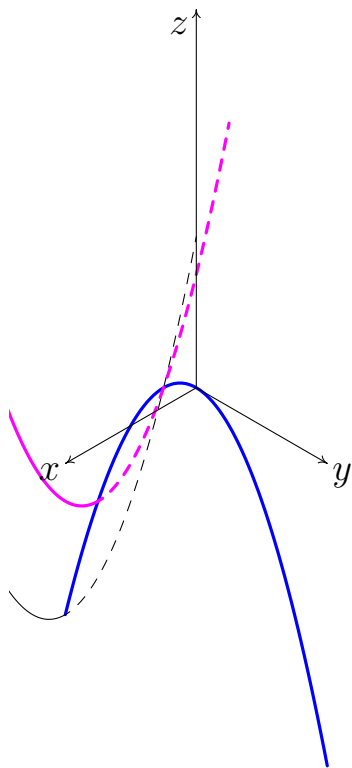


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ ПОЛОЖИМ
 $y = \text{const.}$

В сечении получим *параболу*:

$$\begin{cases} y = -2, \\ z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{4}{b^2}. \end{cases}$$

Х.3.2. Гиперболический параболоид

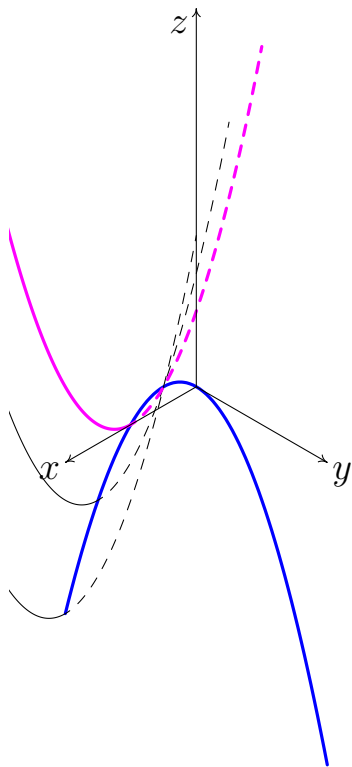


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ ПОЛОЖИМ
 $y = \text{const.}$

В сечении получим *параболу*:

$$\begin{cases} y = -1, 5, \\ z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{2, 25}{b^2}. \end{cases}$$

Х.3.2. Гиперболический параболоид

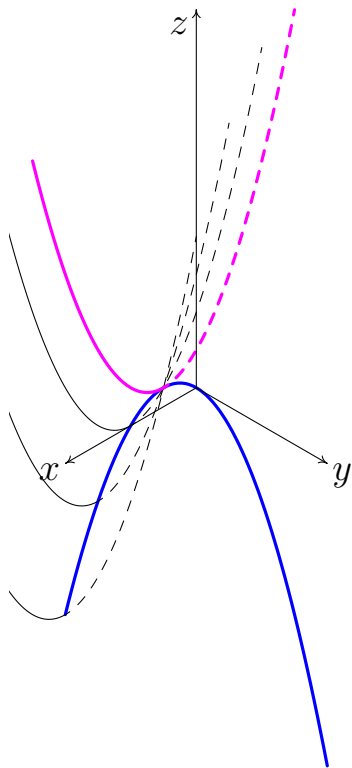


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ ПОЛОЖИМ
 $y = \text{const.}$

В сечении получим *параболу*:

$$\begin{cases} y = -1, \\ z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{1}{b^2}. \end{cases}$$

Х.3.2. Гиперболический параболоид

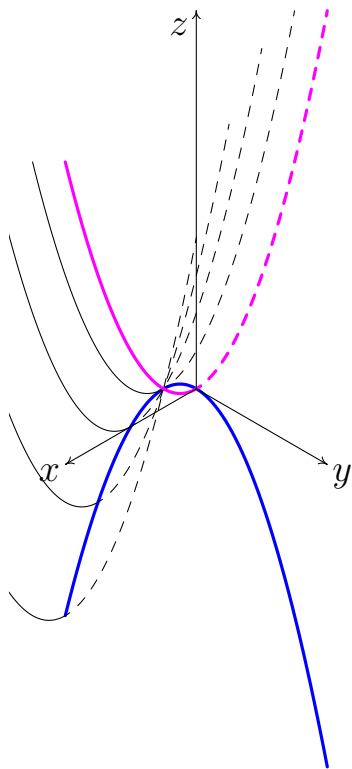


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ ПОЛОЖИМ
 $y = \text{const.}$

В сечении получим *параболу*:

$$\begin{cases} y = -0,5, \\ z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{0,25}{b^2}. \end{cases}$$

Х.3.2. Гиперболический параболоид



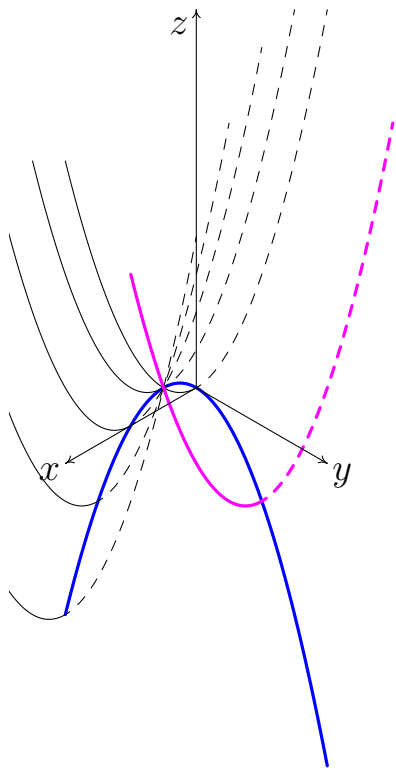
В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$
 $y = \text{const.}$

ПОЛОЖИМ

В сечении получим *параболу*:

$$\begin{cases} y = 0, \\ z = \frac{x^2}{a^2}. \end{cases}$$

Х.3.2. Гиперболический параболоид

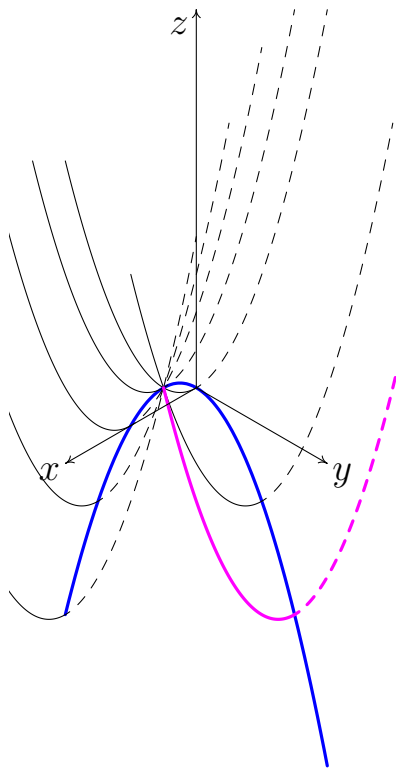


В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ ПОЛОЖИМ
 $y = \text{const.}$

В сечении получим *параболу*:

$$\begin{cases} y = 1, \\ z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{1}{b^2}. \end{cases}$$

Х.3.2. Гиперболический параболоид



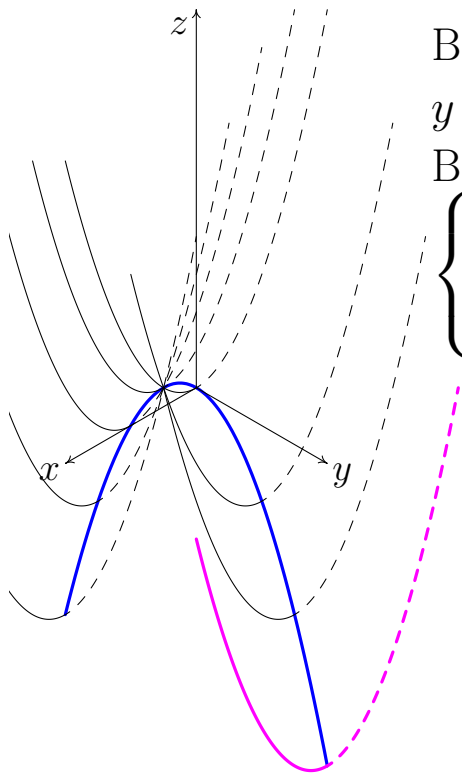
В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$
 $y = \text{const.}$

ПОЛОЖИМ

В сечении получим *параболу*:

$$\begin{cases} y = 1, 5, \\ z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{2, 25}{b^2}. \end{cases}$$

Х.3.2. Гиперболический параболоид



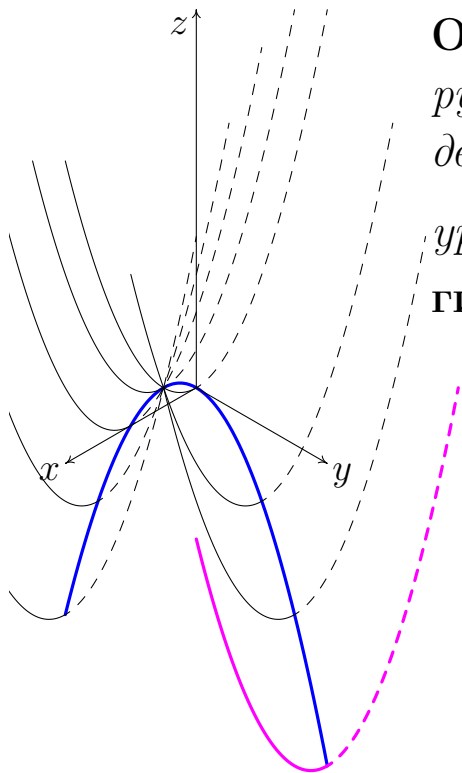
В уравнении $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$
 $y = \text{const.}$

ПОЛОЖИМ

В сечении получим *параболу*:

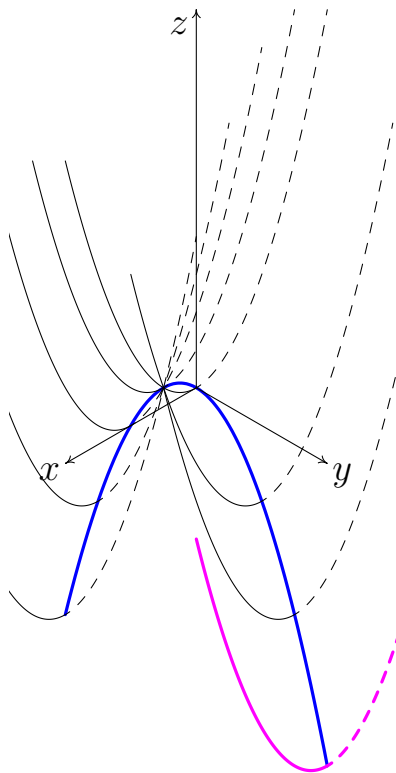
$$\begin{cases} y = 2, \\ z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{4}{b^2}. \end{cases}$$

Х.3.2. Гиперболический параболоид



Определение 41. Поверхность, которую можно в некоторой прямоугольной декартовой системе координат задать уравнением $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$, называется гиперболическим параболоидом.

Х.3.2. Гиперболический параболоид



Определение 41. Поверхность, которую можно в некоторой прямоугольной декартовой системе координат задать уравнением $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$, называется гиперболическим параболоидом.

Иногда эту поверхность называют «седлом».

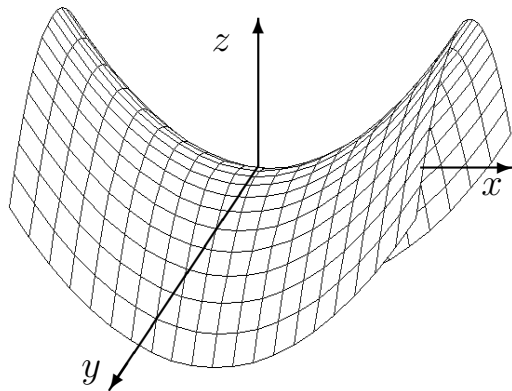
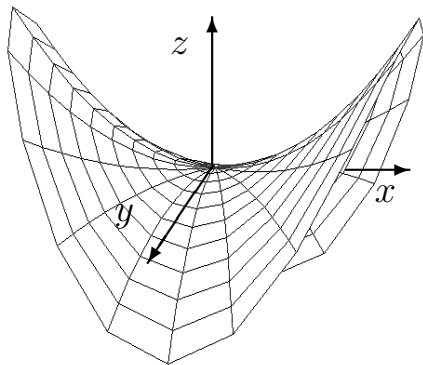


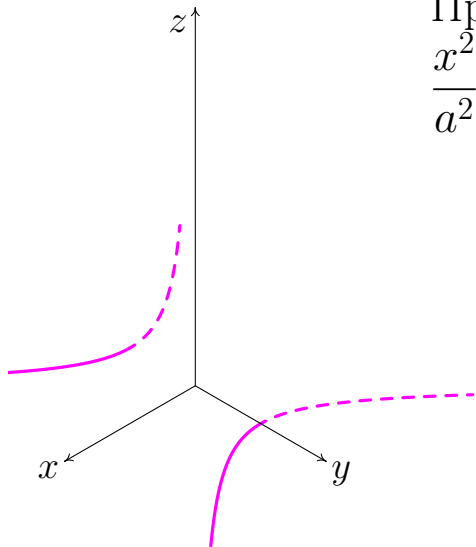
Рис. 19. Гиперболический параболоид $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ (изображена одна и та же поверхность)

Х.4. Цилиндры

Рассмотрим поверхности, заданные уравнениями вида $f(x; y) = 0$, т.е. уравнениями, в которых отсутствует явная зависимость от z .

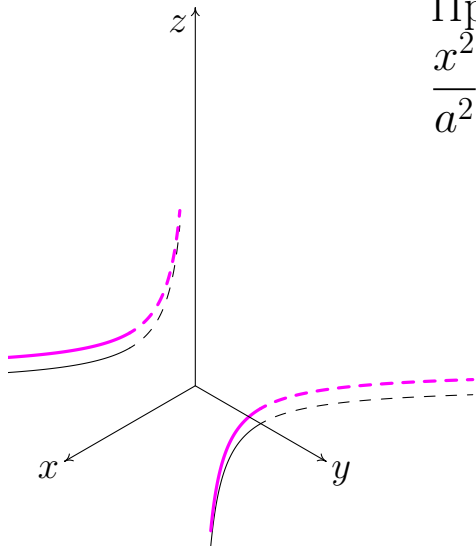
Х.4.1. Гиперболический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = 0$.



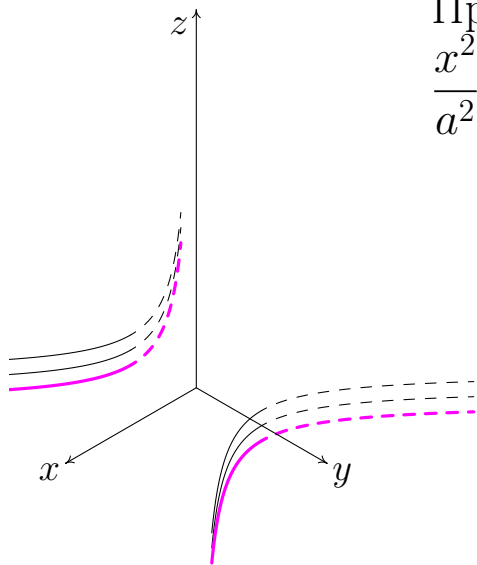
Х.4.1. Гиперболический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = 0, 2$.



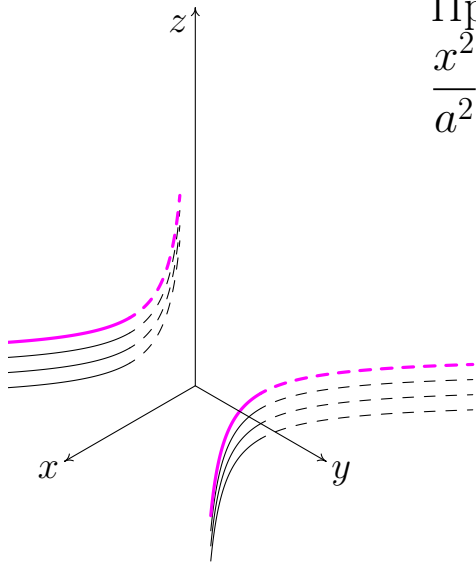
Х.4.1. Гиперболический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = -0, 2$.



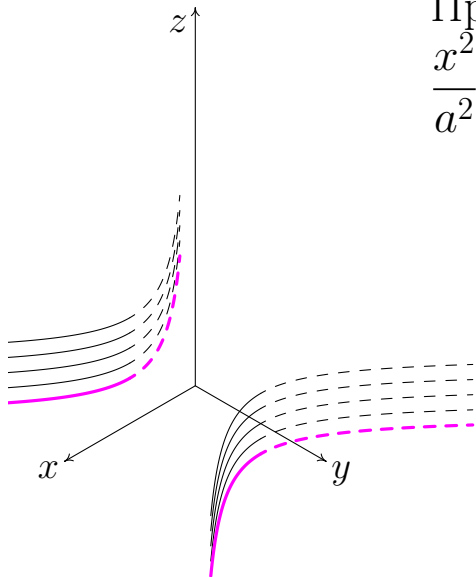
Х.4.1. Гиперболический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = 0, 4$.



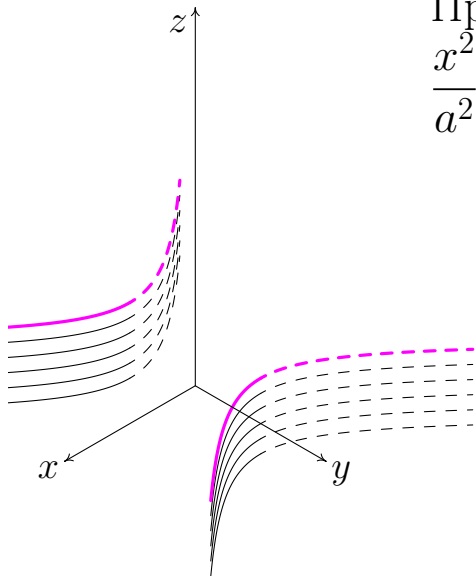
Х.4.1. Гиперболический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = -0,4$.



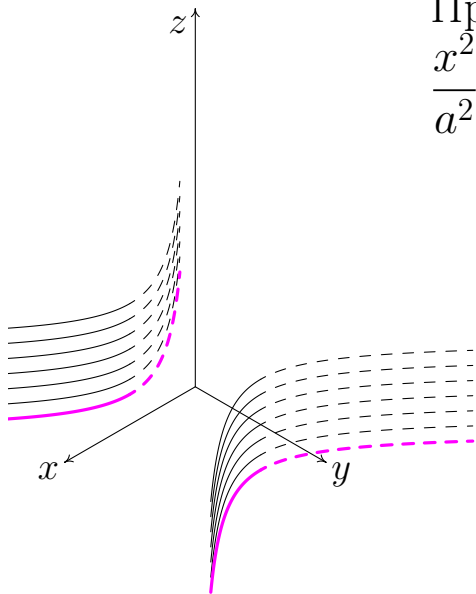
Х.4.1. Гиперболический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = 0, 6$.



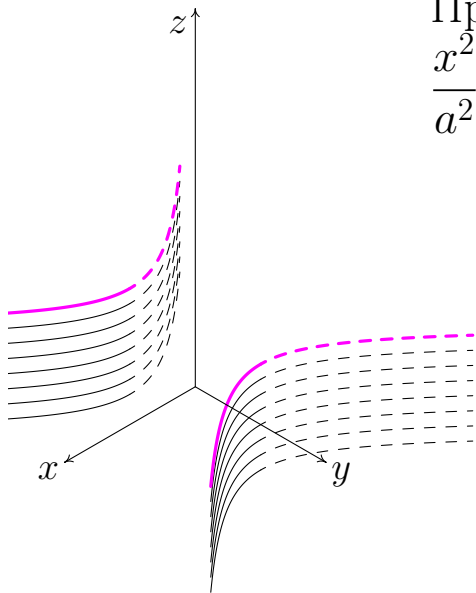
Х.4.1. Гиперболический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = -0,6$.



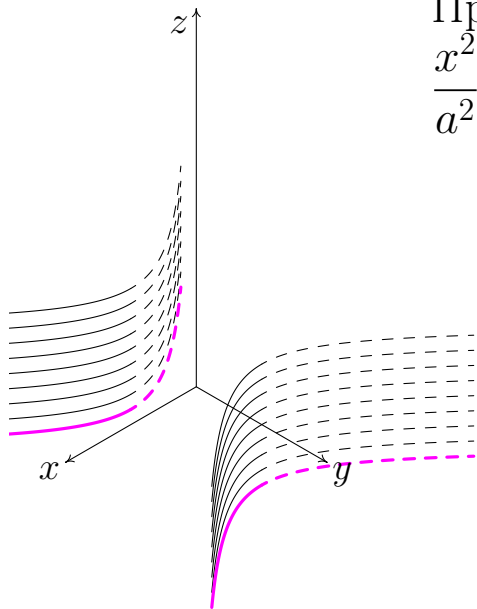
Х.4.1. Гиперболический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = 0, 8$.



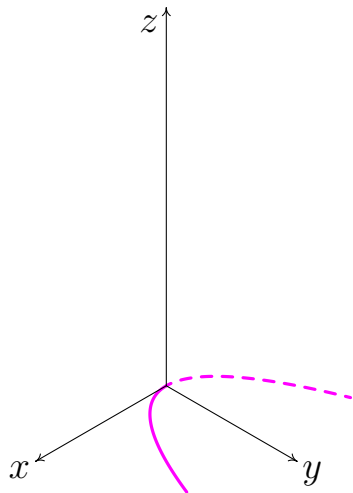
Х.4.1. Гиперболический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = -0,8$.



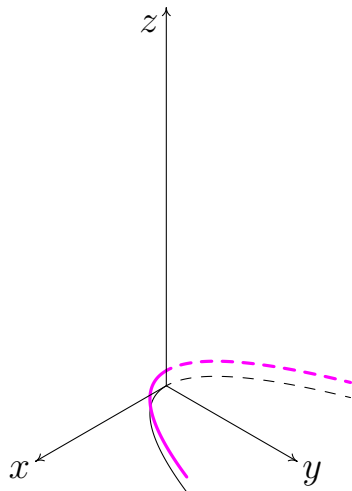
Х.4.2. Параболический цилиндр

Проведем сечение поверхности $y = px^2$ плоскостью $z = 0$.



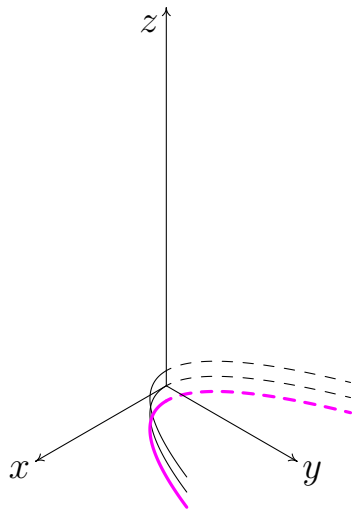
Х.4.2. Параболический цилиндр

Проведем сечение поверхности $y = px^2$
плоскостью $z = 0, 2$.



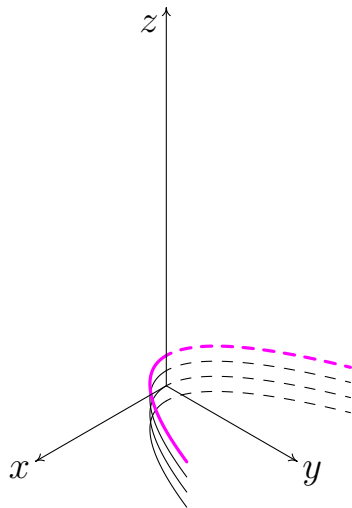
Х.4.2. Параболический цилиндр

Проведем сечение поверхности $y = px^2$ плоскостью $z = -0,2$.



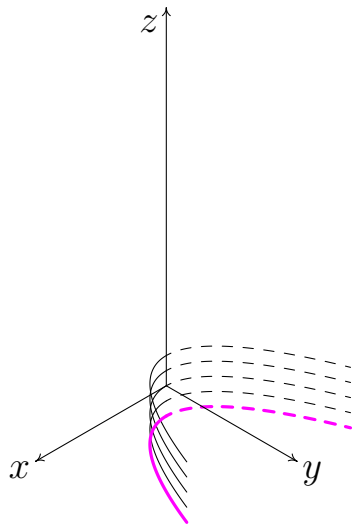
Х.4.2. Параболический цилиндр

Проведем сечение поверхности $y = px^2$ плоскостью $z = 0, 4$.



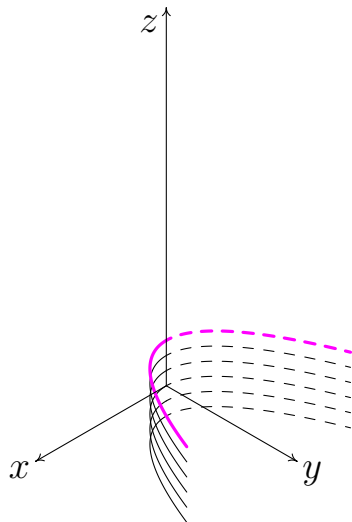
Х.4.2. Параболический цилиндр

Проведем сечение поверхности $y = px^2$ плоскостью $z = -0,4$.



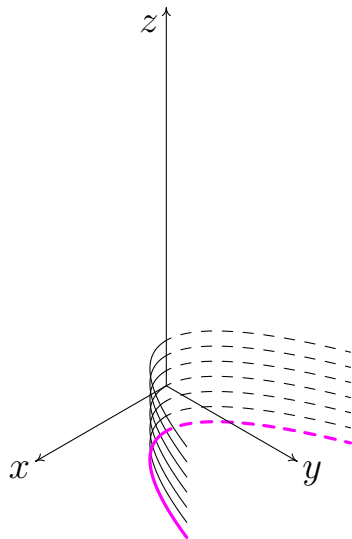
Х.4.2. Параболический цилиндр

Проведем сечение поверхности $y = px^2$ плоскостью $z = 0, 6$.



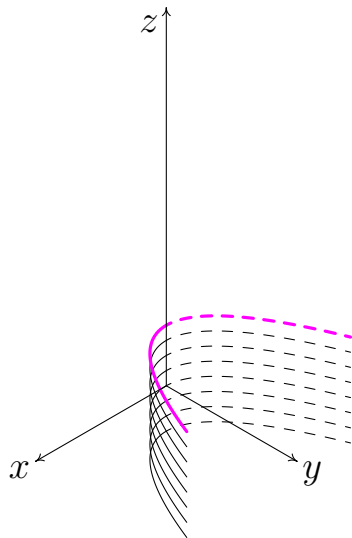
Х.4.2. Параболический цилиндр

Проведем сечение поверхности $y = px^2$ плоскостью $z = -0,6$.



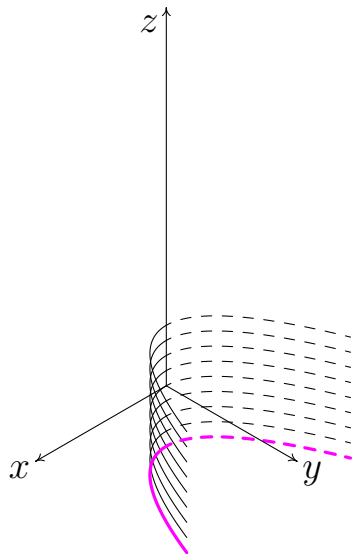
Х.4.2. Параболический цилиндр

Проведем сечение поверхности $y = px^2$ плоскостью $z = 0,8$.



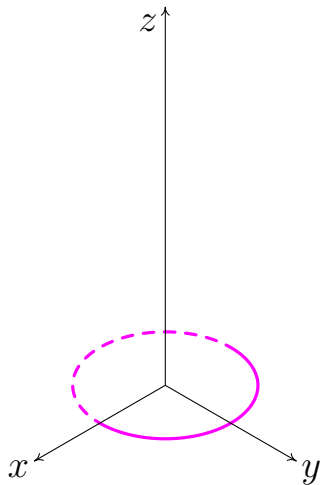
Х.4.2. Параболический цилиндр

Проведем сечение поверхности $y = px^2$ плоскостью $z = -0,8$.



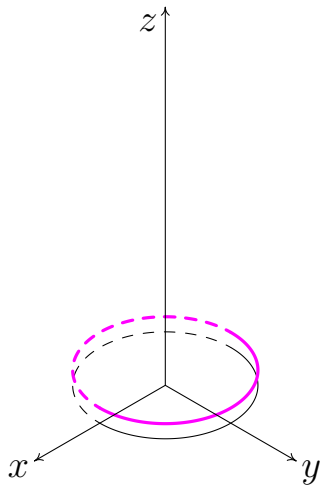
Х.4.3. Эллиптический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = 0$.



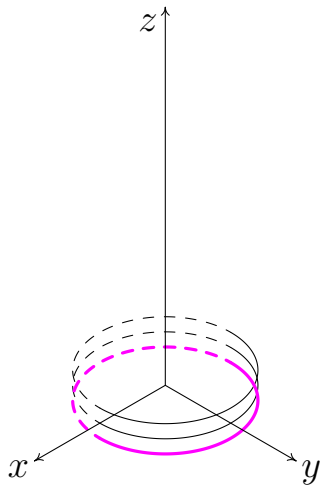
Х.4.3. Эллиптический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = 0, 2$.



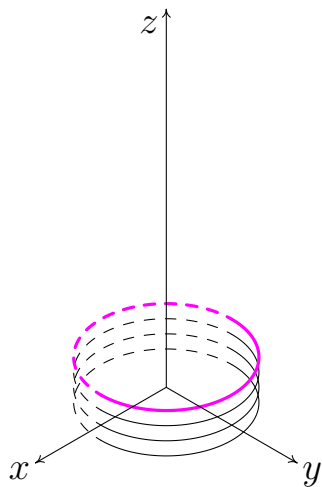
Х.4.3. Эллиптический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = -0,2$.



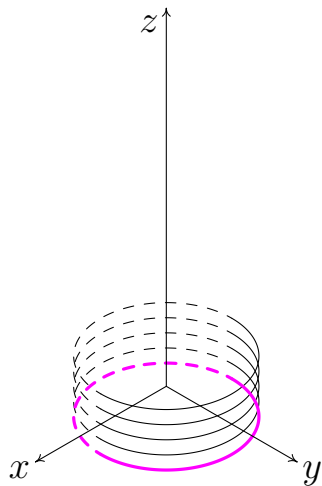
Х.4.3. Эллиптический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = 0, 4$.



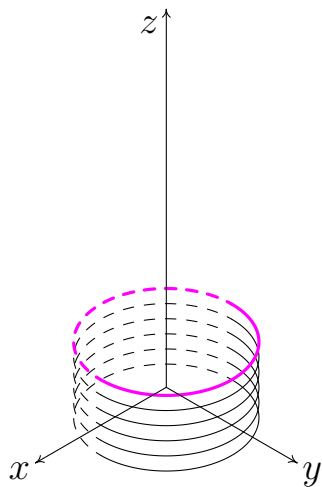
Х.4.3. Эллиптический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = -0,4$.



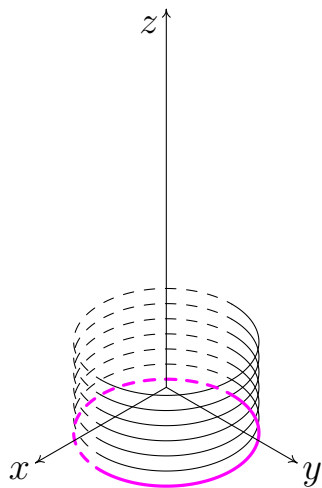
Х.4.3. Эллиптический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = 0, 6$.



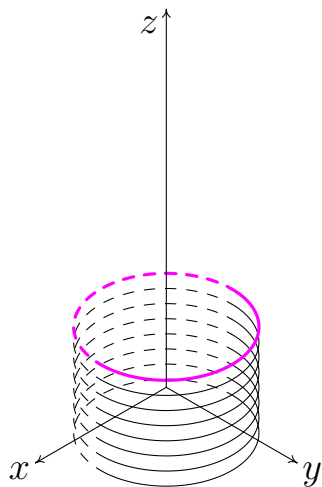
Х.4.3. Эллиптический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = -0,6$.



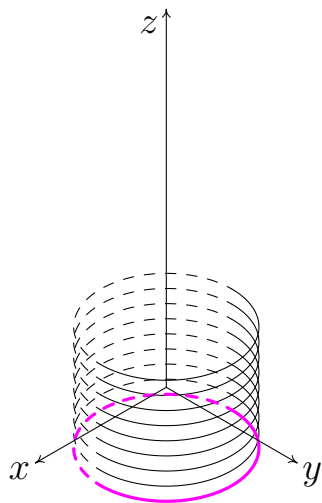
Х.4.3. Эллиптический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = 0, 8$.



Х.4.3. Эллиптический цилиндр

Проведем сечение поверхности
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ плоскостью $z = -0,8$.



Х.5. Поверхность вращения

Определение 42. Поверхностью вращения называется поверхность, полученная вращением линии относительно какой-либо оси в случае, когда либо линия не является плоской, либо ось не перпендикулярна плоскости, в которой лежит эта линия.

Х.5. Поверхность вращения

Определение 42. Поверхностью вращения называется поверхность, полученная вращением линии относительно какой-либо оси в случае, когда либо линия не является плоской, либо ось не перпендикулярна плоскости, в которой лежит эта линия.

Примерами поверхностей вращения являются цилиндр $x^2 + y^2 = R^2$, конус $\frac{z^2}{c^2} = x^2 + y^2$, параболоид $pz = x^2 + y^2$ и др.

Х.6. Линейчатые поверхности

Поверхность называется **линейчатой**, если ее можно образовать движением прямой линии (образующей). Из поверхностей второго порядка линейчатыми являются цилиндры и конусы. А также однопольстный гиперболоид и гиперболический параболоид являются **линейчатыми** поверхностями.

Поверхность, образуемая движением прямой линии (образующей), параллельной неподвижной прямой, называется **цилиндрической**. Всякая линия, которую образующая пересекает в любом своем положении, называется направляющей.

Поверхность, образуемая движением прямой линии (образующей), проходящей через неподвижную точку (вершина поверхности), называется **конической**. Всякая (не проходящая через вершину) линия, которую образующая пересекает в любом своем положении, называется направляющей.

Х.6. Линейчатые поверхности

Однополостный гиперболоид и гиперболический параболоид являются **линейчатыми поверхностями**, т.е. могут быть представлены в виде объединения прямых линий. Для этого покажем, что можно

представить x и y , как линейные функции от z :
$$\begin{cases} x(z) = k_1 z + b_1, \\ y(z) = k_2 z + b_2, \end{cases}$$

причем будет выполняться равенство
$$\frac{x^2(z)}{a^2} + \frac{y^2(z)}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Х.6. Линейчатые поверхности

Преобразуем уравнение гиперболоида к виду

$$\left(\frac{x}{a} - \frac{z}{c}\right) \left(\frac{x}{a} + \frac{z}{c}\right) = \left(1 - \frac{y}{b}\right) \left(1 + \frac{y}{b}\right).$$

Последнее равенство будет выполняться, например, при каждом из условий, представленных одной из следующих систем уравнений (здесь α , β — числовые константы):

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \left(\frac{x}{a} + \frac{z}{c}\right) = \beta \left(1 + \frac{y}{b}\right), \\ \beta \left(\frac{x}{a} - \frac{z}{c}\right) = \alpha \left(1 - \frac{y}{b}\right) \end{array} \right. \quad \text{или} \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha \left(\frac{x}{a} - \frac{z}{c}\right) = \beta \left(1 + \frac{y}{b}\right), \\ \beta \left(\frac{x}{a} + \frac{z}{c}\right) = \alpha \left(1 - \frac{y}{b}\right). \end{array} \right.$$

Х.6. Линейчатые поверхности

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \left(\frac{x}{a} + \frac{z}{c} \right) = \beta \left(1 + \frac{y}{b} \right), \\ \beta \left(\frac{x}{a} - \frac{z}{c} \right) = \alpha \left(1 - \frac{y}{b} \right) \end{array} \right. \Rightarrow$$

Х.6. Линейчатые поверхности

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \left(\frac{x}{a} + \frac{z}{c} \right) = \beta \left(1 + \frac{y}{b} \right), \\ \beta \left(\frac{x}{a} - \frac{z}{c} \right) = \alpha \left(1 - \frac{y}{b} \right) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{2a\alpha\beta}{\beta^2 + \alpha^2} + \frac{(\beta^2 - \alpha^2)a}{c(\beta^2 + \alpha^2)} \cdot z, \\ y = \frac{(\alpha^2 - \beta^2)b}{\beta^2 + \alpha^2} + \frac{2b\alpha\beta}{c(\beta^2 + \alpha^2)} \cdot z, \\ z = z \end{array} \right.$$

Х.6. Линейчатые поверхности

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \left(\frac{x}{a} - \frac{z}{c} \right) = \beta \left(1 + \frac{y}{b} \right), \\ \beta \left(\frac{x}{a} + \frac{z}{c} \right) = \alpha \left(1 - \frac{y}{b} \right). \end{array} \right. \Rightarrow$$

Х.6. Линейчатые поверхности

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \left(\frac{x}{a} - \frac{z}{c} \right) = \beta \left(1 + \frac{y}{b} \right), \\ \beta \left(\frac{x}{a} + \frac{z}{c} \right) = \alpha \left(1 - \frac{y}{b} \right). \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-2a\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2} + \frac{(\beta^2 - \alpha^2)a}{c(\alpha^2 + \beta^2)} \cdot z, \\ y = \frac{(\alpha^2 - \beta^2)b}{\alpha^2 + \beta^2} - \frac{2b\alpha\beta}{c(\alpha^2 + \beta^2)} \cdot z, \\ z = z. \end{array} \right.$$

Х.6. Линейчатые поверхности

Таким образом, однополостный гиперболоид можно представить в виде объединения прямых, заданных этими уравнениями.

Х.6. Линейчатые поверхности

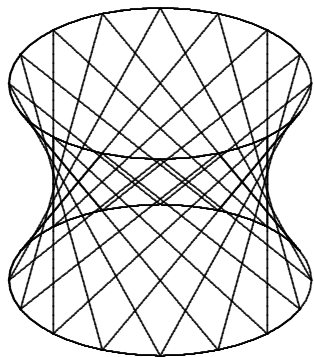
Аналогичная ситуация с гиперболическим параболоидом: его уравнение можно представить в виде

$$z = \left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b} \right) \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} \right).$$

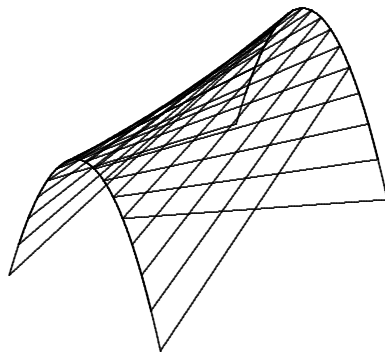
Поэтому, если положить $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \alpha$ или $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \alpha$, то получим, что гиперболический параболоид включает в себя прямые, заданные, например, следующими уравнениями:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = a\alpha + \frac{a}{b} \cdot y, \\ y = y, \\ z = \alpha^2 + \frac{2\alpha}{b} \cdot y \end{array} \right. \quad \text{или} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = a\alpha - \frac{a}{b} \cdot y, \\ y = y, \\ z = \alpha^2 - \frac{2\alpha}{b} \cdot y. \end{array} \right.$$

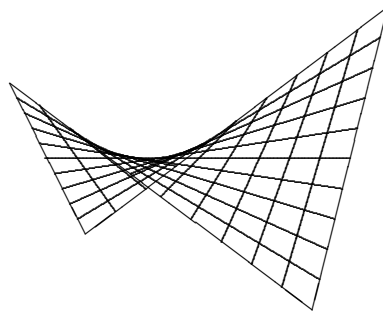
Х.6. Линейчатые поверхности



а



б



в

Гиперболоид: а — однополостный; б, в — гиперболический параболоид (изображена одна и та же поверхность) как линейчатые поверхности

Пример 1. Найти орт вектора $\vec{v}$, т.е. вектора $\text{ort } \vec{v}$

а) коллинеарного вектору $\vec{v}$;

б) сонаправленного с вектором $\vec{v}$;

в) имеющего единичный модуль: $|\text{ort } \vec{v}| = 1$.

Решение.

Пример 1. Найти орт вектора $\vec{v}$, т.е. вектора $\text{ort } \vec{v}$

а) коллинеарного вектору $\vec{v}$;

б) сонаправленного с вектором $\vec{v}$;

в) имеющего единичный модуль: $|\text{ort } \vec{v}| = 1$.

Решение. Переведем условия на «язык равенств и неравенств».

Пример 1. Найти орт вектора $\vec{v}$, т.е. вектора $\text{ort } \vec{v}$

а) коллинеарного вектору $\vec{v}$;

б) сонаправленного с вектором $\vec{v}$;

в) имеющего единичный модуль: $|\text{ort } \vec{v}| = 1$.

Решение. Переведем условия на «язык равенств и неравенств».
Коллинеарность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$:

Пример 1. Найти орт вектора $\vec{v}$, т.е. вектора $\text{ort } \vec{v}$

а) коллинеарного вектору $\vec{v}$;

б) сонаправленного с вектором $\vec{v}$;

в) имеющего единичный модуль: $|\text{ort } \vec{v}| = 1$.

Решение. Переведем условия на «язык равенств и неравенств».
Коллинеарность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$: $\text{ort } \vec{v} = \lambda \vec{v}$.

Пример 1. Найти орт вектора $\vec{v}$, т.е. вектора $\text{ort } \vec{v}$

а) коллинеарного вектору $\vec{v}$;

б) сонаправленного с вектором $\vec{v}$;

в) имеющего единичный модуль: $|\text{ort } \vec{v}| = 1$.

Решение. Переведем условия на «язык равенств и неравенств».
Коллинеарность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$: $\text{ort } \vec{v} = \lambda \vec{v}$.

Сонаправленность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$:

Пример 1. Найти орт вектора $\vec{v}$, т.е. вектора $\text{ort } \vec{v}$

а) коллинеарного вектору $\vec{v}$;

б) сонаправленного с вектором $\vec{v}$;

в) имеющего единичный модуль: $|\text{ort } \vec{v}| = 1$.

Решение. Переведем условия на «язык равенств и неравенств». Коллинеарность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$: $\text{ort } \vec{v} = \lambda \vec{v}$.

Сонаправленность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$: $\lambda > 0$.

Пример 1. Найти орт вектора $\vec{v}$, т.е. вектора $\text{ort } \vec{v}$

а) коллинеарного вектору $\vec{v}$;

б) сонаправленного с вектором $\vec{v}$;

в) имеющего единичный модуль: $|\text{ort } \vec{v}| = 1$.

Решение. Переведем условия на «язык равенств и неравенств».

Коллинеарность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$: $\text{ort } \vec{v} = \lambda \vec{v}$.

Сонаправленность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$: $\lambda > 0$.

Единичный модуль $\text{ort } \vec{v}$:

Пример 1. Найти орт вектора $\vec{v}$, т.е. вектора $\text{ort } \vec{v}$

а) коллинеарного вектору $\vec{v}$;

б) сонаправленного с вектором $\vec{v}$;

в) имеющего единичный модуль: $|\text{ort } \vec{v}| = 1$.

Решение. Переведем условия на «язык равенств и неравенств».

Коллинеарность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$: $\text{ort } \vec{v} = \lambda \vec{v}$.

Сонаправленность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$: $\lambda > 0$.

Единичный модуль $\text{ort } \vec{v}$: $1 = |\lambda| \cdot |\vec{v}|$.

Пример 1. Найти орт вектора $\vec{v}$, т.е. вектора $\text{ort } \vec{v}$

а) коллинеарного вектору $\vec{v}$;

б) сонаправленного с вектором $\vec{v}$;

в) имеющего единичный модуль: $|\text{ort } \vec{v}| = 1$.

Решение. Переведем условия на «язык равенств и неравенств». Коллинеарность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$: $\text{ort } \vec{v} = \lambda \vec{v}$.

Сонаправленность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$: $\lambda > 0$.

Единичный модуль $\text{ort } \vec{v}$: $1 = |\lambda| \cdot |\vec{v}|$.

Значит, $\lambda =$

Пример 1. Найти орт вектора $\vec{v}$, т.е. вектора $\text{ort } \vec{v}$

а) коллинеарного вектору $\vec{v}$;

б) сонаправленного с вектором $\vec{v}$;

в) имеющего единичный модуль: $|\text{ort } \vec{v}| = 1$.

Решение. Переведем условия на «язык равенств и неравенств».

Коллинеарность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$: $\text{ort } \vec{v} = \lambda \vec{v}$.

Сонаправленность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$: $\lambda > 0$.

Единичный модуль $\text{ort } \vec{v}$: $1 = |\lambda| \cdot |\vec{v}|$.

Значит, $\lambda = \frac{1}{|\vec{v}|}$, откуда

$$\text{ort } \vec{v} =$$

Пример 1. Найти орт вектора $\vec{v}$, т.е. вектора $\text{ort } \vec{v}$

а) коллинеарного вектору $\vec{v}$;

б) сонаправленного с вектором $\vec{v}$;

в) имеющего единичный модуль: $|\text{ort } \vec{v}| = 1$.

Решение. Переведем условия на «язык равенств и неравенств».

Коллинеарность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$: $\text{ort } \vec{v} = \lambda \vec{v}$.

Сонаправленность $\vec{v}$ и $\text{ort } \vec{v}$: $\lambda > 0$.

Единичный модуль $\text{ort } \vec{v}$: $1 = |\lambda| \cdot |\vec{v}|$.

Значит, $\lambda = \frac{1}{|\vec{v}|}$, откуда

$$\text{ort } \vec{v} = \frac{1}{|\vec{v}|} \vec{v}. \quad (27)$$

Вернёмся к лекции?

Пример 2. Проверить непосредственным вычислением справедливость равенства

$$\operatorname{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \operatorname{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \operatorname{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}), \quad (28)$$

если $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{3}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{\pi}{3}$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{5\pi}{6}$, векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ ортогональны.

Решение.

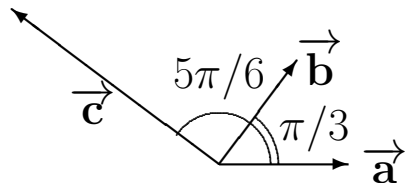
Пример 2. Проверить непосредственным вычислением справедливость равенства

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}), \quad (28)$$

если $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{3}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{\pi}{3}$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{5\pi}{6}$, векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ ортогональны.

Решение.

Отметим, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ компланарны, так как $\frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}$.



Пример 2. Проверить непосредственным вычислением справедливость равенства

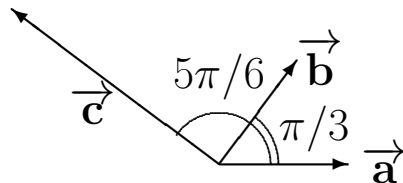
$$\operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}), \quad (28)$$

если $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{3}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{\pi}{3}$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{5\pi}{6}$, векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ ортогональны.

Решение.

Отметим, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ компланарны, так как $\frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}$.

Вычислить правую часть равенства (28) легко:



Пример 2. Проверить непосредственным вычислением справедливость равенства

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}), \quad (28)$$

если $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{3}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{\pi}{3}$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{5\pi}{6}$, векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ ортогональны.

Решение.

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) =$$

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) =$$

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) =$$

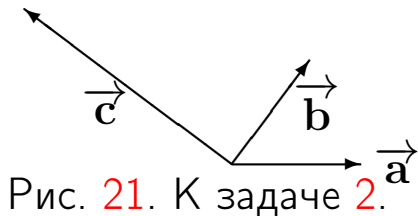


Рис. 21. К задаче 2.

Пример 2. Проверить непосредственным вычислением справедливость равенства

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}), \quad (28)$$

если $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{3}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{\pi}{3}$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{5\pi}{6}$, векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ ортогональны.

Решение.

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} =$$

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) =$$

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) =$$

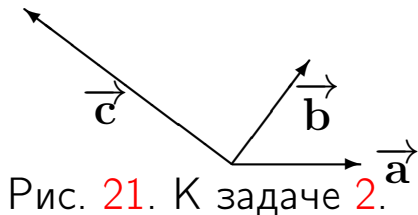


Рис. 21. К задаче 2.

Пример 2. Проверить непосредственным вычислением справедливость равенства

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}), \quad (28)$$

если $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{3}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{\pi}{3}$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{5\pi}{6}$, векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ ортогональны.

Решение.

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) =$$

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) =$$

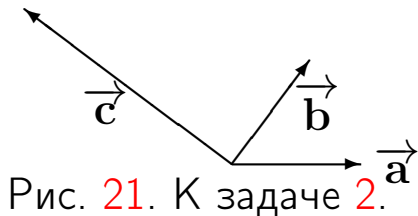


Рис. 21. К задаче 2.

Пример 2. Проверить непосредственным вычислением справедливость равенства

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}), \quad (28)$$

если $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{3}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{\pi}{3}$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{5\pi}{6}$, векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ ортогональны.

Решение.

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} =$$

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) =$$

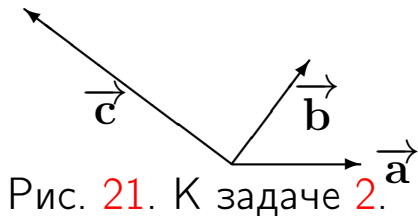


Рис. 21. К задаче 2.

Пример 2. Проверить непосредственным вычислением справедливость равенства

$$\operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}), \quad (28)$$

если $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{3}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{\pi}{3}$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{5\pi}{6}$, векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ ортогональны.

Решение.

$$\operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

$$\operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) =$$

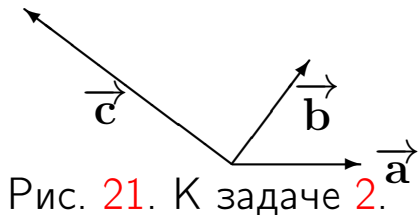


Рис. 21. К задаче 2.

Пример 2. Проверить непосредственным вычислением справедливость равенства

$$\operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}), \quad (28)$$

если $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{3}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{\pi}{3}$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{5\pi}{6}$, векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ ортогональны.

Решение.

$$\operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

$$\operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \operatorname{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) =$$

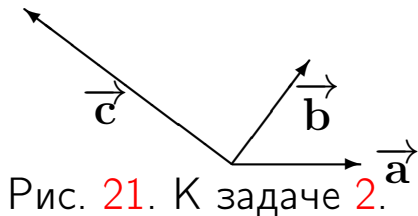


Рис. 21. К задаче 2.

Пример 2. Проверить непосредственным вычислением справедливость равенства

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}), \quad (28)$$

если $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{3}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{\pi}{3}$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{5\pi}{6}$, векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ ортогональны.

Решение.

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2.$$

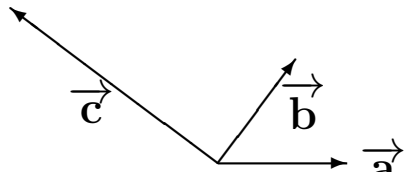


Рис. 21. К задаче 2.

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2.$$

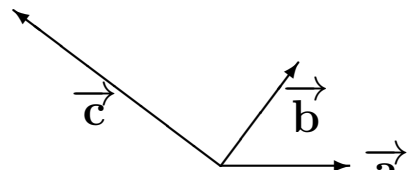


Рис. 21. К задаче 2.

Для того чтобы вычислить $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c})$ — левую часть равен-

ства (28) —

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2.$$

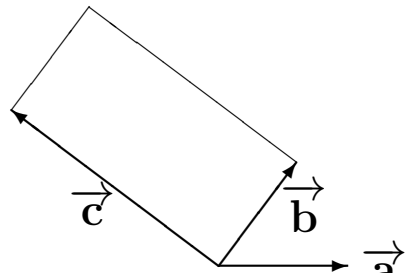


Рис. 21. К задаче 2.

Для того чтобы вычислить $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c})$ — левую часть равен-

ства (28) —

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2.$$

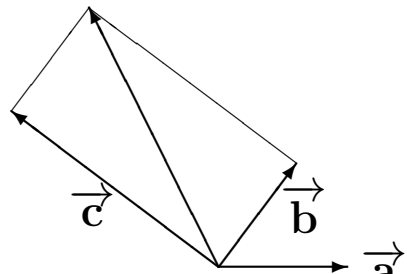


Рис. 21. К задаче 2.

Для того чтобы вычислить $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c})$ — левую часть равен-

ства (28) —

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

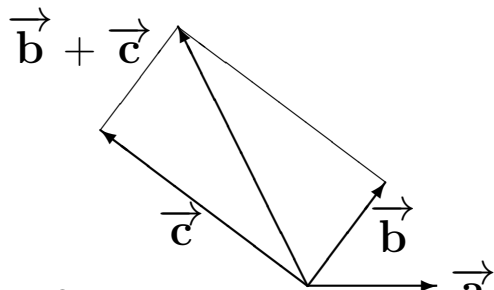
$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

$$\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{пр}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2.$$

Рис. 21. К задаче 2.

Для того чтобы вычислить $\text{пр}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c})$ — левую часть равен-

ства (28) —



$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2.$$

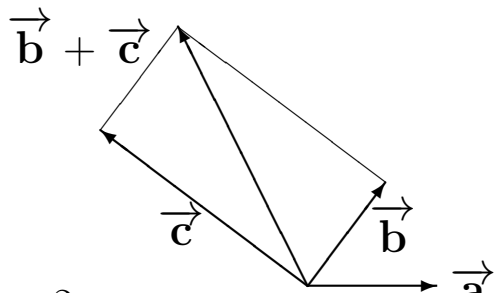


Рис. 21. К задаче 2.

Для того чтобы вычислить $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c})$ — левую часть равенства (28) — найдем $|\vec{b} + \vec{c}|$ и угол $\widehat{(\vec{b} + \vec{c}), \vec{a}}$.

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2.$$

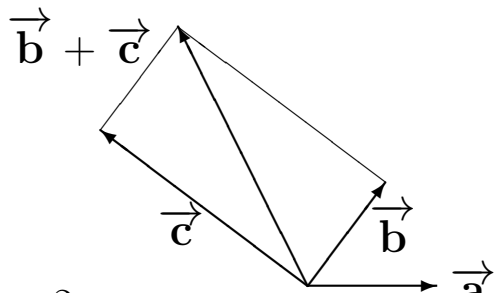


Рис. 21. К задаче 2.

Для того чтобы вычислить $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c})$ — левую часть равенства (28) — найдем $|\vec{b} + \vec{c}|$ и угол $\widehat{(\vec{b} + \vec{c}), \vec{a}}$.

Угол между векторами $\vec{b}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$.

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2.$$

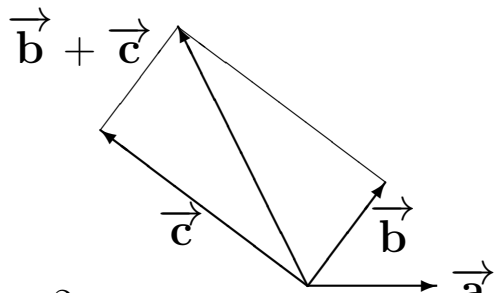


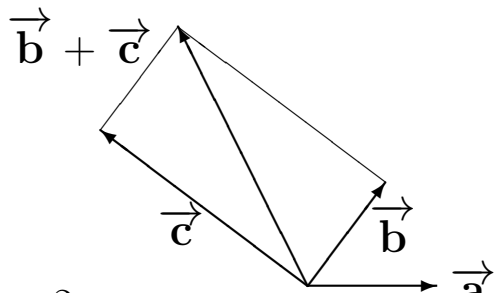
Рис. 21. К задаче 2.

Для того чтобы вычислить $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c})$ — левую часть равенства (28) — найдем $|\vec{b} + \vec{c}|$ и угол $\widehat{(\vec{b} + \vec{c}), \vec{a}}$.

Угол между векторами $\vec{b}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$.

Поэтому по теореме Пифагора длина вектора $\vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$ равна длине гипотенузы прямоугольного треугольника с катетами длины $|\vec{b}| = 2$ и $|\vec{c}| = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$, то есть $|\vec{b} + \vec{c}| =$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$



$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2.$$

Рис. 21. К задаче 2.

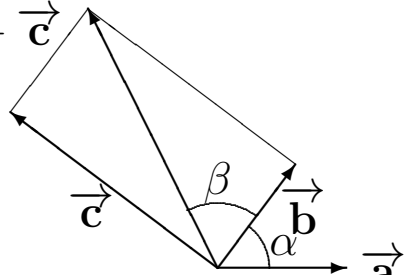
Для того чтобы вычислить $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c})$ — левую часть равенства (28) — найдем $|\vec{b} + \vec{c}|$ и угол $\widehat{(\vec{b} + \vec{c}), \vec{a}}$.

Угол между векторами $\vec{b}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$.

Поэтому по теореме Пифагора длина вектора $\vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$ равна длине гипотенузы прямоугольного треугольника с катетами длины $|\vec{b}| = 2$ и $|\vec{c}| = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$, то есть $|\vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{4 + 12} = 4$.

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\vec{b} + \vec{c}$$



$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

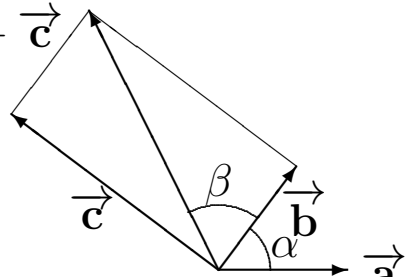
$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2. \text{Рис. 21. К задаче 2.}$$

$\widehat{\vec{b}, \vec{c}} = \frac{\pi}{2}, \quad |\vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{4 + 12} = 4.$ Для того чтобы вычислить $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c})$ — левую часть равенства (28) — осталось найти угол, который вектор $(\vec{b} + \vec{c})$ образует с вектором $\vec{a}$.

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\vec{b} + \vec{c}$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$



$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2. \text{Рис. 21. К задаче 2.}$$

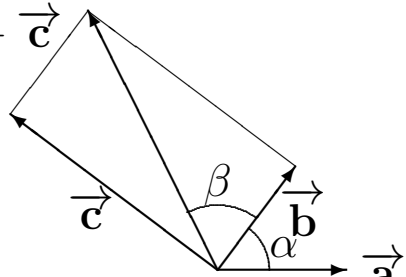
$\widehat{\vec{b}, \vec{c}} = \frac{\pi}{2}, \quad |\vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{4 + 12} = 4.$ Для того чтобы вычислить $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c})$ — левую часть равенства (28) — осталось найти угол, который вектор $(\vec{b} + \vec{c})$ образует с вектором $\vec{a}$.

$$\left(\vec{b} + \vec{c}\right), \vec{a} = \alpha + \beta =$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\vec{b} + \vec{c}$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

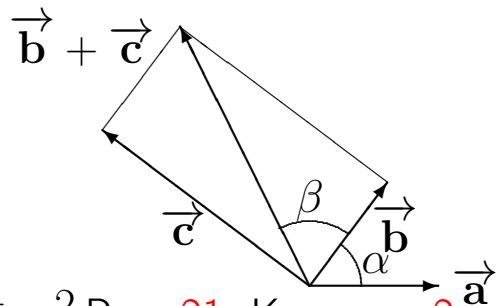


$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2. \text{Рис. 21. К задаче 2.}$$

$\widehat{\vec{b}, \vec{c}} = \frac{\pi}{2}, \quad |\vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{4 + 12} = 4.$ Для того чтобы вычислить $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c})$ — левую часть равенства (28) — осталось найти угол, который вектор $(\vec{b} + \vec{c})$ образует с вектором $\vec{a}$.

$$\widehat{(\vec{b} + \vec{c}), \vec{a}} = \alpha + \beta = \frac{\pi}{3} + \text{arctg} \frac{|\vec{c}|}{|\vec{b}|} =$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$



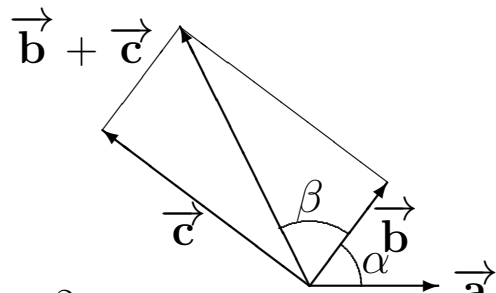
$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2. \text{Рис. 21. К задаче 2.}$$

$\widehat{\vec{b}, \vec{c}} = \frac{\pi}{2}, \quad |\vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{4 + 12} = 4.$ Для того чтобы вычислить $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c})$ — левую часть равенства (28) — осталось найти угол, который вектор $(\vec{b} + \vec{c})$ образует с вектором $\vec{a}$.

$$\left(\vec{b} + \vec{c}\right), \vec{a} = \alpha + \beta = \frac{\pi}{3} + \arctg \frac{|\vec{c}|}{|\vec{b}|} = \frac{\pi}{3} + \arctg \frac{2\sqrt{3}}{2} =$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$



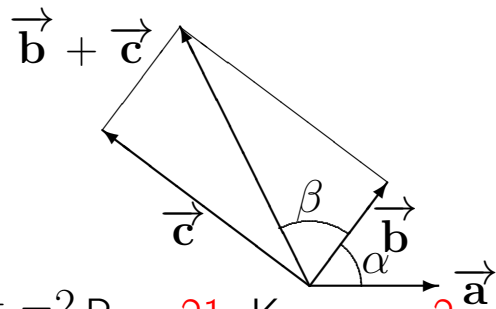
$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2. \text{Рис. 21. К задаче 2.}$$

$\widehat{\vec{b}, \vec{c}} = \frac{\pi}{2}$, $|\vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{4 + 12} = 4$. Для того чтобы вычислить $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c})$ — левую часть равенства (28) — осталось найти угол, который вектор $(\vec{b} + \vec{c})$ образует с вектором $\vec{a}$.

$$\begin{aligned} \left(\vec{b} + \vec{c} \right), \vec{a} &= \alpha + \beta = \frac{\pi}{3} + \arctg \frac{|\vec{c}|}{|\vec{b}|} = \frac{\pi}{3} + \arctg \frac{2\sqrt{3}}{2} = \\ &= \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = \end{aligned}$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$



$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

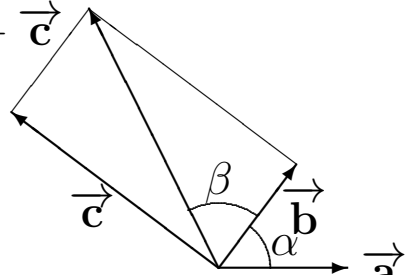
$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2. \text{Рис. 21. К задаче 2.}$$

$\widehat{\vec{b}, \vec{c}} = \frac{\pi}{2}$, $|\vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{4 + 12} = 4$. Для того чтобы вычислить $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c})$ — левую часть равенства (28) — осталось найти угол, который вектор $(\vec{b} + \vec{c})$ образует с вектором $\vec{a}$.

$$\begin{aligned} \left(\vec{b} + \vec{c} \right), \vec{a} &= \alpha + \beta = \frac{\pi}{3} + \arctg \frac{|\vec{c}|}{|\vec{b}|} = \frac{\pi}{3} + \arctg \frac{2\sqrt{3}}{2} = \\ &= \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}. \end{aligned}$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\vec{b} + \vec{c}$$



$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

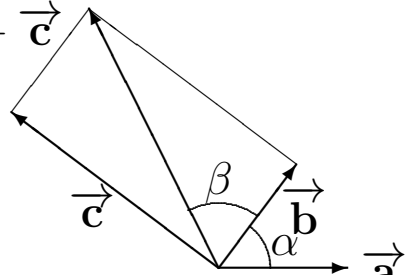
$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2. \text{Рис. 21. К задаче 2.}$$

$$|\vec{b} + \vec{c}| = 4, \quad \widehat{(\vec{b} + \vec{c})}, \quad \vec{a} = \frac{2\pi}{3}.$$

$$\text{Итак, } \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) =$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\vec{b} + \vec{c}$$



$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2. \text{Рис. 21. К задаче 2.}$$

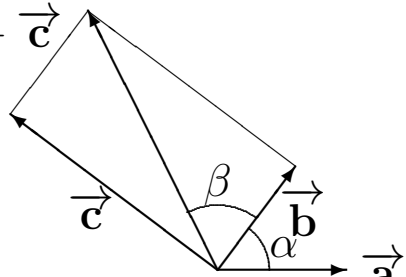
$$|\vec{b} + \vec{c}| = 4, \quad \widehat{(\vec{b} + \vec{c})}, \quad \vec{a} = \frac{2\pi}{3}.$$

$$\text{Итак, } \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = 4 \cdot \cos \frac{2\pi}{3} =$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$

$$\vec{b} + \vec{c}$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

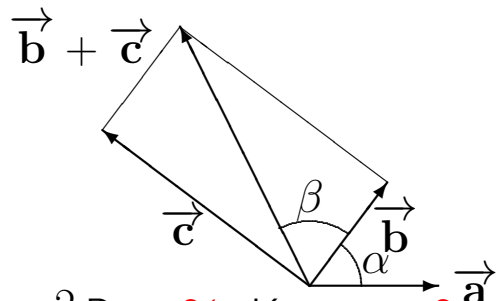


$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2. \text{Рис. 21. К задаче 2.}$$

$$|\vec{b} + \vec{c}| = 4, \quad \widehat{(\vec{b} + \vec{c})}, \quad \vec{a} = \frac{2\pi}{3}.$$

$$\text{Итак, } \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = 4 \cdot \cos \frac{2\pi}{3} = -2,$$

$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}| \cos \frac{\pi}{3} = 1,$$



$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = |\vec{c}| \cos \frac{5\pi}{6} = -3,$$

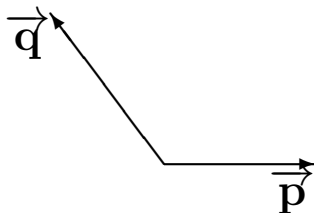
$$\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c}) = 1 + (-3) = -2. \text{Рис. 21. К задаче 2.}$$

$$|\vec{b} + \vec{c}| = 4, \quad \widehat{(\vec{b} + \vec{c})}, \quad \vec{a} = \frac{2\pi}{3}.$$

Итак, $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b} + \vec{c}) = 4 \cdot \cos \frac{2\pi}{3} = -2$, что совпадает с вычисленным ранее значением $\text{pr}_{\vec{a}}(\vec{b}) + \text{pr}_{\vec{a}}(\vec{c})$.

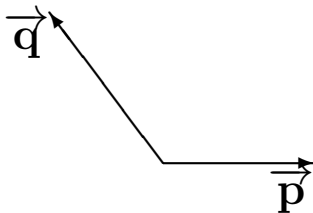
Вернуться к лекции?

Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

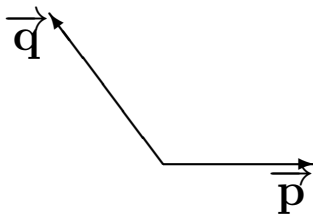


Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение. Геометрическая интерпретация скалярного произведения не очень наглядна.



Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.



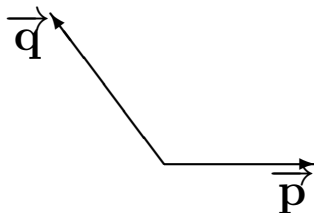
Решение. Геометрическая интерпретация скалярного произведения не очень наглядна.

Но скалярное произведение **тесно связано** с алгебраической **проекцией** вектора на ось.

Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение.

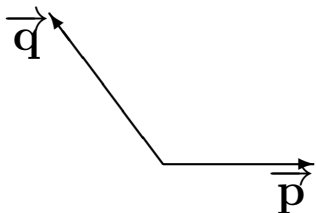
$$\text{пр}_{\vec{p}} \vec{x} =$$



Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение.

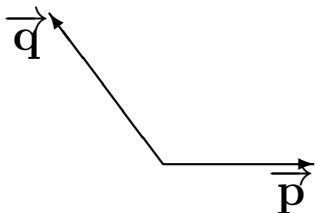
$$\text{pr}_{\vec{p}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{p})}{|\vec{p}|} =$$



Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение.

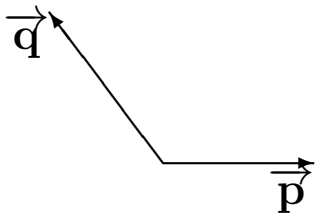
$$\operatorname{pr}_{\vec{p}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{p})}{|\vec{p}|} = \frac{-40}{4} =$$



Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение.

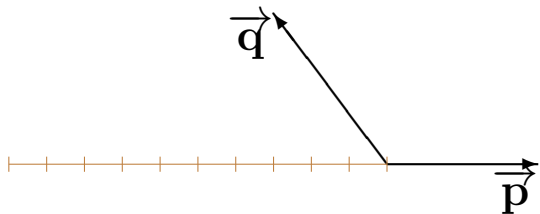
$$\text{пр}_{\vec{p}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{p})}{|\vec{p}|} = \frac{-40}{4} = -10.$$



Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение.

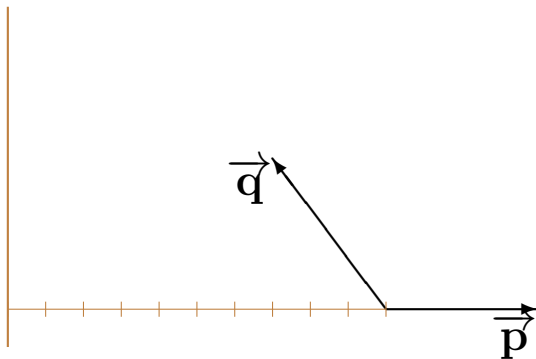
$$\text{пр}_{\vec{p}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{p})}{|\vec{p}|} = \frac{-40}{4} = -10.$$



Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение.

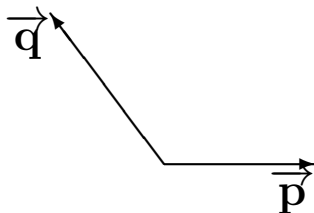
$$\text{пр}_{\vec{p}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{p})}{|\vec{p}|} = \frac{-40}{4} = -10.$$



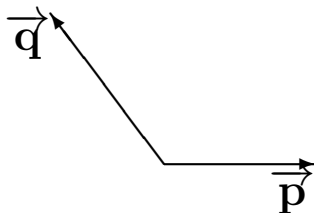
Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение.

$$\text{пр}_{\vec{p}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{p})}{|\vec{p}|} = \frac{-40}{4} = -10.$$



Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

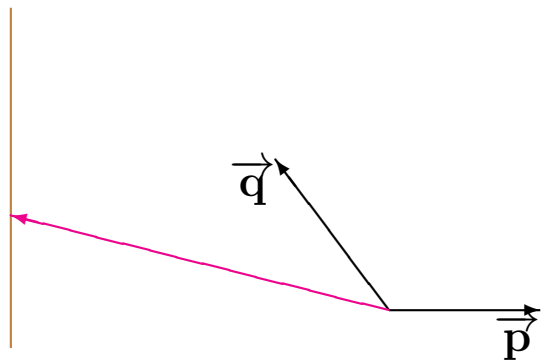


Решение.

$$\text{пр}_{\vec{p}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{p})}{|\vec{p}|} = \frac{-40}{4} = -10.$$

Значит, если вектор, удовлетворяющий первому уравнению системы, отложить от начала координат, то конец направленного отрезка будет лежать на «коричневой прямой».

Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

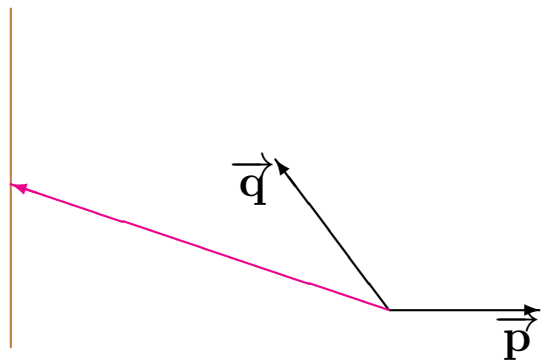


Решение.

$$\text{пр}_{\vec{p}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{p})}{|\vec{p}|} = \frac{-40}{4} = -10.$$

Значит, если вектор, удовлетворяющий первому уравнению системы, отложить от начала координат, то конец направленного отрезка будет лежать на «коричневой прямой».

Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

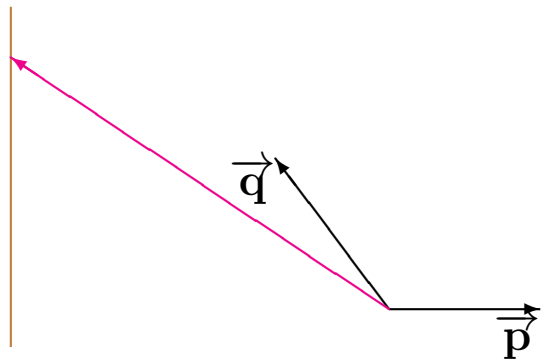


Решение.

$$\text{пр}_{\vec{p}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{p})}{|\vec{p}|} = \frac{-40}{4} = -10.$$

Значит, если вектор, удовлетворяющий первому уравнению системы, отложить от начала координат, то конец направленного отрезка будет лежать на «коричневой прямой».

Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.



Решение.

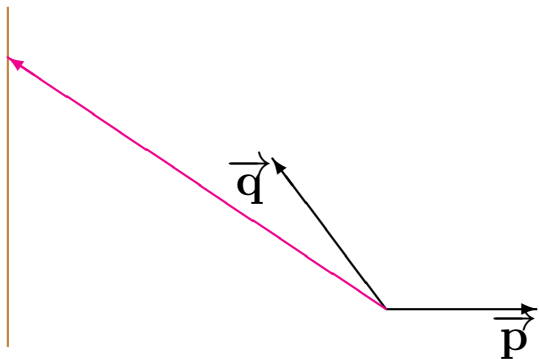
$$\text{пр}_{\vec{p}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{p})}{|\vec{p}|} = \frac{-40}{4} = -10.$$

Значит, если вектор, удовлетворяющий первому уравнению системы, отложить от начала координат, то конец направленного отрезка будет лежать на «коричневой прямой».

Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение.

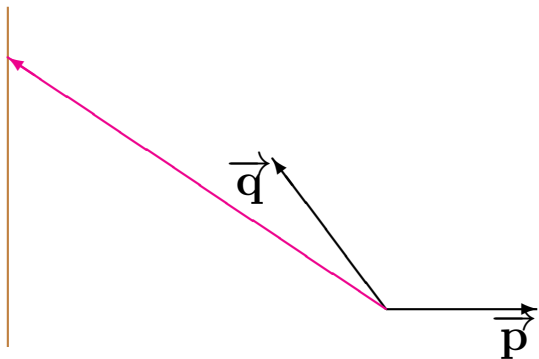
$$\text{пр}_{\vec{q}} \vec{x} =$$



Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение.

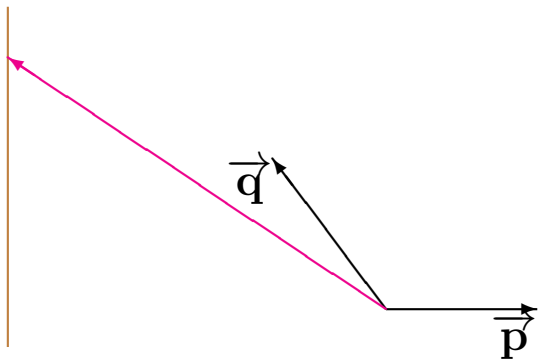
$$\text{pr}_{\vec{q}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{q})}{|\vec{q}|} =$$



Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение.

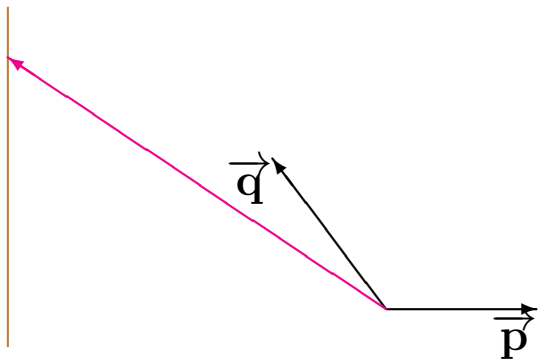
$$\text{пр}_{\vec{q}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{q})}{|\vec{q}|} = \frac{50}{5} =$$



Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение.

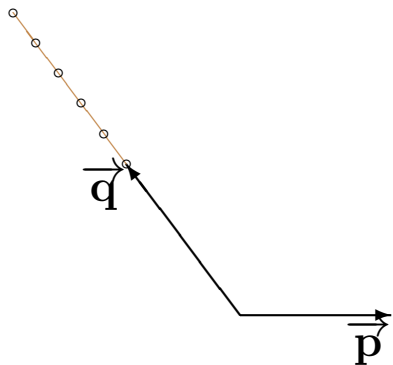
$$\text{пр}_{\vec{q}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{q})}{|\vec{q}|} = \frac{50}{5} = 10.$$



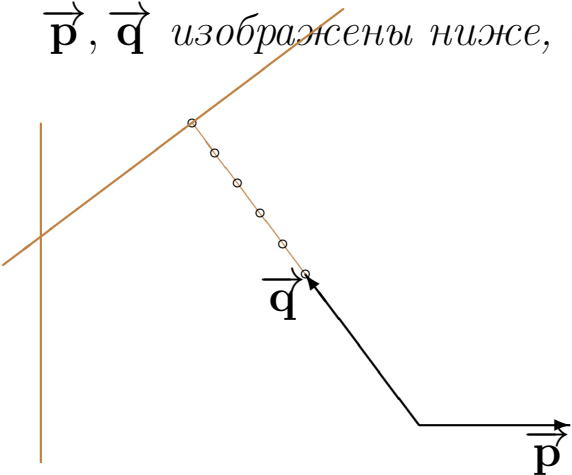
Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение.

$$\text{пр}_{\vec{q}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{q})}{|\vec{q}|} = \frac{50}{5} = 10.$$



Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.



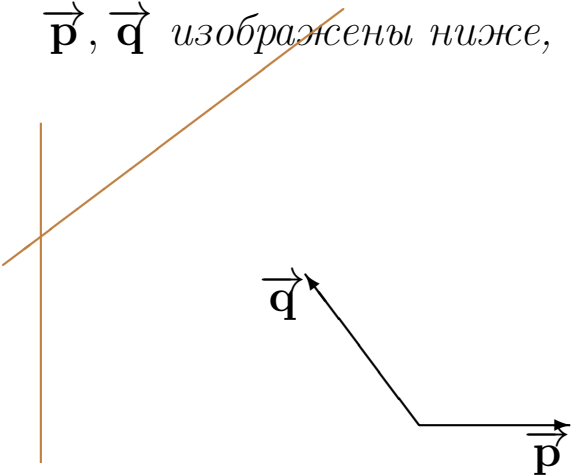
Решение.

$$\text{пр}_{\vec{q}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{q})}{|\vec{q}|} = \frac{50}{5} = 10.$$

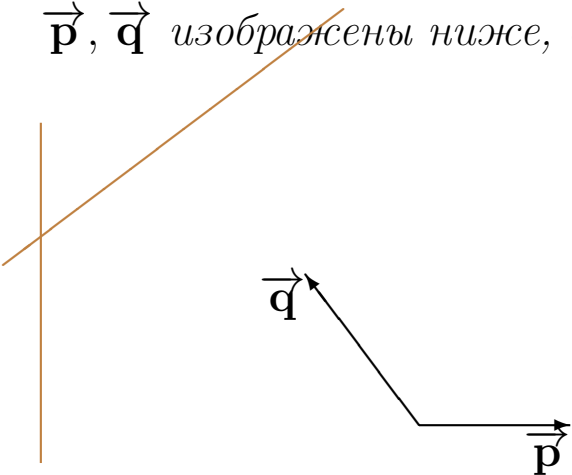
Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение.

$$\text{пр}_{\vec{q}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{q})}{|\vec{q}|} = \frac{50}{5} = 10.$$



Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

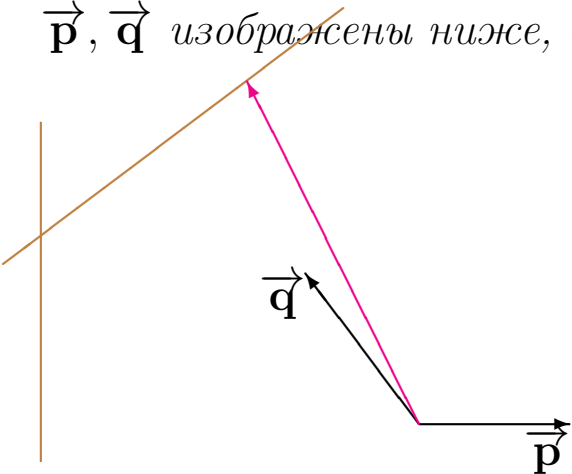


Решение.

$$\text{пр}_{\vec{q}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{q})}{|\vec{q}|} = \frac{50}{5} = 10.$$

Значит, если вектор, удовлетворяющий второму уравнению системы, отложить от начала координат, то конец направленного отрезка будет лежать на «наклонной коричневой прямой».

Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

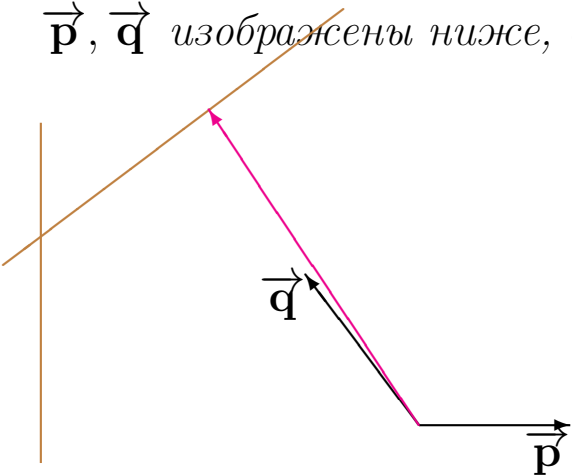


Решение.

$$\text{пр}_{\vec{q}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{q})}{|\vec{q}|} = \frac{50}{5} = 10.$$

Значит, если вектор, удовлетворяющий второму уравнению системы, отложить от начала координат, то конец направленного отрезка будет лежать на «наклонной коричневой прямой».

Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

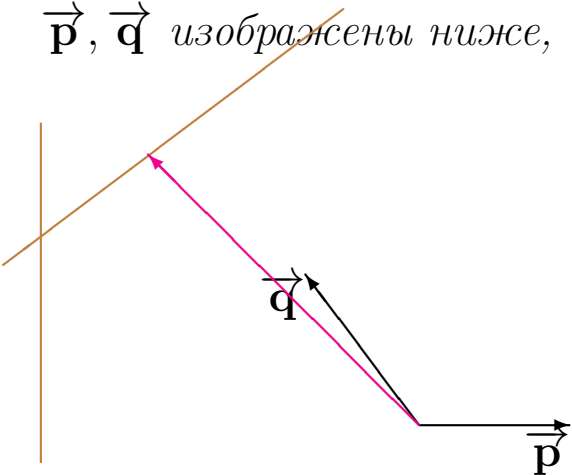


Решение.

$$\text{пр}_{\vec{q}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{q})}{|\vec{q}|} = \frac{50}{5} = 10.$$

Значит, если вектор, удовлетворяющий второму уравнению системы, отложить от начала координат, то конец направленного отрезка будет лежать на «наклонной коричневой прямой».

Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.



Решение.

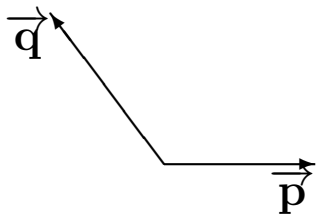
$$\text{пр}_{\vec{q}} \vec{x} = \frac{(\vec{x}, \vec{q})}{|\vec{q}|} = \frac{50}{5} = 10.$$

Значит, если вектор, удовлетворяющий второму уравнению системы, отложить от начала координат, то конец направленного отрезка будет лежать на «наклонной коричневой прямой».

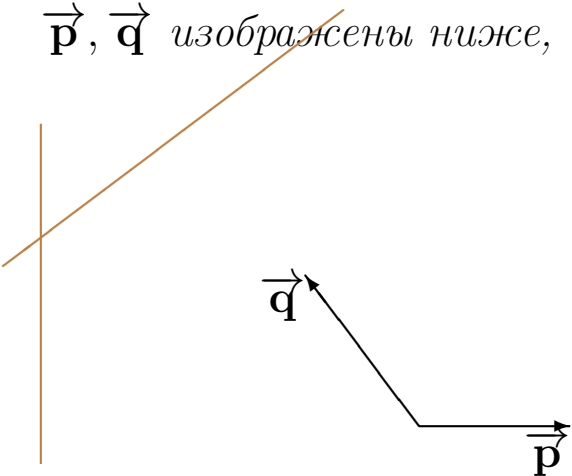
Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение.

Итак, требуемый вектор $\vec{x}$ можно задать



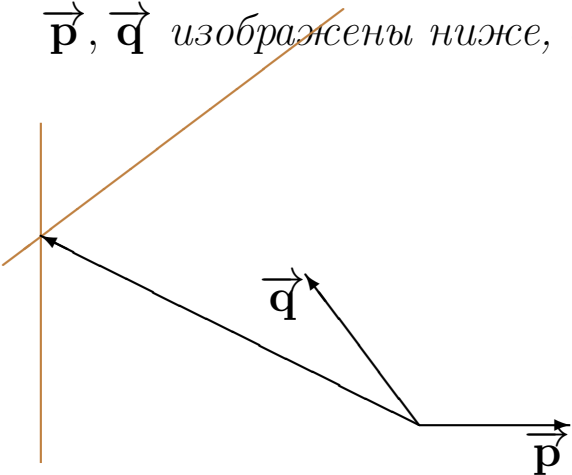
Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.



Решение.

Итак, требуемый вектор $\vec{x}$ можно задать направленным отрезком, выходящим из начала координат, конец которого принадлежит пересечению «коричневых прямых».

Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

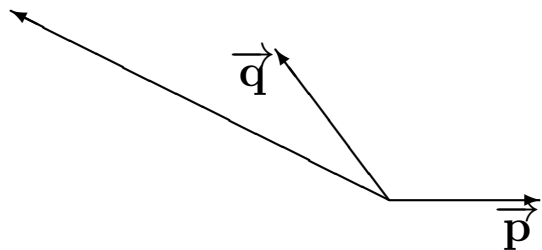


Решение.

Итак, требуемый вектор $\vec{x}$ можно задать направленным отрезком, выходящим из начала координат, конец которого принадлежит пересечению «коричневых прямых».

Пример 3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (\vec{x}, \vec{p}) = -40, \\ (\vec{x}, \vec{q}) = 50, \end{cases}$ где $\vec{p}, \vec{q}$ изображены ниже, если $|\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 5$.

Решение. Мы получили требуемый вектор средствами **векторно-геометрической модели векторной алгебры**.



Вернёмся к лекции или решим задачу?

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

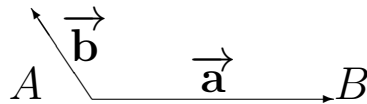
Решение. Мы предложим три (!) способа решения этой задачи:
решение средствами векторно-геометрической модели;
решение средствами векторно-символической модели;
решение средствами координатной модели.

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

Первый способ: решение средствами
векторно-геометрической модели.

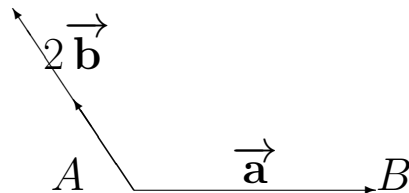
Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Первый способ: решение средствами
векторно-геометрической модели.



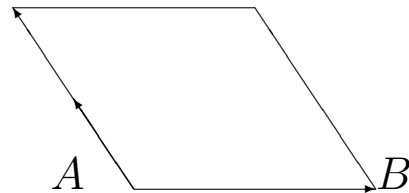
Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Первый способ: решение средствами D
векторно-геометрической модели.



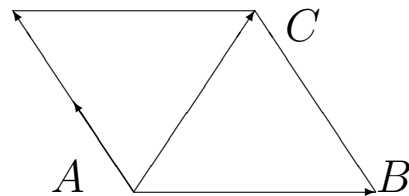
Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Первый способ: решение средствами D
векторно-геометрической модели.



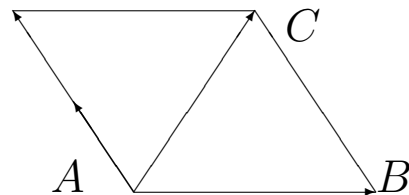
Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Первый способ: решение средствами *D*
векторно-геометрической модели.



Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

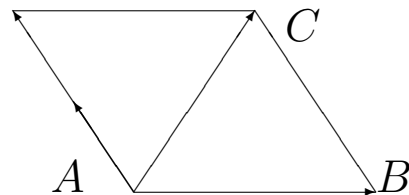
Первый способ: решение средствами *D*
векторно-геометрической модели.



Параллелограмм $ABCD$ является ромбом, поэтому AC — его диагональ, следовательно, $\angle BAC =$

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

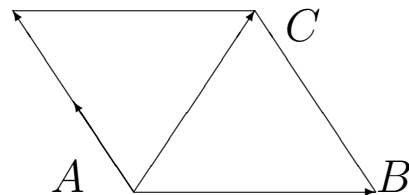
Первый способ: решение средствами *D*
векторно-геометрической модели.



Параллелограмм $ABCD$ является ромбом, поэтому AC — его диагональ, следовательно, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$.

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Первый способ: решение средствами *D*
векторно-геометрической модели.

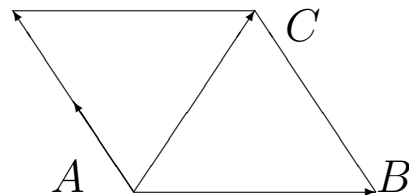


Параллелограмм $ABCD$ является ромбом, поэтому AC — его диагональ, следовательно, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$.

Это угол при основании AC равнобедренного $\triangle ABC$.

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

Первый способ: решение средствами *D*
векторно-геометрической модели.



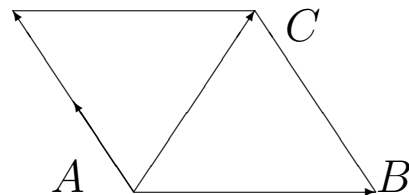
Параллелограмм $ABCD$ является ромбом, поэтому AC — его диагональ, следовательно, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$.

Это угол при основании AC равнобедренного $\triangle ABC$.

Поэтому этот треугольник — равносторонний, следовательно,
 $|\vec{AC}| = |\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}| =$

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

Первый способ: решение средствами *D*
векторно-геометрической модели.



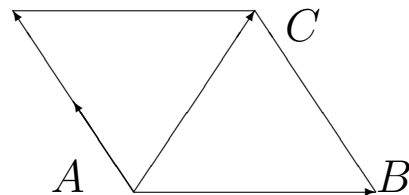
Параллелограмм $ABCD$ является ромбом, поэтому AC — его диагональ, следовательно, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$.

Это угол при основании AC равнобедренного $\triangle ABC$.

Поэтому этот треугольник — равносторонний, следовательно, $|\vec{AC}| = |\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}| = 2$.

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Первый способ: решение средствами **векторно-геометрической модели**.



Параллелограмм $ABCD$ является ромбом, поэтому AC — его диагональ, следовательно, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$.

Это угол при основании AC равнобедренного $\triangle ABC$.

Поэтому этот треугольник — равносторонний, следовательно, $|\vec{AC}| = |\vec{a} + 2\vec{b}| = 2$.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **решение этой задачи средствами векторно-символической модели?**

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

Второй способ: решение средствами **векторно-символической модели**.

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

Второй способ: решение средствами **векторно-символической модели**.

Тот факт, что нам известны длины векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$, а также угол между ними, наводит на мысль свести каким-то образом вычисление величины $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$ к скалярному произведению векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$.

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Второй способ: решение средствами **векторно-символической модели**.

Тот факт, что нам известны длины векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, а также угол между ними, наводит на мысль свести каким-то образом вычисление величины $|\vec{a} + 2\vec{b}|$ к скалярному произведению векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Это можно сделать, используя **свойства скалярного произведения**, а именно,

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

Второй способ: решение средствами **векторно-символической модели**.

$$|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}| =$$

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

Второй способ: решение средствами **векторно-символической модели**.

$$|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}| = \sqrt{(\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}})} =$$

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

Второй способ: решение средствами **векторно-символической модели**.

$$\begin{aligned} |\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}| &= \sqrt{(\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}})} = \\ &= \sqrt{(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{a}}) + 2(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}) + 2(\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}) + 4(\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{b}})} = \end{aligned}$$

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

Второй способ: решение средствами **векторно-символической модели**.

$$\begin{aligned} |\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}| &= \sqrt{(\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}})} = \\ &= \sqrt{(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{a}}) + 2(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}) + 2(\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}) + 4(\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{b}})} = \\ &= \sqrt{4 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} + 4} = \end{aligned}$$

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

Второй способ: решение средствами **векторно-символической модели**.

$$\begin{aligned} |\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}| &= \sqrt{(\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}})} = \\ &= \sqrt{(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{a}}) + 2(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}) + 2(\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}) + 4(\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{b}})} = \\ &= \sqrt{4 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} + 4} = 2. \end{aligned}$$

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

Второй способ: решение средствами **векторно-символической модели**.

$$\begin{aligned} |\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}| &= \sqrt{(\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}})} = \\ &= \sqrt{(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{a}}) + 2(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}) + 2(\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}) + 4(\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{b}})} = \\ &= \sqrt{4 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} + 4} = 2. \end{aligned}$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **решение этой задачи средствами координатной модели?**

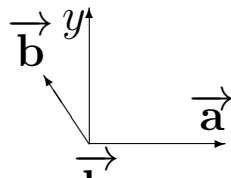
Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**.

Как все было бы просто, если бы мы знали координаты векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$ в какой-нибудь прямоугольной декартовой системе координат!

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

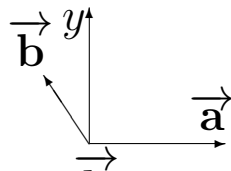
Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{\mathbf{a}} = 2\vec{\mathbf{i}}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{\mathbf{b}}$.

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

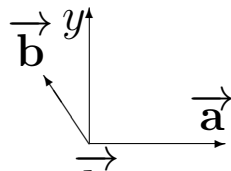
Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.
«Конструктивное нахождение» основано на знании длины вектора $\vec{b}$ и углов между вектором $\vec{b}$ и осями координат.

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.

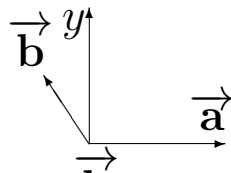


Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.
«Конструктивное нахождение» основано на знании длины вектора $\vec{b}$ и углов между вектором $\vec{b}$ и осями координат.

Абсцисса равна

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



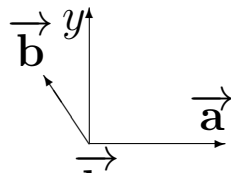
Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

«Конструктивное нахождение» основано на знании длины вектора $\vec{b}$ и углов между вектором $\vec{b}$ и осями координат.

Абсцисса равна $1 \cdot \cos \frac{2}{3}\pi = -\frac{1}{2}$,

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



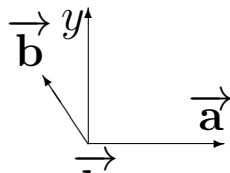
Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

«Конструктивное нахождение» основано на знании длины вектора $\vec{b}$ и углов между вектором $\vec{b}$ и осями координат.

Абсцисса равна $1 \cdot \cos \frac{2}{3}\pi = -\frac{1}{2}$, а ордината —

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



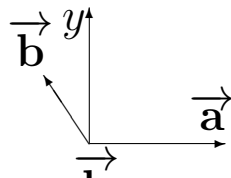
Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

«Конструктивное нахождение» основано на знании длины вектора $\vec{b}$ и углов между вектором $\vec{b}$ и осями координат.

Абсцисса равна $1 \cdot \cos \frac{2}{3}\pi = -\frac{1}{2}$, а ордината — $1 \cdot \sin \frac{2}{3}\pi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

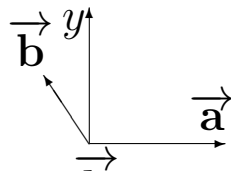
«Конструктивное нахождение» основано на знании длины вектора $\vec{b}$ и углов между вектором $\vec{b}$ и осями координат.

Абсцисса равна $1 \cdot \cos \frac{2}{3}\pi = -\frac{1}{2}$, а ордината — $1 \cdot \sin \frac{2}{3}\pi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Таким образом, имеем $\vec{b} \left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.

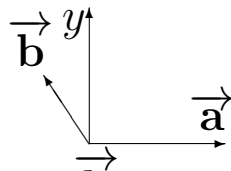


Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

А если бы мы не догадались найти эти координаты с помощью тригонометрии?

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.

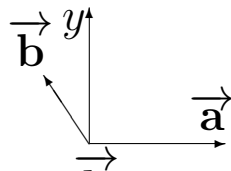


Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



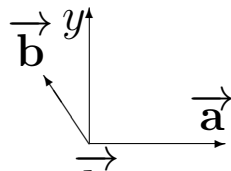
Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



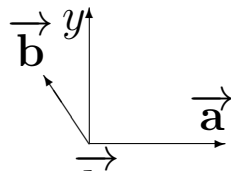
Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Координаты вектора.

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

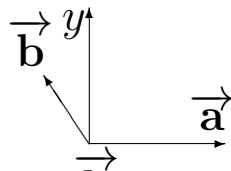
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Координаты вектора.

В каком виде представим ответ?

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

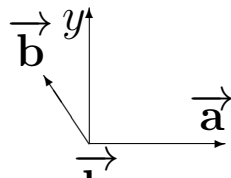
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Координаты вектора.

В каком виде представим ответ? Строкой из двух чисел.

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

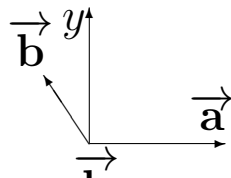
Что надо найти? Координаты вектора.

В каком виде представим ответ? Строкой из двух чисел.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Координаты вектора.

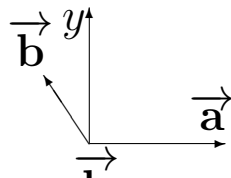
В каком виде представим ответ? Строкой из двух чисел.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Пусть $(\alpha; \beta)$ — искомые координаты.

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

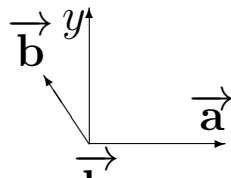
Применим **стратегию составления уравнений**.

Пусть $(\alpha; \beta)$ — искомые координаты.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Пусть $(\alpha; \beta)$ — искомые координаты.

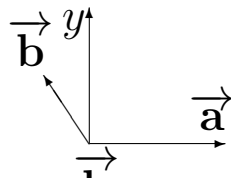
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\underbrace{|\vec{b}|}_{=}$$

С помощью координатной модели...

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Пусть $(\alpha; \beta)$ — искомые координаты.

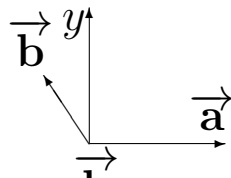
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\alpha^2 + \beta^2 \underbrace{\quad \vec{b} \quad}_{\equiv}$$

С помощью координатной модели...

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Пусть $(\alpha; \beta)$ — искомые координаты.

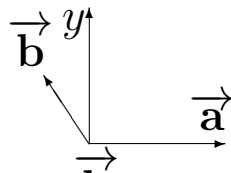
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\alpha^2 + \beta^2 \underbrace{\quad \vec{b} \quad}_{=}$$

Из геометрических соображений...

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Пусть $(\alpha; \beta)$ — искомые координаты.

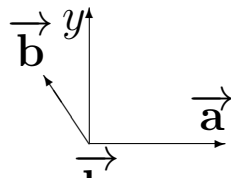
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\alpha^2 + \beta^2 \underbrace{\quad \vec{b} \quad}_{= 1}$$

Из геометрических соображений...

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Пусть $(\alpha; \beta)$ — искомые координаты.

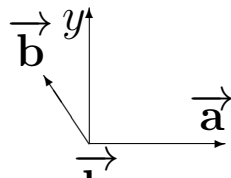
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1, \quad \underbrace{(\vec{a}, \vec{b})}_{=}$$

С помощью координатной модели...

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Пусть $(\alpha; \beta)$ — искомые координаты.

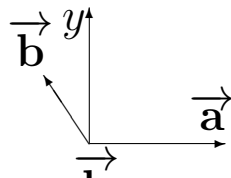
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1, \quad 2\alpha + 0\beta \underbrace{(\vec{a}, \vec{b})}_{=}$$

С помощью координатной модели...

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Пусть $(\alpha; \beta)$ — искомые координаты.

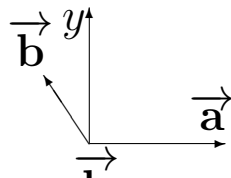
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1, \quad 2\alpha + 0\beta \underbrace{(\vec{a}, \vec{b})}_{=}$$

Из **геометрических соображений**...

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Пусть $(\alpha; \beta)$ — искомые координаты.

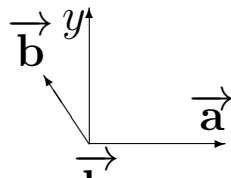
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1, \quad 2\alpha + 0\beta \underbrace{\left(\vec{a}, \vec{b} \right)}_{=} 2 \cdot 1 \cdot \cos \frac{2\pi}{3} =$$

Из **геометрических соображений**...

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

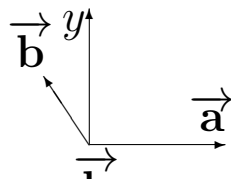
Пусть $(\alpha; \beta)$ — искомые координаты.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1, \quad 2\alpha + 0\beta \underbrace{\left(\vec{a}, \vec{b} \right)}_{=} 2 \cdot 1 \cdot \cos \frac{2\pi}{3} = -1$$

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



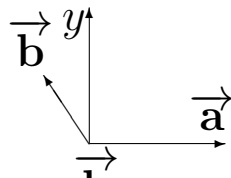
Тогда $\vec{a} = 2\vec{i}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{b}$.

$$\begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = 1, \\ 2\alpha = -1, \\ \beta > 0. \end{cases}$$

Последнее неравенство обусловлено тем, что угол между вектором $\vec{b}$ и осью Oy — острый.

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{\mathbf{a}} = 2\vec{\mathbf{i}}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{\mathbf{b}}$.

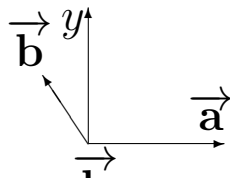
$$\begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = 1, \\ 2\alpha = -1, \\ \beta > 0. \end{cases}$$

Последнее неравенство обусловлено тем, что угол между вектором $\vec{\mathbf{b}}$ и осью Oy — острый.

Решив систему, получаем $\vec{\mathbf{b}} =$

Пример 4. Пусть $|\vec{\mathbf{a}}| = 2$, $|\vec{\mathbf{b}}| = 1$, $\angle \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Тогда $\vec{\mathbf{a}} = 2\vec{\mathbf{i}}$. Осталось найти координаты вектора $\vec{\mathbf{b}}$.

$$\begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = 1, \\ 2\alpha = -1, \\ \beta > 0. \end{cases}$$

Последнее неравенство обусловлено тем, что угол между вектором $\vec{\mathbf{b}}$ и осью Oy — острый.

Решив систему, получаем $\vec{\mathbf{b}} = -\frac{1}{2}\vec{\mathbf{i}} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\mathbf{j}}$.

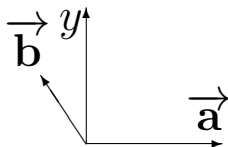
Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.

$$\text{Итак, } \vec{a} = 2\vec{i}, \quad \vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}.$$

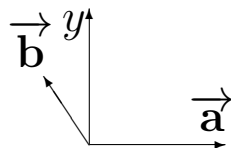
Окончательно получаем

$$|\vec{a} + 2\vec{b}| =$$



Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



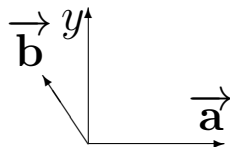
Итак, $\vec{a} = 2\vec{i}$, $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$.

Окончательно получаем

$$|\vec{a} + 2\vec{b}| = \left| 2\vec{i} + 2\left(-\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}\right) \right| =$$

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



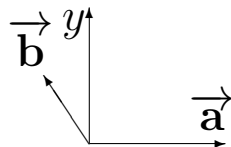
Итак, $\vec{a} = 2\vec{i}$, $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$.

Окончательно получаем

$$|\vec{a} + 2\vec{b}| = \left| 2\vec{i} + 2\left(-\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}\right) \right| = \sqrt{1+3} =$$

Пример 4. Пусть $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle \vec{a}, \vec{b} = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

Третий способ: решение средствами **координатной модели**. Введем прямоугольную декартову систему координат.



Итак, $\vec{a} = 2\vec{i}$, $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$.

Окончательно получаем

$$|\vec{a} + 2\vec{b}| = \left| 2\vec{i} + 2\left(-\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}\right) \right| = \sqrt{1+3} = 2,$$

что, разумеется, совпадает с результатами предыдущих вычислений.

Вернёмся к лекции?

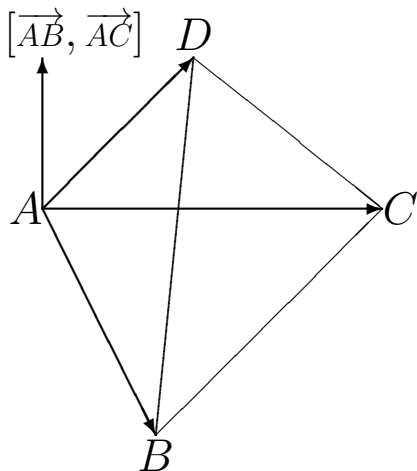
Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

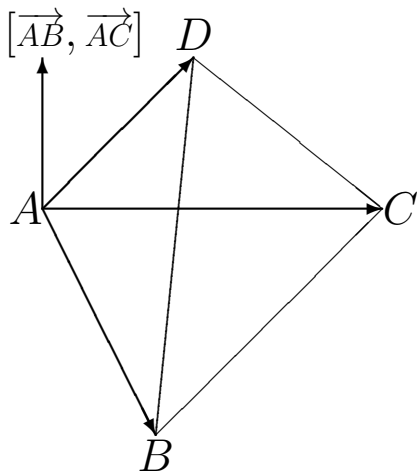
Решение.

Нам надо
представить $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в
виде
 $?\vec{AB} + ?\vec{AC} + ?\vec{AD}$.



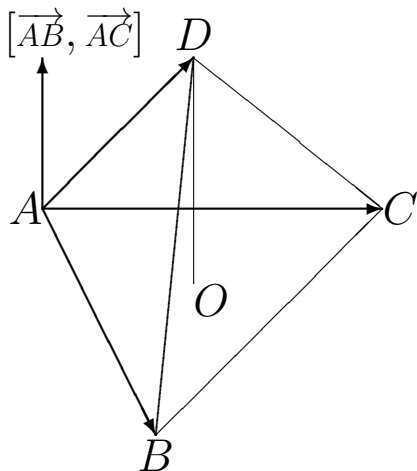
Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.
«Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир»: напрашивается провести высоту из вершины D .



Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.
 «Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир»: напрашивается провести высоту из вершины D .

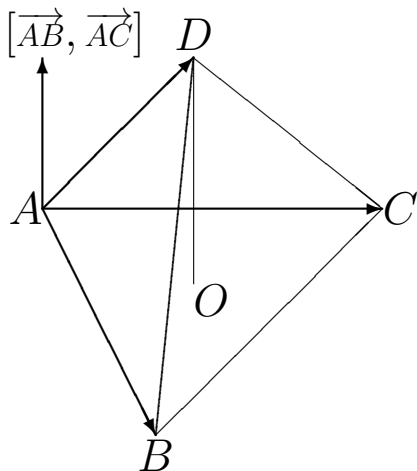


Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

«Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир»: напрашивается провести высоту из вершины D .

Отложим вектор $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ от центра основания тетраэдра $ABCD$.

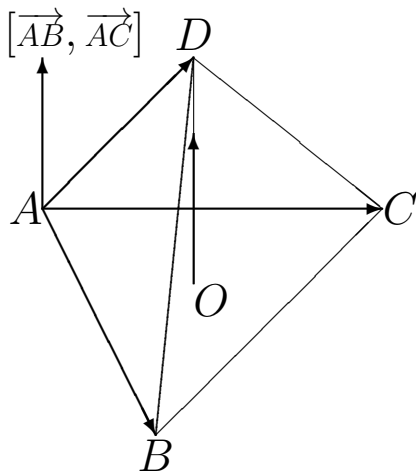


Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

«Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир»: напрашивается провести высоту из вершины D .

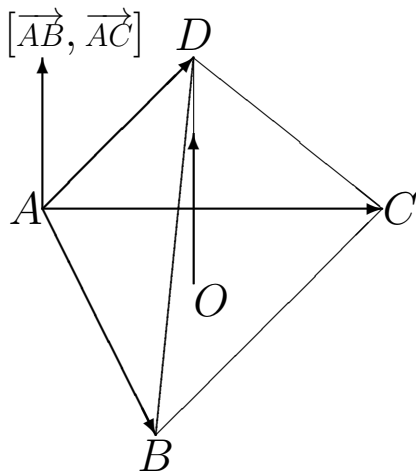
Отложим вектор $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ от центра основания тетраэдра $ABCD$.



Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

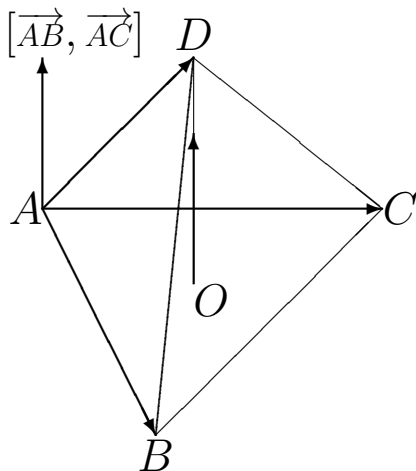
Решение.

«Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир»: напрашивается воспользоваться **коллинеарностью** искомого вектора и вектора $\vec{OD}$.



Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.
 «Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир»: напрашивается воспользоваться **коллинеарностью** искомого вектора и вектора $\vec{OD}$.

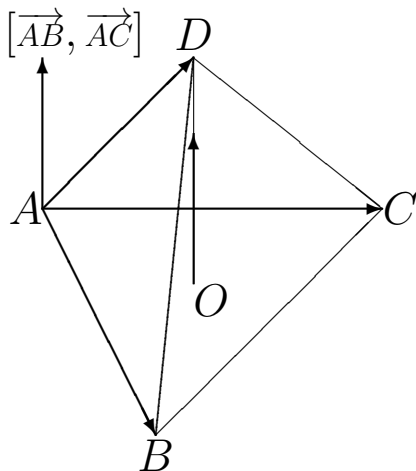


Коэффициент λ найдем

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

«Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир»: напрашивается воспользоваться **коллинеарностью** искомого вектора и вектора $\overrightarrow{OD}$.

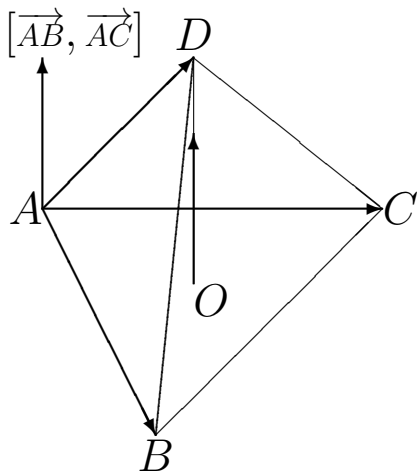


Коэффициент λ найдем из отношения модулей векторов.

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

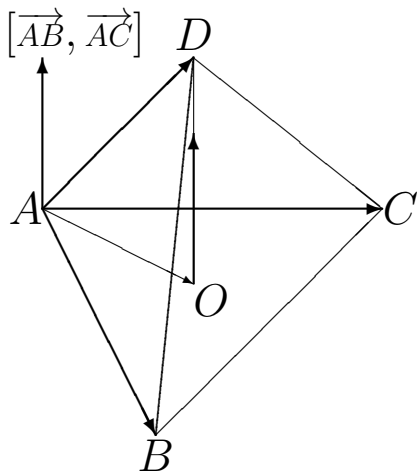
Итак, сначала получим требуемое разложение для $\vec{OD}$.



Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

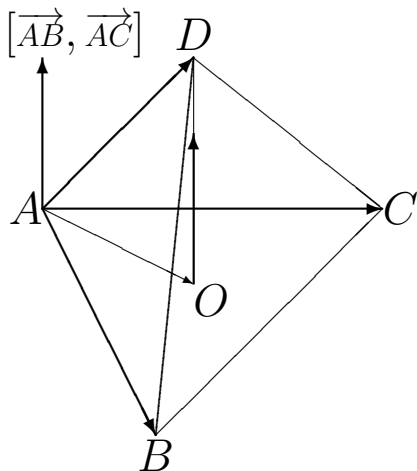
Итак, сначала получим требуемое разложение для $\vec{OD}$.



Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

Итак, сначала получим требуемое разложение для $\overrightarrow{OD}$.

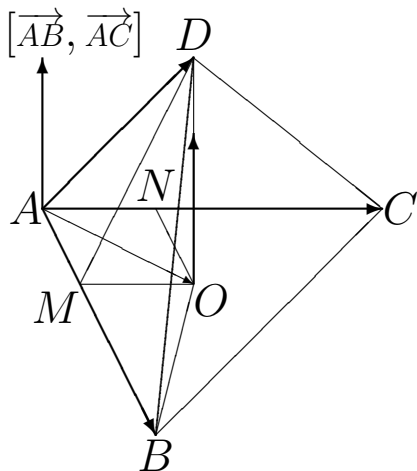


$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AO} =$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

Итак, сначала получим требуемое разложение для $\overrightarrow{OD}$.

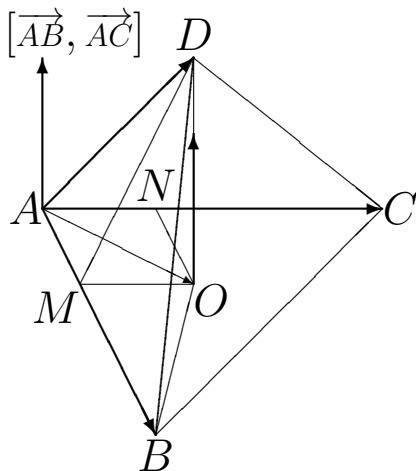


$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AO} =$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

Итак, сначала получим требуемое разложение для $\overrightarrow{OD}$.

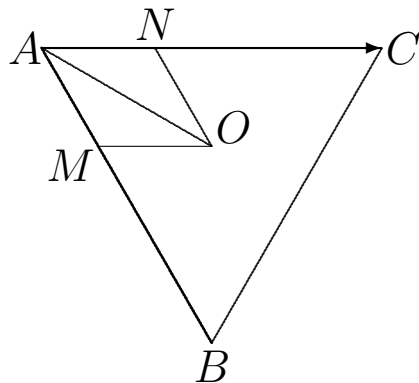
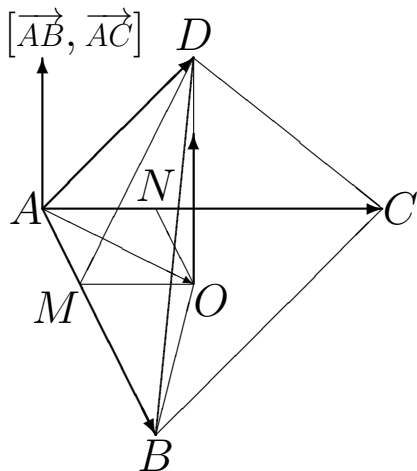


$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AD} - (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}) =$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

Итак, сначала получим требуемое разложение для $\overrightarrow{OD}$.

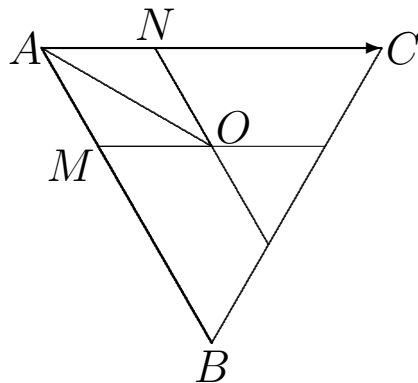
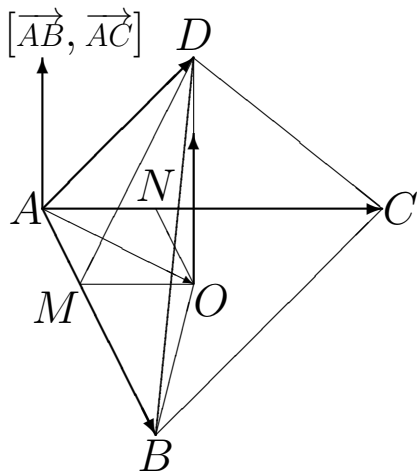


$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AD} - (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}) =$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

Итак, сначала получим требуемое разложение для $\overrightarrow{OD}$.

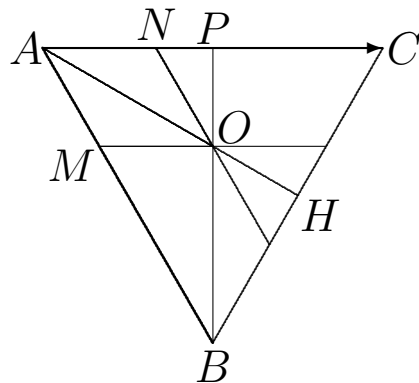
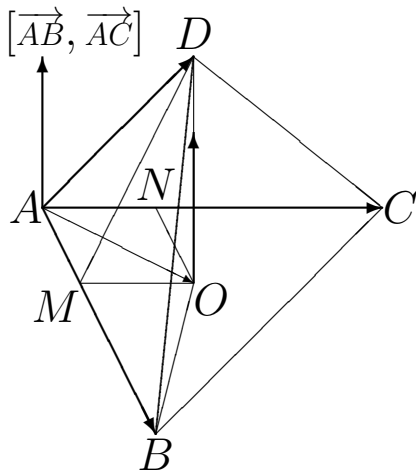


$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AD} - (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}) =$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

Итак, сначала получим требуемое разложение для $\overrightarrow{OD}$.

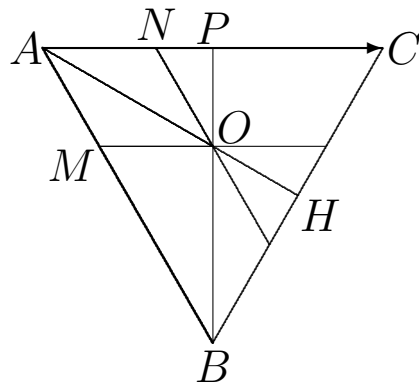
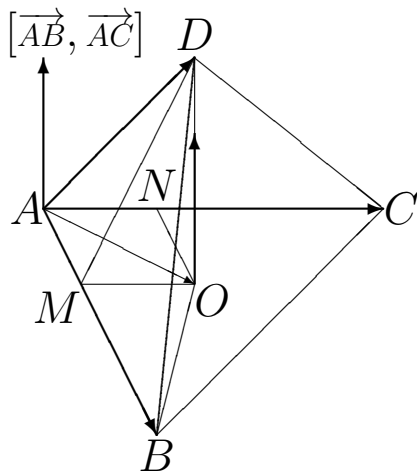


$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AD} - (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}) =$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

Учтем, что медиана делится точкой пересечения в отношении 2:1, т.е. $PO = \frac{1}{3}BP$, откуда $\vec{AM} =$
 $\vec{AN} =$

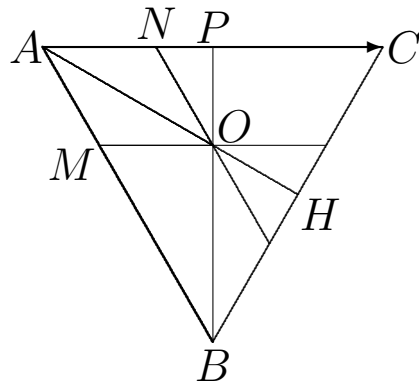
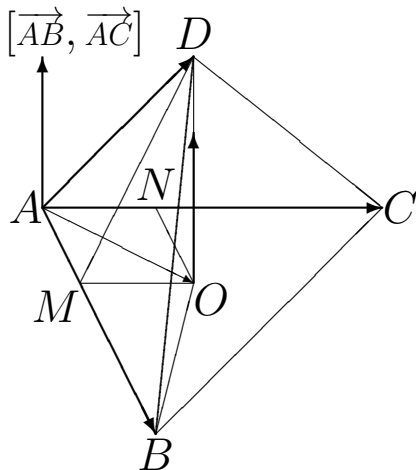


$$\vec{OD} = \vec{AD} - \vec{AO} = \vec{AD} - (\vec{AM} + \vec{AN}) =$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

Учтем, что медиана делится точкой пересечения в отношении 2:1, т.е. $PO = \frac{1}{3}BP$, откуда $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

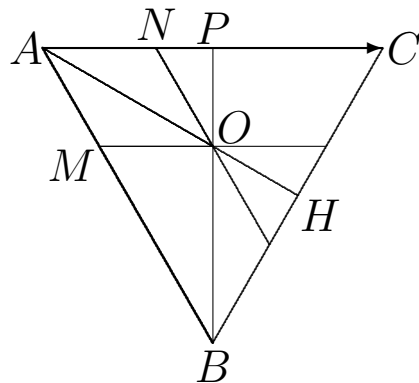
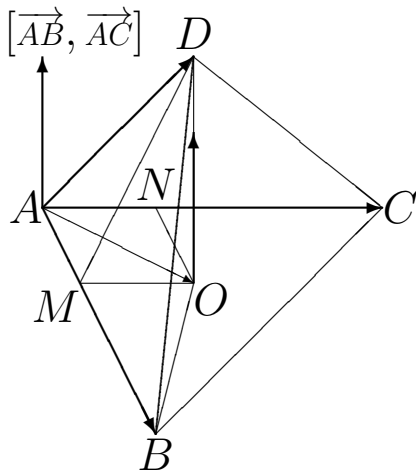


$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AD} - (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}) =$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

Учтем, что медиана делится точкой пересечения в отношении 2:1, т.е. $PO = \frac{1}{3}BP$, откуда $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB}$, $\vec{AN} = \frac{1}{3}\vec{AC}$.

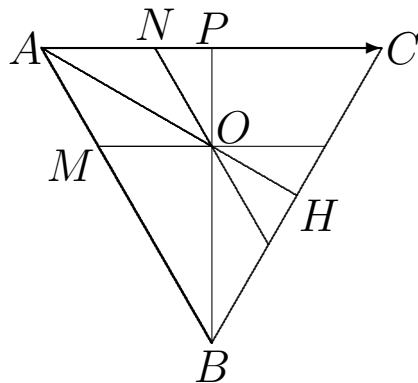
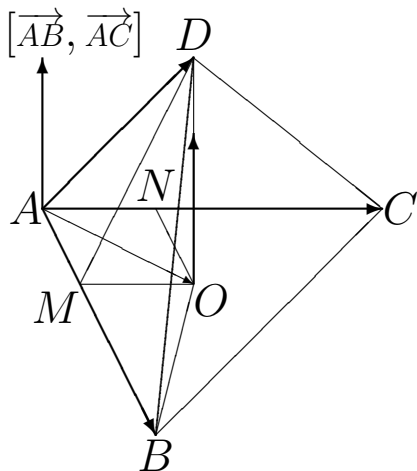


$$\vec{OD} = \vec{AD} - \vec{AO} = \vec{AD} - (\vec{AM} + \vec{AN}) = \vec{AD} - \left(\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} \right).$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

Учтем, что медиана делится точкой пересечения в отношении 2:1, т.е. $PO = \frac{1}{3}BP$, откуда $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB}$, $\vec{AN} = \frac{1}{3}\vec{AC}$.

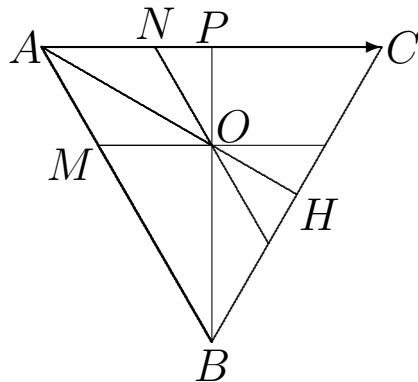
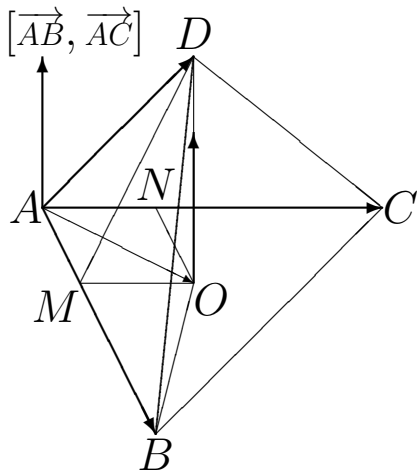


$$\vec{OD} = \vec{AD} - \vec{AO} = \vec{AD} - (\vec{AM} + \vec{AN}) = \vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

Осталось найти отношение длин векторов $\vec{OD}$ и $[\vec{AB}, \vec{AC}]$.

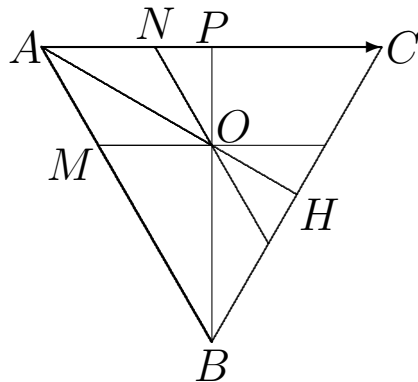
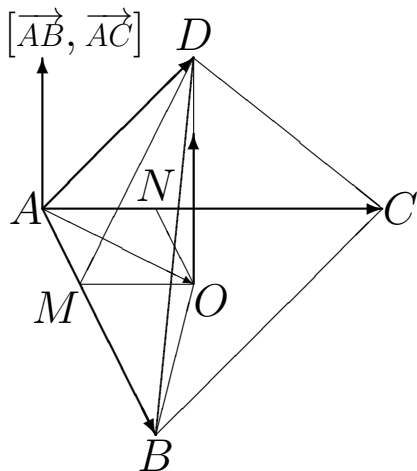


$$\vec{OD} = \vec{AD} - \vec{AO} = \vec{AD} - (\vec{AM} + \vec{AN}) = \vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

$$|[\vec{AB}, \vec{AC}]| =$$

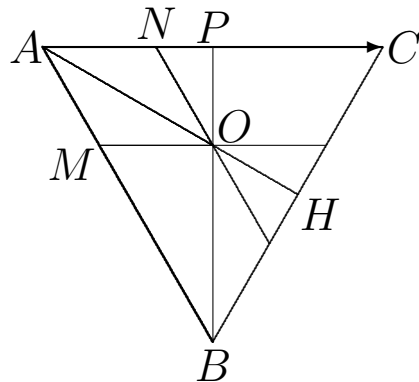
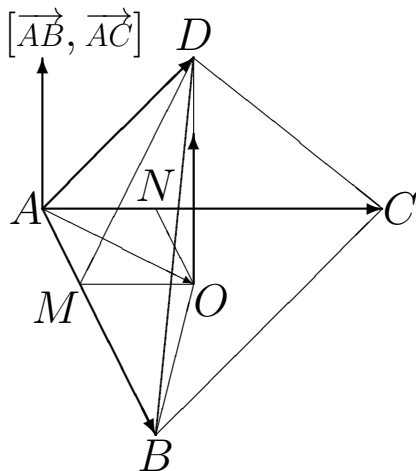


$$\vec{OD} = \vec{AD} - \vec{AO} = \vec{AD} - (\vec{AM} + \vec{AN}) = \vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| &= \\ &= 1 \cdot 1 \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \end{aligned}$$

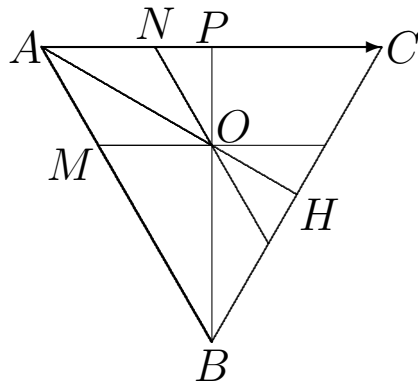
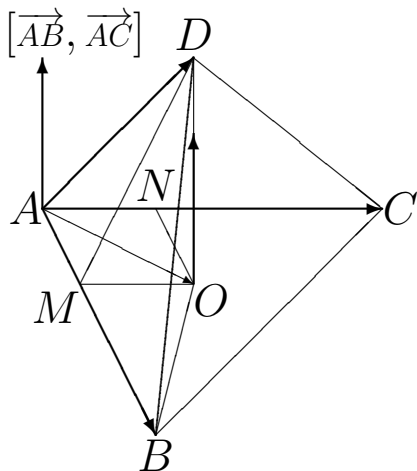


$$\vec{OD} = \vec{AD} - \vec{AO} = \vec{AD} - (\vec{AM} + \vec{AN}) = \vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| &= \\ &= 1 \cdot 1 \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$



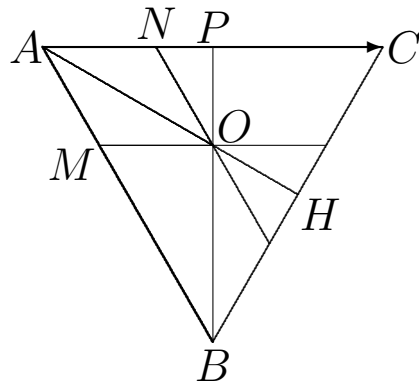
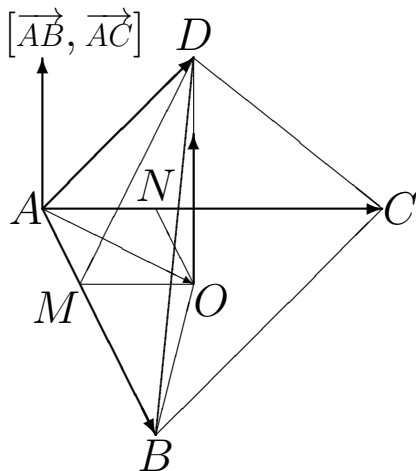
$$\vec{OD} = \vec{AD} - \vec{AO} = \vec{AD} - (\vec{AM} + \vec{AN}) = \vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

$$\left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\left| \vec{OD} \right| =$$

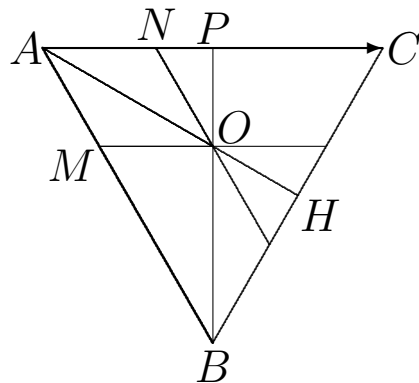
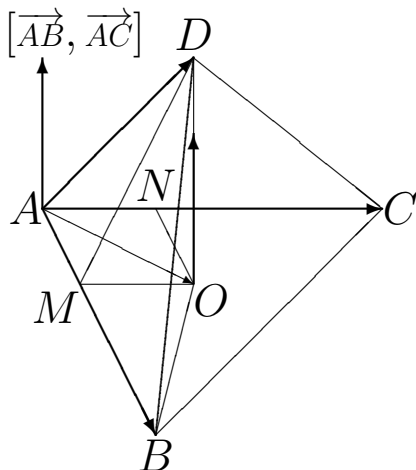


$$\vec{OD} = \vec{AD} - \vec{AO} = \vec{AD} - (\vec{AM} + \vec{AN}) = \vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| &= \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \left| \vec{OD} \right| &= \sqrt{AD^2 - AO^2} = \end{aligned}$$

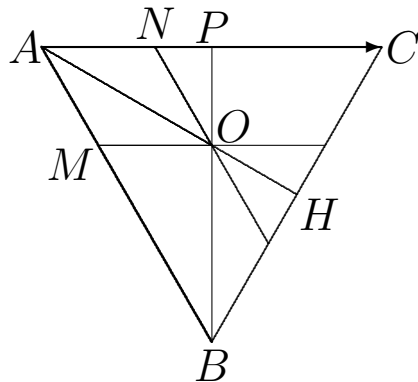
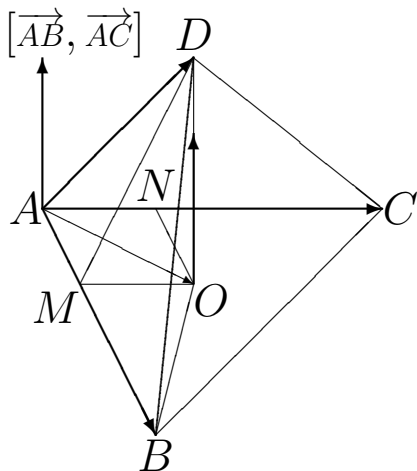


$$\vec{OD} = \vec{AD} - \vec{AO} = \vec{AD} - (\vec{AM} + \vec{AN}) = \vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| &= \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \left| \vec{OD} \right| &= \sqrt{AD^2 - AO^2} = \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}AH\right)^2} = \end{aligned}$$

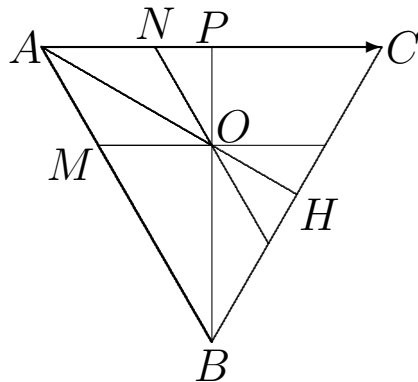
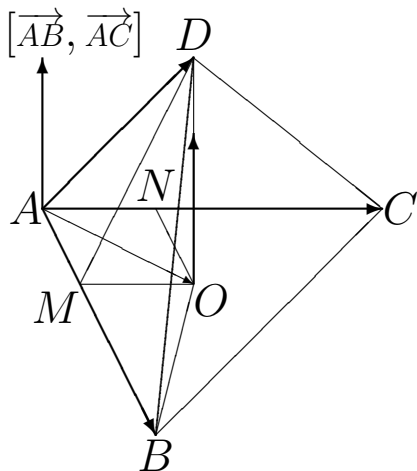


$$\vec{OD} = \vec{AD} - \vec{AO} = \vec{AD} - (\vec{AM} + \vec{AN}) = \vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| &= \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \left| \vec{OD} \right| &= \sqrt{AD^2 - AO^2} = \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}AH \right)^2} = \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} = \end{aligned}$$

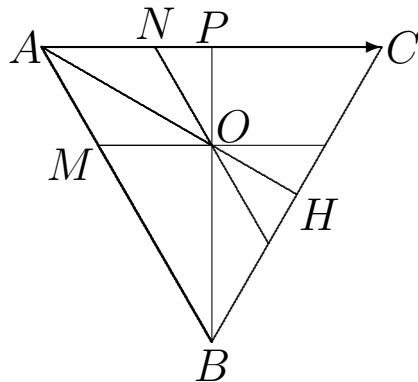
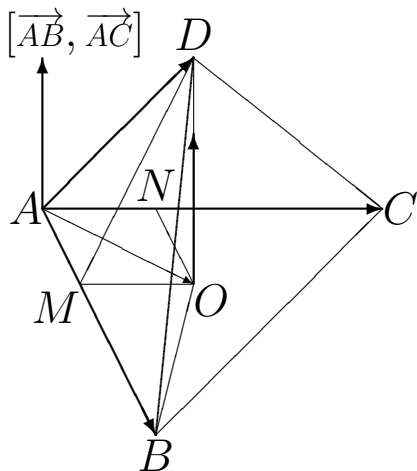


$$\vec{OD} = \vec{AD} - \vec{AO} = \vec{AD} - \left(\vec{AM} + \vec{AN} \right) = \vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| &= \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \left| \vec{OD} \right| &= \sqrt{AD^2 - AO^2} = \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}AH \right)^2} = \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$



$$\vec{OD} = \vec{AD} - \vec{AO} = \vec{AD} - (\vec{AM} + \vec{AN}) = \vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

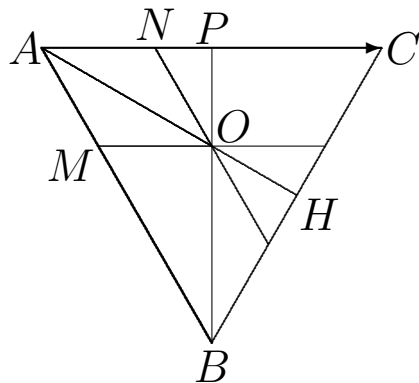
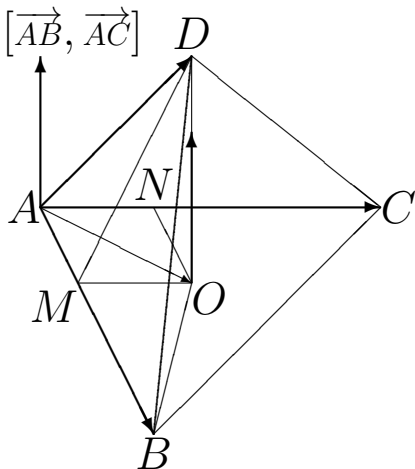
Решение.

$$|[\vec{AB}, \vec{AC}]| = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$|\vec{OD}| = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}},$$

$$\vec{OD} = \vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] =$$



Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

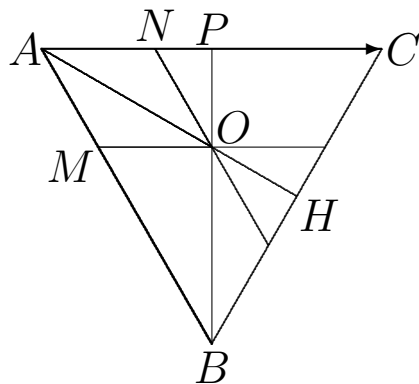
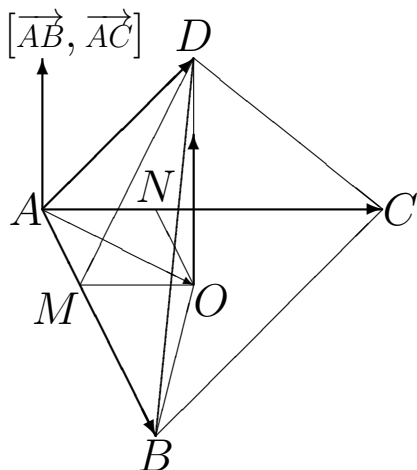
Решение.

$$\left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$|\vec{OD}| = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}},$$

$$\vec{OD} = \vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) \vec{OD} =$$



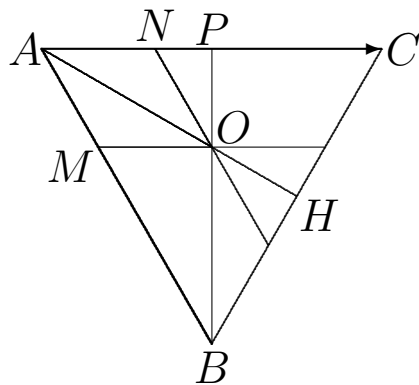
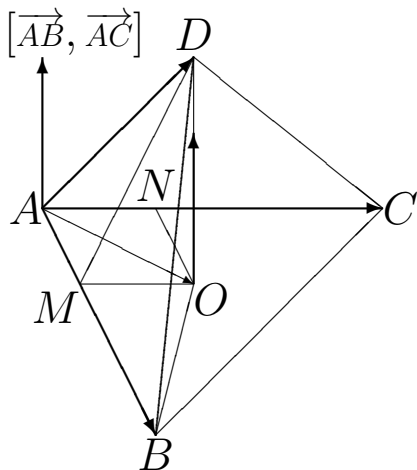
Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

$$|[\vec{AB}, \vec{AC}]| = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$|\vec{OD}| = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}},$$

$$\vec{OD} = \vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}.$$



$$[\vec{AB}, \vec{AC}] = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) \vec{OD} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \left(\vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC} \right).$$

Пример 5. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Решение.

$$\begin{aligned} [\vec{AB}, \vec{AC}] &= \frac{2}{2\sqrt{2}} \left(\vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AB} \right) = \\ &= -\frac{1}{2\sqrt{2}}\vec{AB} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\vec{AB} + \frac{3}{2\sqrt{2}}\vec{AD}. \end{aligned}$$

Вернуться к лекции или рассмотреть **решение средствами векторно-символической модели?**

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти?

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

В каком виде представим ответ?

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

В каком виде представим ответ? $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = ?\overrightarrow{AB} + ?\overrightarrow{AC} + ?\overrightarrow{AD}$.

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

В каком виде представим ответ? $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = ?\overrightarrow{AB} + ?\overrightarrow{AC} + ?\overrightarrow{AD}$.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

В каком виде представим ответ? $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = ?\overrightarrow{AB} + ?\overrightarrow{AC} + ?\overrightarrow{AD}$.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

В каком виде представим ответ? $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = ?\overrightarrow{AB} + ?\overrightarrow{AC} + ?\overrightarrow{AD}$.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow (x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) = 0,$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow (x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) = 0,$$

$$x(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) + y(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) + z(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) = 0,$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow (x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) = 0,$$

$$x(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) + y(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) + z(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) = 0,$$

$$x + y\frac{1}{2} + z\frac{1}{2} = 0.$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$2x + y + z = 0.$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$2x + y + z = 0.$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow (x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}) = 0,$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$2x + y + z = 0.$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow (x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}) = 0,$$

$$x(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + y(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}) + z(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}) = 0,$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$2x + y + z = 0.$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow (x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}) = 0,$$

$$x(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + y(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}) + z(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}) = 0,$$

$$x\frac{1}{2} + y + z\frac{1}{2} = 0.$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

$$\underbrace{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|^2}_{=}$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

$$\left(x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}, x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD} \right) \underbrace{=}_{||[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]||^2}$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

$$\left(x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}, x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}\right) \underbrace{|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}_{=}|^2 \left(1 \cdot 1 \cdot \sin \frac{\pi}{3}\right)^2,$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

$$\left(x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}, x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}\right) \underbrace{=}_{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|^2} \left(1 \cdot 1 \cdot \sin \frac{\pi}{3}\right)^2,$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = \frac{3}{4}.$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 0, \\ 2x + y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 0, \\ 2x + y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 0, \\ -3y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 0, \\ -3y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y, \\ z = -3y \end{cases} \Leftrightarrow$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} x = y, \\ z = -3y, \\ x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 0, \\ -3y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y, \\ z = -3y \end{cases} \Leftrightarrow$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} x = y, \\ z = -3y, \\ x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

$$y^2 + y^2 + 9y^2 + yy - 3yy - 3yy = \frac{3}{4} \Leftrightarrow$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} x = y, \\ z = -3y, \\ x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

$$y^2 + y^2 + 9y^2 + yy - 3yy - 3yy = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 6y^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} x = y, \\ z = -3y, \\ x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

$$y^2 + y^2 + 9y^2 + yy - 3yy - 3yy = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 6y^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}, \quad \begin{cases} x = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}, \\ y = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}, \\ z = \mp \frac{3}{2\sqrt{2}}. \end{cases}$

Если тройка $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ является **правой**, то

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] =$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}, \quad \begin{cases} x = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}, \\ y = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}, \\ z = \mp \frac{3}{2\sqrt{2}}. \end{cases}$

Если тройка $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ является **правой**, то

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = -\frac{1}{2\sqrt{2}}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2\sqrt{2}}\overrightarrow{AD}.$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}, \quad \begin{cases} x = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}, \\ y = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}, \\ z = \mp \frac{3}{2\sqrt{2}}. \end{cases}$

Если тройка $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ является **левой**, то

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \frac{1}{2\sqrt{2}}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2\sqrt{2}}\overrightarrow{AC} - \frac{3}{2\sqrt{2}}\overrightarrow{AD}.$$

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Ответ. Если тройка $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$ является **правой**, то

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] = -\frac{1}{2\sqrt{2}}\vec{AB} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\vec{AC} + \frac{3}{2\sqrt{2}}\vec{AD}.$$

Если тройка $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$ является **левой**, то

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] = \frac{1}{2\sqrt{2}}\vec{AB} + \frac{1}{2\sqrt{2}}\vec{AC} - \frac{3}{2\sqrt{2}}\vec{AD}.$$

Это ответ совпадает с результатом, полученным средствами **векторно-геометрической модели**.

Пример 6. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Ответ. Если тройка $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ является **правой**, то

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = -\frac{1}{2\sqrt{2}}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2\sqrt{2}}\overrightarrow{AD}.$$

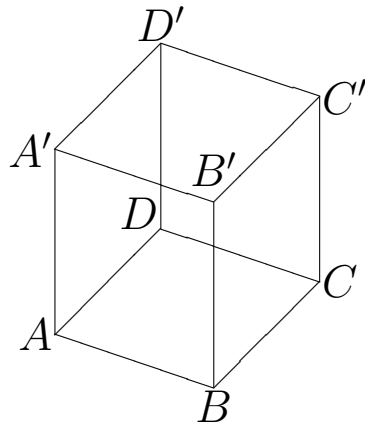
Если тройка $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ является **левой**, то

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \frac{1}{2\sqrt{2}}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2\sqrt{2}}\overrightarrow{AC} - \frac{3}{2\sqrt{2}}\overrightarrow{AD}.$$

Вернуться к **лекции о векторно-геометрической модели векторной алгебры**, к **лекции о векторно-символической модели векторной алгебры**, рассмотреть решение координатным методом или **рассмотреть другой пример?**

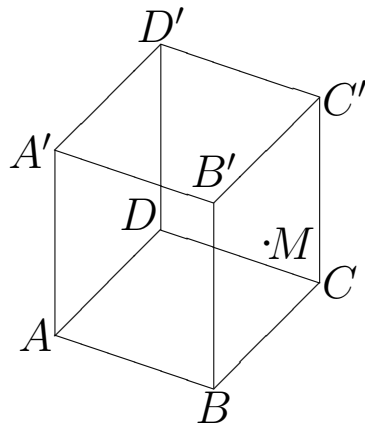
Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение.



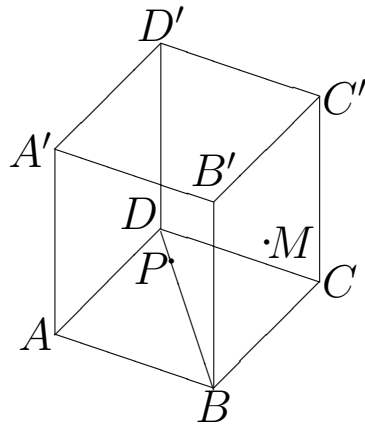
Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение.



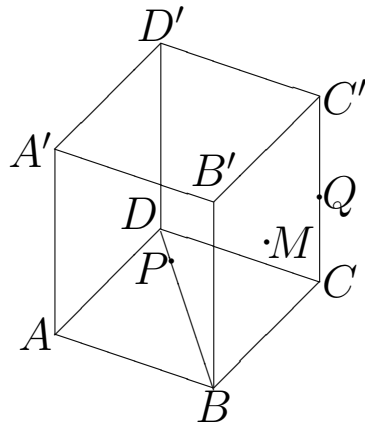
Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение.



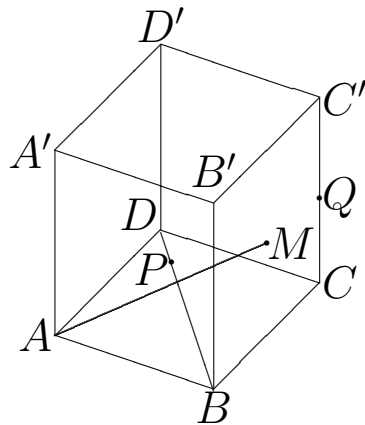
Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение.



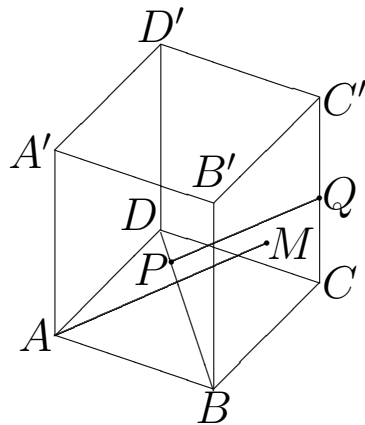
Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение.



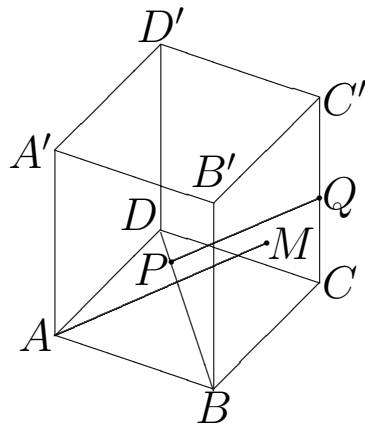
Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение.



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

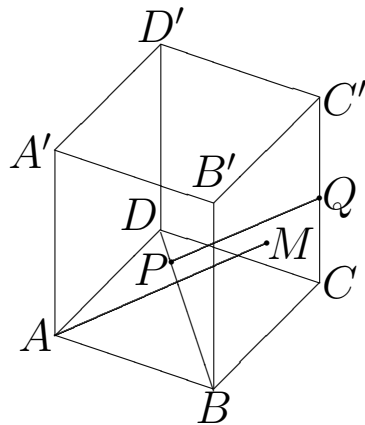
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

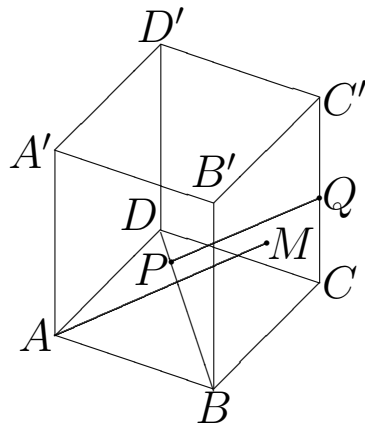
Что надо найти?



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение длин.

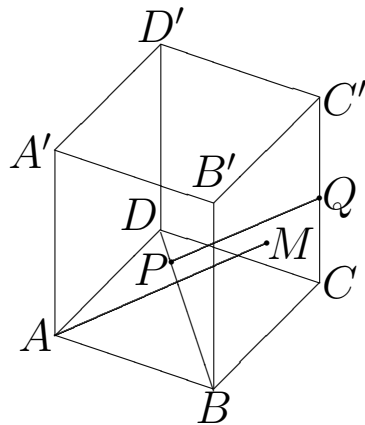


Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение длин.

В каком виде запишем ответ?



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

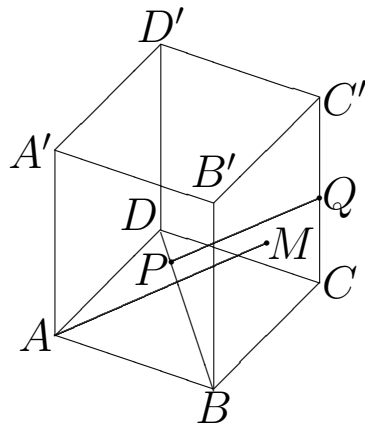
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение длин.

В каком виде запишем ответ?

Арифметическим выражением.

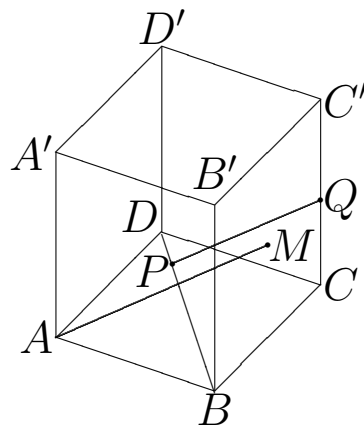
Арифметическим выражением.



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

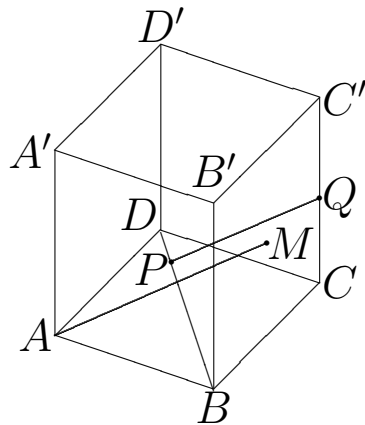
Введем переменные.



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

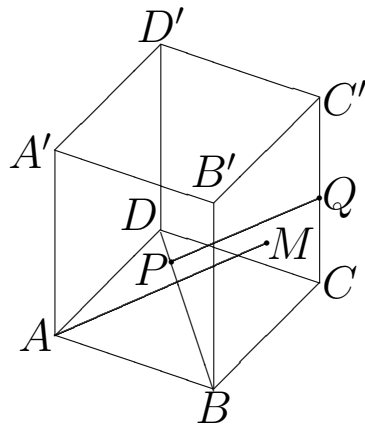
Введем переменные. Поскольку требуется найти отношение длин параллельных отрезков, то напрашивается применение методов векторной алгебры.



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Введем переменные. Представим все векторы в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$.

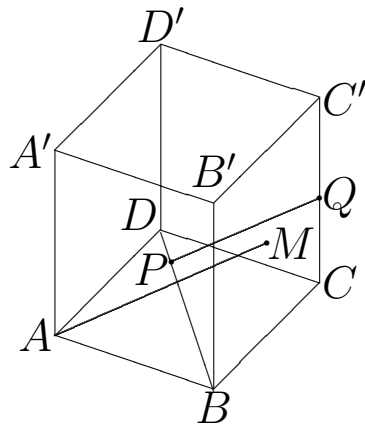


Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Введем переменные. Представим все векторы в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$.

По критерию коллинеарности векторов $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$.

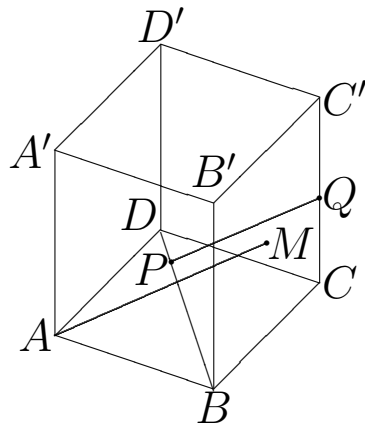


Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**. $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$.

Составим уравнение.

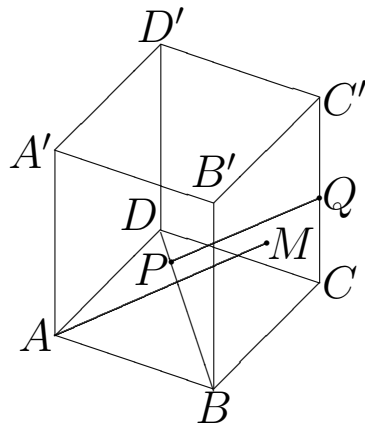
Что вычислим двумя способами?



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$.

Для получения уравнения относительно x найдем разложение векторов $\overrightarrow{AM}$ и $\overrightarrow{PQ}$ по векторам $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$, тогда искомую систему уравнений получим сравнением коэффициентов в левой и правой частях равенства $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$ перед векторами $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$.

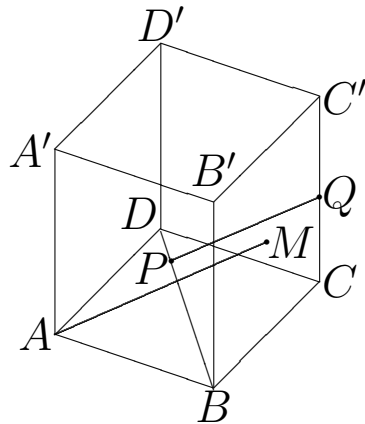


Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$.

По **определению умножения вектора на число**

$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{BD} =$$

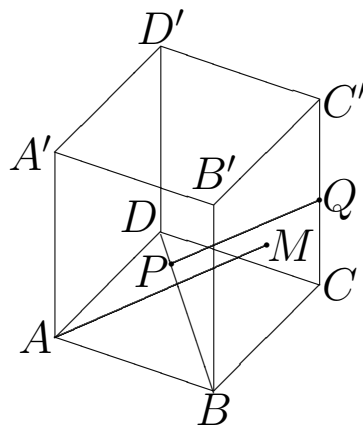


Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$.

По **определению умножения вектора на число**

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AP} &= \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{BD} = \\ &= \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) =\end{aligned}$$

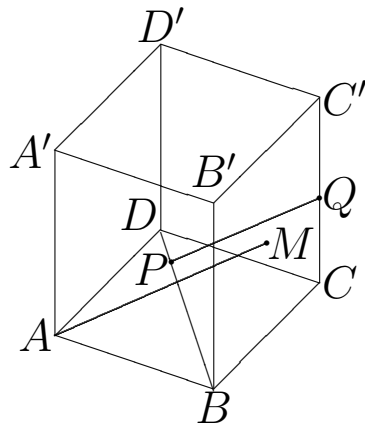


Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$.

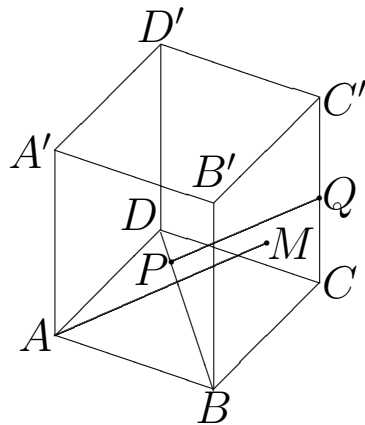
По **определению умножения вектора на число**

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AP} &= \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{BD} = \\ &= \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \\ &= (1 - \alpha) \cdot \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{AD},\end{aligned}$$



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

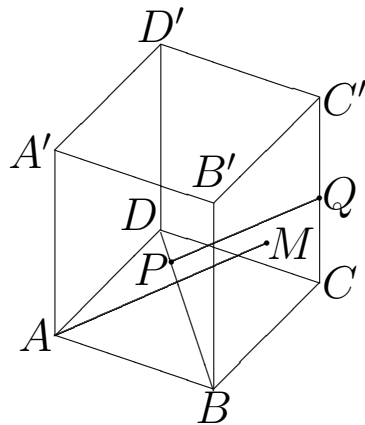
Решение. $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$,
 $\overrightarrow{AP} = (1 - \alpha) \cdot \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{AD}$.
 $\overrightarrow{CQ} = \beta \cdot \overrightarrow{CC'} = \beta \cdot \overrightarrow{AA'}$. Поэтому



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$,
 $\overrightarrow{AP} = (1 - \alpha) \cdot \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{AD}$.
 $\overrightarrow{CQ} = \beta \cdot \overrightarrow{CC'} = \beta \cdot \overrightarrow{AA'}$. Поэтому

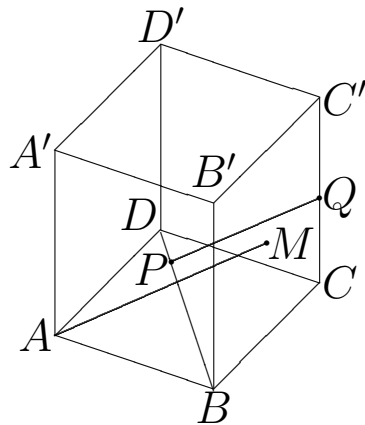
$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} =$$



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$,
 $\overrightarrow{AP} = (1 - \alpha) \cdot \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{AD}$.
 $\overrightarrow{CQ} = \beta \cdot \overrightarrow{CC'} = \beta \cdot \overrightarrow{AA'}$. Поэтому

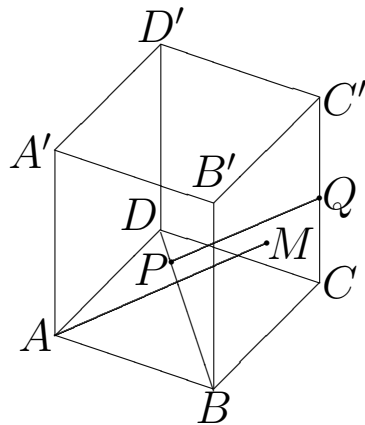
$$\begin{aligned} \overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} = \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'} - \left((1 - \alpha) \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{AD} \right) = \end{aligned}$$



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

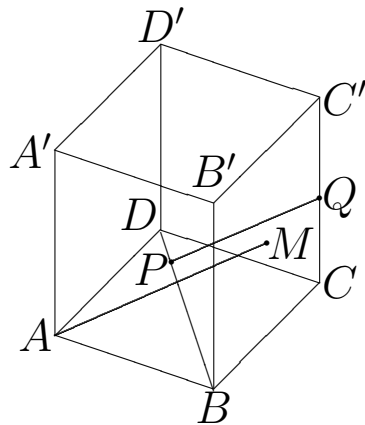
Решение. $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$,
 $\overrightarrow{AP} = (1 - \alpha) \cdot \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{AD}$.
 $\overrightarrow{CQ} = \beta \cdot \overrightarrow{CC'} = \beta \cdot \overrightarrow{AA'}$. Поэтому

$$\begin{aligned} \overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} = \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'} - \left((1 - \alpha) \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{AD} \right) = \\ &= \alpha \cdot \overrightarrow{AB} + (1 - \alpha) \overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'}. \end{aligned}$$



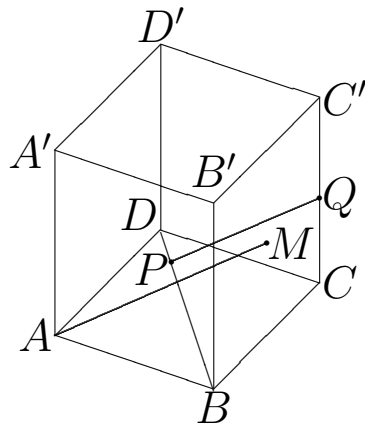
Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$,
 $\overrightarrow{AP} = (1 - \alpha) \cdot \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{AD}$.
 $\overrightarrow{CQ} = \beta \cdot \overrightarrow{CC'} = \beta \cdot \overrightarrow{AA'}$,
 $\overrightarrow{PQ} = \alpha \cdot \overrightarrow{AB} + (1 - \alpha) \overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'}$.
 $\overrightarrow{AM} =$



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

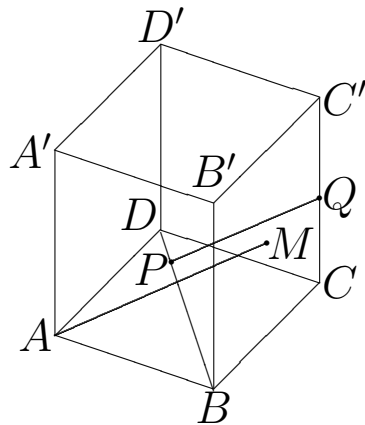
Решение. $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$,
 $\overrightarrow{AP} = (1 - \alpha) \cdot \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{AD}$.
 $\overrightarrow{CQ} = \beta \cdot \overrightarrow{CC'} = \beta \cdot \overrightarrow{AA'}$,
 $\overrightarrow{PQ} = \alpha \cdot \overrightarrow{AB} + (1 - \alpha) \overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'}$.
 $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AA'}$.



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$,
 $\overrightarrow{AP} = (1 - \alpha) \cdot \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{AD}$.
 $\overrightarrow{CQ} = \beta \cdot \overrightarrow{CC'} = \beta \cdot \overrightarrow{AA'}$,
 $\overrightarrow{PQ} = \alpha \cdot \overrightarrow{AB} + (1 - \alpha) \overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'}$.
 $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AA'}$.

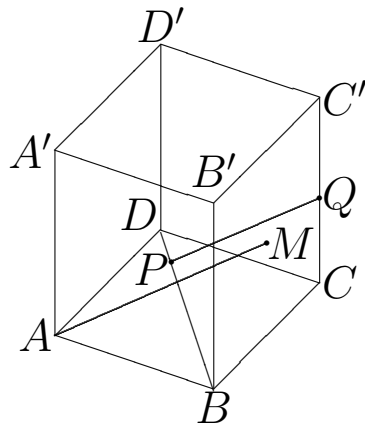
$$\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}.$$



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

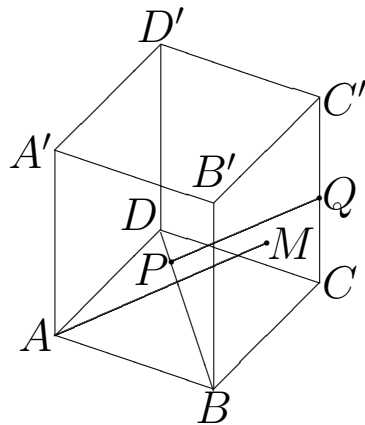
Решение. $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$,
 $\overrightarrow{AP} = (1 - \alpha) \cdot \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{AD}$.
 $\overrightarrow{CQ} = \beta \cdot \overrightarrow{CC'} = \beta \cdot \overrightarrow{AA'}$,
 $\overrightarrow{PQ} = \alpha \cdot \overrightarrow{AB} + (1 - \alpha) \overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'}$.
 $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AA'}$.

$$\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AA'} = x \cdot \overrightarrow{PQ}.$$



Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. $\overrightarrow{AM} = x \cdot \overrightarrow{PQ}$,
 $\overrightarrow{AP} = (1 - \alpha) \cdot \overrightarrow{AB} + \alpha \cdot \overrightarrow{AD}$.
 $\overrightarrow{CQ} = \beta \cdot \overrightarrow{CC'} = \beta \cdot \overrightarrow{AA'}$,
 $\overrightarrow{PQ} = \alpha \cdot \overrightarrow{AB} + (1 - \alpha) \overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'}$.
 $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AA'}$.



$$\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AA'} = x \cdot \left(\alpha \cdot \overrightarrow{AB} + (1 - \alpha) \overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'} \right).$$

Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. В равенстве

$$\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = x \cdot \left(\alpha \cdot \overrightarrow{AB} + (1 - \alpha)\overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'} \right)$$

сравним коэффициенты перед векторами $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$.

Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. В равенстве

$$\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = x \cdot \left(\alpha \cdot \overrightarrow{AB} + (1 - \alpha)\overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'} \right)$$

сравним коэффициенты перед векторами $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$.

Получаем систему уравнений $\left\{ \right.$

Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. В равенстве

$$\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = x \cdot \left(\alpha \cdot \overrightarrow{AB} + (1 - \alpha)\overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'} \right)$$

сравним коэффициенты перед векторами $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$.

Получаем систему уравнений
$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = x\alpha, \end{array} \right.$$

Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. В равенстве

$$\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = x \cdot \left(\alpha \cdot \overrightarrow{AB} + (1 - \alpha)\overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'} \right)$$

сравним коэффициенты перед векторами $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$.

Получаем систему уравнений
$$\begin{cases} 1 = x\alpha, \\ 1/2 = x(1 - \alpha), \end{cases}$$

Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. В равенстве

$$\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = x \cdot \left(\alpha \cdot \overrightarrow{AB} + (1 - \alpha)\overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'} \right)$$

сравним коэффициенты перед векторами $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$.

Получаем систему уравнений
$$\begin{cases} 1 = x\alpha, \\ 1/2 = x(1 - \alpha), \\ 1/2 = x\beta, \end{cases}$$

Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. В равенстве

$$\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = x \cdot \left(\alpha \cdot \overrightarrow{AB} + (1 - \alpha)\overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'} \right)$$

сравним коэффициенты перед векторами $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$.

Получаем систему уравнений
$$\begin{cases} 1 = x\alpha, \\ 1/2 = x(1 - \alpha), \\ 1/2 = x\beta, \end{cases} \text{ откуда } x =$$

Пример 7. Точка M является серединой грани $BCC'B'$ куба $ABCD A'B'C'D'$, точка P принадлежит отрезку BD , точка Q — ребру CC' . Найдите $\frac{AM}{PQ}$, если прямые PQ и AM параллельны.

Решение. В равенстве

$$\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = x \cdot \left(\alpha \cdot \overrightarrow{AB} + (1 - \alpha)\overrightarrow{AD} + \beta \cdot \overrightarrow{AA'} \right)$$

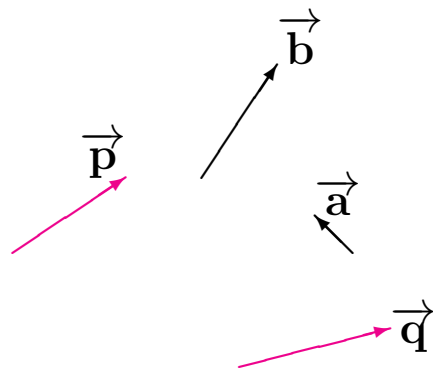
сравним коэффициенты перед векторами $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$.

Получаем систему уравнений
$$\begin{cases} 1 = x\alpha, \\ 1/2 = x(1 - \alpha), \\ 1/2 = x\beta, \end{cases} \text{ откуда } x = 1.$$

Ответ. 1.

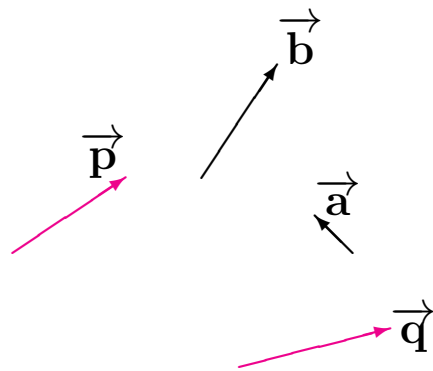
Вернуться к лекции?

Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



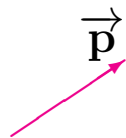
Решение.

Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



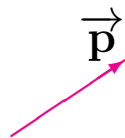
Решение. Сначала выполним разложение вектора $\vec{a}$.

Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



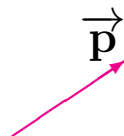
Решение. Сначала выполним разложение вектора $\vec{a}$.

Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



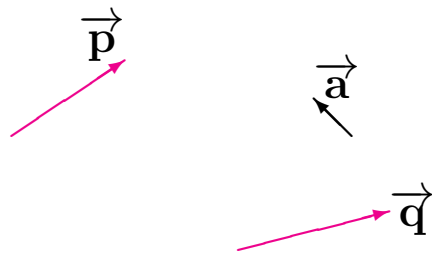
Решение. Применим стратегию предвкушения:

Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



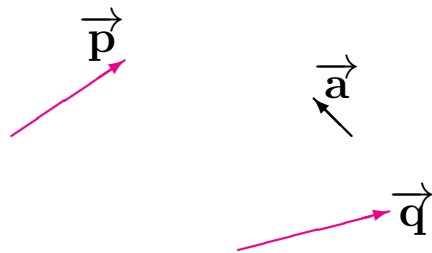
Решение. Применим стратегию предвкушения:
представим себе, что искомое разложение уже найдено и, следовательно, требуемое построение выполнено.

Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в *линейную комбинацию векторов* $\vec{p}, \vec{q}$.



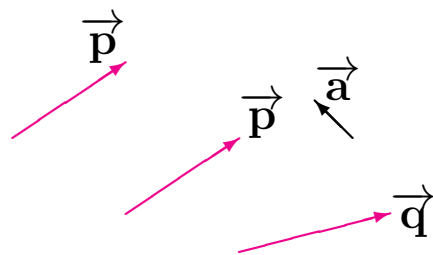
Решение. Применим стратегию предвкушения: представим себе, что искомое разложение уже найдено и, следовательно, требуемое построение выполнено. Значит, уже построен параллелограмм с диагональю $\vec{a}$ и сторонами, параллельными $\vec{p}$ и $\vec{q}$.

Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Применим стратегию предвкушения: представим себе, что искомое разложение уже найдено и, следовательно, требуемое построение выполнено. Значит, уже построен параллелограмм с диагональю $\vec{a}$ и сторонами, параллельными $\vec{p}$ и $\vec{q}$. Значит, сначала надо все три вектора отложить от одной точки

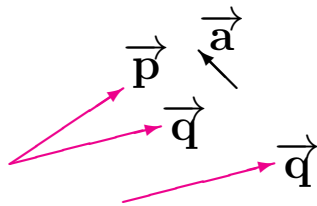
Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Применим стратегию предвкушения: представим себе, что искомое разложение уже найдено и, следовательно, требуемое построение выполнено. Значит, уже построен параллелограмм с диагональю $\vec{a}$ и сторонами, параллельными $\vec{p}$ и $\vec{q}$. Значит, сначала надо все три вектора отложить от одной точки

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в **линейную комбинацию векторов** $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Применим стратегию предвкушения:

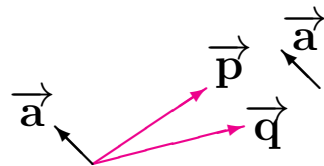
представим себе, что искомое разложение уже найдено и, следовательно, требуемое построение выполнено.

Значит, уже построен параллелограмм с диагональю $\vec{a}$ и сторонами, параллельными $\vec{p}$ и $\vec{q}$.

Значит, сначала надо все три вектора отложить от одной точки

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в *линейную комбинацию векторов* $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Применим стратегию предвкушения:

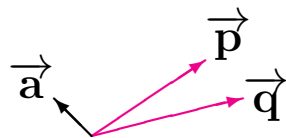
представим себе, что искомое разложение уже найдено и, следовательно, требуемое построение выполнено.

Значит, уже построен параллелограмм с диагональю $\vec{a}$ и сторонами, параллельными $\vec{p}$ и $\vec{q}$.

Значит, сначала надо все три вектора отложить от одной точки

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в **линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$** .



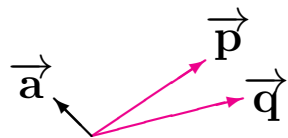
Решение. Применим стратегию предвкушения:

представим себе, что искомое разложение уже найдено и, следовательно, требуемое построение выполнено.

Значит, уже построен параллелограмм с диагональю $\vec{a}$ и сторонами, параллельными $\vec{p}$ и $\vec{q}$.

Значит, сначала надо все три вектора отложить от одной точки

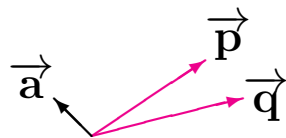
Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Применим стратегию предвкушения: представим себе, что искомое разложение уже найдено и, следовательно, требуемое построение выполнено. Значит, уже построен параллелограмм с диагональю $\vec{a}$ и сторонами, параллельными $\vec{p}$ и $\vec{q}$. Значит, сначала надо все три вектора отложить от одной точки и через начало и конец вектора $\vec{c}$ (точнее, изображённого направленного отрезка) провести прямые,

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в **линейную комбинацию векторов** $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Применим стратегию предвкушения:

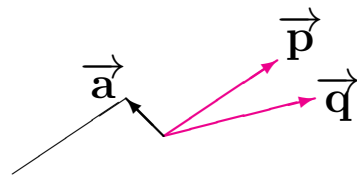
представим себе, что искомое разложение уже найдено и, следовательно, требуемое построение выполнено.

Значит, уже построен параллелограмм с диагональю $\vec{a}$ и сторонами, параллельными $\vec{p}$ и $\vec{q}$.

Значит, сначала надо все три вектора отложить от одной точки и через начало и конец вектора $\vec{c}$ (точнее, изображённого направленного отрезка) провести прямые, параллельные векторам $\vec{a}, \vec{b}$ или продлевающие их.

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в **линейную комбинацию векторов** $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Применим стратегию предвкушения:

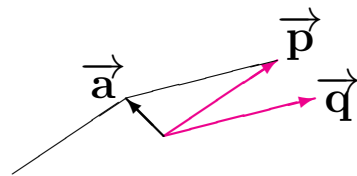
представим себе, что искомое разложение уже найдено и, следовательно, требуемое построение выполнено.

Значит, уже построен параллелограмм с диагональю $\vec{a}$ и сторонами, параллельными $\vec{p}$ и $\vec{q}$.

Значит, сначала надо все три вектора отложить от одной точки и через начало и конец вектора $\vec{c}$ (точнее, изображённого направленного отрезка) провести прямые, параллельные векторам $\vec{a}, \vec{b}$ или продлевающие их.

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в **линейную комбинацию векторов** $\vec{p}, \vec{q}$.



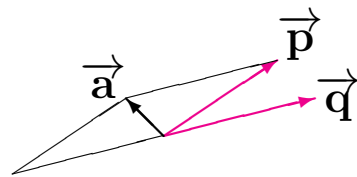
Решение. Применим стратегию предвкушения:

представим себе, что искомое разложение уже найдено и, следовательно, требуемое построение выполнено.

Значит, уже построен параллелограмм с диагональю $\vec{a}$ и сторонами, параллельными $\vec{p}$ и $\vec{q}$.

Значит, сначала надо все три вектора отложить от одной точки и через начало и конец вектора $\vec{c}$ (точнее, изображённого направленного отрезка) провести прямые, параллельные векторам $\vec{a}, \vec{b}$ или продлевающие их.

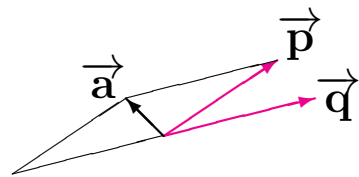
Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Применим стратегию предвкушения: представим себе, что искомое разложение уже найдено и, следовательно, требуемое построение выполнено. Значит, уже построен параллелограмм с диагональю $\vec{a}$ и сторонами, параллельными $\vec{p}$ и $\vec{q}$. Значит, сначала надо все три вектора отложить от одной точки и через начало и конец вектора $\vec{c}$ (точнее, изображённого направленного отрезка) провести прямые, параллельные векторам $\vec{a}, \vec{b}$ или продлевающие их.

Пример 8. Найдите разложения векторов

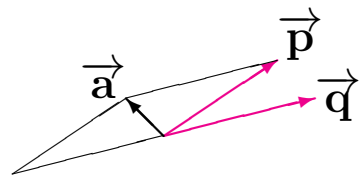
$\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:

Пример 8. Найдите разложения векторов

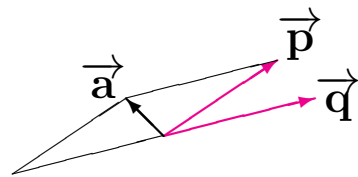
$\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:
 $\vec{a} =$

Пример 8. Найдите разложения векторов

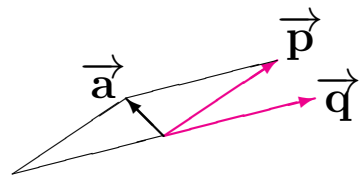
$\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:
 $\vec{a} = \vec{p} + \vec{q}$

Пример 8. Найдите разложения векторов

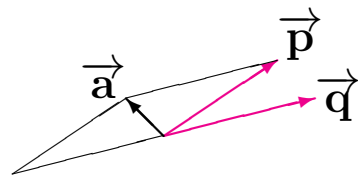
$\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:
 $\vec{a} = 1\vec{p} + \vec{q}$

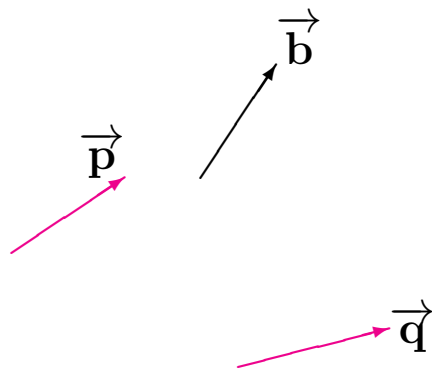
Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:
 $\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}$.

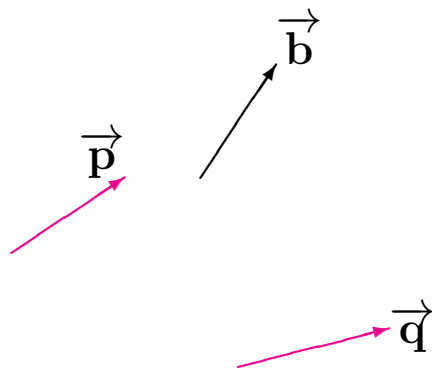
Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:
 $\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}$.

Сейчас аналогично выполним разложение вектора $\vec{b}$.

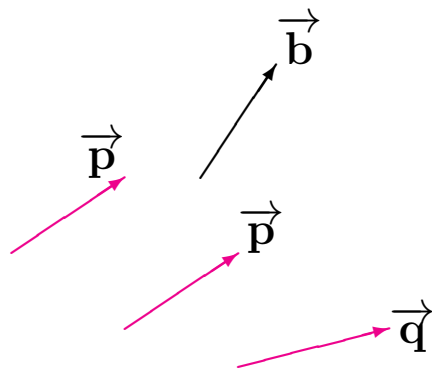
Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:
 $\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}$.

Все три вектора отложим от одной точки

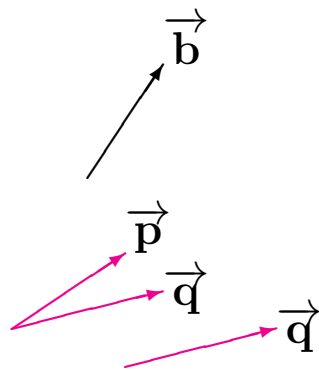
Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:
 $\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}$.

Все три вектора отложим от одной точки

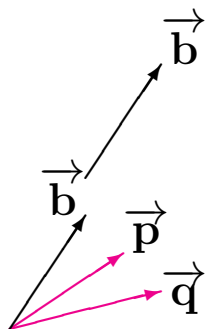
Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:
 $\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}$.

Все три вектора отложим от одной точки

Пример 8. Найдите разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.

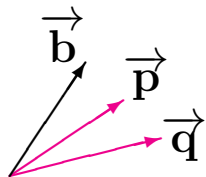


Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:
 $\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}$.

Все три вектора отложим от одной точки

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в *линейную комбинацию векторов* $\vec{p}, \vec{q}$.

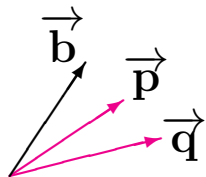


Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:
 $\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}$.

Все три вектора отложим от одной точки

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в *линейную комбинацию векторов* $\vec{p}, \vec{q}$.

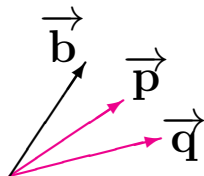


Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:
 $\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}$.

Все три вектора отложим от одной точки и через начало и конец вектора $\vec{c}$ (точнее, изображённого направленного отрезка) провести прямые,

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в *линейную комбинацию векторов* $\vec{p}, \vec{q}$.

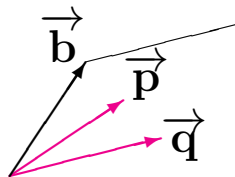


Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:
 $\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}$.

Все три вектора отложим от одной точки и через начало и конец вектора $\vec{c}$ (точнее, изображённого направленного отрезка) провести прямые, параллельные векторам $\vec{a}, \vec{b}$ или продлевающие их.

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в *линейную комбинацию* векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



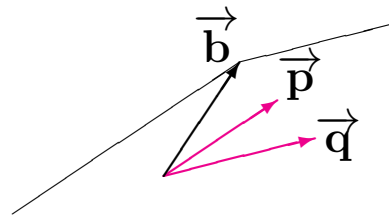
Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:

$$\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}.$$

Все три вектора отложим от одной точки и через начало и конец вектора $\vec{c}$ (точнее, изображённого направленного отрезка) провести прямые, параллельные векторам $\vec{a}, \vec{b}$ или продлевающие их.

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в *линейную комбинацию векторов* $\vec{p}, \vec{q}$.

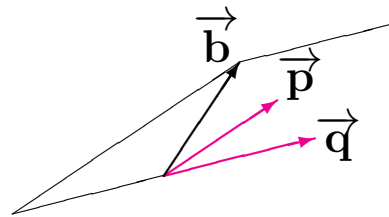


Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:
 $\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}$.

Все три вектора отложим от одной точки и через начало и конец вектора $\vec{c}$ (точнее, изображённого направленного отрезка) провести прямые, параллельные векторам $\vec{a}, \vec{b}$ или продлевающие их.

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в *линейную комбинацию векторов* $\vec{p}, \vec{q}$.

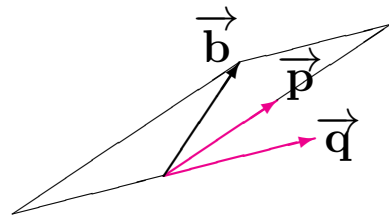


Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:
 $\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}$.

Все три вектора отложим от одной точки и через начало и конец вектора $\vec{c}$ (точнее, изображённого направленного отрезка) провести прямые, параллельные векторам $\vec{a}, \vec{b}$ или продлевающие их.

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в *линейную комбинацию векторов* $\vec{p}, \vec{q}$.



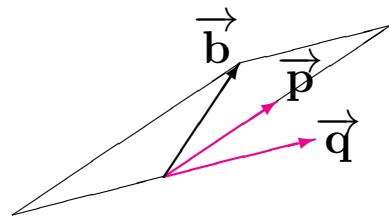
Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:

$$\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}.$$

Все три вектора отложим от одной точки и через начало и конец вектора $\vec{c}$ (точнее, изображённого направленного отрезка) провести прямые, параллельные векторам $\vec{a}, \vec{b}$ или продлевающие их.

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



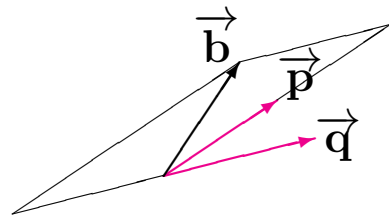
Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:

$$\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}.$$

$$\vec{b} =$$

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



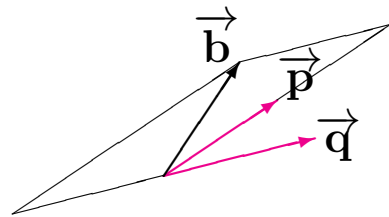
Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:

$$\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}.$$

$$\vec{b} = \vec{p} + \vec{q}$$

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



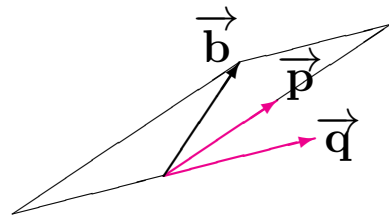
Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:

$$\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}.$$

$$\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q}$$

Пример 8. Найдите разложения векторов

$\vec{a}, \vec{b}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{p}, \vec{q}$.



Решение. Теперь коэффициенты разложения нетрудно найти:

$$\vec{a} = 1\vec{p} + (-1)\vec{q}.$$

$$\vec{b} = 2\vec{p} + (-1)\vec{q}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 9. *Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.*

Решение.

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение. Пусть $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$, $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$. Переведем на «язык равенств» утверждения о том, что эти **векторы имеют указанные координаты**:

$$\vec{a} =$$

$$\vec{b} =$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение. Пусть $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$, $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$. Переведем на «язык равенств» утверждения о том, что эти **векторы имеют указанные координаты**:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad \vec{b} =$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение. Пусть $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$, $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$. Переведем на «язык равенств» утверждения о том, что эти **векторы имеют указанные координаты**:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}.$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}}, \quad \vec{\mathbf{b}} = b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\vec{\mathbf{a}} \vec{\mathbf{b}} =$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}}, \quad \vec{\mathbf{b}} = b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\vec{\mathbf{a}} \vec{\mathbf{b}} = \left(a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}} \right) \left(b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}} \right) =$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}}, \quad \vec{\mathbf{b}} = b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{a}} \vec{\mathbf{b}} &= \left(a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}} \right) \left(b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}} \right) = \\ &= a_x b_x \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{i}} + \end{aligned}$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}}, \quad \vec{\mathbf{b}} = b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{a}} \vec{\mathbf{b}} &= \left(a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}} \right) \left(b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}} \right) = \\ &= a_x b_x \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{i}} + a_x b_y \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{j}} + \end{aligned}$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}}, \quad \vec{\mathbf{b}} = b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{a}} \vec{\mathbf{b}} &= \left(a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}} \right) \left(b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}} \right) = \\ &= a_x b_x \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{i}} + a_x b_y \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{j}} + a_x b_z \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{k}} + \end{aligned}$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}}, \quad \vec{\mathbf{b}} = b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{a}} \vec{\mathbf{b}} &= \left(a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}} \right) \left(b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}} \right) = \\ &= a_x b_x \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{i}} + a_x b_y \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{j}} + a_x b_z \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{k}} + a_y b_x \vec{\mathbf{j}} \vec{\mathbf{i}} + a_y b_y \vec{\mathbf{j}} \vec{\mathbf{j}} + a_y b_z \vec{\mathbf{j}} \vec{\mathbf{k}} + \\ &\quad + a_z b_x \vec{\mathbf{k}} \vec{\mathbf{i}} + a_z b_y \vec{\mathbf{k}} \vec{\mathbf{j}} + a_z b_z \vec{\mathbf{k}} \vec{\mathbf{k}} \end{aligned}$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\begin{aligned} \vec{a} \vec{b} &= \left(a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \right) \left(b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right) = \\ &= a_x b_x \vec{i} \vec{i} + a_x b_y \vec{i} \vec{j} + a_x b_z \vec{i} \vec{k} + a_y b_x \vec{j} \vec{i} + a_y b_y \vec{j} \vec{j} + a_y b_z \vec{j} \vec{k} + \\ &\quad + a_z b_x \vec{k} \vec{i} + a_z b_y \vec{k} \vec{j} + a_z b_z \vec{k} \vec{k} = \end{aligned}$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\begin{aligned} \vec{a} \vec{b} &= \left(a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \right) \left(b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right) = \\ &= a_x b_x \vec{i} \vec{i} + a_x b_y \vec{i} \vec{j} + a_x b_z \vec{i} \vec{k} + a_y b_x \vec{j} \vec{i} + a_y b_y \vec{j} \vec{j} + a_y b_z \vec{j} \vec{k} + \\ &\quad + a_z b_x \vec{k} \vec{i} + a_z b_y \vec{k} \vec{j} + a_z b_z \vec{k} \vec{k} = a_x b_x \cdot ? + \end{aligned}$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\begin{aligned} \vec{a} \vec{b} &= \left(a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \right) \left(b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right) = \\ &= a_x b_x \vec{i} \vec{i} + a_x b_y \vec{i} \vec{j} + a_x b_z \vec{i} \vec{k} + a_y b_x \vec{j} \vec{i} + a_y b_y \vec{j} \vec{j} + a_y b_z \vec{j} \vec{k} + \\ &\quad + a_z b_x \vec{k} \vec{i} + a_z b_y \vec{k} \vec{j} + a_z b_z \vec{k} \vec{k} = a_x b_x \cdot \mathbf{1} + \end{aligned}$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\begin{aligned} \vec{a} \vec{b} &= \left(a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \right) \left(b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right) = \\ &= a_x b_x \vec{i} \vec{i} + a_x b_y \vec{i} \vec{j} + a_x b_z \vec{i} \vec{k} + a_y b_x \vec{j} \vec{i} + a_y b_y \vec{j} \vec{j} + a_y b_z \vec{j} \vec{k} + \\ &\quad + a_z b_x \vec{k} \vec{i} + a_z b_y \vec{k} \vec{j} + a_z b_z \vec{k} \vec{k} = a_x b_x \cdot 1 + a_x b_y \cdot ? + \end{aligned}$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\begin{aligned} \vec{a} \vec{b} &= \left(a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \right) \left(b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right) = \\ &= a_x b_x \vec{i} \vec{i} + a_x b_y \vec{i} \vec{j} + a_x b_z \vec{i} \vec{k} + a_y b_x \vec{j} \vec{i} + a_y b_y \vec{j} \vec{j} + a_y b_z \vec{j} \vec{k} + \\ &\quad + a_z b_x \vec{k} \vec{i} + a_z b_y \vec{k} \vec{j} + a_z b_z \vec{k} \vec{k} = a_x b_x \cdot 1 + a_x b_y \cdot 0 + \end{aligned}$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\begin{aligned} \vec{a} \vec{b} &= \left(a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \right) \left(b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right) = \\ &= a_x b_x \vec{i} \vec{i} + a_x b_y \vec{i} \vec{j} + a_x b_z \vec{i} \vec{k} + a_y b_x \vec{j} \vec{i} + a_y b_y \vec{j} \vec{j} + a_y b_z \vec{j} \vec{k} + \\ &\quad + a_z b_x \vec{k} \vec{i} + a_z b_y \vec{k} \vec{j} + a_z b_z \vec{k} \vec{k} = a_x b_x \cdot 1 + a_x b_y \cdot 0 + a_x b_z \cdot ? + \end{aligned}$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\begin{aligned} \vec{a} \vec{b} &= \left(a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \right) \left(b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k} \right) = \\ &= a_x b_x \vec{i} \vec{i} + a_x b_y \vec{i} \vec{j} + a_x b_z \vec{i} \vec{k} + a_y b_x \vec{j} \vec{i} + a_y b_y \vec{j} \vec{j} + a_y b_z \vec{j} \vec{k} + \\ &\quad + a_z b_x \vec{k} \vec{i} + a_z b_y \vec{k} \vec{j} + a_z b_z \vec{k} \vec{k} = a_x b_x \cdot 1 + a_x b_y \cdot 0 + a_x b_z \cdot 0 + \end{aligned}$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}}, \quad \vec{\mathbf{b}} = b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{a}} \vec{\mathbf{b}} &= \left(a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}} \right) \left(b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}} \right) = \\ &= a_x b_x \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{i}} + a_x b_y \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{j}} + a_x b_z \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{k}} + a_y b_x \vec{\mathbf{j}} \vec{\mathbf{i}} + a_y b_y \vec{\mathbf{j}} \vec{\mathbf{j}} + a_y b_z \vec{\mathbf{j}} \vec{\mathbf{k}} + \\ &+ a_z b_x \vec{\mathbf{k}} \vec{\mathbf{i}} + a_z b_y \vec{\mathbf{k}} \vec{\mathbf{j}} + a_z b_z \vec{\mathbf{k}} \vec{\mathbf{k}} = a_x b_x \cdot 1 + a_x b_y \cdot 0 + a_x b_z \cdot 0 + \\ &+ a_y b_x \cdot 0 + a_y b_y \cdot 1 + a_y b_z \cdot 0 + a_z b_x \cdot 0 + a_z b_y \cdot 0 + a_z b_z \cdot 1 = \end{aligned}$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}}, \quad \vec{\mathbf{b}} = b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}}.$$

Следовательно, по **свойствам скалярного произведения векторов**, имеем

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{a}} \vec{\mathbf{b}} &= \left(a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}} \right) \left(b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}} \right) = \\ &= a_x b_x \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{i}} + a_x b_y \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{j}} + a_x b_z \vec{\mathbf{i}} \vec{\mathbf{k}} + a_y b_x \vec{\mathbf{j}} \vec{\mathbf{i}} + a_y b_y \vec{\mathbf{j}} \vec{\mathbf{j}} + a_y b_z \vec{\mathbf{j}} \vec{\mathbf{k}} + \\ &+ a_z b_x \vec{\mathbf{k}} \vec{\mathbf{i}} + a_z b_y \vec{\mathbf{k}} \vec{\mathbf{j}} + a_z b_z \vec{\mathbf{k}} \vec{\mathbf{k}} = a_x b_x \cdot 1 + a_x b_y \cdot 0 + a_x b_z \cdot 0 + \\ &+ a_y b_x \cdot 0 + a_y b_y \cdot 1 + a_y b_z \cdot 0 + a_z b_x \cdot 0 + a_z b_y \cdot 0 + a_z b_z \cdot 1 = \\ &= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z. \end{aligned}$$

Пример 9. Выведите формулу для вычисления скалярного произведения с помощью координат множителей.

Решение.

$$\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}}, \quad \vec{\mathbf{b}} = b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}}.$$

Итак, доказали, что

$$\vec{\mathbf{a}} \vec{\mathbf{b}} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

Вернуться к лекции или рассмотреть **пример применения?**

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Достаточно рассмотреть случай, когда $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ — правая тройка векторов.

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Достаточно рассмотреть случай, когда $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ — правая тройка векторов.

Если тройка — левая, то в требуемом разложении изменится только коэффициент при векторе $\overrightarrow{AD}$.

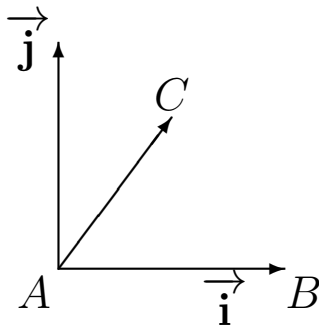
Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\overrightarrow{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\overrightarrow{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\overrightarrow{j}$ положительна.

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\overrightarrow{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\overrightarrow{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\overrightarrow{j}$ положительна.

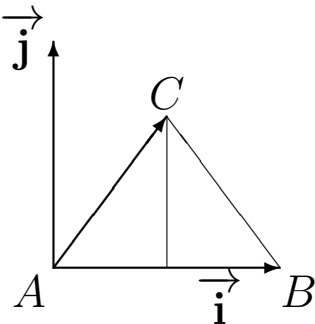
Тогда $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{AC} =$



Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\overrightarrow{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\overrightarrow{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\overrightarrow{j}$ положительна.

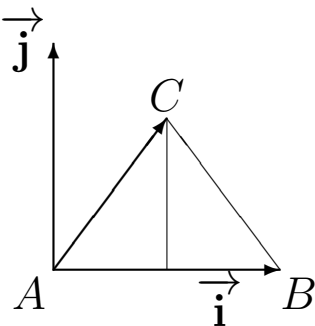
Тогда $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{AC} =$



Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\overrightarrow{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\overrightarrow{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\overrightarrow{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\overrightarrow{j}$,



Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = ?\vec{i} + ?\vec{j} + ?\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = ?\vec{i} + ?\vec{j} + ?\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = ?\vec{i} + ?\vec{j} + ?\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Координаты вектора.

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = ?\vec{i} + ?\vec{j} + ?\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Координаты вектора.

В каком виде представим ответ?

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = ?\vec{i} + ?\vec{j} + ?\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Координаты вектора.

В каком виде представим ответ?

Разложением вектора в линейную комбинацию базисных векторов.

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = ?\vec{i} + ?\vec{j} + ?\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Координаты вектора.

В каком виде представим ответ?

Разложением вектора в линейную комбинацию базисных векторов.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные.

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = ?\vec{i} + ?\vec{j} + ?\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Координаты вектора.

В каком виде представим ответ?

Разложением вектора в линейную комбинацию базисных векторов.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные.
 $\overrightarrow{AD} = \alpha \vec{i} + \beta \vec{j} + \gamma \vec{k}$.

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\underbrace{(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB})}_{=}$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Координатное вычисление....

$$\underbrace{(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB})}_{=}$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Координатное вычисление...

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 0 + \gamma \cdot 0 \underbrace{(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB})}_{=}$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Вычисление по определению...

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 0 + \gamma \cdot 0 \underbrace{(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB})}_{=}$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Вычисление по определению...

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 0 + \gamma \cdot 0 \underbrace{(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB})}_{=} 1 \cdot 1 \cdot \cos \frac{\pi}{3},$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? $\alpha = \frac{1}{2}$,

$$\underbrace{(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC})}_{=}$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? $\alpha = \frac{1}{2}$,

$$\alpha \cdot \frac{1}{2} + \beta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \gamma \cdot 0 \underbrace{(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC})}_{\equiv}$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? $\alpha = \frac{1}{2}$,

$$\alpha \cdot \frac{1}{2} + \beta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \gamma \cdot 0 \underbrace{(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC})}_{\equiv} 1 \cdot 1 \cdot \cos \frac{\pi}{3},$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\overrightarrow{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\overrightarrow{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\overrightarrow{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{i} + \beta\overrightarrow{j} + \gamma\overrightarrow{k}$.

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2}\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta = \frac{1}{2}, \end{cases}$$

$$\underbrace{(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AD})}_{=}$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2}\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta = \frac{1}{2}, \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \underbrace{(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AD})}_{=}$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2}\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta = \frac{1}{2}, \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \underbrace{(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AD})}_{\equiv} (1 \cdot 1 \cdot \cos 0)^2,$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2}\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta = \frac{1}{2}, \\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1. \end{cases}$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2}\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta = \frac{1}{2}, \\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{2}, \\ \beta = \frac{1}{2\sqrt{3}}, \\ \gamma = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}. \end{cases}$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\overrightarrow{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\overrightarrow{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\overrightarrow{j}$ положительна.

$$\text{Тогда } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{i}, \quad \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\overrightarrow{j}, \quad \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{i} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\overrightarrow{j} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\overrightarrow{k}.$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

Тогда $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\vec{j} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\vec{k}$.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{vmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{k}.$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение. Введем базис: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, вектор $\vec{j}$ находится в плоскости $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$, причем проекция $\overrightarrow{AC}$ на $\vec{j}$ положительна.

$$\text{Тогда } \overrightarrow{AB} = \vec{i}, \quad \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}, \quad \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\vec{j} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\vec{k}.$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{k} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AD}.$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \overrightarrow{\mathbf{k}} = x \overrightarrow{\mathbf{i}} + y \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{\mathbf{i}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \overrightarrow{\mathbf{j}} \right) + z \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{\mathbf{i}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \overrightarrow{\mathbf{j}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \overrightarrow{\mathbf{k}} \right).$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \vec{k} = x \vec{i} + y \left(\frac{1}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} \right) + z \left(\frac{1}{2} \vec{i} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \vec{j} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \vec{k} \right).$$

$$\begin{cases} 0 = x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z, \\ 0 = \frac{\sqrt{3}}{2}y + \frac{1}{2\sqrt{3}}z, \\ \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z, \\ y = -\frac{1}{3}z, \\ z = \frac{3}{2\sqrt{2}}. \end{cases}$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \overrightarrow{k} = x \overrightarrow{i} + y \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \overrightarrow{j} \right) + z \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{i} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \overrightarrow{j} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \overrightarrow{k} \right).$$

$$\begin{cases} 0 = x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z, \\ y = -\frac{1}{3}z, \\ z = \frac{3}{2\sqrt{2}}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z, \\ y = -\frac{1}{2\sqrt{2}}, \\ z = \frac{3}{2\sqrt{2}}. \end{cases}$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \overrightarrow{k} = x \overrightarrow{i} + y \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \overrightarrow{j} \right) + z \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{i} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \overrightarrow{j} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \overrightarrow{k} \right).$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z, \\ y = -\frac{1}{2\sqrt{2}}, \\ z = \frac{3}{2\sqrt{2}}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2\sqrt{2}}, \\ y = -\frac{1}{2\sqrt{2}}, \\ z = \frac{3}{2\sqrt{2}}. \end{cases}$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

$$\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \vec{i} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \vec{j} + \frac{3}{2\sqrt{2}} \vec{k}.$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z, \\ y = -\frac{1}{2\sqrt{2}}, \\ z = \frac{3}{2\sqrt{2}}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2\sqrt{2}}, \\ y = -\frac{1}{2\sqrt{2}}, \\ z = \frac{3}{2\sqrt{2}}. \end{cases}$$

Пример 10. Пусть $ABCD$ — правильный тетраэдр с единичной длиной всех ребер. Выразите $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ в виде линейной комбинации векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Решение.

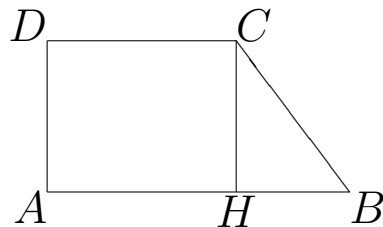
$$\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \vec{i} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \vec{j} + \frac{3}{2\sqrt{2}} \vec{k}.$$

Это ответ совпадает с результатами, полученными средствами **векторно-геометрической модели** и средствами **векторно-символической модели**.

Вернуться к **лекции о векторно-геометрической модели** векторной алгебры, к **лекции о векторно-символической модели** векторной алгебры, или **к лекции по координатной модели** векторной алгебры?

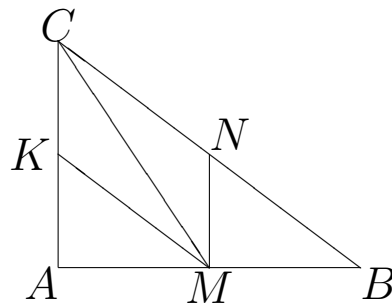
Задача XIII.1. (Ответ приведен на стр.1956.)

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.



Задача XIII.2. (Ответ приведен на стр.1983.)

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

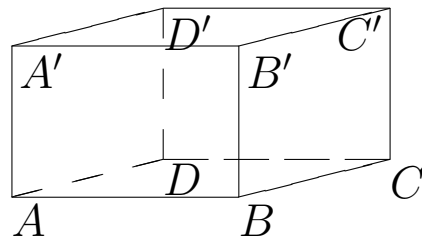


Задача XIII.3. (Ответ приведен на стр.2004.)

Используя эти точки,

укажите какие-либо

- а) векторы, параллельные прямой AB ;
- б) векторы, параллельные плоскости $ABCD$;
- в) векторы, перпендикулярные плоскости $ABCD$;
- г) векторы, перпендикулярные прямой AB' ;
- д) векторы, перпендикулярные плоскости $AB'C$;
- е) векторы, перпендикулярные прямой BD' ;
- ё) векторы, перпендикулярные прямой, проходящей под прямым углом к векторам $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A'B'}$;
- ж) плоскости, включающие в себя прямую AB ;
- з) плоскости, включающие в себя прямую AC' ;
- и) плоскости, включающие в себя прямую BD' , перпендикулярной к плоскости $BCC'B'$.



Задача XIII.4. (Ответ приведен на стр.2015.)

Используя эти точки,

укажите какие-либо

а) векторы, перпендикулярные высоте DH ;

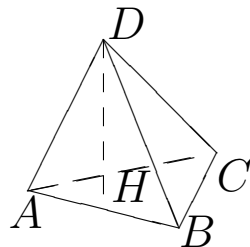
б) векторы, параллельные высоте DH ;

в) векторы, параллельные плоскости ADH ;

г) векторы, параллельные плоскости, проходящей через DH параллельно высоте AP треугольника ABC ;

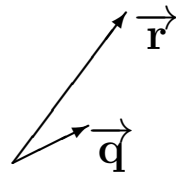
д) векторы, перпендикулярные ребрам AB , CD ;

е) векторы, перпендикулярные какой-либо плоскости, проходящей через прямую, пересекающую AB и CD под прямым углом.



Задача XIII.5. (Ответ приведен на стр.2022.)

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.



Задача XIII.6. (Ответ приведен на стр.2052.)

«Раскройте скобки» в

выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b});$

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q});$

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}];$

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}].$

Задача XIII.7. (Ответ приведен на стр.2079.) В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Задача XIII.8. (Ответ приведен на стр.2117.) В треугольнике $\triangle ABC$ имеем $AB = 2$, $AC = 3$, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$. Найдите длину медианы AM .

Задача XIII.9. (Ответ приведен на стр.2123.) Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Задача XIII.10. (Ответ приведен на стр.2198.) В трапеции отношение нижнего основания AB к верхнему DC равно 3. Из середины M основания AB проведен отрезок MN параллельно диагонали AC до точки пересечения с диагональю BD . Во сколько раз MN короче, чем AC ?

Задача XIII.11. (Ответ приведен на стр.2200.) В треугольнике ABC проведена медиана CM . Точка K делит сторону CB в отношении $1 : 2$, считая от C . Прямая KN параллельна AC , где N принадлежит AB . В каком отношении точка L пересечения прямых CM и KN делит отрезок KN ?

Задача XIII.12. (Ответ приведен на стр.2202.) Угол при основании равнобедренной трапеции равен 60° . Большее ее основание равно 14, боковая сторона — 4. В каком отношении перпендикуляр к диагонали, проведенный из вершины меньшего основания, делит эту диагональ трапеции?

Задача XIII.13. (Ответ приведен на стр.2204.) Угол при основании равнобедренной трапеции равен 60° . Большее ее основание равно 14, боковая сторона — 4. Из вершины трапеции, лежащей на меньшем основании, проведен перпендикуляр к диагонали трапеции, который продлен до пересечения с большим основанием. В каком отношении точка пересечения делит большее основание?

Задача XIII.14. (Ответ приведен на стр.2206.) В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.

Задача XIII.15. (Ответ приведен на стр.2265.) Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей: векторно-геометрической, векторно-символической и координатной моделей.**

Задача XIII.16. (Ответ приведен на стр.2349.) В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей: векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Задача XIII.17. (Ответ приведен на стр.2427.) Вычислите:

а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$

б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$

в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$

г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$

д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right) \left(\vec{i} - \vec{k}\right) \left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$

е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$

ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$

ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Задача XIII.18. (Ответ приведен на стр.2490.) $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$,
 $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему чис-
 ловых уравнений, соответствующих векторным ра-
 венствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;
б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p \vec{a} + q \vec{b} + r \vec{c}$.

Задача XIII.19. (Ответ приведен на стр.2536.) Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.

Задача XIII.20. (Ответ приведен на стр.2554.) Выясните, лежат ли точки $P(1; 1)$, $Q(-2; -5)$, $R(-1; -3)$ на одной прямой.

Задача XIII.21. (Ответ приведен на стр.2565.) Найти орт вектора $\vec{v}(-6; 2; -3)$.

Задача XIII.22. (Ответ приведен на стр.2576.) Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные
а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .

Задача XIII.23. (Ответ приведен на стр.2601.) Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AN треугольника ABC .

Задача XIII.24. (Ответ приведен на стр.2637.) Найдите площадь треугольника ABC , если $A(1; -2; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-1; 1; 2)$.

Задача XIII.25. (Ответ приведен на стр.2649.) Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Задача XIII.26. (Ответ приведен на стр.2664.) Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Задача XIII.27. (Ответ приведен на стр.2683.) Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Задача XIII.28. (Ответ приведен на стр.2712.) Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Задача XIII.29. (Ответ приведен на стр.2734.) Найдите точку пересечения медиан треугольника ABC , если $A(-5; -4)$, $B(3; -2)$, $C(-7; 3)$.

Задача XIII.30. (Ответ приведен на стр.2743.) Найти координаты точки H , если AH — высота треугольника ABC , если $A(-2; -2)$, $B(6; 2)$, $C(1; 7)$.

Задача XIII.31. (Ответ приведен на стр.2745.) Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Задача XIII.32. (Ответ приведен на стр.2763.) Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.

Задача XIII.33. (Ответ приведен на стр.2785.) Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.

Задача XIII.34. (Ответ приведен на стр.2807.) Найти координаты точки H , если AH — высота треугольника ABC , если $A(1; 0)$, $B(4; 6)$, $C(8; -1)$.

Задача XIII.35. (Ответ приведен на стр.2809.) Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.

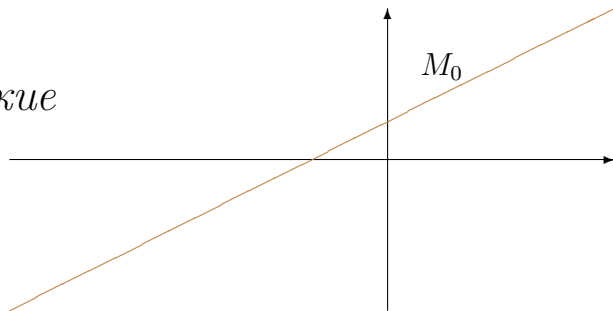
Задача XIII.36. (Ответ приведен на стр.2829.) Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.

Задача XIII.37. (Ответ приведен на стр.2849.) Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.

Задача XIII.38. (Ответ приведен на стр.2870.) В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

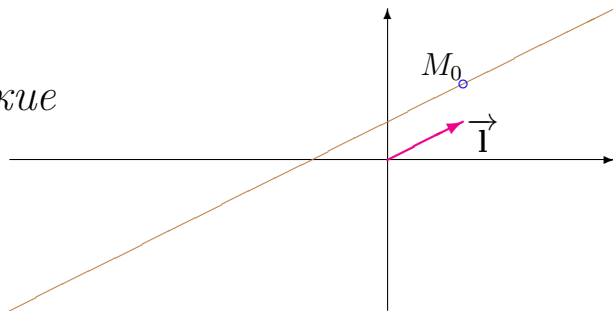
Задача XIII.39. (Ответ приведен на стр.2893.) Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



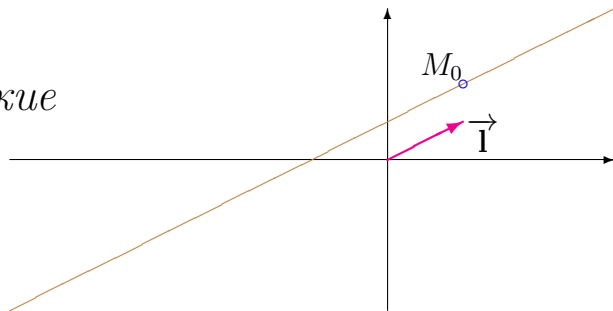
Решение.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

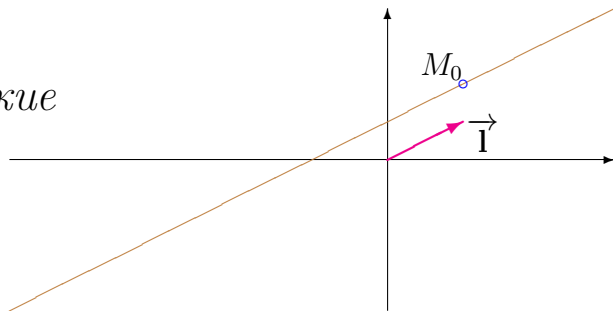
Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

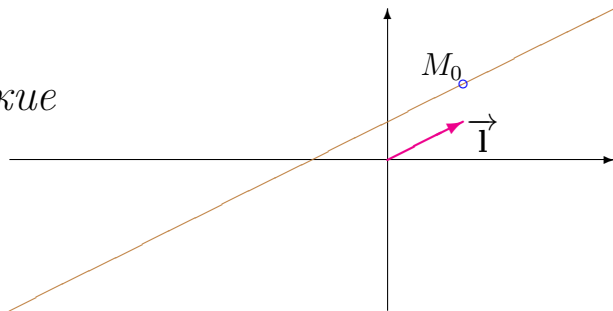
Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения прямой.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.

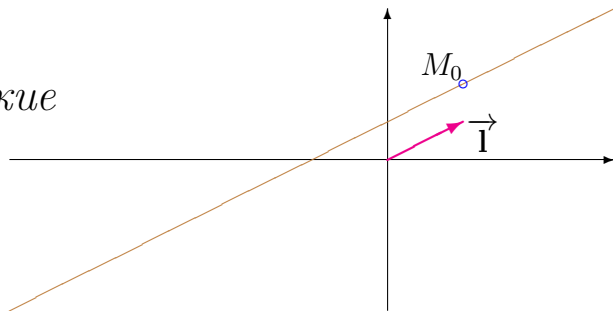


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ?

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u \vec{i} + v \vec{j}$.

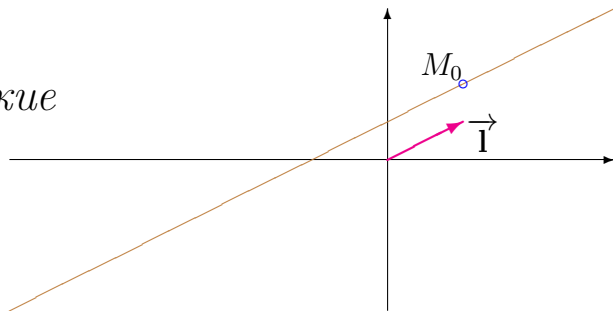


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



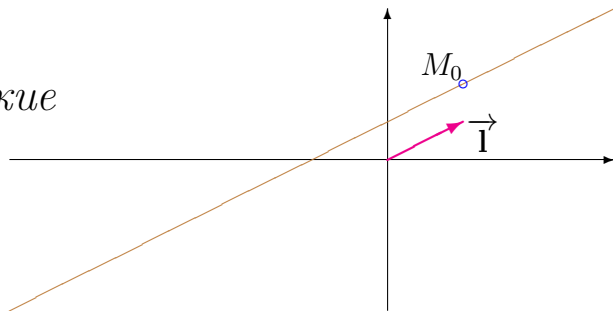
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

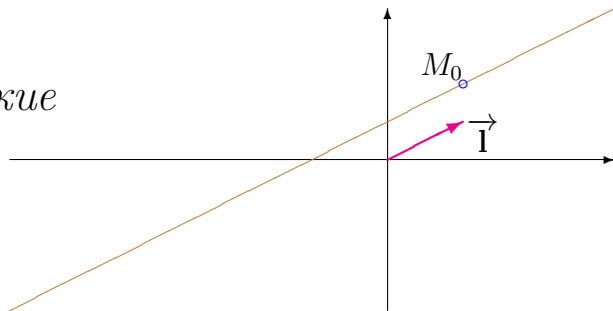
Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные.

Уравнение линии — это

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u \vec{i} + v \vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

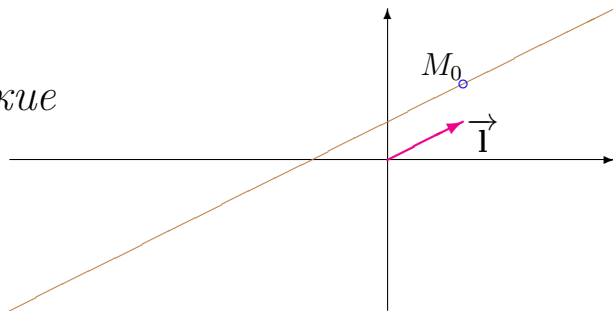
Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные.

Уравнение линии — это высказывание

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u \vec{i} + v \vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

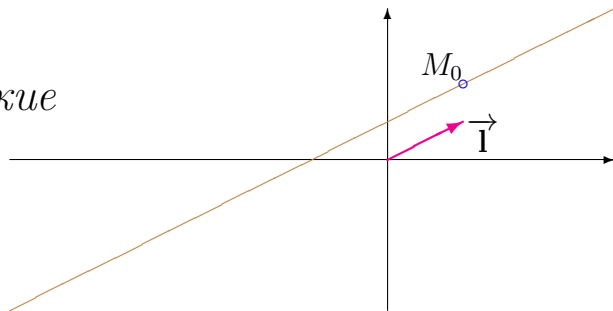
Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные.

Уравнение линии — это высказывание о

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

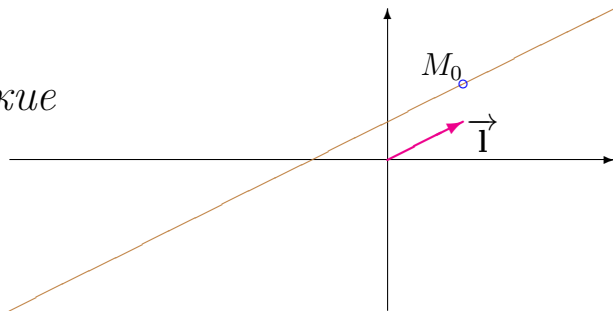
Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные.

Уравнение линии — это высказывание о координатах

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

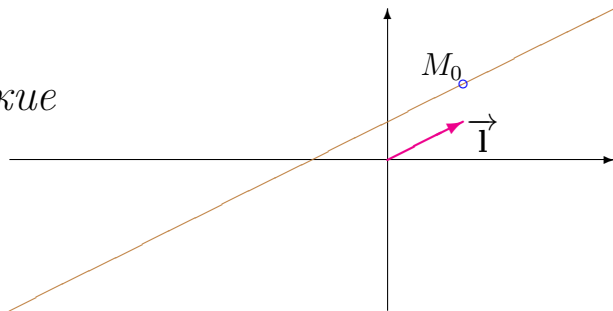
Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные.

Уравнение линии — это высказывание о координатах произвольной точки

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

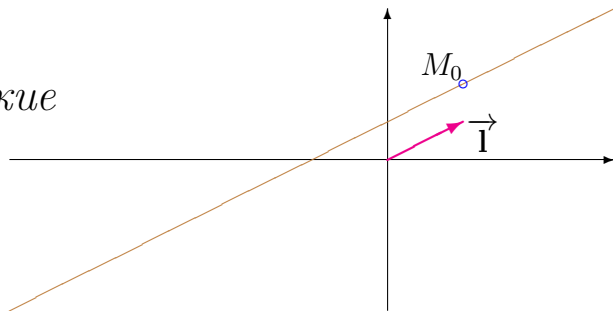
Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные.

Уравнение линии — это высказывание о координатах произвольной точки на линии.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u \vec{i} + v \vec{j}$.



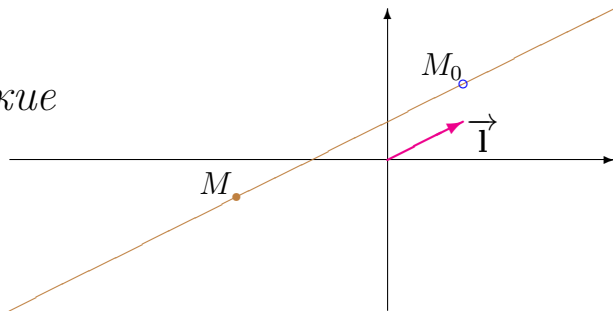
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные. Возьмем произвольную точку M на этой прямой и

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



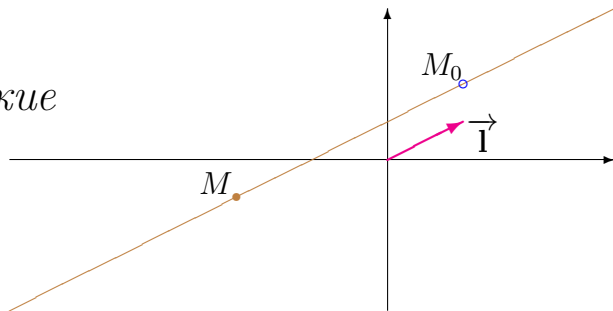
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные. Возьмем произвольную точку M на этой прямой и

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u \vec{i} + v \vec{j}$.



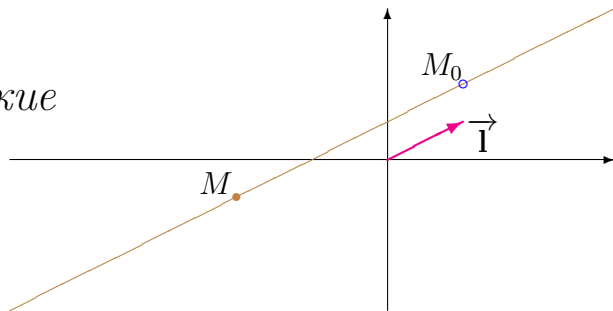
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные. Возьмем произвольную точку M на этой прямой и обозначим ее координаты буквами, например,

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u \vec{i} + v \vec{j}$.



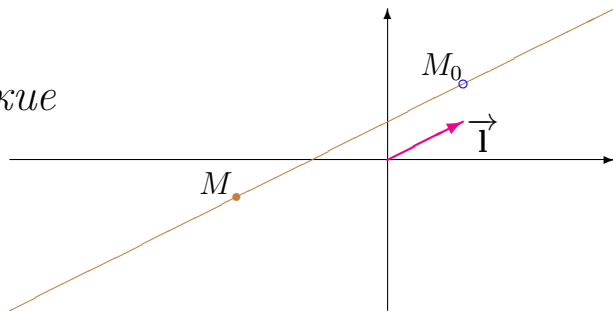
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные. Возьмем произвольную точку M на этой прямой и обозначим ее координаты буквами, например, $(x; y)$.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

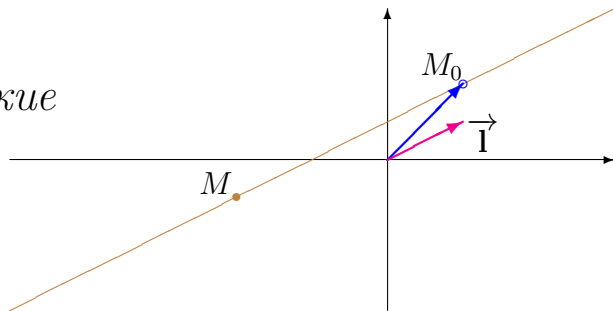
Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные. Возьмем произвольную точку M на этой прямой и обозначим ее координаты буквами, например, $(x; y)$.

Для того, чтобы применять аппарат векторной алгебры, мы должны перейти от точек к векторам.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

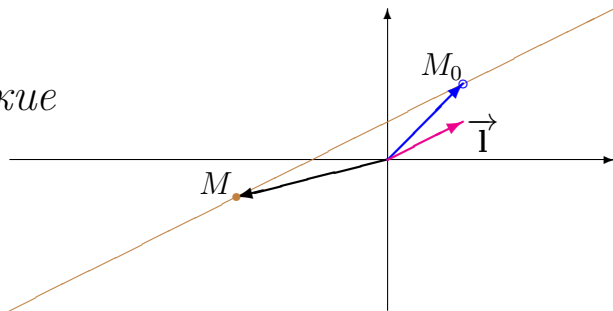
Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные. Возьмем произвольную точку M на этой прямой и обозначим ее координаты буквами, например, $(x; y)$.

Для того, чтобы применять аппарат векторной алгебры, мы должны перейти от точек к векторам.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

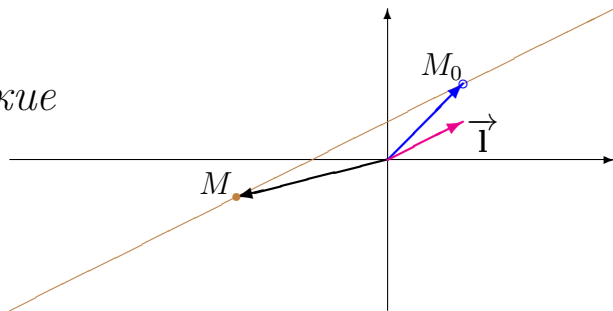
Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные. Возьмем произвольную точку M на этой прямой и обозначим ее координаты буквами, например, $(x; y)$.

Для того, чтобы применять аппарат векторной алгебры, мы должны перейти от точек к векторам.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{I} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.
 $\vec{OM} =$

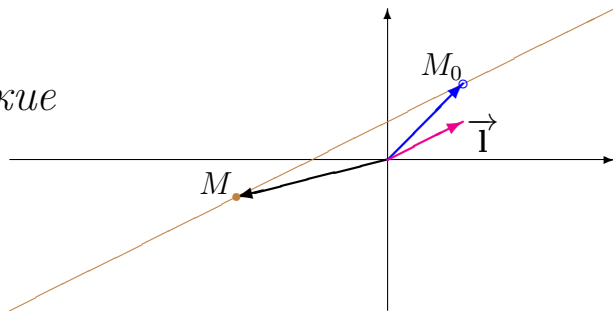
Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные. Возьмем произвольную точку M на этой прямой и обозначим ее координаты буквами, например, $(x; y)$.

Для того, чтобы применять аппарат векторной алгебры, мы должны перейти от точек к векторам.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u \vec{i} + v \vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$\vec{OM} = x \vec{i} + y \vec{j},$$

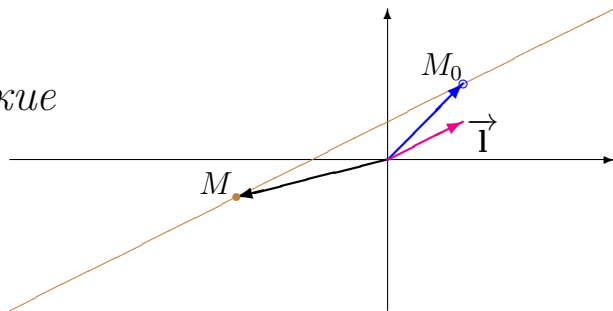
Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные. Возьмем произвольную точку M на этой прямой и обозначим ее координаты буквами, например, $(x; y)$.

Для того, чтобы применять аппарат векторной алгебры, мы должны перейти от точек к векторам.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{I} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \overrightarrow{OM_0} = x_0\vec{i} + y_0\vec{j},$$

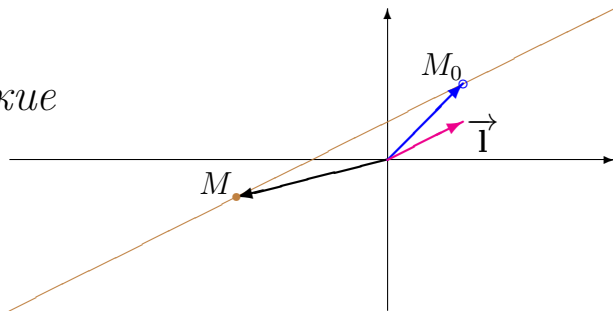
Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные. Возьмем произвольную точку M на этой прямой и обозначим ее координаты буквами, например, $(x; y)$.

Для того, чтобы применять аппарат векторной алгебры, мы должны перейти от точек к векторам.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.
 $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$, $\vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$, $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.

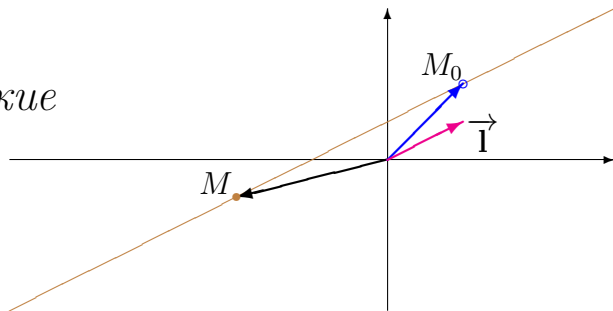
Что надо найти? Уравнения прямой.

В каком виде представим ответ? В виде системы параметрических уравнений (см. **таблицу**).

Введем переменные. Возьмем произвольную точку M на этой прямой и обозначим ее координаты буквами, например, $(x; y)$.

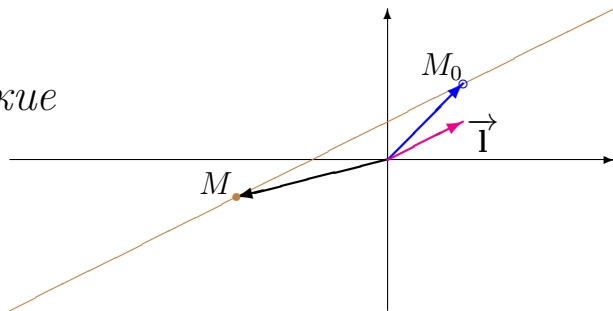
Для того, чтобы применять аппарат векторной алгебры, мы должны перейти от точек к векторам.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.
 $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$, $\vec{OM_0} = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$, $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.
 Разложим вектор $\vec{OM}$ **в линейную комбинацию** векторов $\vec{OM_0}$ и $\vec{l}$.

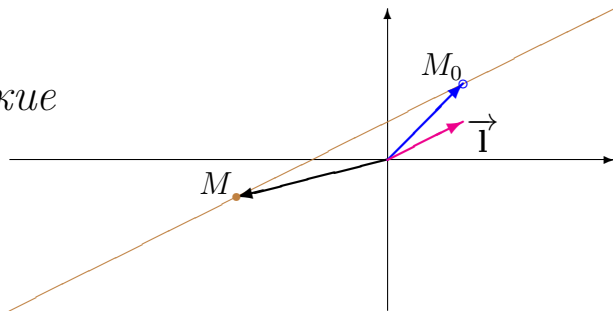
Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.
 $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$, $\vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$, $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.
Разложим вектор $\vec{OM}$ **в линейную комбинацию** векторов $\vec{OM}_0$ и $\vec{l}$.

Применим стратегию предвкушения:

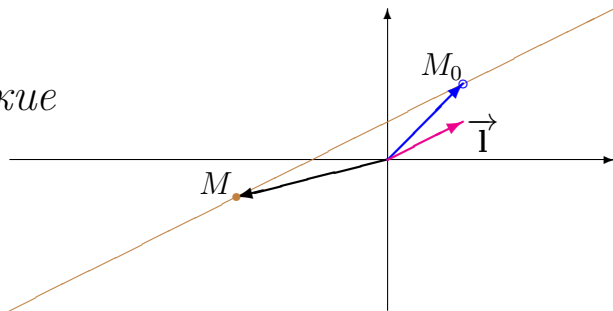
Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.
 $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$, $\vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$, $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.
 Разложим вектор $\vec{OM}$ **в линейную комбинацию** векторов $\vec{OM}_0$ и $\vec{l}$.

Применим стратегию предвкушения: представим себе, что разложение уже выполнено.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.

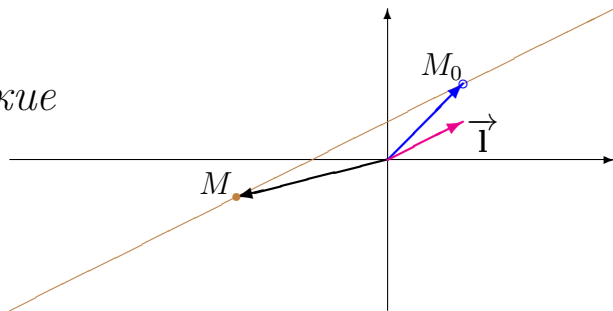


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.
 $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$, $\vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$, $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.
 Разложим вектор $\vec{OM}$ **в линейную комбинацию** векторов $\vec{OM}_0$ и $\vec{l}$.

Применим стратегию предвкушения: представим себе, что разложение уже выполнено.

Тогда направленный отрезок $\vec{OM}$ является диагональю параллелограмма с вершинами O и M и сторонами, параллельными $\vec{l}$ и $\vec{OM}_0$.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.

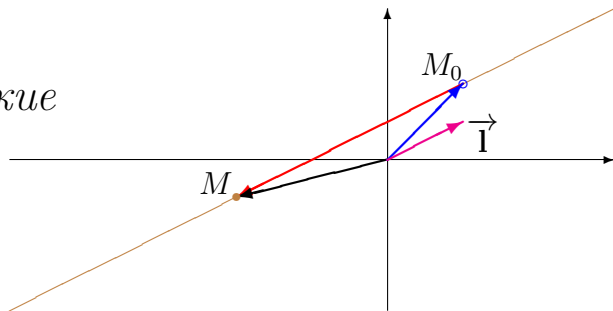


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.
 $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$, $\vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$, $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.
 Разложим вектор $\vec{OM}$ **в линейную комбинацию** векторов $\vec{OM}_0$ и $\vec{l}$.

Применим стратегию предвкушения: представим себе, что разложение уже выполнено.

Тогда направленный отрезок $\vec{OM}$ является диагональю параллелограмма с вершинами O и M и сторонами, параллельными $\vec{l}$ и $\vec{OM}_0$.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.

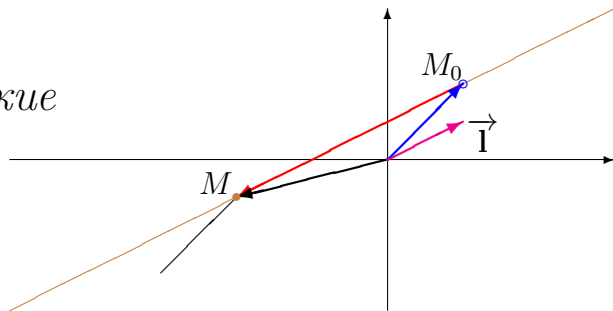


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.
 $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$, $\vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$, $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.
 Разложим вектор $\vec{OM}$ **в линейную комбинацию** векторов $\vec{OM}_0$ и $\vec{l}$.

Применим стратегию предвкушения: представим себе, что разложение уже выполнено.

Тогда направленный отрезок $\vec{OM}$ является диагональю параллелограмма с вершинами O и M и сторонами, параллельными $\vec{l}$ и $\vec{OM}_0$.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.

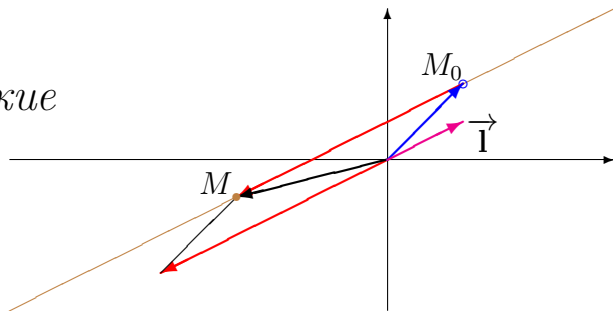


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.
 $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$, $\vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$, $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.
 Разложим вектор $\vec{OM}$ **в линейную комбинацию** векторов $\vec{OM}_0$ и $\vec{l}$.

Применим стратегию предвкушения: представим себе, что разложение уже выполнено.

Тогда направленный отрезок $\vec{OM}$ является диагональю параллелограмма с вершинами O и M и сторонами, параллельными $\vec{l}$ и $\vec{OM}_0$.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.

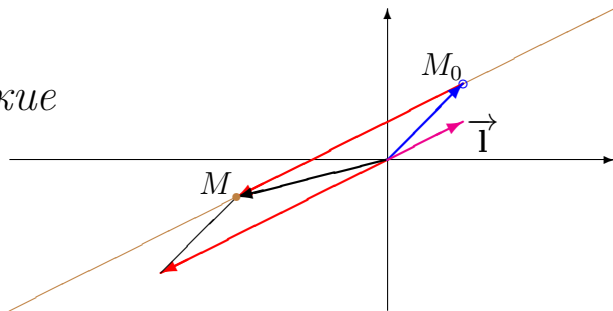


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.
 $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$, $\vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$, $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.
 Разложим вектор $\vec{OM}$ **в линейную комбинацию** векторов $\vec{OM}_0$ и $\vec{l}$.

Применим стратегию предвкушения: представим себе, что разложение уже выполнено.

Тогда направленный отрезок $\vec{OM}$ является диагональю параллелограмма с вершинами O и M и сторонами, параллельными $\vec{l}$ и $\vec{OM}_0$.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.

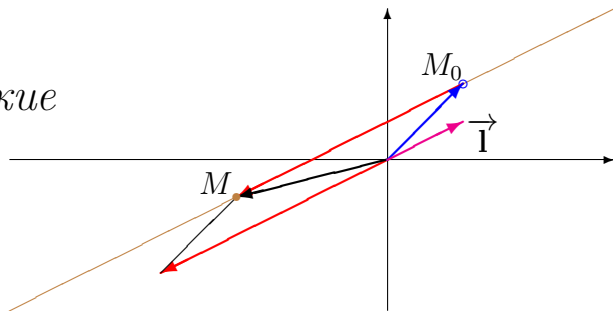


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.
 $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$, $\vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$, $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.
 Разложим вектор $\vec{OM}$ **в линейную комбинацию** векторов $\vec{OM}_0$ и $\vec{l}$.

Мы получим уравнение не двояким вычислением величины.

Как обычно в векторной алгебре, в чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \overrightarrow{OM_0} = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

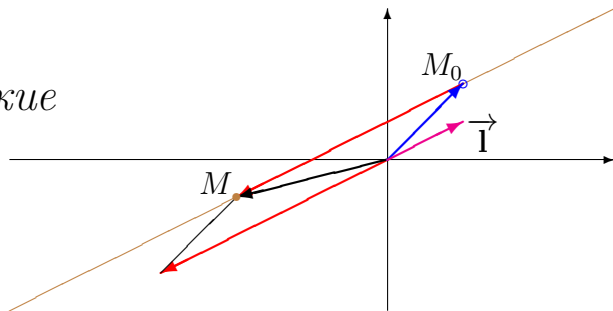
Разложим вектор $\overrightarrow{OM}$ **в линейную комбинацию** векторов $\overrightarrow{OM_0}$ и $\vec{l}$.

Мы получим уравнение не двояким вычислением величины.

Как обычно в векторной алгебре, в чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Согласно **критерию коллинеарности векторов** $\overrightarrow{M_0M} =$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \overrightarrow{OM_0} = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

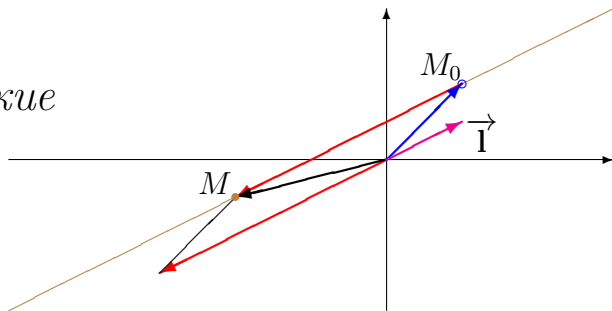
$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t\vec{l},$$

Мы получим уравнение не двояким вычислением величины.

Как обычно в векторной алгебре, в чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Согласно **критерию коллинеарности векторов** $\overrightarrow{M_0M} = t\vec{l}$.

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



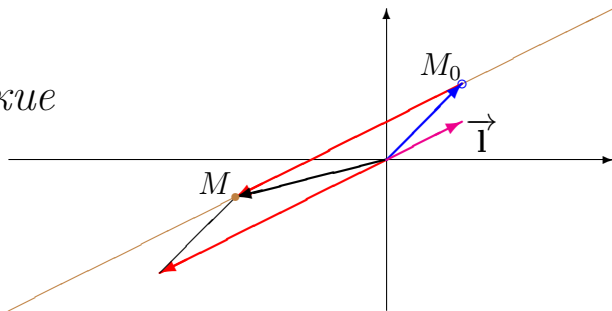
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l},$$

$$\underbrace{\vec{OM}} = \underbrace{\vec{OM}_0} + t \left(\underbrace{\vec{l}} \right).$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



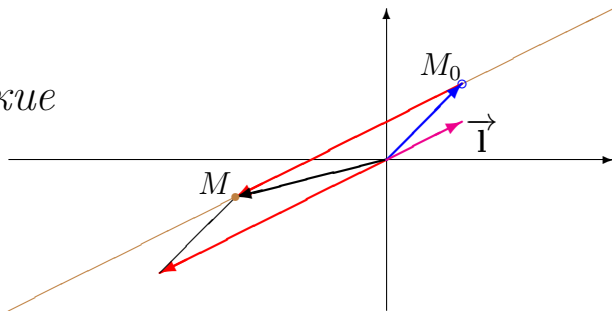
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l},$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{\phantom{x\vec{i} + y\vec{j}}}_{\vec{OM}_0} + t \left(\underbrace{\phantom{x\vec{i} + y\vec{j}}}_{\vec{l}} \right).$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.

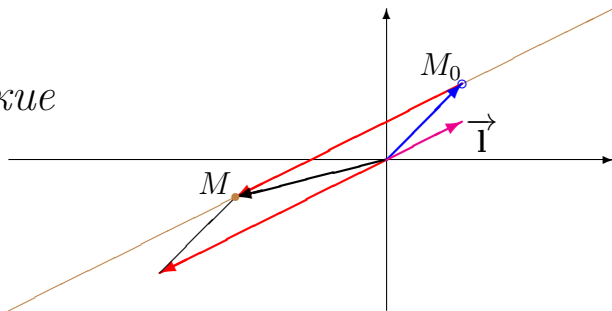


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.
 $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$, $\vec{OM_0} = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$, $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.

$$\vec{OM} = \vec{OM_0} + t\vec{l},$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM_0}} + t \left(\underbrace{\vec{l}}_{\vec{l}} \right).$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



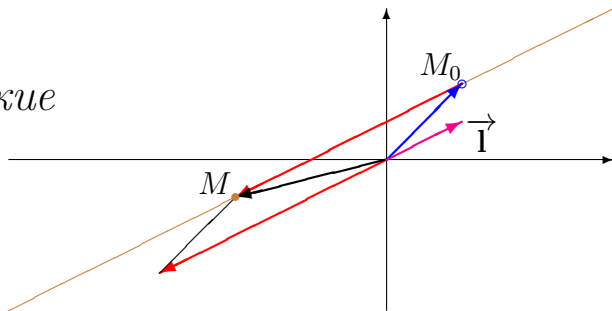
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l},$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



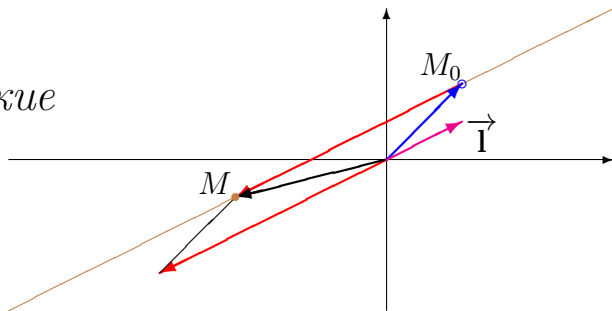
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v),$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



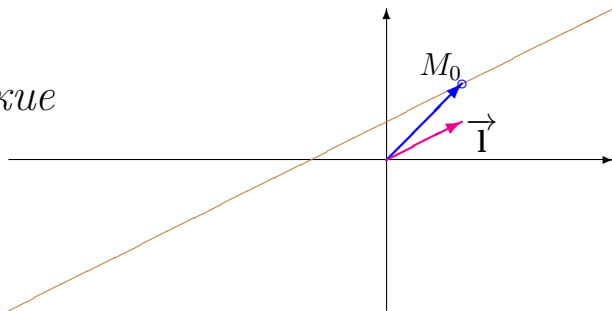
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = 1$ получим точку...

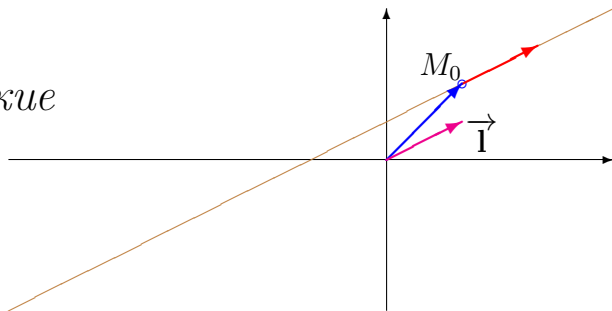
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = 1$ получим точку...

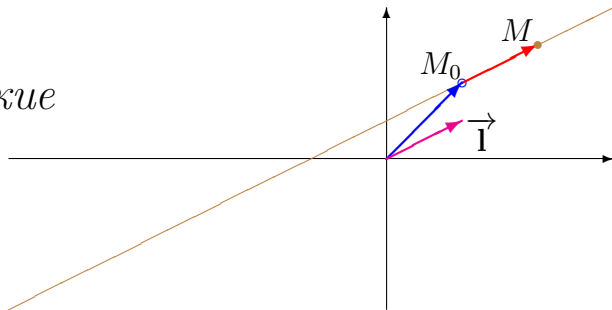
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = 1$ получим точку M .

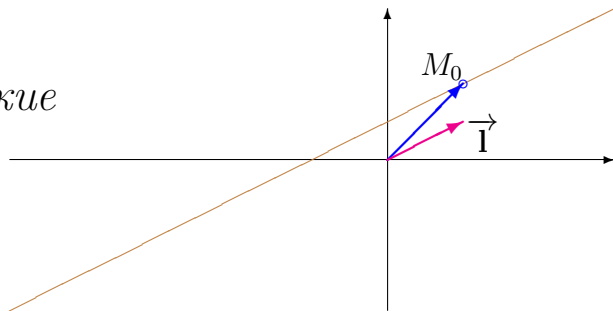
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = 0$ получим точку ...

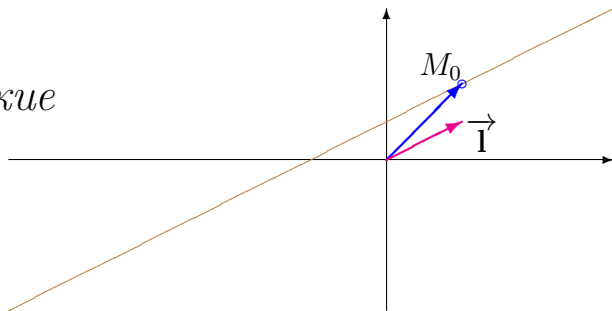
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = 0$ получим точку M_0 .

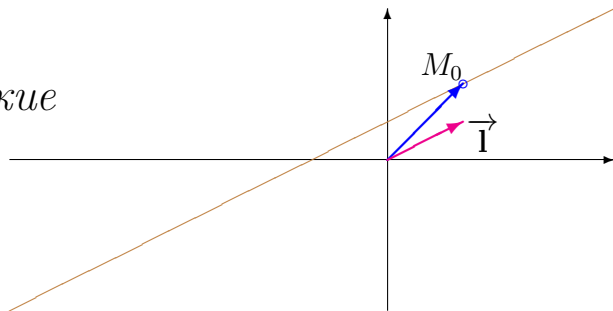
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -1$ получим точку...

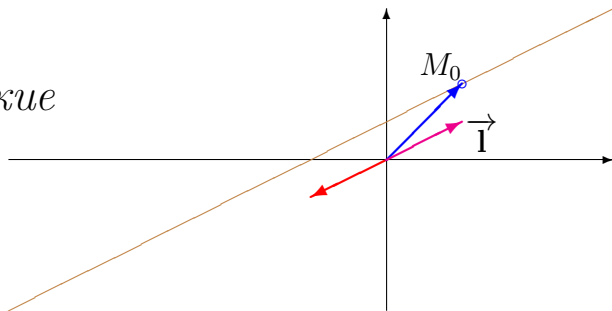
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -1$ получим точку...

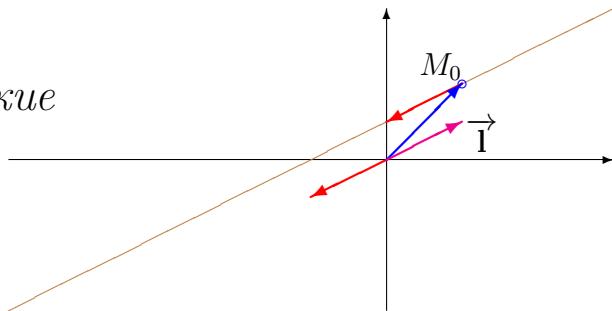
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -1$ получим точку...

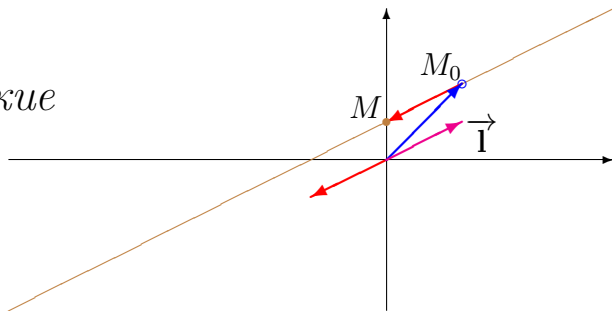
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -1$ получим точку M .

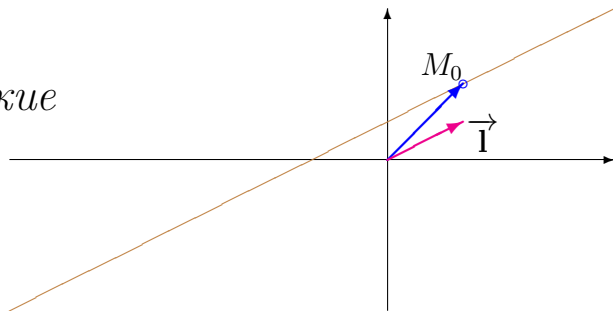
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -2$ получим точку...

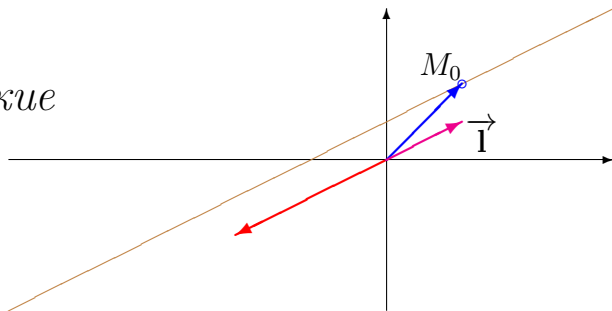
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -2$ получим точку...

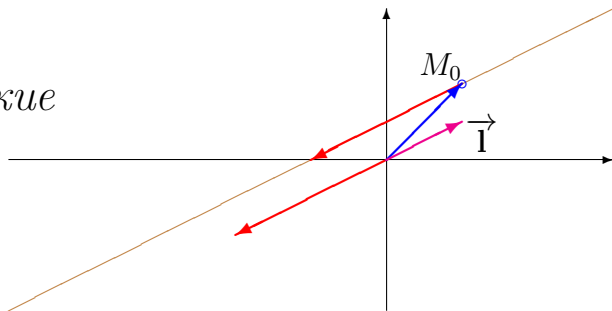
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -2$ получим точку...

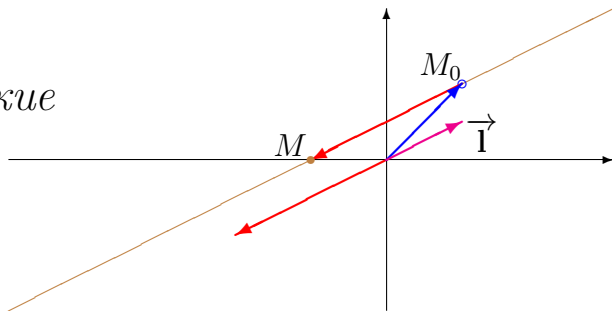
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -2$ получим точку M .

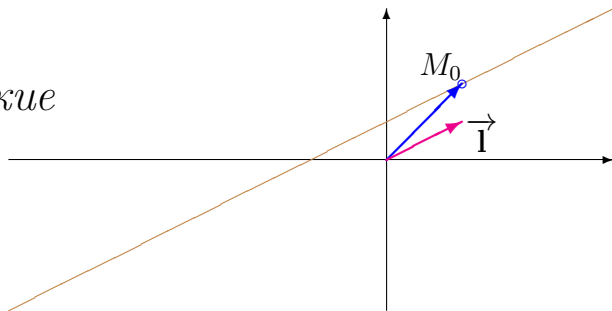
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -3$ получим точку...

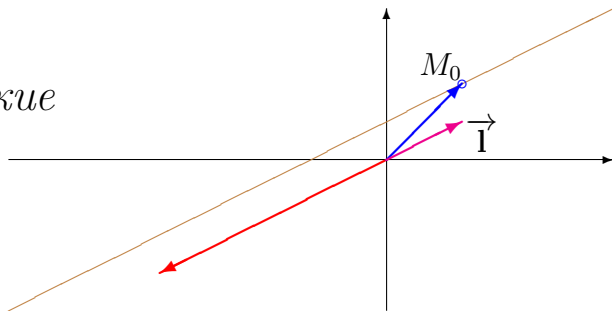
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -3$ получим точку...

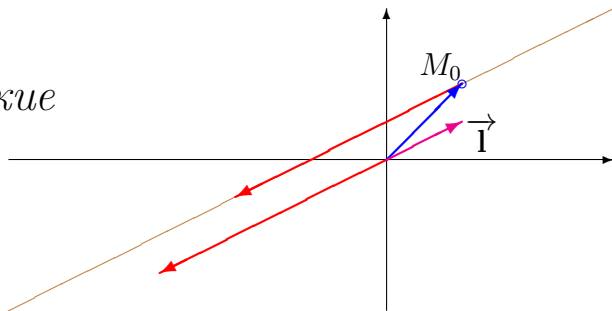
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -3$ получим точку...

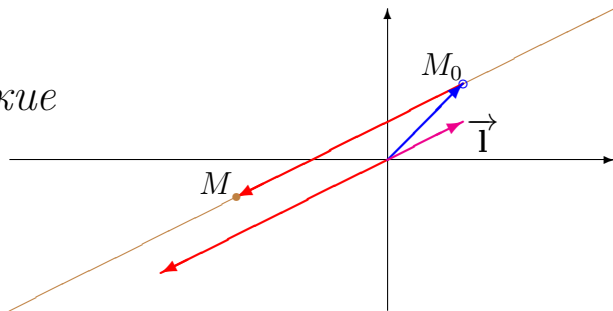
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -3$ получим точку M .

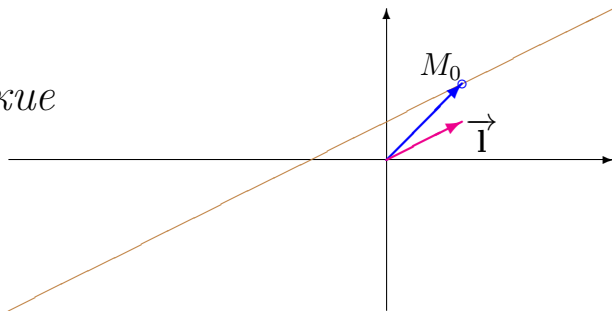
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -4$ получим точку...

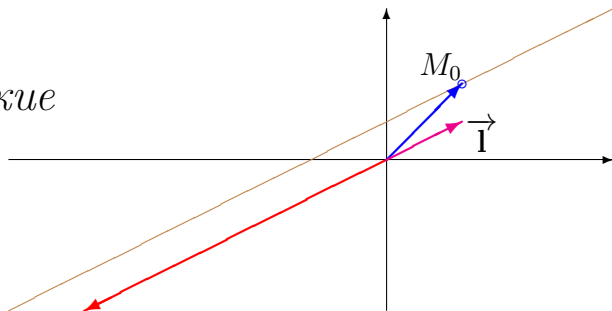
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -4$ получим точку...

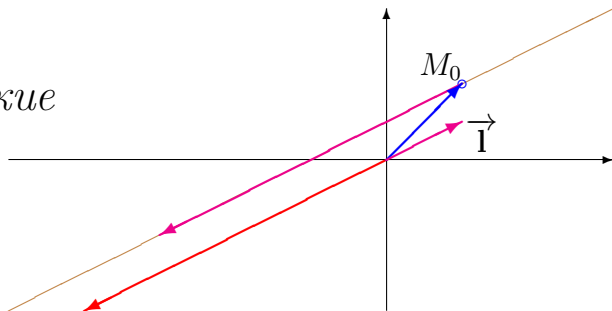
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -4$ получим точку...

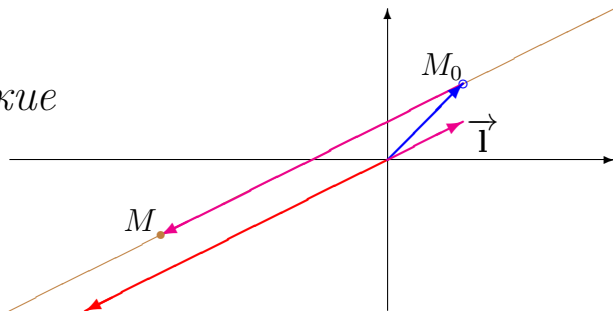
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



При $t = -4$ получим точку M .

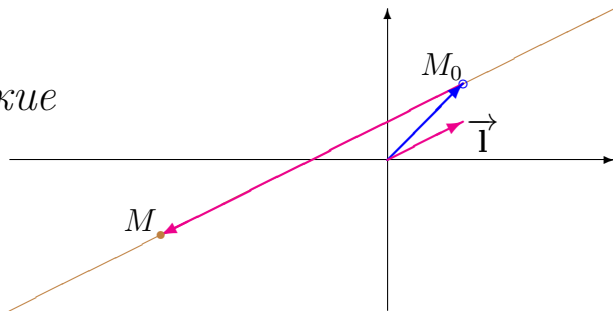
Решение. Применим стратегию составления уравнений.

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{OM}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}, \quad \vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}.$$

$$\vec{OM} = \vec{OM}_0 + t\vec{l}, \quad (x; y) = (x_0, y_0) + t(u, v), \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt. \end{cases}$$

$$\underbrace{x\vec{i} + y\vec{j}}_{\vec{OM}} = \underbrace{x_0\vec{i} + y_0\vec{j}}_{\vec{OM}_0} + t \underbrace{(u\vec{i} + v\vec{j})}_{\vec{l}}.$$

Пример 11. Вывести параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0)$ параллельно вектору $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j}$.



$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t\vec{l} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \end{cases} \quad (29)$$

Уравнения прямой в пространстве: $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_0} + t\vec{l} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \\ z = z_0 + wt, \end{cases} \quad (30)$

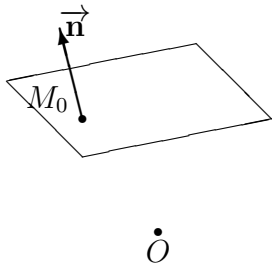
где $\vec{l} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$ (см. **таблицу**).

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример**?

Пример 12.

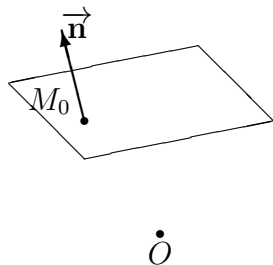
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.

Решение.



Пример 12.

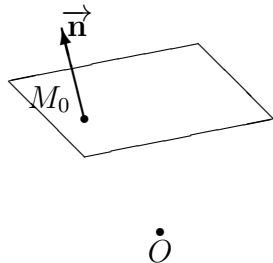
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



Решение. Разумеется, воспользуемся стратегией составления уравнений.

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.

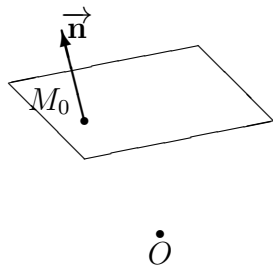


Решение. Разумеется, воспользуемся стратегией составления уравнений.

Что надо найти?

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.

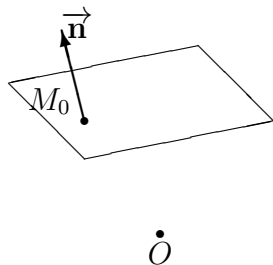


Решение. Разумеется, воспользуемся стратегией составления уравнений.

Что надо найти? Уравнение плоскости.

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



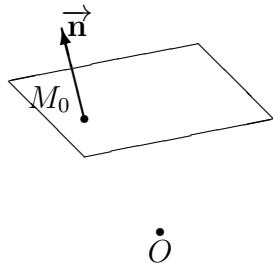
Решение. Разумеется, воспользуемся стратегией составления уравнений.

Что надо найти? Уравнение плоскости.

В каком виде представим ответ?

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



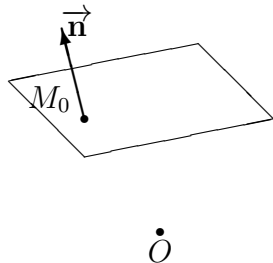
Решение. Разумеется, воспользуемся стратегией составления уравнений.

Что надо найти? Уравнение плоскости.

В каком виде представим ответ? В виде соответствующего уравнения плоскости.

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



Решение. Разумеется, воспользуемся стратегией составления уравнений.

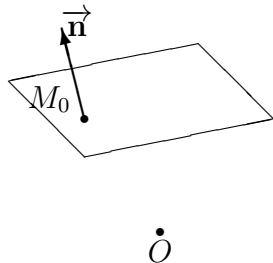
Что надо найти? Уравнение плоскости.

В каком виде представим ответ? В виде соответствующего уравнения плоскости.

Введем переменные.

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

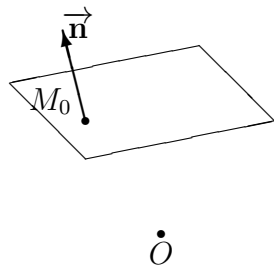
Что надо найти? Уравнение плоскости.

В каком виде представим ответ? В виде соответствующего уравнения плоскости.

Введем переменные. Как мы уже отмечали, уравнение линии и поверхности представляет собой утверждение о координатах произвольной точки этой фигуры.

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

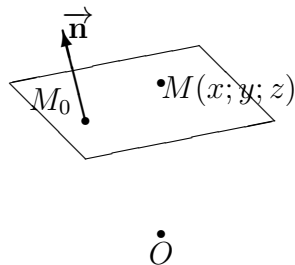
Что надо найти? Уравнение плоскости.

В каком виде представим ответ? В виде соответствующего уравнения плоскости.

Введем переменные. Как мы уже отмечали, уравнение линии и поверхности представляет собой утверждение о координатах произвольной точки этой фигуры. Поэтому возьмем произвольную точку M на этой плоскости и обозначим ее координаты буквами, например, пусть $M(x; y; z)$.

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



Решение. Разумеется, воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

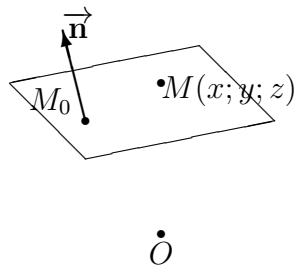
Что надо найти? Уравнение плоскости.

В каком виде представим ответ? В виде соответствующего уравнения плоскости.

Введем переменные. Как мы уже отмечали, уравнение линии и поверхности представляет собой утверждение о координатах произвольной точки этой фигуры. Поэтому возьмем произвольную точку M на этой плоскости и обозначим ее координаты буквами, например, пусть $M(x; y; z)$.

Пример 12.

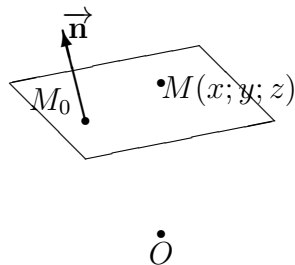
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



Решение. Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами.

Пример 12.

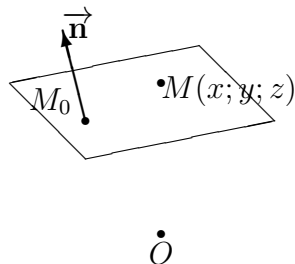
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



Решение. Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами. Теперь внимательно читаем условие, мы ищем

Пример 12.

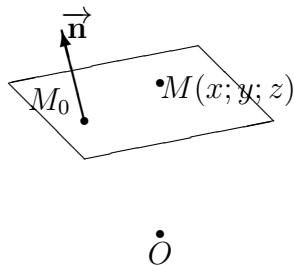
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



Решение. Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами. Теперь внимательно читаем условие, мы ищем **величину, значение которой будем вычислять разными способами.**

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.

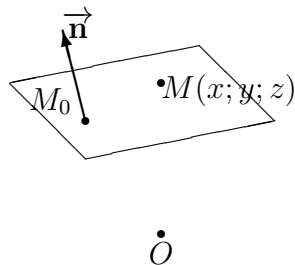


Решение. Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами. Теперь внимательно читаем условие, мы ищем **величину, значение которой будем вычислять разными способами.**

При решении **примера XIII.39** мы перечислили **величины, рассматриваемые в векторной алгебре.**

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.

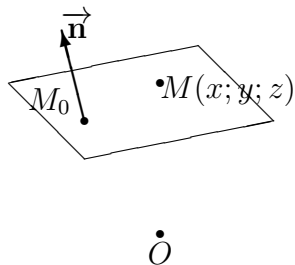


Решение. Составим систему уравнений, для чего некоторую величину вычислим разными способами. Теперь внимательно читаем условие, мы ищем **величину, значение которой будем вычислять разными способами.**

В условии рассматриваемого примера «волшебным» словом является слово «перпендикулярно», поскольку у нас имеется эффективный **критерий ортогональности векторов**, позволяющий двумя способами вычислить соответствующее скалярное произведение.

Пример 12.

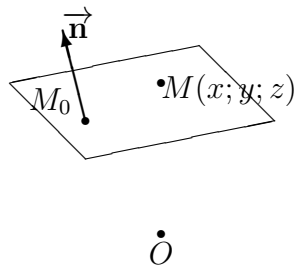
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



Решение. Поэтому нам надо каким-то образом с помощью точки M «сконструировать» вектор, ортогональный вектору $\vec{n}$, то есть параллельный данной плоскости.

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.

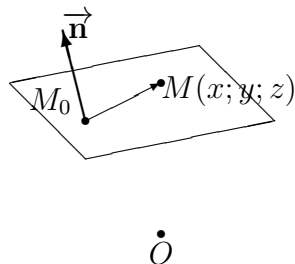


Решение. Поэтому нам надо каким-то образом с помощью точки M «сконструировать» вектор, ортогональный вектору $\vec{n}$, то есть параллельный данной плоскости.

Из рисунка видно, что в качестве такого вектора можно взять $\overrightarrow{M_0M}$.

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.

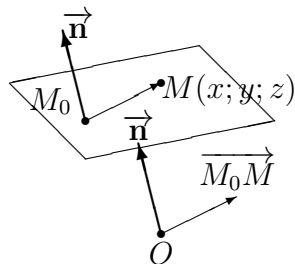


Решение. Поэтому нам надо каким-то образом с помощью точки M «сконструировать» вектор, ортогональный вектору $\vec{n}$, то есть параллельный данной плоскости.

Из рисунка видно, что в качестве такого вектора можно взять $\overrightarrow{M_0M}$.

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.

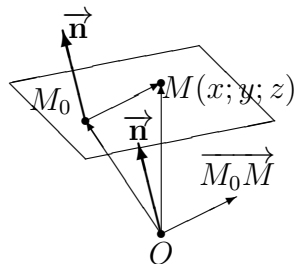


Решение. Поэтому нам надо каким-то образом с помощью точки M «сконструировать» вектор, ортогональный вектору $\vec{n}$, то есть параллельный данной плоскости.

Из рисунка видно, что в качестве такого вектора можно взять $\overrightarrow{M_0M}$.

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.

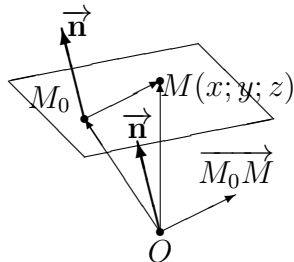


Решение. Поэтому нам надо каким-то образом с помощью точки M «сконструировать» вектор, ортогональный вектору $\vec{n}$, то есть параллельный данной плоскости.

Из рисунка видно, что в качестве такого вектора можно взять $\vec{M_0M}$.

Пример 12.

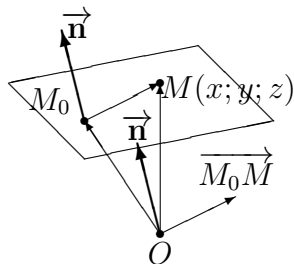
Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



Решение. Согласно критерию ортогональности векторов, получаем, в силу формулы для координат вектора $\overrightarrow{M_0M}$,

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.

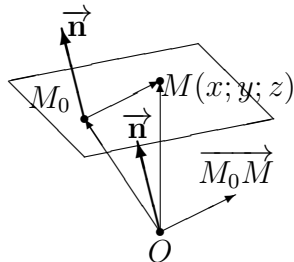


Решение. Согласно критерию ортогональности векторов, получаем, в силу формулы для координат вектора $\overrightarrow{M_0M}$,

$$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0 \Rightarrow$$

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.

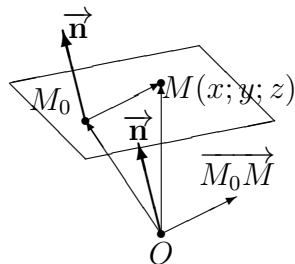


Решение. Согласно критерию ортогональности векторов, получаем, в силу формулы для координат вектора $\overrightarrow{M_0M}$,

$$\left(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}\right) = 0 \Rightarrow A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



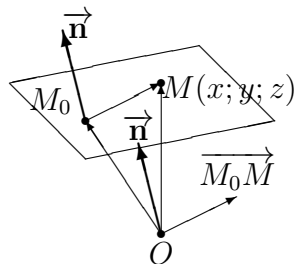
Решение. Согласно критерию ортогональности векторов, получаем, в силу формулы для координат вектора $\overrightarrow{M_0M}$,

$$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0 \Rightarrow A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

Выражение $-Ax_0 - By_0 - Cz_0$ не зависит от координат точки M , поэтому оно представляет собой число. Обозначим его через D , и получим уравнение (см. таблицу)

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



Решение. Согласно критерию ортогональности векторов, получаем, в силу формулы для координат вектора $\overrightarrow{M_0M}$,

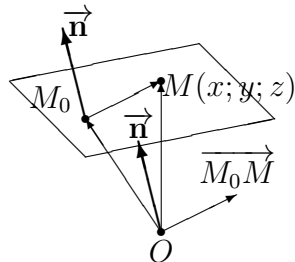
$$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0 \Rightarrow A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

Выражение $-Ax_0 - By_0 - Cz_0$ не зависит от координат точки M , поэтому оно представляет собой число. Обозначим его через D , и получим уравнение (см. таблицу)

$$\begin{cases} A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0, \\ D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0 \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 12.

Вывести общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



Решение. Согласно критерию ортогональности векторов, получаем, в силу формулы для координат вектора $\overrightarrow{M_0M}$,

$$(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0 \Rightarrow A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

Выражение $-Ax_0 - By_0 - Cz_0$ не зависит от координат точки M , поэтому оно представляет собой число. Обозначим его через D , и получим уравнение (см. таблицу)

$$\begin{cases} A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0, \\ D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0 \end{cases} \Rightarrow Ax + By + Cz + D = 0. \quad (31)$$

Вернуться к лекции или рассмотреть следующий пример?

Пример 13. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение.

Пример 13. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти?*

Пример 13. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти? Расстояние.*

Пример 13. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти? Расстояние.*

В каком виде представим ответ?

Пример 13. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти?* Расстояние.

В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим координаты точки и коэффициенты уравнения плоскости.

Пример 13. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти?* Расстояние.

В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим координаты точки и коэффициенты уравнения плоскости.

Введем переменные или найдем искомую величину конструктивно.

Пример 13. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти?* Расстояние.

В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим координаты точки и коэффициенты уравнения плоскости.

Введем переменные или найдем искомую величину конструктивно. Обозначим искомую величину буквой, например, d .

Пример 13. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти?* Расстояние.

В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим координаты точки и коэффициенты уравнения плоскости.

Введем переменные или найдем искомую величину конструктивно. Обозначим искомую величину буквой, например, d . Кроме того, предполагается, что плоскость задана уравнением, а исходная точка — координатами.

Пример 13. *Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.*

Решение. *Что надо найти?* Расстояние.

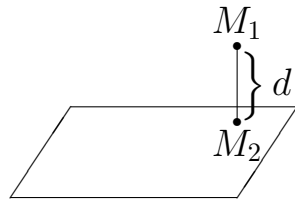
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим координаты точки и коэффициенты уравнения плоскости.

Введем переменные или найдем искомую величину конструктивно. Обозначим искомую величину буквой, например, d . Кроме того, предполагается, что плоскость задана уравнением, а исходная точка — координатами.

Введем обозначения для этих коэффициентов и координат: пусть $Ax + By + Cz + D = 0$ — уравнение плоскости, и $M_1(x_1; y_1; z_1)$ — исходная точка.

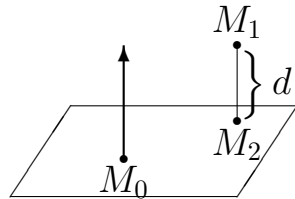
Пример 13. Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.

Решение. Итак, мы ищем расстояние d от точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$ до плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$.



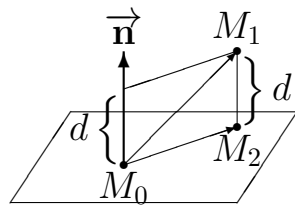
Пример 13. Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.

Решение. Итак, мы ищем расстояние d от точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$ до плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$. Пусть $M_0(x_0; y_0; z_0)$ — произвольная фиксированная точка плоскости, $\vec{n}(A; B; C)$ — нормальный вектор плоскости.



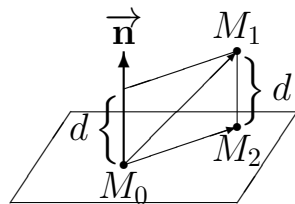
Пример 13. Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.

Решение. Итак, мы ищем расстояние d от точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$ до плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$. Пусть $M_0(x_0; y_0; z_0)$ — произвольная фиксированная точка плоскости, $\vec{n}(A; B; C)$ — нормальный вектор плоскости.



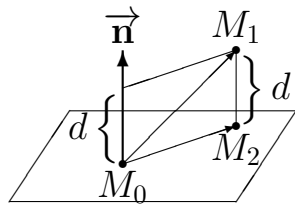
Пример 13. Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.

Решение. Искомое расстояние равно модулю проекции вектора $\overrightarrow{M_0M_1}$ на нормальный вектор плоскости, то есть на вектор $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



Пример 13. Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.

Решение. Искомое расстояние равно модулю проекции вектора $\overrightarrow{M_0M_1}$ на нормальный вектор плоскости, то есть на вектор $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.

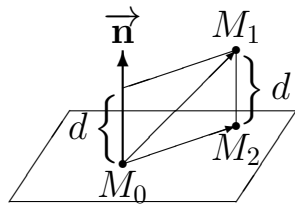


Согласно свойствам скалярного произведения получаем

$$d = \left| \frac{\left(A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}, \overrightarrow{M_0M_1} \right)}{\left| A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k} \right|} \right| =$$

Пример 13. Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.

Решение. Искомое расстояние равно модулю проекции вектора $\overrightarrow{M_0M_1}$ на нормальный вектор плоскости, то есть на вектор $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$.



Согласно свойствам скалярного произведения получаем

$$\begin{aligned} d &= \left| \frac{(A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}, \overrightarrow{M_0M_1})}{|A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}|} \right| = \\ &= \frac{|A(x_1 - x_0) + B(y_1 - y_0) + C(z_1 - z_0)|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}. \end{aligned}$$

Пример 13. Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.

Решение.

$$d = \frac{|A(x_1 - x_0) + B(y_1 - y_0) + C(z_1 - z_0)|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Так как M_0 принадлежит плоскости, то $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$,

Пример 13. Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.

Решение.

$$d = \frac{|A(x_1 - x_0) + B(y_1 - y_0) + C(z_1 - z_0)|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Так как M_0 принадлежит плоскости, то $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$, поэтому $-Ax_0 - By_0 - Cz_0 = D$. Следовательно,

Пример 13. Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.

Решение.

$$d = \frac{|A(x_1 - x_0) + B(y_1 - y_0) + C(z_1 - z_0)|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Так как M_0 принадлежит плоскости, то $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$, поэтому $-Ax_0 - By_0 - Cz_0 = D$. Следовательно,

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Пример 13. Вывести формулу для вычисления расстояния от точки до плоскости.

Решение.

$$d = \frac{|A(x_1 - x_0) + B(y_1 - y_0) + C(z_1 - z_0)|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Так как M_0 принадлежит плоскости, то $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$, поэтому $-Ax_0 - By_0 - Cz_0 = D$. Следовательно,

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Кстати, величина $\frac{Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, называемая **отклонением** точки от прямой, оказывается весьма полезной характеристикой.

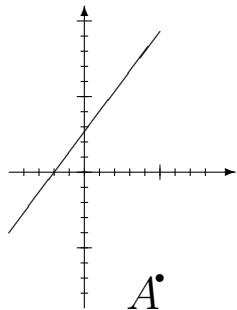
Вернуться к лекции?

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **а)** через точку $A(5; -7)$ перпендикулярно прямой $4x - 3y + 8 = 0$; **б)** через точку $B(8; 3)$ параллельно прямой $2x - y + 1 = 0$; **в)** через точку $C(4; 1)$ параллельно прямой
$$\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases} \quad \text{г)} \text{ через точку } D(-2; 4) \text{ перпендикулярно прямой}$$
$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$$

Решение.

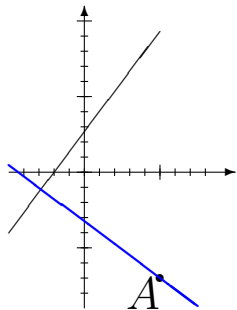
Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **а)** через точку $A(5; -7)$ перпендикулярно прямой $4x - 3y + 8 = 0$;

Решение.



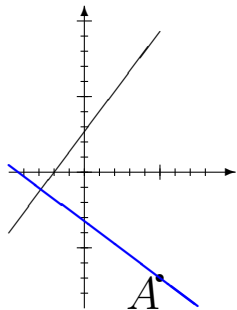
Пример 14. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *а)* через точку $A(5; -7)$ перпендикулярно прямой $4x - 3y + 8 = 0$;

Решение.



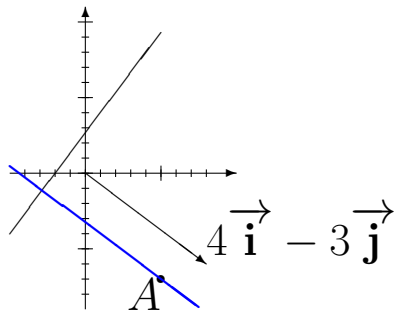
Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **а)** через точку $A(5; -7)$ перпендикулярно прямой $4x + (-3)y + 8 = 0$;

Решение.



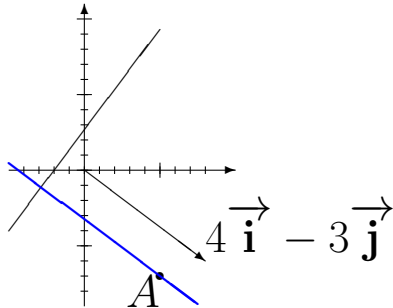
Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **а)** через точку $A(5; -7)$ перпендикулярно прямой $4x + (-3)y + 8 = 0$;

Решение.



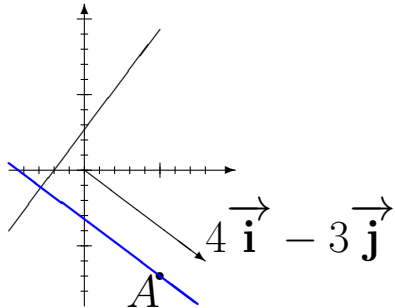
Пример 14. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *а)* через точку $A(5; -7)$ перпендикулярно прямой $4x + (-3)y + 8 = 0$;

Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **а)** через точку $A(5; -7)$ перпендикулярно прямой $4x - 3y + 8 = 0$;

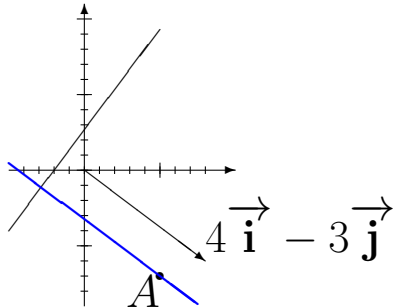
Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



$$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **а)** через точку $A(5; -7)$ перпендикулярно прямой $4x - 3y + 8 = 0$;

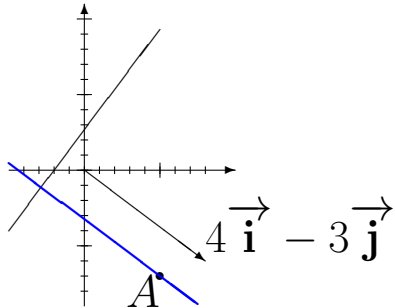
Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



$$\begin{cases} x = 5 + \\ y = (-7) + \end{cases}$$

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **а)** через точку $A(5; -7)$ перпендикулярно прямой $4x + (-3)y + 8 = 0$;

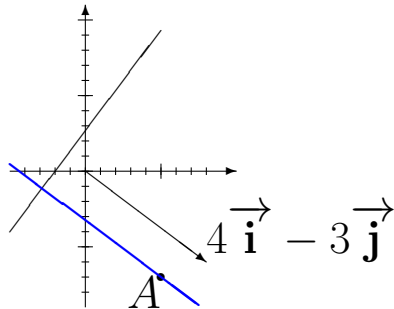
Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



$$\begin{cases} x = 5 + \\ y = -7 + \end{cases}$$

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **а)** через точку $A(5; -7)$ перпендикулярно прямой $4x + (-3)y + 8 = 0$;

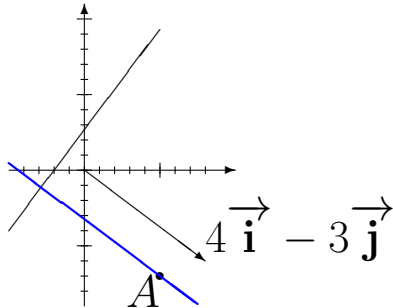
Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



$$\begin{cases} x = 5 + 4t, \\ y = -7 + (-3)t; \end{cases}$$

Пример 14. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *а)* через точку $A(5; -7)$ перпендикулярно прямой $4x - 3y + 8 = 0$;

Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



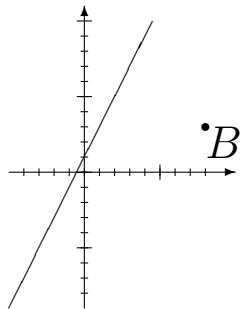
$$\begin{cases} x = 5 + 4t, \\ y = -7 + (-3)t; \end{cases}$$

Пример 14. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *б)* через точку $B(8; 3)$ параллельно прямой $2x - y + 1 = 0$;

Решение.

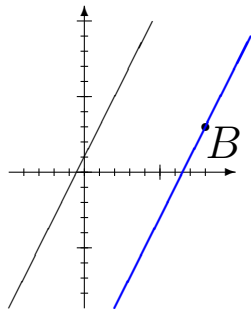
Пример 14. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *б)* через точку $B(8; 3)$ параллельно прямой $2x - y + 1 = 0$;

Решение.



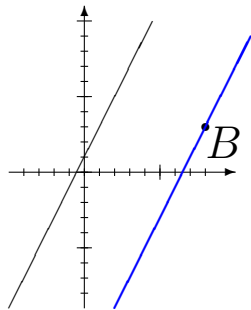
Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(8; 3)$ параллельно прямой $2x - y + 1 = 0$;

Решение.



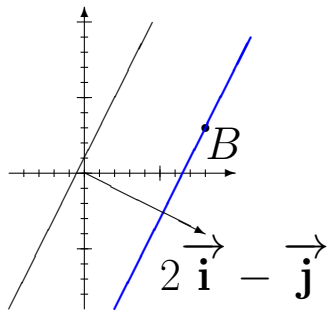
Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(8; 3)$ параллельно прямой $2x + (-1)y + 1 = 0$;

Решение.



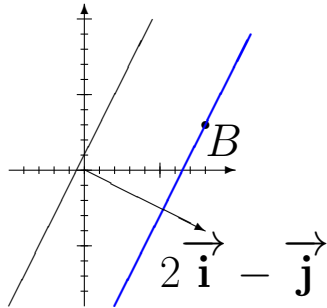
Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(8; 3)$ параллельно прямой $2x + (-1)y + 1 = 0$;

Решение.



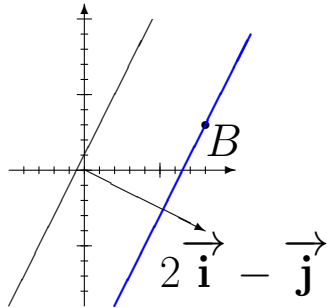
Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(8; 3)$ параллельно прямой $2x + (-1)y + 1 = 0$;

Решение. Мы знаем вектор, нормальный к искомой прямой.



Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(8; 3)$ параллельно прямой $2x + (-1)y + 1 = 0$;

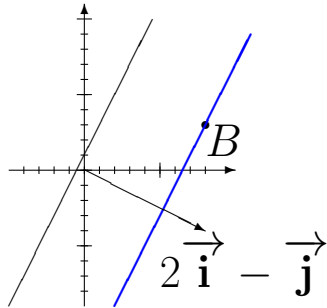
Решение. Мы знаем вектор, нормальный к искомой прямой.



$$2(x - \quad) - (y - \quad) = 0$$

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(8; 3)$ параллельно прямой $2x - y + 1 = 0$;

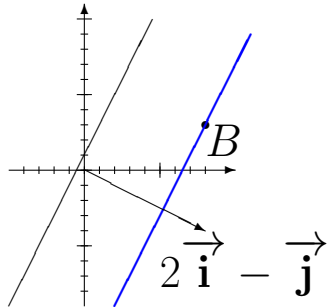
Решение. Мы знаем вектор, нормальный к искомой прямой.



$$2(x - \quad) - (y - \quad) = 0$$

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(8; 3)$ параллельно прямой $2x - y + 1 = 0$;

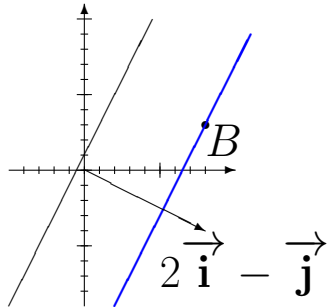
Решение. Мы знаем вектор, нормальный к искомой прямой.



$$2(x - 8) - (y - 3) = 0 \Rightarrow$$

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(8; 3)$ параллельно прямой $2x - y + 1 = 0$;

Решение. Мы знаем вектор, нормальный к искомой прямой.



$$2(x - 8) - (y - 3) = 0 \Rightarrow 2x - y - 13 = 0.$$

Пример 14. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* через точку $C(4; 1)$ параллельно прямой

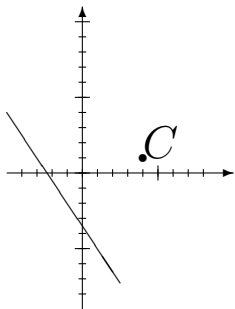
$$\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$$

Решение.

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **в)** через точку $C(4; 1)$ параллельно прямой

$$\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$$

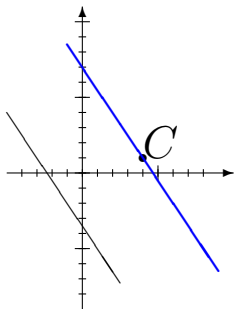
Решение.



Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **в)** через точку $C(4; 1)$ параллельно прямой

$$\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$$

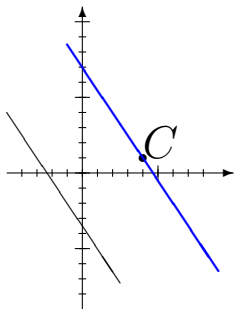
Решение.



Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **в)** через точку $C(4; 1)$ параллельно прямой

$$\begin{cases} x = 3 + (-2)t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$$

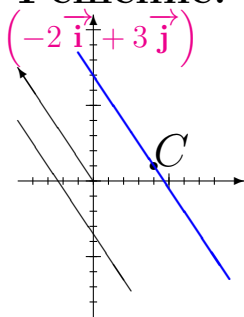
Решение.



Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **в)** через точку $C(4; 1)$ параллельно прямой

$$\begin{cases} x = 3 + (-2)t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$$

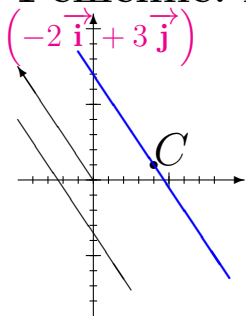
Решение.



Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **в)** через точку $C(4; 1)$ параллельно прямой

$$\begin{cases} x = 3 + (-2)t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$$

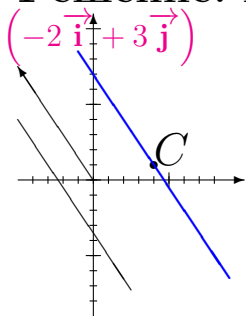
Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **в)** через точку $C(4; 1)$ параллельно прямой

$$\begin{cases} x = 3 + (-2)t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$$

Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.

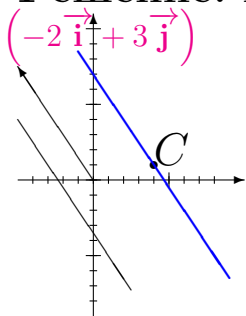


$$\begin{cases} x = + (-2)t, \\ y = + 3t; \end{cases}$$

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **в)** через точку $C(4; 1)$ параллельно прямой

$$\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$$

Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.

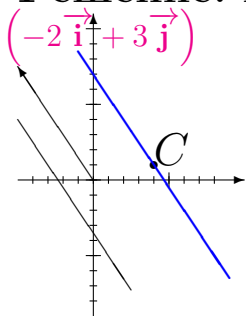


$$\begin{cases} x = -2t, \\ y = +3t; \end{cases}$$

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **в)** через точку $C(4; 1)$ параллельно прямой

$$\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$$

Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.

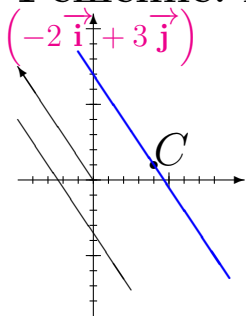


$$\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 1 + 3t; \end{cases}$$

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **в)** через точку $C(4; 1)$ параллельно прямой

$$\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -8 + 3t; \end{cases}$$

Решение. Мы знаем *направляющий вектор* искомой прямой.



$$\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 1 + 3t; \end{cases}$$

Пример 14. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *г)* через точку $D(-2; 4)$ перпендикулярно прямой

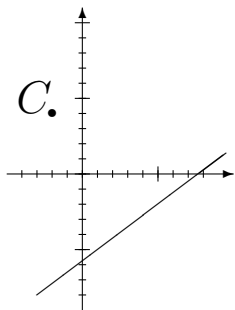
$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$$

Решение.

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **г)** через точку $D(-2; 4)$ перпендикулярно прямой

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$$

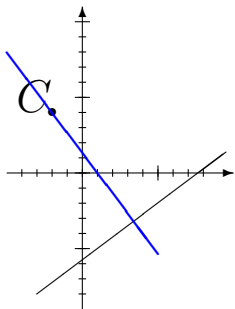
Решение.



Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **г)** через точку $D(-2; 4)$ перпендикулярно прямой

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$$

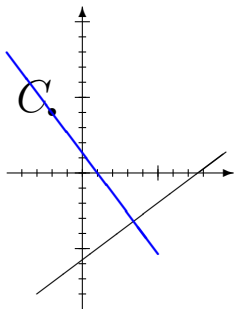
Решение.



Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **г)** через точку $D(-2; 4)$ перпендикулярно прямой

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$$

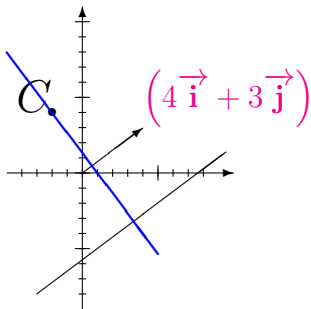
Решение.



Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **г)** через точку $D(-2; 4)$ перпендикулярно прямой

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$$

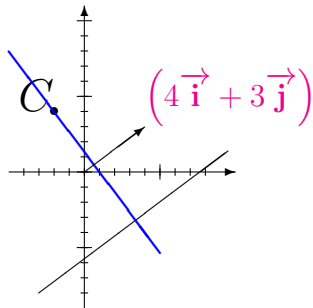
Решение.



Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **г)** через точку $D(-2; 4)$ перпендикулярно прямой

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$$

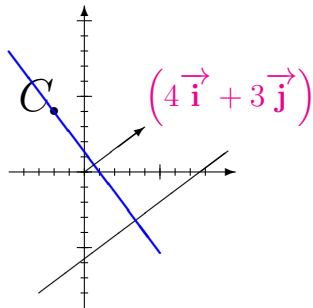
Решение. Мы знаем вектор, нормальный к искомой прямой.



Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **г)** через точку $D(-2; 4)$ перпендикулярно прямой

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$$

Решение. Мы знаем вектор, нормальный к искомой прямой.

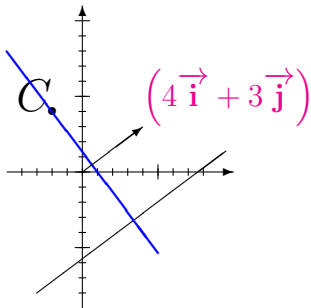


$$4(x - \quad) + 3(y - \quad) = 0$$

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **г)** через точку $D(-2; 4)$ перпендикулярно прямой

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$$

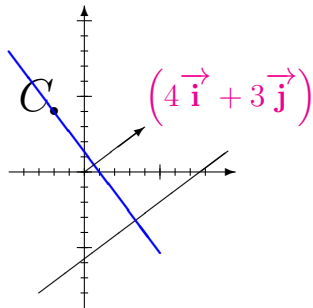
Решение. Мы знаем вектор, нормальный к искомой прямой.



$$4(x - \quad) + 3(y - \quad) = 0$$

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **г)** через точку $D(-2; 4)$ перпендикулярно прямой $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$

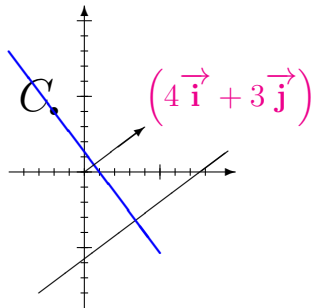
Решение. Мы знаем вектор, нормальный к искомой прямой.



$$4(x - (-2)) + 3(y - 4) = 0$$

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **г)** через точку $D(-2; 4)$ перпендикулярно прямой $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$

Решение. Мы знаем вектор, нормальный к искомой прямой.

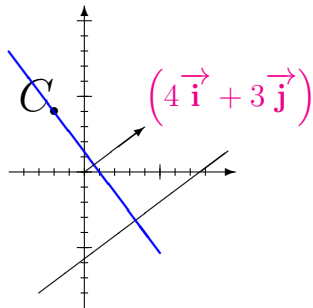


$$4(x - (-2)) + 3(y - 4) = 0 \Rightarrow$$

Пример 14. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **г)** через точку $D(-2; 4)$ перпендикулярно прямой

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t. \end{cases}$$

Решение. Мы знаем вектор, нормальный к искомой прямой.



$$4(x - (-2)) + 3(y - 4) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x + 3y - 4 = 0.$$

Вернуться к лекции?

Пример 15. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений плоскости*, найдите уравнения *плоскостей*, проходящих:

а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

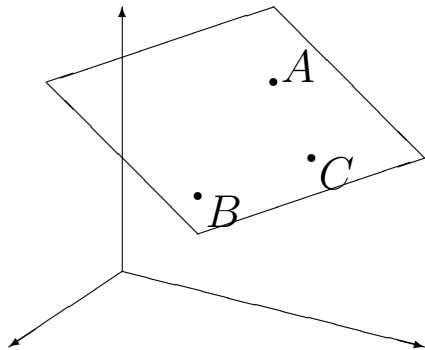
в) через точку $S(-1; 3; -3)$ параллельно плоскости $3x + 4y + 2z - 3 = 0$;

г) через прямую $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ перпендикулярно плоскости $x - 3y + 4 = 0$.

Решение.

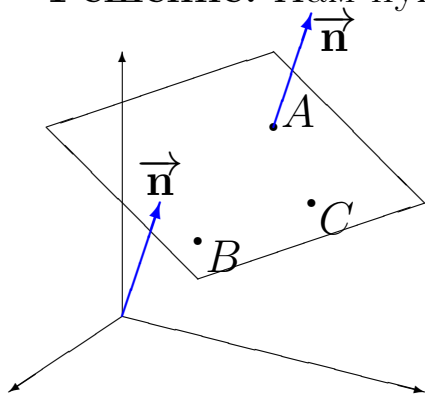
Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

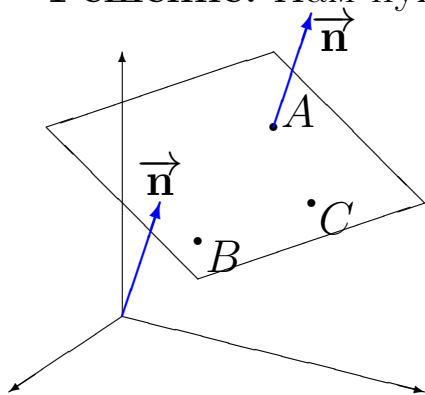
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 15. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений плоскости*, найдите уравнения *плоскостей*, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

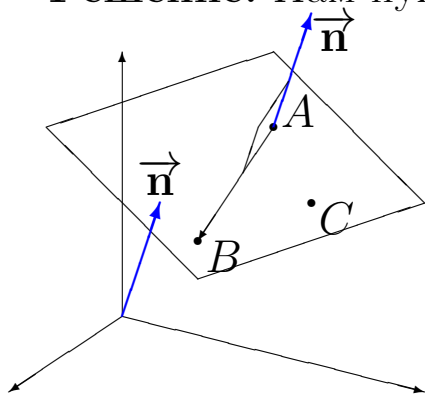
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

Достаточно найти два неколлинеарных направляющих вектора плоскости:



Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

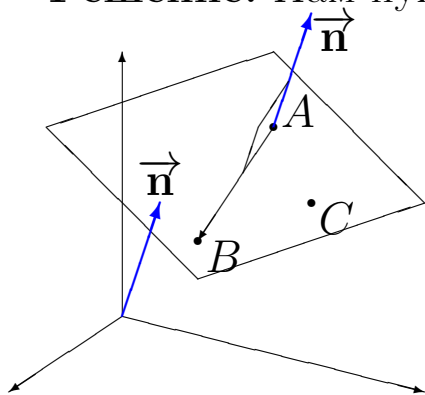


Достаточно найти два неколлинеарных направляющих вектора плоскости:

$$\overrightarrow{AB} =$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

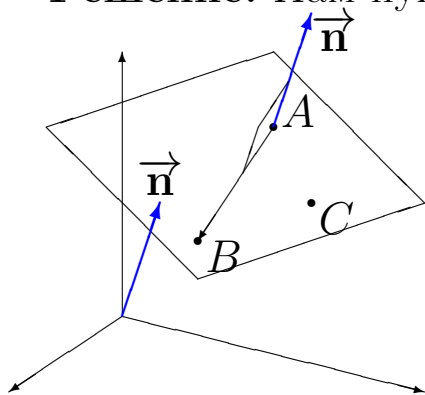


Достаточно найти два неколлинеарных направляющих вектора плоскости:

$$\begin{array}{l} \text{сти:} \\ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \end{array}$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

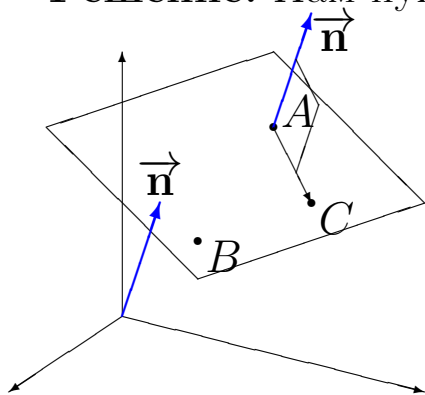


Достаточно найти два неколлинеарных направляющих вектора плоскости:

$$\text{сти:} \quad \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k},$$

Пример 15. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений плоскости*, найдите уравнения *плоскостей*, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

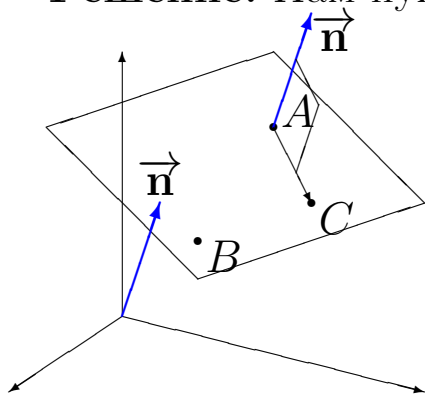


Достаточно найти два неколлинеарных направляющих вектора плоскости:

$$\begin{aligned} \text{сти:} \\ \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}, \\ \overrightarrow{AC} &= \end{aligned}$$

Пример 15. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений плоскости*, найдите уравнения *плоскостей*, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

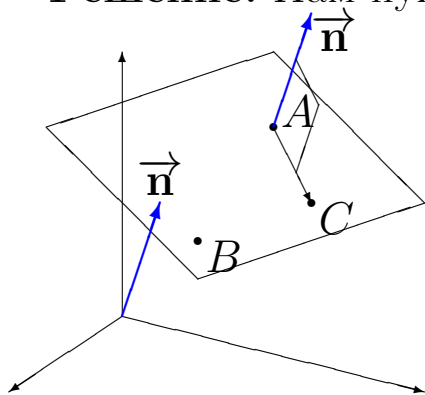


Достаточно найти два неколлинеарных направляющих вектора плоскости:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}, \\ \overrightarrow{AC} &= \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \end{aligned}$$

Пример 15. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений плоскости*, найдите уравнения *плоскостей*, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

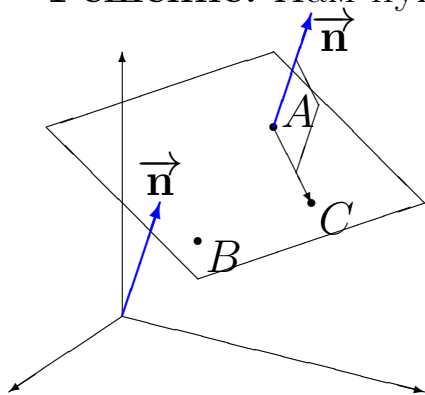


Достаточно найти два неколлинеарных направляющих вектора плоскости:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}, \\ \overrightarrow{AC} &= \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = -2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}, \end{aligned}$$

Пример 15. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений плоскости*, найдите уравнения *плоскостей*, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

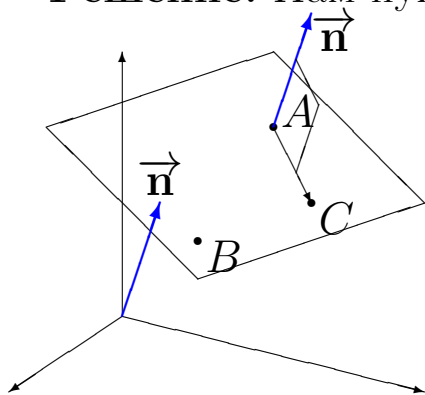


$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}, \\ \overrightarrow{AC} &= \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = -2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k},\end{aligned}$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] =$$

Пример 15. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений плоскости*, найдите уравнения *плоскостей*, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

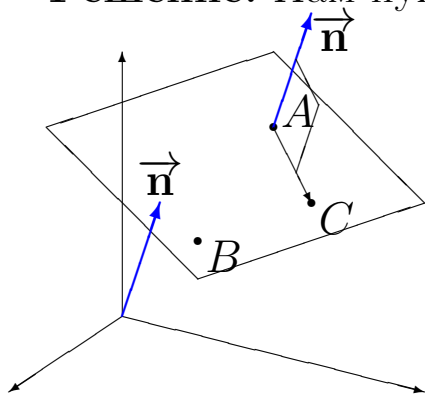
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}, \\ \overrightarrow{AC} &= \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = -2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}, \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

Пример 15. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений плоскости*, найдите уравнения *плоскостей*, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



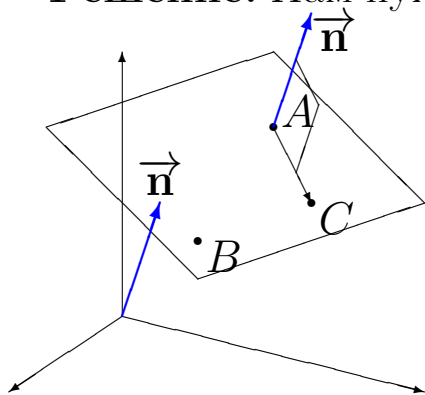
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}, \\ \overrightarrow{AC} &= \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = -2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k},\end{aligned}$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2\vec{i} - 4\vec{j} + 10\vec{k}.$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

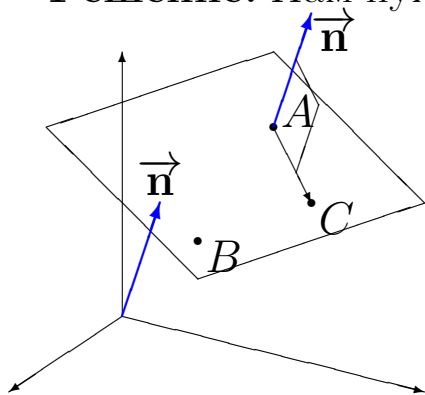
Решение. Нам нужны точка и **нормальный вектор плоскости**.



$$\begin{aligned} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= \mathbf{2} \vec{i} + (-4) \vec{j} + \mathbf{10} \vec{k}. \end{aligned}$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

Решение. Нам нужны точка и **нормальный вектор плоскости**.



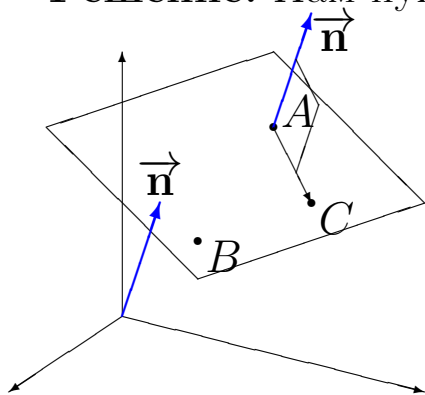
$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2\vec{i} + (-4)\vec{j} + 10\vec{k}.$$

$$2(x - \quad) + (-4)(y - \quad) + 10(z - \quad) = 0,$$

Пример 15. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений плоскости*, найдите уравнения *плоскостей*, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



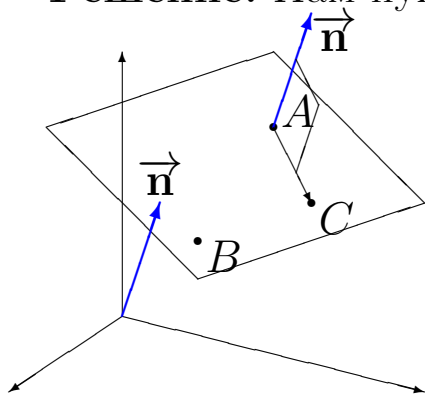
$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2\vec{i} - 4\vec{j} + 10\vec{k}.$$

$$2(x - \quad) - 4(y - \quad) + 10(z - \quad) = 0,$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:
а) через точки $A(\mathbf{2}; \mathbf{-1}; \mathbf{-3})$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



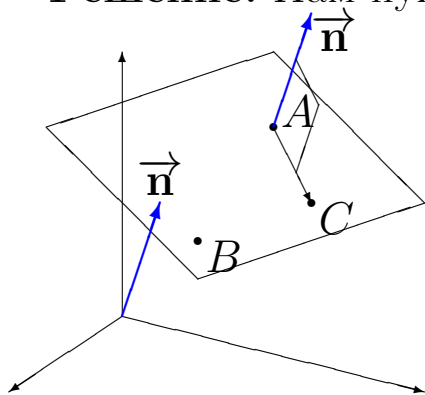
$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2\vec{i} - 4\vec{j} + 10\vec{k}.$$

$$2(x - \mathbf{2}) - 4(y - (\mathbf{-1})) + 10(z - (\mathbf{-3})) = 0,$$

Пример 15. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений плоскости*, найдите уравнения *плоскостей*, проходящих:
а) через точки $A(2; -1; -3)$, $B(3; 2; -2)$, $C(0; 3; -1)$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2\vec{i} - 4\vec{j} + 10\vec{k}.$$

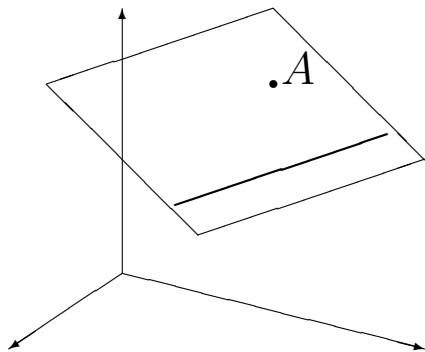
$$2(x - 2) - 4(y - (-1)) + 10(z - (-3)) = 0,$$

$$x - 2y + 5z + 11 = 0.$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

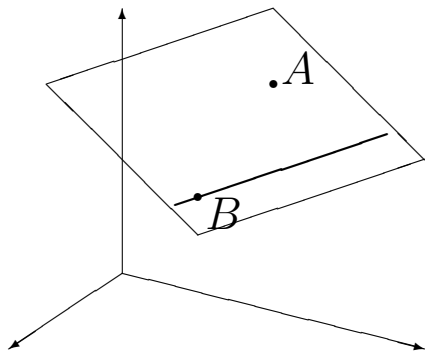
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

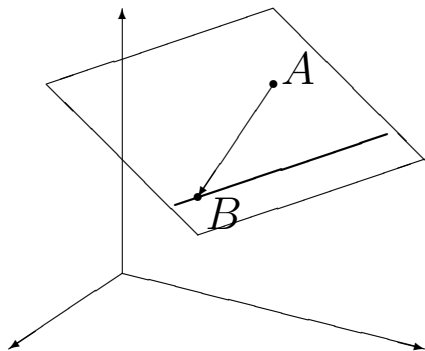
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

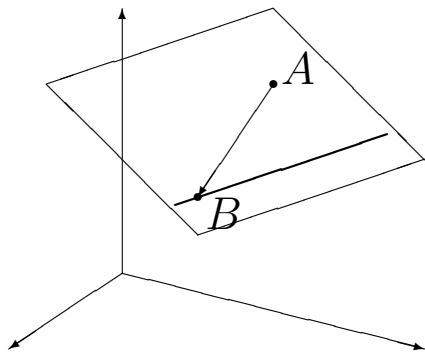


Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

$$\overrightarrow{AB} =$$

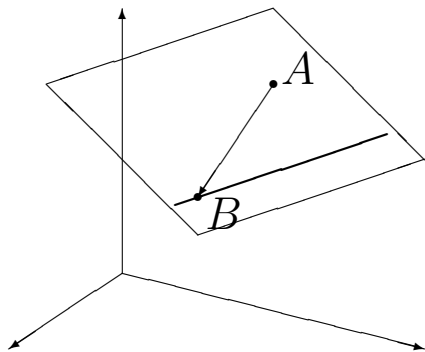


Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k},$$

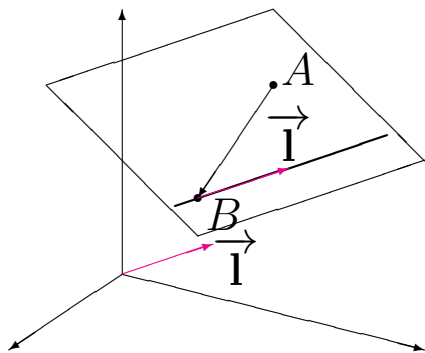


Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 + (-6)t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k},$$

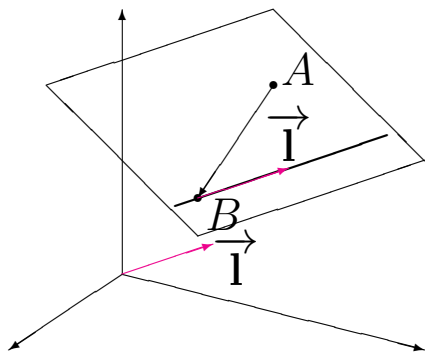


Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскостей**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 + (-6)t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

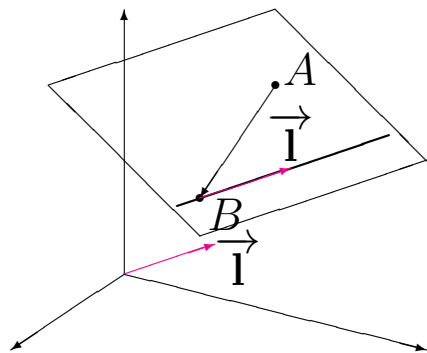
$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}, \\ \vec{l} &= (-6)\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} \end{aligned}$$



Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскостей**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 + (-6)t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



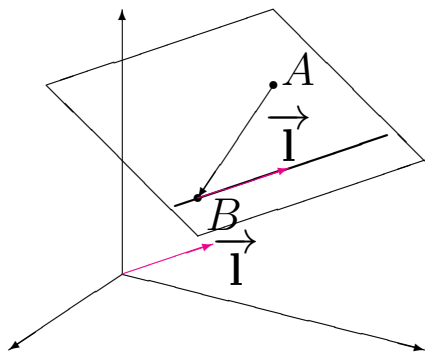
$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}, \\ \vec{l} &= (-6)\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} \end{aligned}$$

$$[\overrightarrow{AB}, \vec{l}] =$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскостей**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 + (-6)t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} + \overrightarrow{k},$$

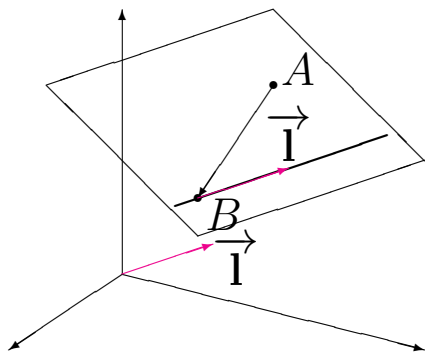
$$\overrightarrow{I} = (-6)\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j} + 2\overrightarrow{k}$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{I}] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ -6 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 + (-6)t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\overrightarrow{AB} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k},$$

$$\vec{l} = (-6)\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

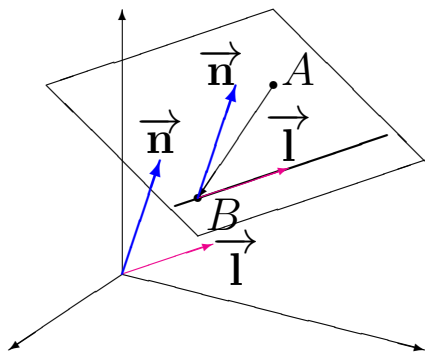
$$[\overrightarrow{AB}, \vec{l}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ -6 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 4\vec{i} - 8\vec{j} + 20\vec{k}.$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

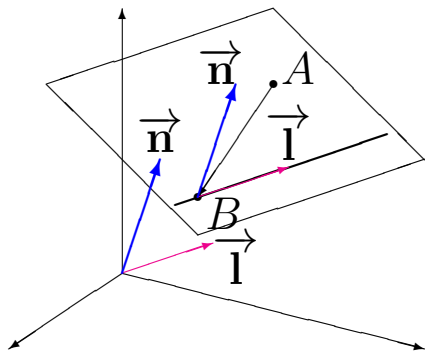


$$\begin{aligned} [\overrightarrow{AB}, \vec{l}] &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ -6 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= 4\vec{i} + (-8)\vec{j} + 20\vec{k}, \\ 4(x -) + (-8)(y -) + 20(z -) &= 0 \end{aligned}$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$[\overrightarrow{AB}, \vec{l}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ -6 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

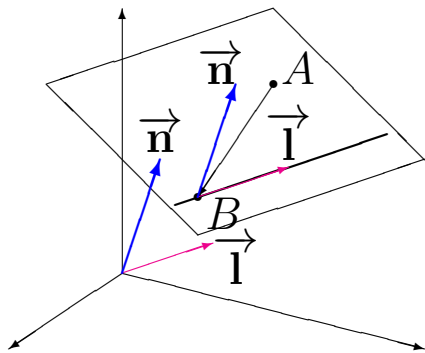
$$= 4\vec{i} - 8\vec{j} + 20\vec{k},$$

$$4(x - \quad) - 8(y - \quad) + 20(z - \quad) = 0,$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$[\overrightarrow{AB}, \vec{l}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ -6 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

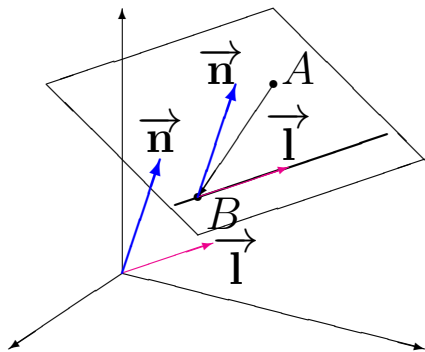
$$= 4\vec{i} - 8\vec{j} + 20\vec{k},$$

$$4(x - 2) - 8(y - (-1)) + 20(z - (-3)) = 0,$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих:

б) через точку $A(2; -1; -3)$ и прямую $\begin{cases} x = 3 - 6t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases}$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$[\overrightarrow{AB}, \vec{l}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ -6 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

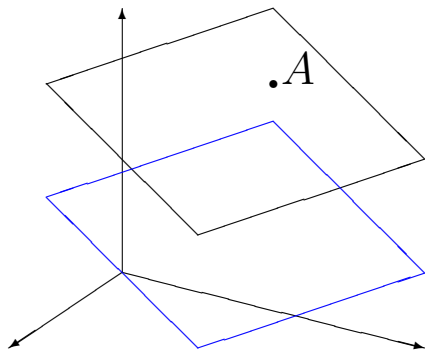
$$= 4\vec{i} - 8\vec{j} + 20\vec{k},$$

$$4(x - 2) - 8(y - (-1)) + 20(z - (-3)) = 0,$$

$$x - 2y + 5z + 11 = 0.$$

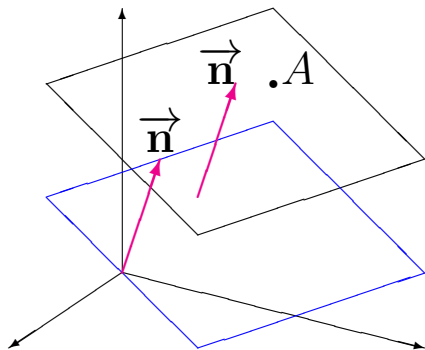
Пример 15. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений плоскости*, найдите уравнения *плоскостей*, проходящих: *в)* через точку $S(-1; 3; -3)$ параллельно плоскости $3x + 4y + 2z - 3 = 0$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **в)** через точку $S(-1; 3; -3)$ параллельно плоскости $3x + 4y + 2z - 3 = 0$;

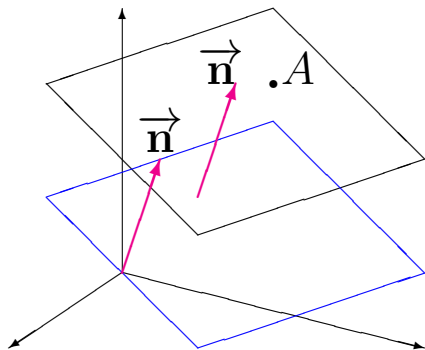
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **в)** через точку $S(-1; 3; -3)$ параллельно плоскости $3x + 4y + 2z - 3 = 0$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

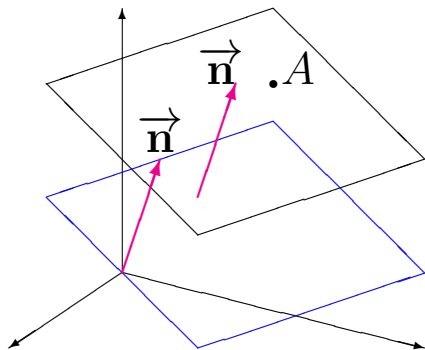
$$3(x - \quad) + 4(y - \quad) + 2(z - \quad) = 0$$



Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **в)** через точку $S(-1; 3; -3)$ параллельно плоскости $3x + 4y + 2z - 3 = 0$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

$$3(x - (-1)) + 4(y - 3) + 2(z - (-3)) = 0$$

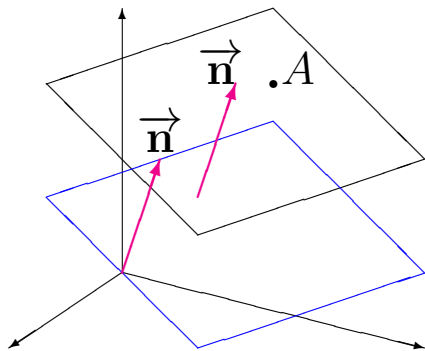


Пример 15. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений плоскости*, найдите уравнения *плоскостей*, проходящих: *в)* через точку $S(-1; 3; -3)$ параллельно плоскости $3x + 4y + 2z - 3 = 0$;

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

$$3(x - (-1)) + 4(y - 3) + 2(z - (-3)) = 0$$

$$3x + 4y + 2z - 3 = 0.$$

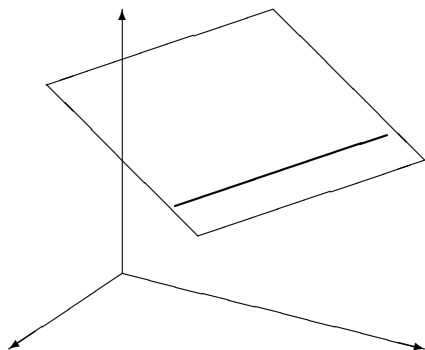


Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **г)** через прямую

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad \text{перпендикулярно}$$

плоскости $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

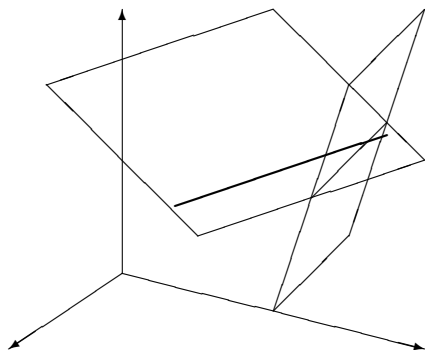


Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **г)** через прямую

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad \text{перпендикулярно}$$

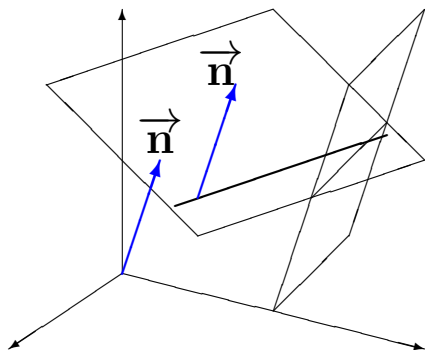
плоскости $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **а)** через прямую
$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad \text{перпендикулярно} \quad \text{плоскости } x - 3y + 4 = 0.$$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

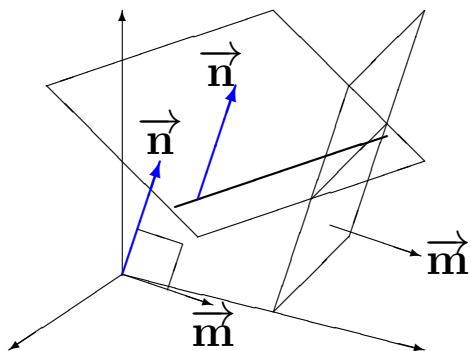


Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **г)** через прямую

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad \text{перпендикулярно}$$

плоскости $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

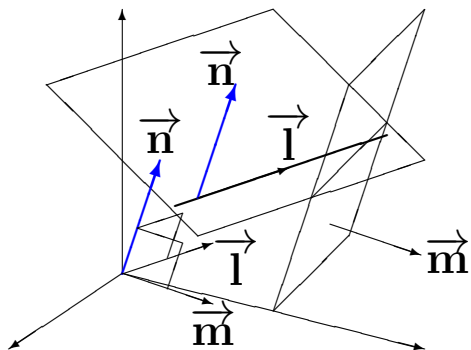


Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **а)** через прямую

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad \text{перпендикулярно}$$

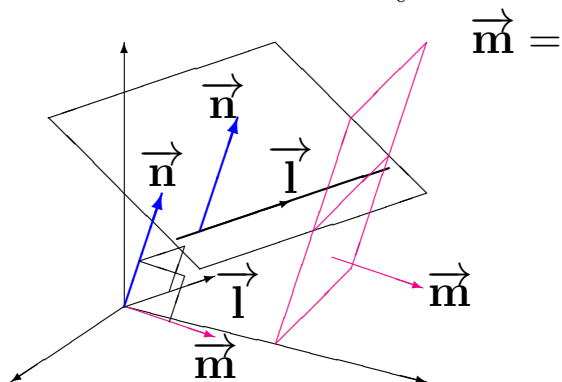
плоскости $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскостей**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **а)** через прямую
$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad \text{перпендикулярно} \\ \text{плоскости } 1x + (-3)y + 0z + 4 = 0.$$

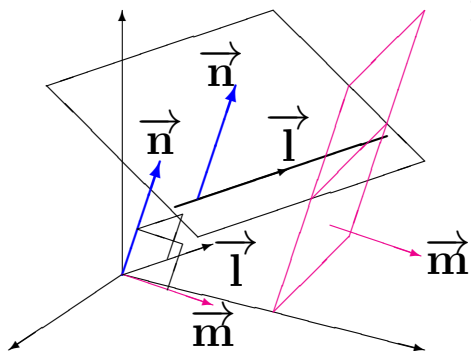
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскостей**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **а)** через прямую $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ перпендикулярно плоскости $1x + (-3)y + 0z + 4 = 0$.

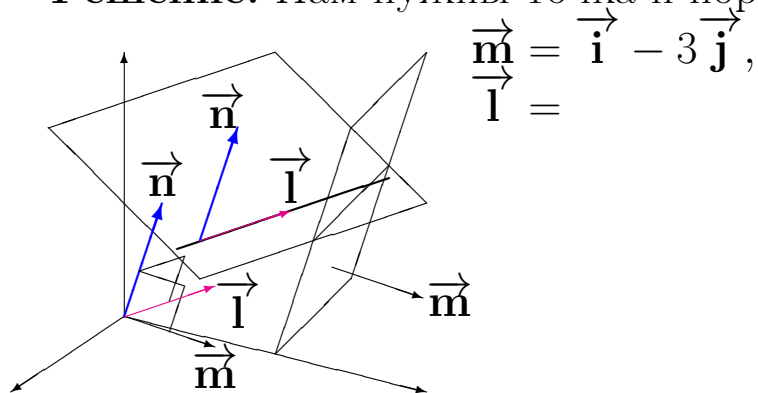
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

$$\vec{m} = 1\vec{i} + (-3)\vec{j} + 0\vec{k},$$



Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **а)** через прямую $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 + (-2)t \end{cases}$ перпендикулярно плоскости $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

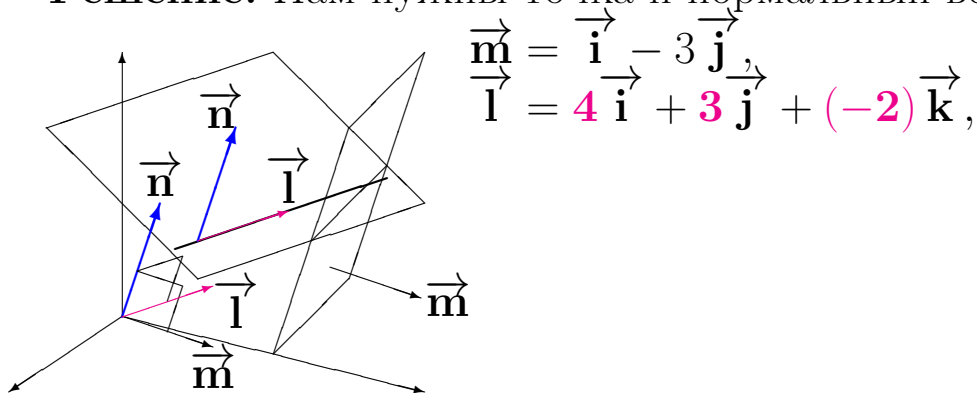


Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **а)** через прямую

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 + (-2)t \end{cases} \quad \text{перпендикулярно}$$

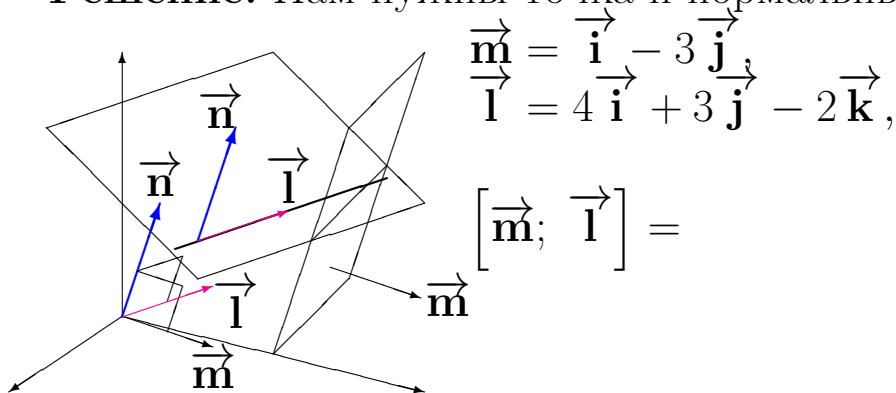
плоскости $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



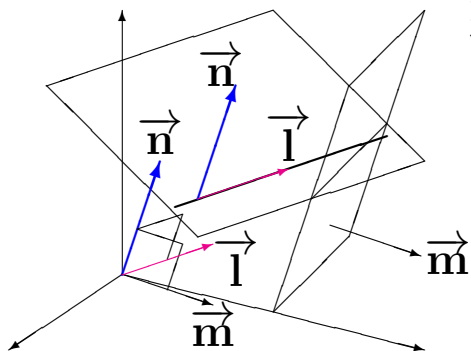
Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **а)** через прямую $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ перпендикулярно плоскости $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **а)** через прямую $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ перпендикулярно плоскости $x - 3y + 4 = 0$.

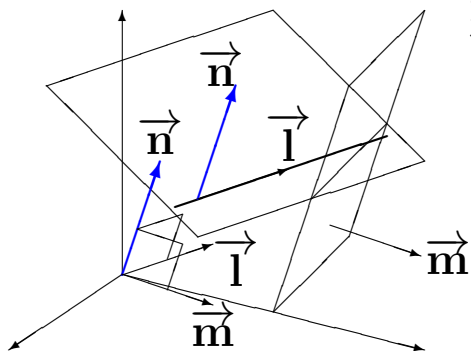
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\begin{aligned} \vec{m} &= \vec{i} - 3\vec{j}, \\ \vec{l} &= 4\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}, \\ [\vec{m}; \vec{l}] &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **а)** через прямую $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ перпендикулярно плоскости $x - 3y + 4 = 0$.

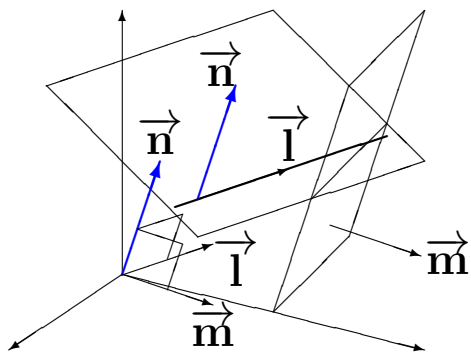
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\begin{aligned} \vec{m} &= \vec{i} - 3\vec{j}, \\ \vec{l} &= 4\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}, \\ [\vec{m}; \vec{l}] &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 6\vec{i} + 2\vec{j} + 15\vec{k}, \end{aligned}$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **а)** через прямую $\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ перпендикулярно плоскости $x - 3y + 4 = 0$.

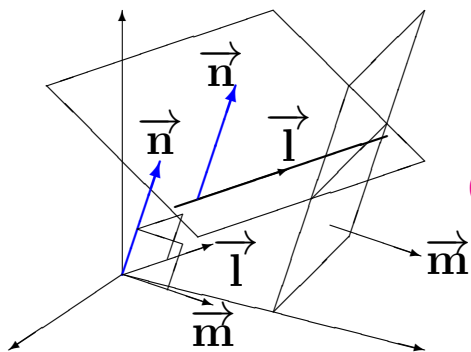
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$[\vec{m}; \vec{l}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 6\vec{i} + 2\vec{j} + 15\vec{k},$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **а)** через прямую
$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad \text{перпендикулярно} \quad \text{плоскости } x - 3y + 4 = 0.$$

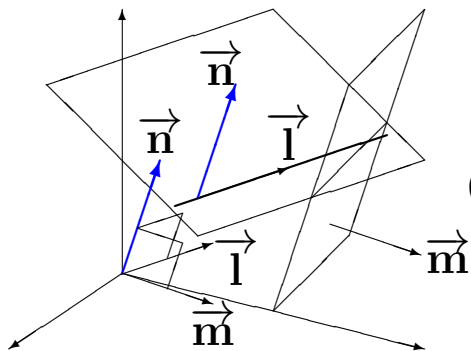
Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$\begin{aligned} [\vec{m}; \vec{l}] &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 6\vec{i} + 2\vec{j} + 15\vec{k}, \\ 6(x -) + 2(y -) + 15(z -) &= 0, \end{aligned}$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **а)** через прямую
$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad \text{перпендикулярно} \quad \text{плоскости } x - 3y + 4 = 0.$$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



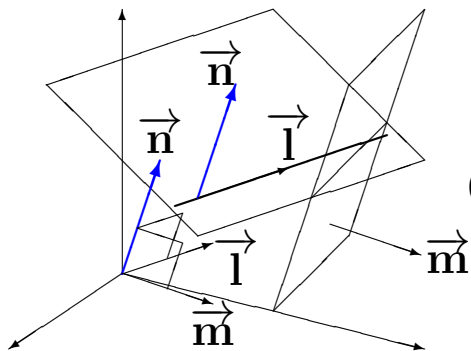
$$\begin{aligned} [\vec{m}; \vec{l}] &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 6\vec{i} + 2\vec{j} + 15\vec{k}, \\ 6(x -) + 2(y -) + 15(z -) &= 0, \end{aligned}$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **а)** через прямую

$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad \text{перпендикулярно}$$

плоскости $x - 3y + 4 = 0$.

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.

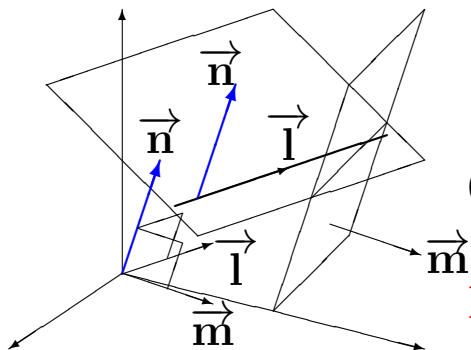


$$[\vec{m}; \vec{l}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 6\vec{i} + 2\vec{j} + 15\vec{k},$$

$$6(x - 1) + 2(y - (-5)) + 15(z - 2) = 0,$$

Пример 15. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений плоскости**, найдите уравнения **плоскостей**, проходящих: **а)** через прямую
$$\begin{cases} x = 4t + 1, \\ y = -5 + 3t, \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad \text{перпендикулярно} \quad \text{плоскости } x - 3y + 4 = 0.$$

Решение. Нам нужны точка и нормальный вектор плоскости.



$$[\vec{m}; \vec{l}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 6\vec{i} + 2\vec{j} + 15\vec{k},$$

$$6(x - 1) + 2(y - (-5)) + 15(z - 2) = 0,$$

$$6x + 2y + 15z - 26 = 0.$$

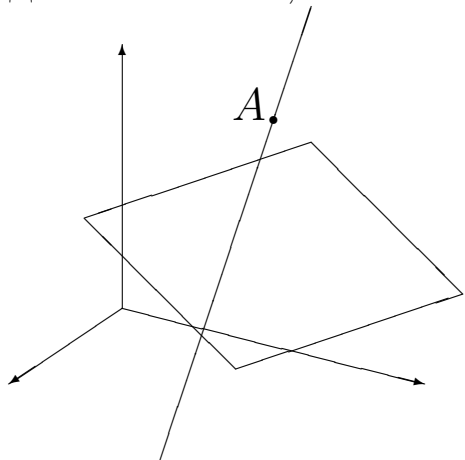
Вернуться к лекции?

Пример 16. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **а)** через точку $A(2; -4; 3)$ перпендикулярно к плоскости $4x - 3y - z + 8 = 0$; **б)** через точку $B(1; 3; -2)$ параллельно прямой $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 2 + t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$ **в)** уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение.

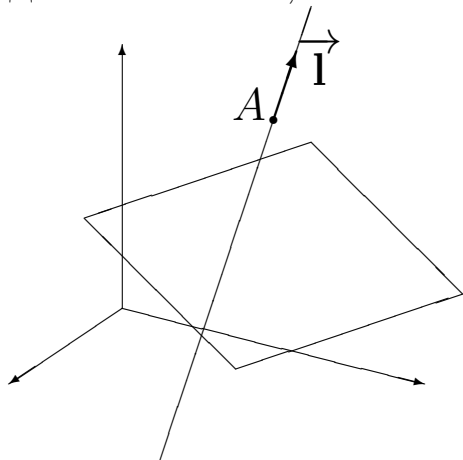
Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *а)* через точку $A(2; -4; 3)$ перпендикулярно к плоскости $4x - 3y - z + 8 = 0$;

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



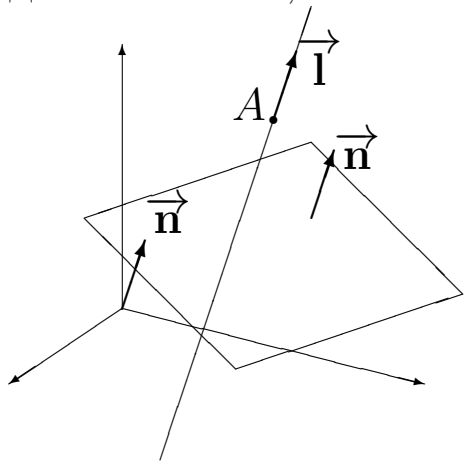
Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *а)* через точку $A(2; -4; 3)$ перпендикулярно к плоскости $4x - 3y - z + 8 = 0$;

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



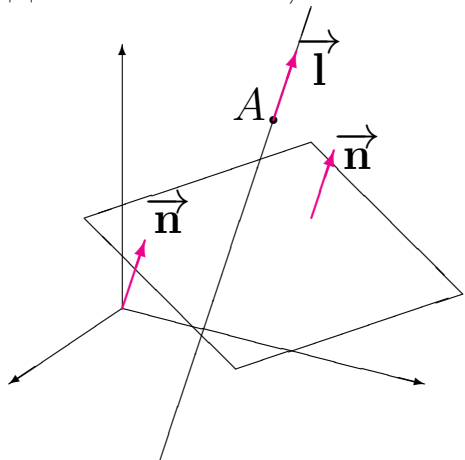
Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *а)* через точку $A(2; -4; 3)$ перпендикулярно к плоскости $4x - 3y - z + 8 = 0$;

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



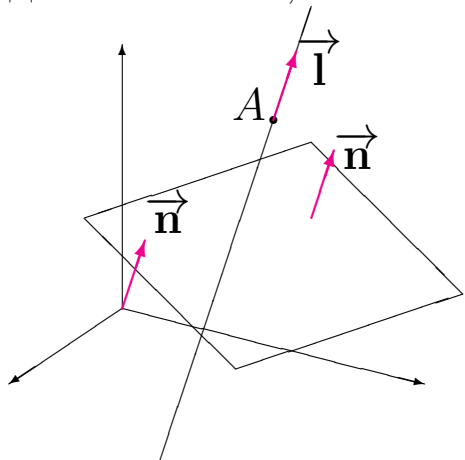
Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *а)* через точку $A(2; -4; 3)$ перпендикулярно к плоскости $4x + (-3)y + (-1)z + 8 = 0$;

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *а)* через точку $A(2; -4; 3)$ перпендикулярно к плоскости $4x + (-3)y + (-1)z + 8 = 0$;

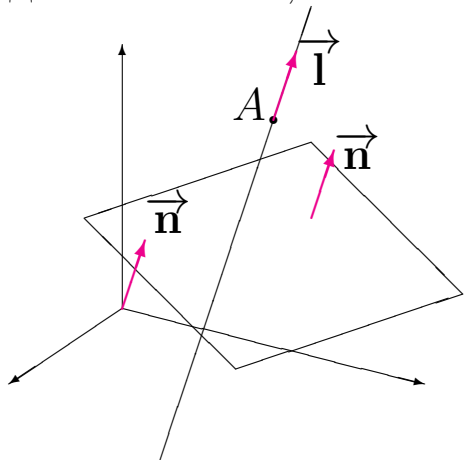
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} x = \_ + 4t, \\ y = \_ + (-3)t, \\ z = \_ + (-1)t. \end{cases}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *а)* через точку $A(2; -4; 3)$ перпендикулярно к плоскости $4x - 3y - z + 8 = 0$;

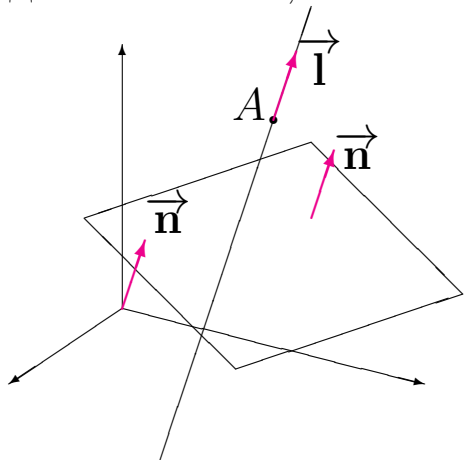
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} x = \_ + 4t, \\ y = \_ - 3t, \\ z = \_ - t. \end{cases}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *а)* через точку $A(2; -4; 3)$ перпендикулярно к плоскости $4x - 3y - z + 8 = 0$;

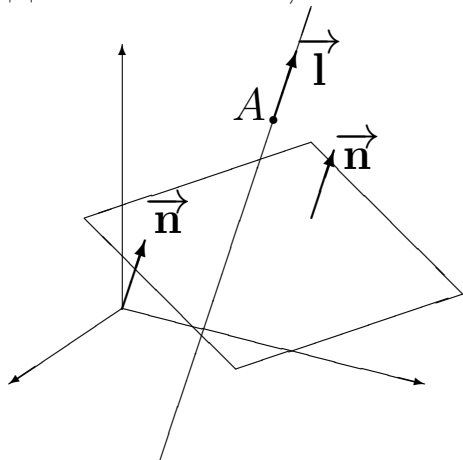
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = -4 - 3t, \\ z = 3 - t. \end{cases}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *а)* через точку $A(2; -4; 3)$ перпендикулярно к плоскости $4x - 3y - z + 8 = 0$;

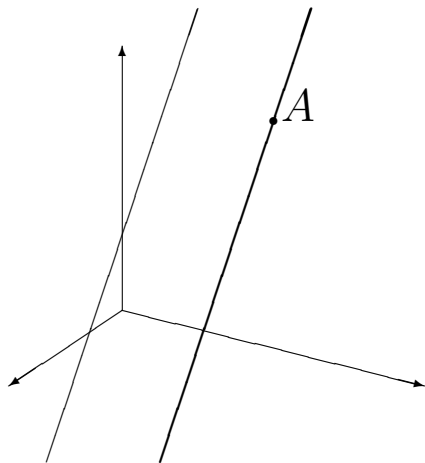
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = -4 - 3t, \\ z = 3 - t. \end{cases}$$

Пример 16. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(1; 3; -2)$ параллельно пря-

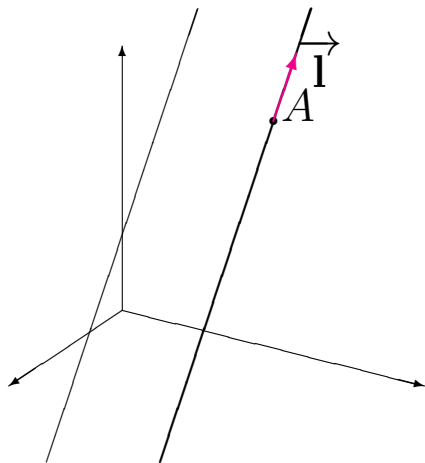
мой $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 2 + t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$



Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

Пример 16. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(1; 3; -2)$ параллельно пря-

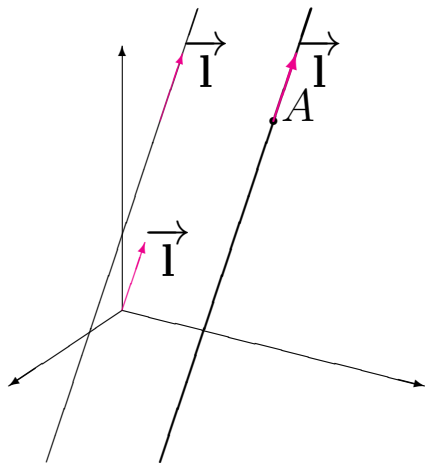
мой $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 2 + t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$



Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

Пример 16. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(1; 3; -2)$ параллельно пря-

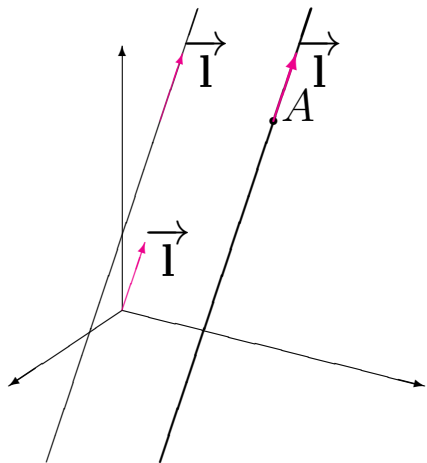
мой $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 2 + t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$



Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

Пример 16. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(1; 3; -2)$ параллельно пря-

мой $\begin{cases} x = 3 + (-2)t, \\ y = 2 + 1t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$

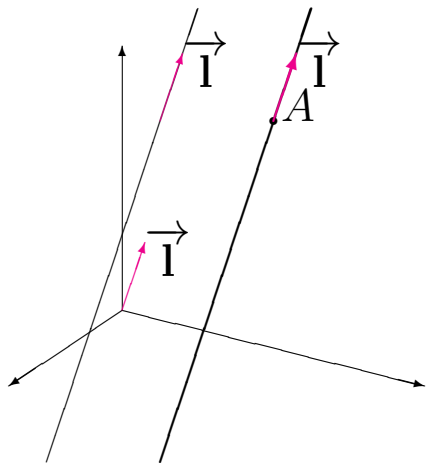


Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

$$\begin{cases} x = \_ + \_ t, \\ y = \_ + \_ t, \\ z = \_ + \_ t. \end{cases}$$

Пример 16. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(1; 3; -2)$ параллельно пря-

мой $\begin{cases} x = 3 + (-2)t, \\ y = 2 + 1t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$

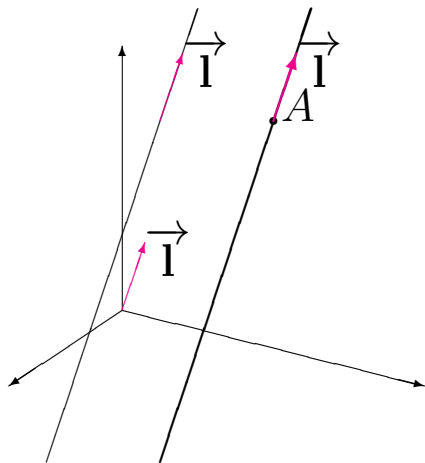


Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

$$\begin{cases} x = \_ + (-2)t, \\ y = \_ + 1t, \\ z = \_ + 5t. \end{cases}$$

Пример 16. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(1; 3; -2)$ параллельно пря-

мой $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 2 + t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$

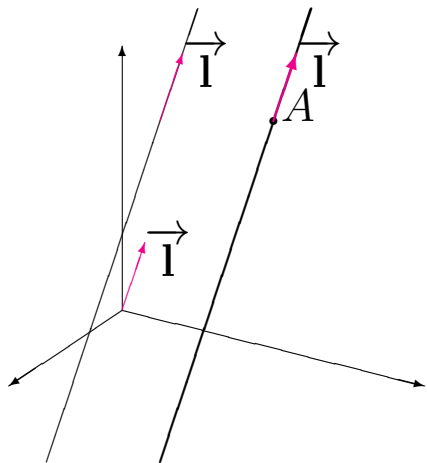


Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

$$\begin{cases} x = \_ - 2t, \\ y = \_ + t, \\ z = \_ + 5t. \end{cases}$$

Пример 16. Используя **таблицу**, и **список типовых уравнений прямой на плоскости**, найдите уравнения **прямых**, проходящих: **б)** через точку $B(1; 3; -2)$ параллельно пря-

мой $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 2 + t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$

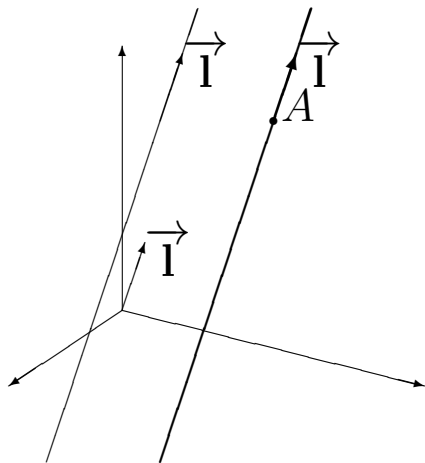


Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

$$\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 3 + t, \\ z = -2 + 5t. \end{cases}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: **б)** через точку $B(1; 3; -2)$ параллельно пря-

мой $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = 2 + t, \\ z = 4 + 5t; \end{cases}$

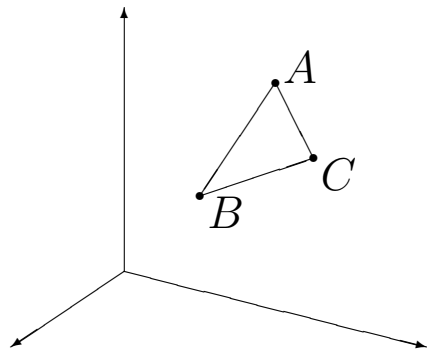


Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

$$\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 3 + t, \\ z = -2 + 5t. \end{cases}$$

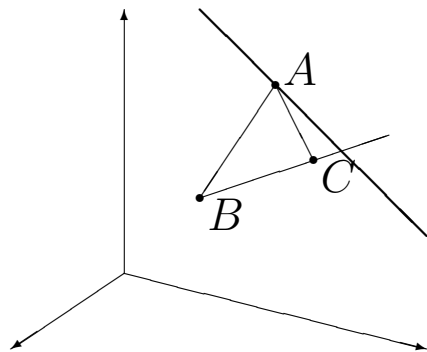
Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



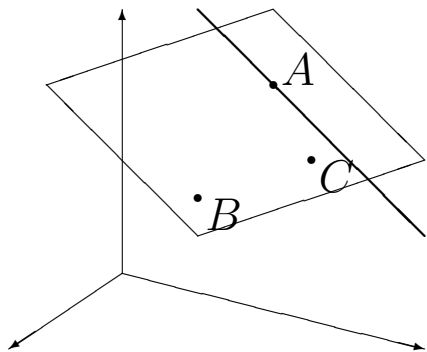
Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

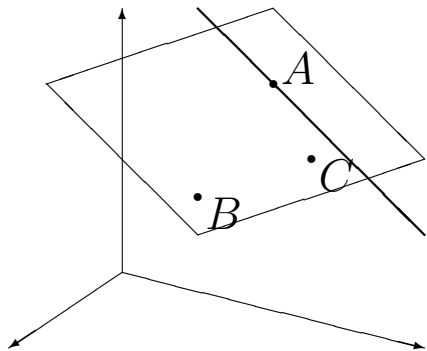
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

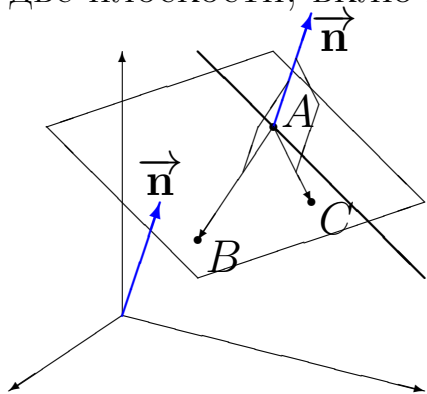
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при *решении примера 15*:



Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

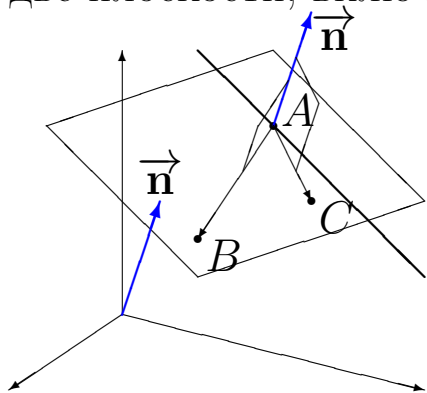
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при *решении приме-*
ра 15:
 $\overrightarrow{AB} =$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

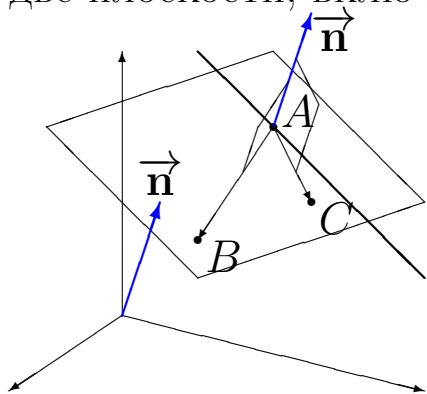


Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при *решении приме-ра 15*:

$$\overrightarrow{AB} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k},$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в*) уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

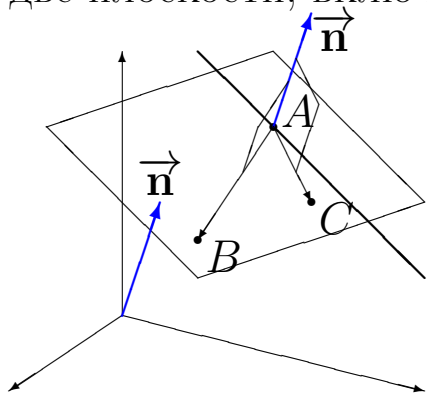


Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при *решении приме-*
ра 15:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}, \\ \overrightarrow{AC} &= \end{aligned}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

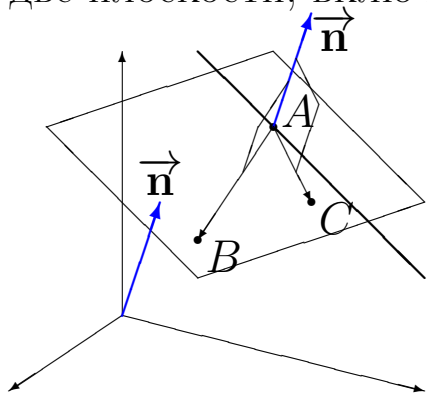


Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при *решении приме-*
ра 15:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}, \\ \overrightarrow{AC} &= 2\vec{j} - 2\vec{k},\end{aligned}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



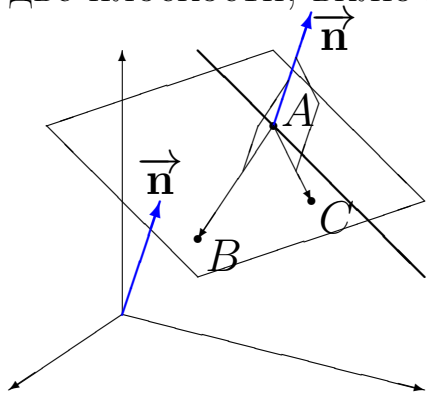
Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при *решении примера 15*:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}, \\ \overrightarrow{AC} &= 2\vec{j} - 2\vec{k},\end{aligned}$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] =$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при *решении примера 15*:

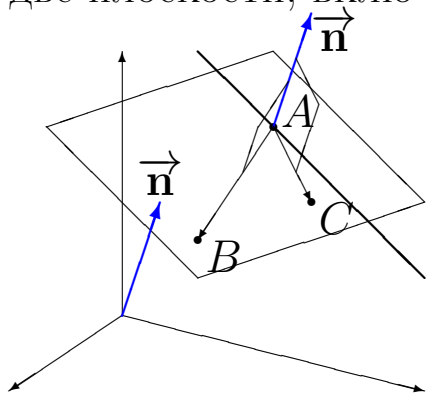
$$\overrightarrow{AB} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k},$$

$$\overrightarrow{AC} = 2\vec{j} - 2\vec{k},$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix} =$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при *решении примера 15*:

$$\overrightarrow{AB} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k},$$

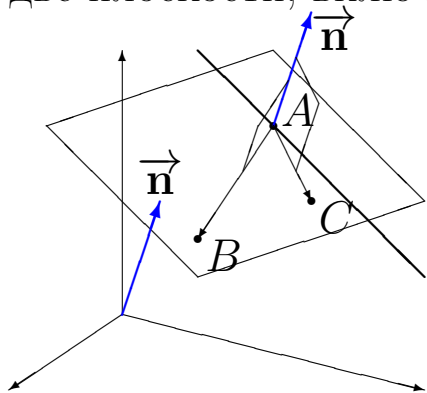
$$\overrightarrow{AC} = 2\vec{j} - 2\vec{k},$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix} =$$

$$= -8\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

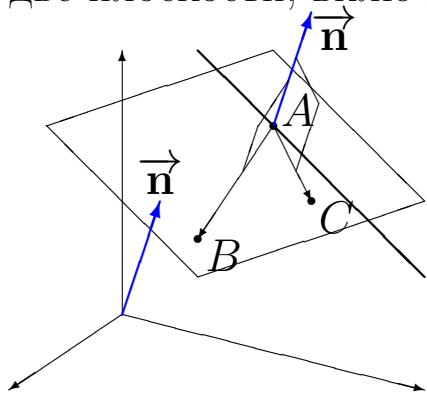


Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при *решении примера 15*:

$$\begin{aligned} [\vec{AB}, \vec{AC}] &= -8\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}, \\ -8(x - \quad) + 2(y - \quad) + 2(z - \quad) &= 0, \end{aligned}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

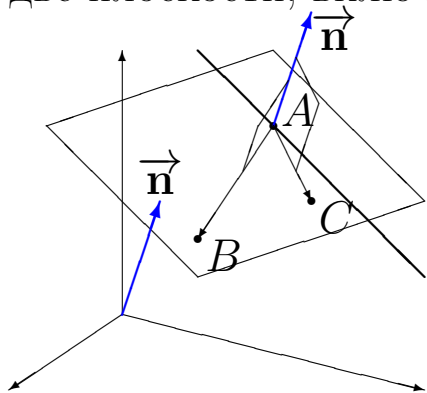


Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при *решении примера 15*:

$$\begin{aligned} [\vec{AB}, \vec{AC}] &= -8\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}, \\ -8(x - \quad) + 2(y - \quad) + 2(z - \quad) &= 0, \end{aligned}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

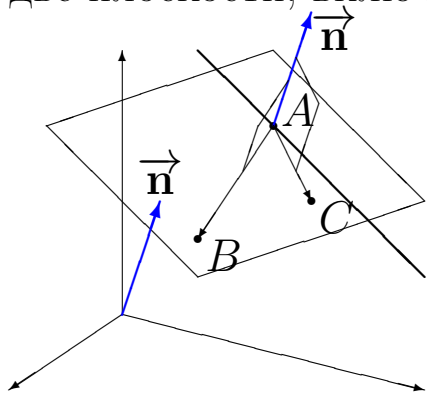


Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при *решении примера 15*:

$$\begin{aligned} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] &= -8\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}, \\ -8(x - 2) + 2(y - (-4)) + 2(z - 3) &= 0, \end{aligned}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

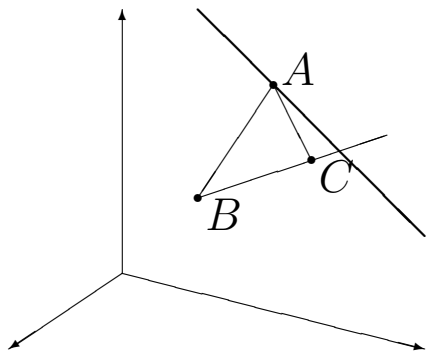


Плоскость треугольника ABC найдем так же, как при *решении примера 15*:

$$\begin{aligned} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] &= -8\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}, \\ -8(x - 2) + 2(y - (-4)) + 2(z - 3) &= 0, \\ 4x - y - z + 9 &= 0. \end{aligned}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

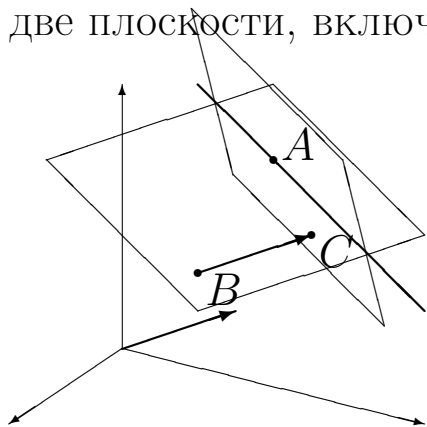


$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \end{cases}$$

В качестве второй плоскости возьмем плоскость,

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.

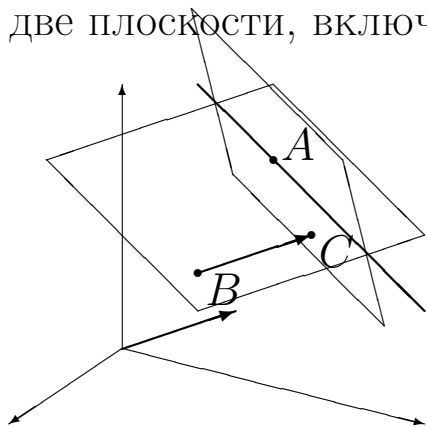


$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \end{cases}$$

В качестве второй плоскости возьмем плоскость, проходящую через A перпендикулярно BC .

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

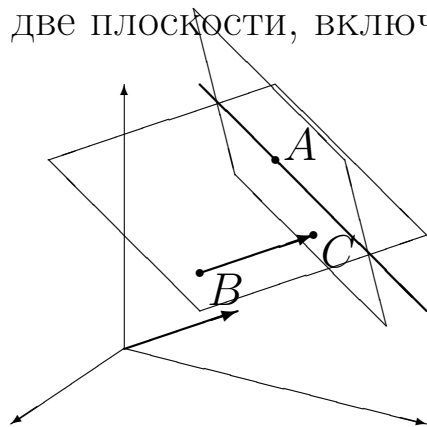
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \\ \overrightarrow{BC} = \end{cases}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

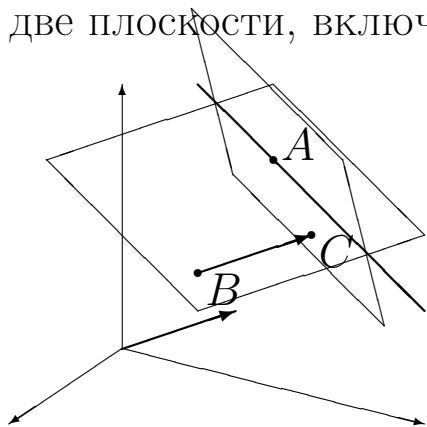
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \\ \overrightarrow{BC} = -\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}, \end{cases}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

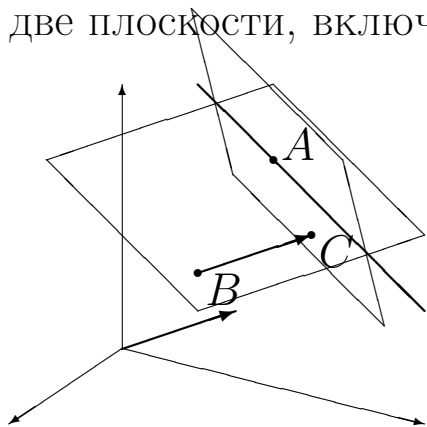
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \\ \overrightarrow{BC} = -\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}, \\ -(x - 2) - (y + 4) - 3(z - 3) = 0, \end{cases}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

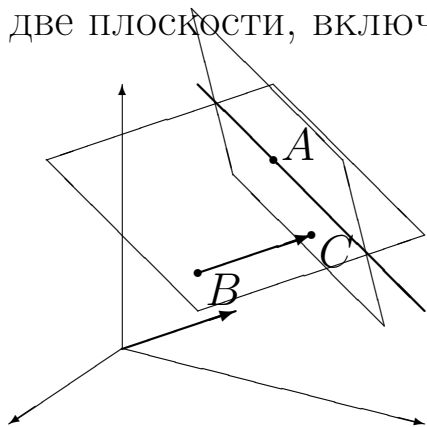
Решение. Нам нужен *направляющий вектор* искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \\ \overrightarrow{BC} = -\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}, \\ -(x - 2) - (y + 4) - 3(z - 3) = 0, \\ x + y + 3z - 7 = 0. \end{cases}$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен направляющий вектор искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \\ x + y + 3z - 7 = 0. \end{cases}$$

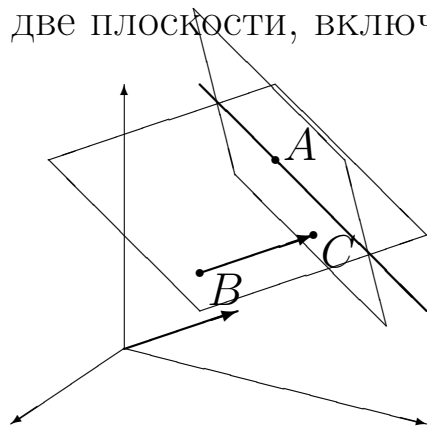
$$\overrightarrow{BC} = -\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k},$$

$$-(x - 2) - (y + 4) - 3(z - 3) = 0,$$

$$x + y + 3z - 7 = 0.$$

Пример 16. Используя *таблицу*, и *список типовых уравнений прямой на плоскости*, найдите уравнения *прямых*, проходящих: *в)* уравнения высоты AH треугольника ABC , если $A(2; -4; 3)$, $B(3; -1; 4)$, $C(2; -2; 1)$.

Решение. Нам нужен направляющий вектор искомой прямой или две плоскости, включающие в себя искомую прямую.



$$\begin{cases} 4x - y - z + 9 = 0, \\ x + y + 3z - 7 = 0. \end{cases}$$

[Вернуться к лекции?](#)

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение.

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой
 $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение.

а) $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t \end{cases} \Rightarrow$

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой
 $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение.

$$\text{а) } \begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t \end{cases} \begin{vmatrix} 5 \\ 2 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение.

$$\text{а) } \begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t \end{cases} \left| \begin{array}{l} 5 \\ 2 \end{array} \right. \Rightarrow 5x + 2y = 5(4 - 2t) + 2(3 + 5t) \Rightarrow$$

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой
 $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение.

$$\begin{aligned} \text{а) } \begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t \end{cases} \Big| \begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} &\Rightarrow 5x + 2y = 5(4 - 2t) + 2(3 + 5t) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 5x + 2y - 26 = 0. \end{aligned}$$

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение. б) Очевидно, что вектор $q \vec{\mathbf{i}} - p \vec{\mathbf{j}}$ ортогонален вектору $p \vec{\mathbf{i}} + q \vec{\mathbf{j}}$.

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение. б) Очевидно, что вектор $q \vec{\mathbf{i}} - p \vec{\mathbf{j}}$ ортогонален вектору $p \vec{\mathbf{i}} + q \vec{\mathbf{j}}$.

По отношению к прямой $3x - 2y + 1 = 0$ вектор $3 \vec{\mathbf{i}} - 2 \vec{\mathbf{j}}$ расположен нормально.

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение. б) Очевидно, что вектор $q \vec{i} - p \vec{j}$ ортогонален вектору $p \vec{i} + q \vec{j}$.

По отношению к прямой $3x - 2y + 1 = 0$ вектор $3 \vec{i} - 2 \vec{j}$ расположен нормально.

Значит, вектор $2 \vec{i} + 3 \vec{j}$ можно взять в качестве **направляющего**.

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение. б) Очевидно, что вектор $q \vec{\mathbf{i}} - p \vec{\mathbf{j}}$ ортогонален вектору $p \vec{\mathbf{i}} + q \vec{\mathbf{j}}$.

По отношению к прямой $3x - 2y + 1 = 0$ вектор $3 \vec{\mathbf{i}} - 2 \vec{\mathbf{j}}$ расположен нормально.

Значит, вектор $2 \vec{\mathbf{i}} + 3 \vec{\mathbf{j}}$ можно взять в качестве **направляющего**.

Координаты точки можно найти, подобрав решение уравнения $3x - 2y + 1 = 0$, например, $(x; y) = (1; 2)$.

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой $3x - 2y + 1 = 0$.

Решение. б) Очевидно, что вектор $q \vec{\mathbf{i}} - p \vec{\mathbf{j}}$ ортогонален вектору $p \vec{\mathbf{i}} + q \vec{\mathbf{j}}$.

По отношению к прямой $3x - 2y + 1 = 0$ вектор $3 \vec{\mathbf{i}} - 2 \vec{\mathbf{j}}$ расположен нормально.

Значит, вектор $2 \vec{\mathbf{i}} + 3 \vec{\mathbf{j}}$ можно взять в качестве **направляющего**.

Координаты точки можно найти, подобрав решение уравнения $3x - 2y + 1 = 0$, например, $(x; y) = (1; 2)$. $\begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 2 + 3t. \end{cases}$

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой
 $3x - 2y + 1 = 0$.

Другое решение. б) $3x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow y =$

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой $3x - 2y + 1 = 0$.

Другое решение. б) $3x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow$

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой $3x - 2y + 1 = 0$.

Другое решение. б) $3x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} x = x, \\ y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}. \end{cases}$

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой
 $3x - 2y + 1 = 0$.

Другое решение. б) $3x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = x, \\ y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Смущает первое равенство? Пожалуйста, исправим:

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой $3x - 2y + 1 = 0$.

Другое решение. б) $3x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = x, \\ y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Смущает первое равенство? Пожалуйста, исправим:

$$\Rightarrow \begin{cases} x = t, \\ y = \frac{3}{2}t + \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Пример 17. Найти а) общее уравнение прямой $\begin{cases} x = 4 - 2t, \\ y = 3 + 5t; \end{cases}$
б) канонические и параметрические уравнения прямой
 $3x - 2y + 1 = 0$.

Другое решение. б) $\Rightarrow \begin{cases} x = t, \\ y = \frac{3}{2}t + \frac{1}{2}, \end{cases} \quad \frac{x}{1} = \frac{y - \frac{1}{2}}{3/2}.$

Вернуться к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 18. Найти параметрические и канонические уравнения прямой $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение.

Пример 18. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой* $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Первый способ.

Пример 18. Найти параметрические и канонические уравнения прямой $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Первый способ.

Решим систему, например, методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 5 \end{array} \right) \sim$$

Пример 18. Найти параметрические и канонические уравнения прямой $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Первый способ.

Решим систему, например, методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 5 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 1 & 3 \end{array} \right) \sim$$

Пример 18. *Найти параметрические и канонические уравнения прямой*
$$\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$$

Решение. Первый способ.

Решим систему, например, методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 5 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 1 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -5 & -7 \end{array} \right) \sim$$

Пример 18. Найти параметрические и канонические уравнения прямой $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Первый способ.

Решим систему, например, методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & | & 3 \\ 1 & -2 & 3 & | & 5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & | & 5 \\ 2 & -3 & 1 & | & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & | & 5 \\ 0 & 1 & -5 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \\ \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 & | & -9 \\ 0 & 1 & -5 & | & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 18. Найти параметрические и канонические уравнения прямой $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Первый способ.

Решим систему, например, методом Гаусса:

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 5 \end{array} \right) &\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 1 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -5 & -7 \end{array} \right) \sim \\ &\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -7 & -9 \\ 0 & 1 & -5 & -7 \end{array} \right) \\ &\begin{cases} x = 7z + 9, \\ y = 5z + 7, \\ z = z. \end{cases} \end{aligned}$$

Пример 18. Найти параметрические и канонические уравнения прямой $\begin{cases} 2x + (-3)y + 1z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Вторым способом. Найдем направляющий вектор:

Пример 18. Найти параметрические и канонические уравнения прямой $\begin{cases} 2x + (-3)y + 1z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Вторым способом. Найдем направляющий вектор:

$$\left[2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} =$$

Пример 18. Найти параметрические и канонические уравнения прямой $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ \textcolor{violet}{1}x + \textcolor{violet}{(-2)}y + \textcolor{violet}{3}z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Вторым способом. Найдем **направляющий вектор**:

$$\left[2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 1 \\ \textcolor{violet}{1} & \textcolor{violet}{-2} & \textcolor{violet}{3} \end{vmatrix} =$$

Пример 18. Найти параметрические и канонические уравнения прямой $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Вторым способом. Найдем **направляющий вектор**:

$$\left[2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = -7\vec{i} - 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Пример 18. Найти параметрические и канонические уравнения прямой $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Вторым способом. Найдем **направляющий вектор**:
 $\left[2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \right] = -7\vec{i} - 5\vec{j} - \vec{k}.$
Для начальной точки надо найти частное решение исходной системы.
Например, $(x; y; z) = (9; 7; 0).$

Пример 18. Найти параметрические и канонические уравнения прямой $\begin{cases} 2x - 3y + z - 3 = 0, \\ x - 2y + 3z - 5 = 0. \end{cases}$

Решение. Вторым способом. Найдем **направляющий вектор**:
 $\left[2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \right] = -7\vec{i} - 5\vec{j} - \vec{k}.$
Для начальной точки надо найти частное решение исходной системы.
Например, $(x; y; z) = (9; 7; 0).$

$$\begin{cases} x = 9 - 7t, \\ y = 7 - 5t, \\ z = -t. \end{cases}$$

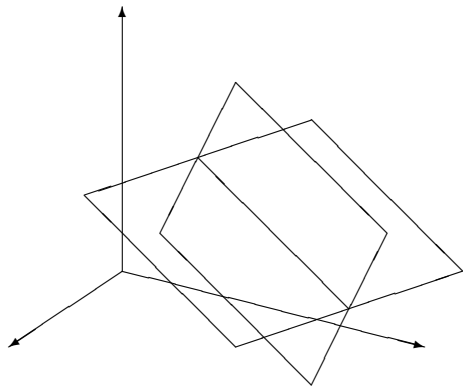
Вернуться к лекции?

Пример 19. *Найти угол между плоскостями*

$$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad \text{и} \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$$

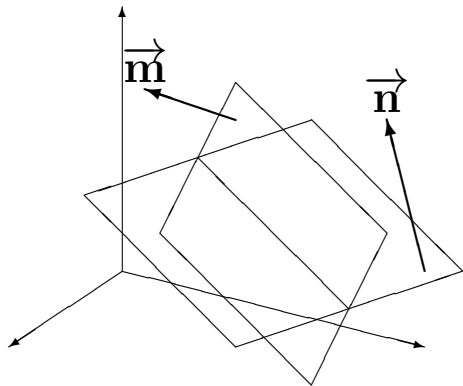
Пример 19. *Найти угол между плоскостями*
 $2x - y - 2z + 1 = 0$ и $4x - 4y + 7z + 5 = 0$.

Решение.



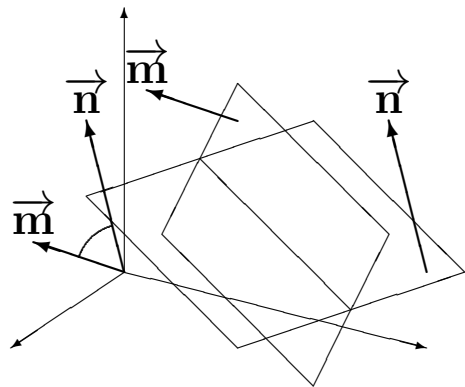
Пример 19. Найти угол между плоскостями
 $2x - y - 2z + 1 = 0$ и $4x - 4y + 7z + 5 = 0$.

Решение.



Пример 19. Найти угол между плоскостями

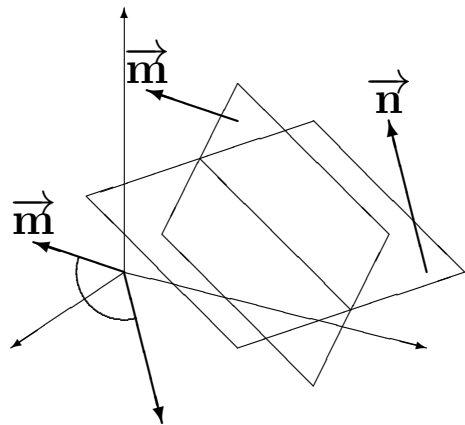
$$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad \text{и} \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$$



Решение. Угол между плоскостями равен либо углу между их нормальями,

Пример 19. Найти угол между плоскостями

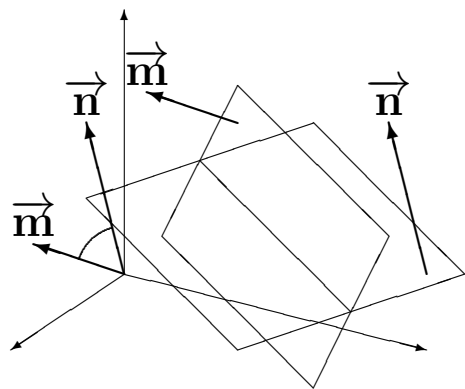
$$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad \text{и} \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$$



Решение. Угол между плоскостями равен либо углу между их нормальями, либо дополняет этот угол до развернутого.

Пример 19. Найти угол между плоскостями

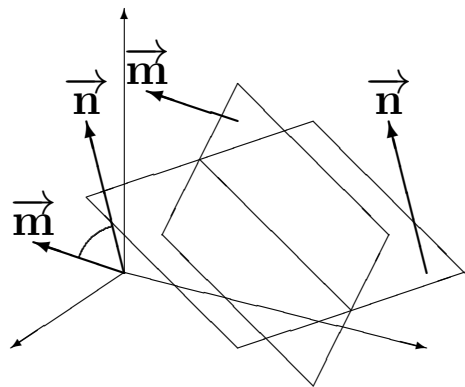
$$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad \text{и} \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$$



Решение. $\arccos \frac{(\vec{m}, \vec{n})}{|\vec{m}| |\vec{n}|} =$

Пример 19. Найти угол между плоскостями

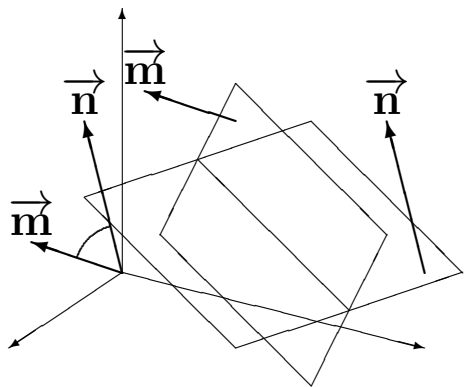
$$2x + (-1)y + (-2)z + 1 = 0 \quad \text{и} \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$$



Решение. $\arccos \frac{(\vec{m}, \vec{n})}{|\vec{m}| |\vec{n}|} =$

Пример 19. Найти угол между плоскостями

$$2x + (-1)y + (-2)z + 1 = 0 \quad \text{и} \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$$

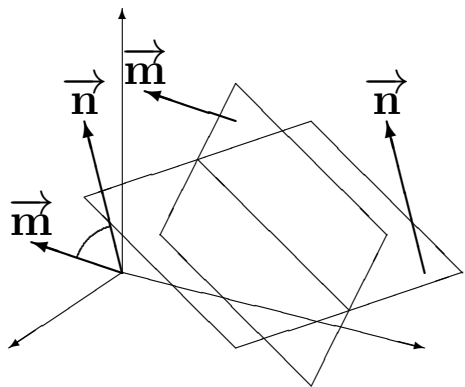


Решение. $\arccos \frac{(\vec{m}, \vec{n})}{|\vec{m}| |\vec{n}|} =$

$$= \arccos \frac{\left(2 \vec{i} + (-1) \vec{j} + (-2) \vec{k}, \vec{n} \right)}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} |\vec{n}|} =$$

Пример 19. Найти угол между плоскостями

$$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad \text{и} \quad 4x + (-4)y + 7z + 5 = 0.$$

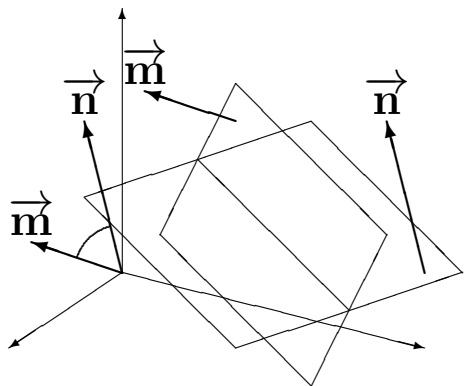


Решение. $\arccos \frac{(\vec{m}, \vec{n})}{|\vec{m}| |\vec{n}|} =$

$$= \arccos \frac{(2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}, \vec{n})}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} |\vec{n}|} =$$

Пример 19. Найти угол между плоскостями

$$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad \text{и} \quad 4x + (-4)y + 7z + 5 = 0.$$



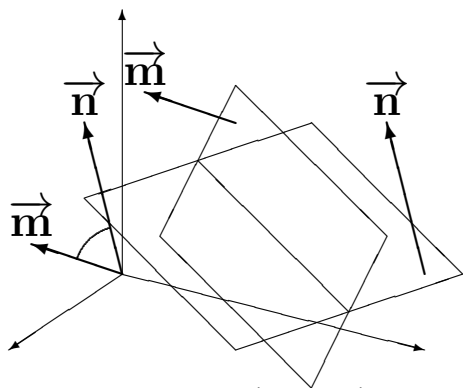
Решение. $\arccos \frac{(\vec{m}, \vec{n})}{|\vec{m}| |\vec{n}|} =$

$$= \arccos \frac{(2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}, \vec{n})}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} |\vec{n}|} =$$

$$= \arccos \frac{(2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}, 4\vec{i} + (-4)\vec{j} + 7\vec{k})}{3\sqrt{4^2 + (-4)^2 + 7^2}} =$$

Пример 19. Найти угол между плоскостями

$$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad \text{и} \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$$



Решение. $\arccos \frac{(\vec{m}, \vec{n})}{|\vec{m}| |\vec{n}|} =$

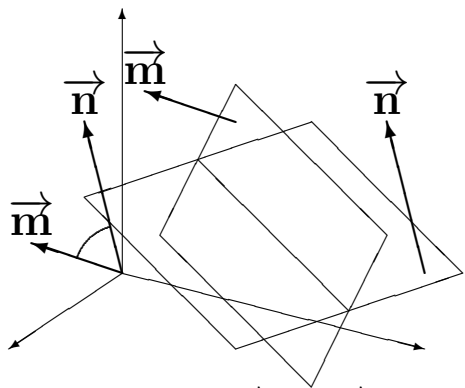
$$= \arccos \frac{(2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}, \vec{n})}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} |\vec{n}|} =$$

$$= \arccos \frac{(2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}, 4\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k})}{3\sqrt{4^2 + (-4)^2 + 7^2}} =$$

$$= \arccos \frac{2 \cdot 4 + (-1)(-4) + (-2)7}{3 \cdot 9} =$$

Пример 19. Найти угол между плоскостями

$$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad \text{и} \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$$



Решение. $\arccos \frac{(\vec{m}, \vec{n})}{|\vec{m}| |\vec{n}|} =$

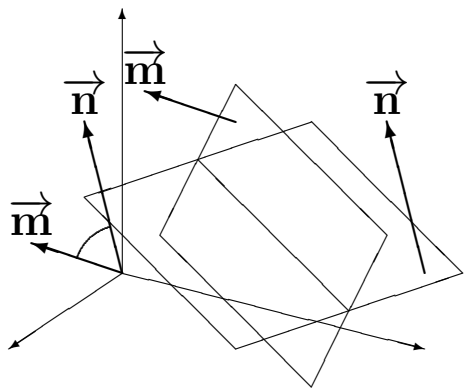
$$= \arccos \frac{(2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}, \vec{n})}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} |\vec{n}|} =$$

$$= \arccos \frac{(2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}, 4\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k})}{3\sqrt{4^2 + (-4)^2 + 7^2}} =$$

$$= \arccos \frac{2 \cdot 4 + (-1)(-4) + (-2)7}{3 \cdot 9} = \arccos \frac{-2}{27}$$

Пример 19. Найти угол между плоскостями

$$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad \text{и} \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$$

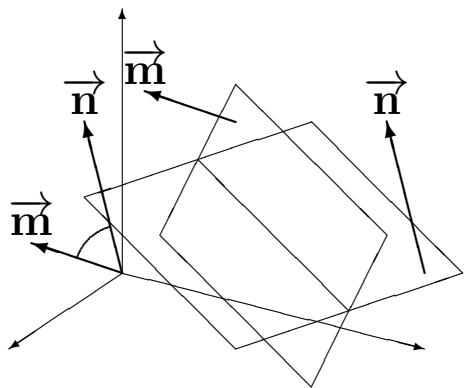


Решение. $\arccos \frac{(\vec{m}, \vec{n})}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \arccos \frac{-2}{27}.$

Следовательно, вычисленный угол дополняет искомый до развернутого угла, т.е. угол между плоскостями равен

Пример 19. Найти угол между плоскостями

$$2x - y - 2z + 1 = 0 \quad \text{и} \quad 4x - 4y + 7z + 5 = 0.$$



Решение. $\arccos \frac{(\vec{m}, \vec{n})}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \arccos \frac{-2}{27}.$

Следовательно, вычисленный угол дополняет искомый до развернутого угла, т.е.

угол между плоскостями равен

$$\arccos \frac{2}{27}.$$

Вернуться к лекции или рассмотреть другой пример?

Пример 20. Найдите угол между

а) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $12x + 5y - 4 = 0$;

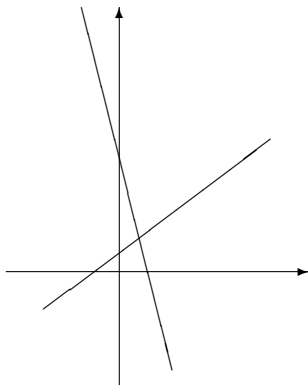
б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $\frac{x - 3}{15} = \frac{y + 5}{-8}$;

в) прямыми $\frac{x - 3}{5} = \frac{y + 5}{12}$ и $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$

Пример 20. Найдите угол между

а) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $12x + 5y - 4 = 0$;

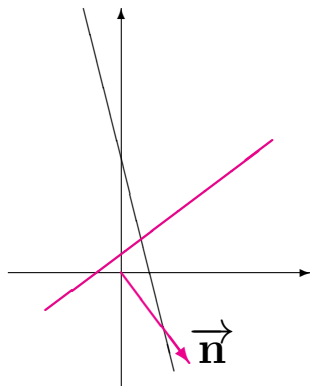
Решение.



Пример 20. Найдите угол между

a) прямыми $3x + (-4)y + 1 = 0$ и $12x + 5y - 4 = 0$;

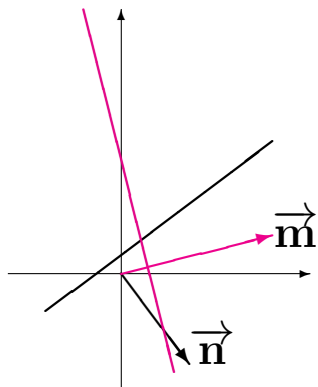
Решение.



Пример 20. Найдите угол между

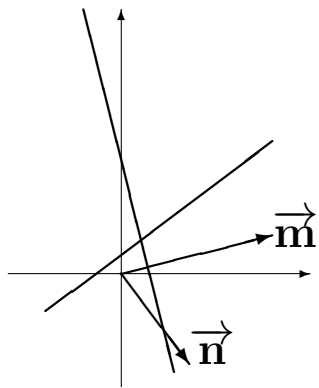
a) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $12x + 5y - 4 = 0$;

Решение.



Пример 20. Найдите угол между

a) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $12x + 5y - 4 = 0$;



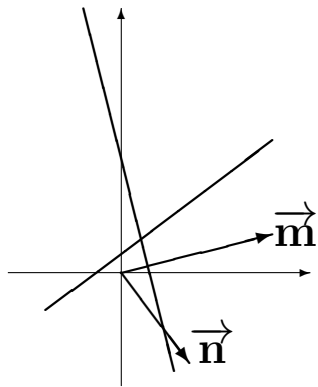
Решение. Очевидно, что угол между прямыми на плоскости равен либо углу между векторами, нормальными к этим прямым, либо дополняет их до развернутого угла.

Пример 20. Найдите угол между

a) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $12x + 5y - 4 = 0$;

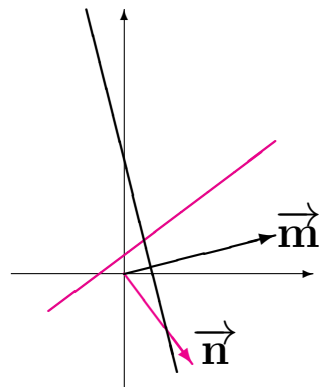
Решение.

$$\arccos \frac{(\vec{n}, \vec{m})}{|\vec{n}| |\vec{m}|} =$$



Пример 20. Найдите угол между

a) прямыми $3x + (-4)y + 1 = 0$ и $12x + 5y - 4 = 0$;

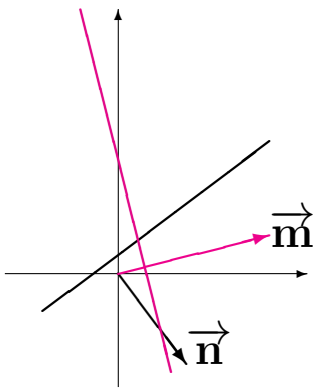


Решение.

$$\arccos \frac{(\vec{n}, \vec{m})}{|\vec{n}| |\vec{m}|} = \arccos \frac{(\mathbf{3} \vec{i} + (-4) \vec{j}, \vec{m})}{\sqrt{\mathbf{3}^2 + (-4)^2} |\vec{m}|} =$$

Пример 20. Найдите угол между

a) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $12x + 5y - 4 = 0$;

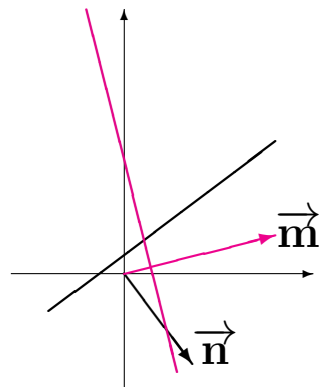


Решение.

$$\arccos \frac{(\vec{n}, \vec{m})}{|\vec{n}| |\vec{m}|} = \arccos \frac{(3\vec{i} - 4\vec{j}, \vec{m})}{\sqrt{3^2 + (-4)^2} |\vec{m}|} =$$

Пример 20. Найдите угол между

a) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $12x + 5y - 4 = 0$;

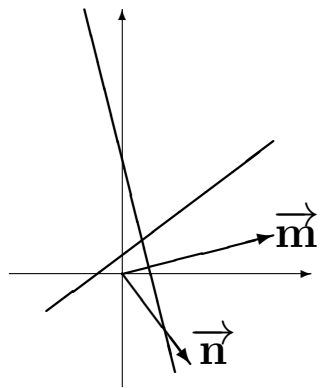


Решение.

$$\begin{aligned} \arccos \frac{(\vec{n}, \vec{m})}{|\vec{n}| |\vec{m}|} &= \arccos \frac{(3\vec{i} - 4\vec{j}, \vec{m})}{\sqrt{3^2 + (-4)^2} |\vec{m}|} = \\ &= \arccos \frac{(3\vec{i} - 4\vec{j}, 12\vec{i} + 5\vec{j})}{5\sqrt{12^2 + 5^2}} = \end{aligned}$$

Пример 20. Найдите угол между

a) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $12x + 5y - 4 = 0$;

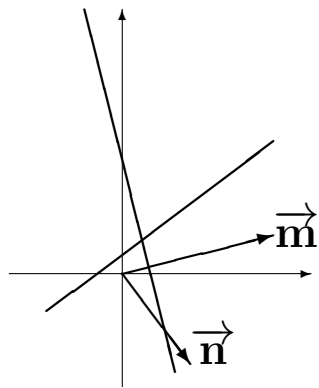


Решение.

$$\begin{aligned} \arccos \frac{(\vec{n}, \vec{m})}{|\vec{n}| |\vec{m}|} &= \arccos \frac{(3\vec{i} - 4\vec{j}, \vec{m})}{\sqrt{3^2 + (-4)^2} |\vec{m}|} = \\ &= \arccos \frac{(3\vec{i} - 4\vec{j}, 12\vec{i} + 5\vec{j})}{5\sqrt{12^2 + 5^2}} = \\ &= \arccos \frac{3 \cdot 12 + (-4) \cdot 5}{5 \cdot 13} = \end{aligned}$$

Пример 20. Найдите угол между

а) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $12x + 5y - 4 = 0$;

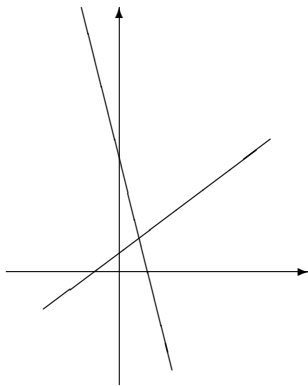


Решение.

$$\begin{aligned} \arccos \frac{(\vec{n}, \vec{m})}{|\vec{n}| |\vec{m}|} &= \arccos \frac{(3\vec{i} - 4\vec{j}, \vec{m})}{\sqrt{3^2 + (-4)^2} |\vec{m}|} = \\ &= \arccos \frac{(3\vec{i} - 4\vec{j}, 12\vec{i} + 5\vec{j})}{5\sqrt{12^2 + 5^2}} = \\ &= \arccos \frac{3 \cdot 12 + (-4) \cdot 5}{5 \cdot 13} = \arccos \frac{16}{65}. \end{aligned}$$

Пример 20. Найдите угол между

а) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $12x + 5y - 4 = 0$;

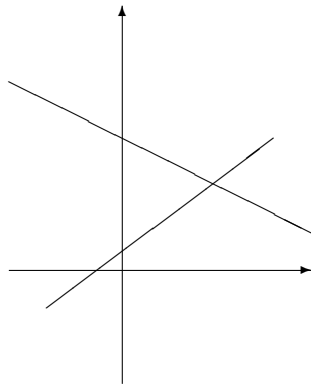


Решение. Угол между данными прямыми равен $\arccos \frac{16}{65}$.

Пример 20. Найдите угол между

б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $\frac{x - 3}{15} = \frac{y + 5}{-8};$

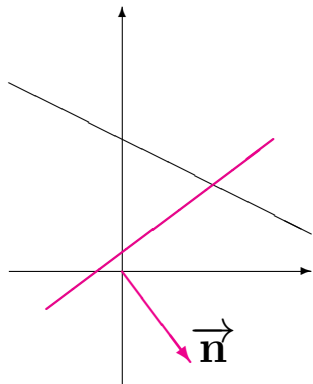
Решение.



Пример 20. Найдите угол между

б) прямыми $3x + (-4)y + 1 = 0$ и $\frac{x-3}{15} = \frac{y+5}{-8};$

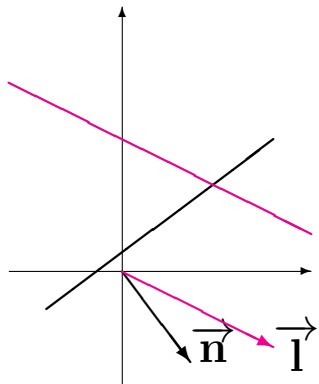
Решение.



Пример 20. Найдите угол между

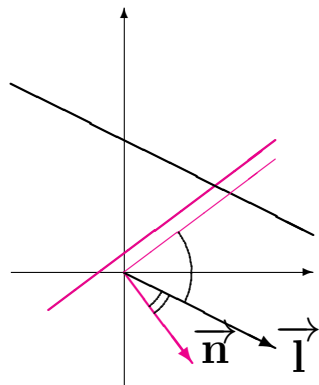
б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $\frac{x - 3}{15} = \frac{y + 5}{-8};$

Решение.



Пример 20. Найдите угол между

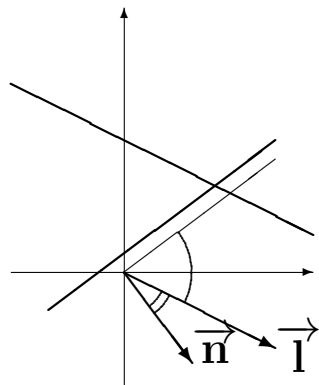
б) прямыми $3x + (-4)y + 1 = 0$ и $\frac{x-3}{15} = \frac{y+5}{-8}$;



Решение. Очевидно, что синус искомого угла равен модулю косинуса угла между $\vec{l}$ и $\vec{n}$.

Пример 20. Найдите угол между

б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $\frac{x - 3}{15} = \frac{y + 5}{-8};$

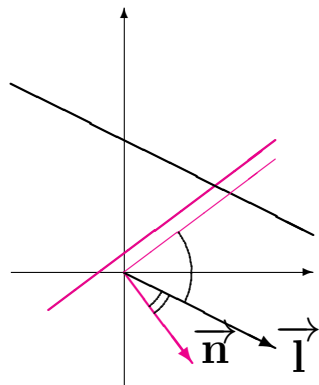


Решение.

$$\arcsin \frac{(\vec{n}, \vec{l})}{|\vec{n}| |\vec{l}|} =$$

Пример 20. Найдите угол между

б) прямыми $3x + (-4)y + 1 = 0$ и $\frac{x-3}{15} = \frac{y+5}{-8};$



Решение.

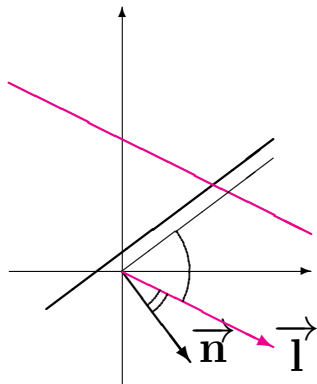
$$\arcsin \frac{(\vec{n}, \vec{l})}{|\vec{n}| |\vec{l}|} = \arcsin \frac{(\mathbf{3} \vec{i} + (-4) \vec{j}, \vec{l})}{\sqrt{\mathbf{3}^2 + (-4)^2} |\vec{l}|} =$$

Пример 20. Найдите угол между

б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $\frac{x - 3}{15} = \frac{y + 5}{-8};$

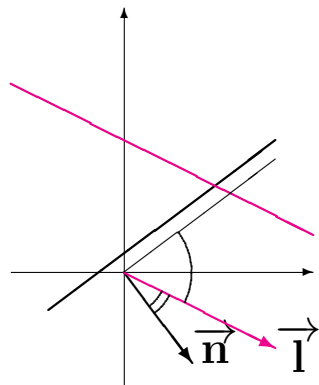
Решение.

$$\arcsin \frac{(\vec{n}, \vec{l})}{|\vec{n}| |\vec{l}|} = \arcsin \frac{(3\vec{i} - 4\vec{j}, \vec{l})}{\sqrt{3^2 + (-4)^2} |\vec{l}|} =$$



Пример 20. Найдите угол между

б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $\frac{x - 3}{15} = \frac{y + 5}{-8};$

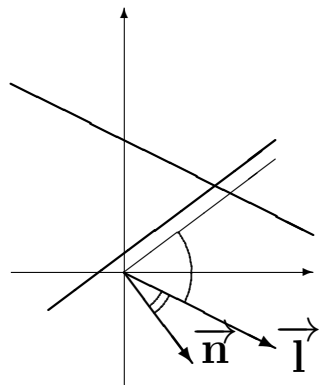


Решение.

$$\begin{aligned} \arcsin \frac{(\vec{n}, \vec{l})}{|\vec{n}| |\vec{l}|} &= \arcsin \frac{(3\vec{i} - 4\vec{j}, \vec{l})}{\sqrt{3^2 + (-4)^2} |\vec{l}|} = \\ &= \arcsin \frac{(3\vec{i} - 4\vec{j}, 15\vec{i} + (-8)\vec{j})}{5\sqrt{15^2 + (-8)^2}} = \end{aligned}$$

Пример 20. Найдите угол между

б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $\frac{x - 3}{15} = \frac{y + 5}{-8}$;

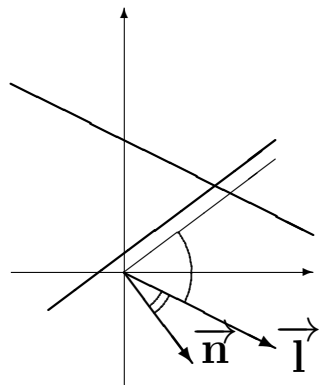


Решение.

$$\begin{aligned} \arcsin \frac{(\vec{n}, \vec{l})}{|\vec{n}| |\vec{l}|} &= \arcsin \frac{(3\vec{i} - 4\vec{j}, \vec{l})}{\sqrt{3^2 + (-4)^2} |\vec{l}|} = \\ &= \arcsin \frac{(3\vec{i} - 4\vec{j}, 15\vec{i} - 8\vec{j})}{5\sqrt{15^2 + (-8)^2}} = \\ &= \arcsin \frac{3 \cdot 15 + (-4)(-8)}{5 \cdot 17} = \end{aligned}$$

Пример 20. Найдите угол между

б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $\frac{x - 3}{15} = \frac{y + 5}{-8}$;

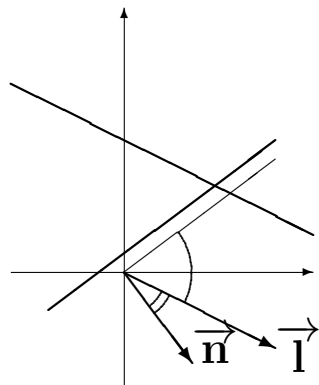


Решение.

$$\begin{aligned} \arcsin \frac{(\vec{n}, \vec{l})}{|\vec{n}| |\vec{l}|} &= \arcsin \frac{(3\vec{i} - 4\vec{j}, \vec{l})}{\sqrt{3^2 + (-4)^2} |\vec{l}|} = \\ &= \arcsin \frac{(3\vec{i} - 4\vec{j}, 15\vec{i} - 8\vec{j})}{5\sqrt{15^2 + (-8)^2}} = \\ &= \arcsin \frac{3 \cdot 15 + (-4)(-8)}{5 \cdot 17} = \arcsin \frac{77}{85}. \end{aligned}$$

Пример 20. Найдите угол между

б) прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $\frac{x - 3}{15} = \frac{y + 5}{-8}$;



Решение.

Угол

между

данными

прямыми

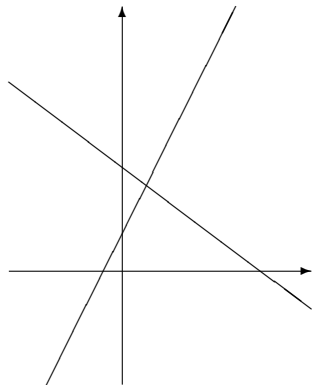
равен

$$= \arcsin \frac{3 \cdot 15 + (-4)(-8)}{5 \cdot 17} = \arcsin \frac{77}{85}.$$

Пример 20. Найдите угол между

в) прямыми $\frac{x-3}{5} = \frac{y+5}{12}$ и $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$

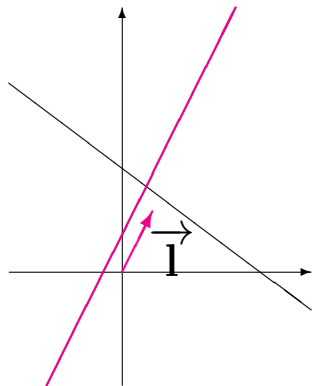
Решение.



Пример 20. Найдите угол между

в) прямыми $\frac{x-3}{5} = \frac{y+5}{12}$ и $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$

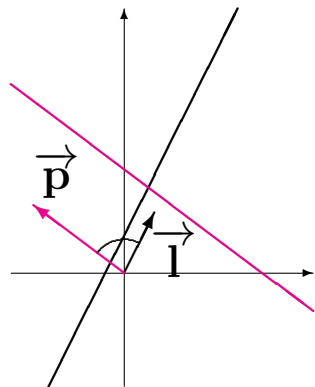
Решение.



Пример 20. Найдите угол между

в) прямыми $\frac{x-3}{5} = \frac{y+5}{12}$ и $\begin{cases} x = 2 + (-8)t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$

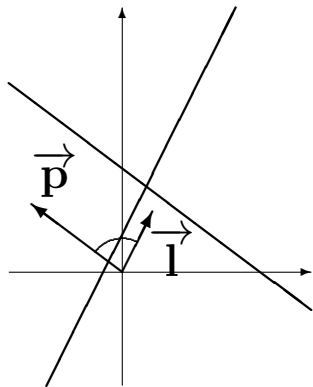
Решение.



Пример 20. Найдите угол между

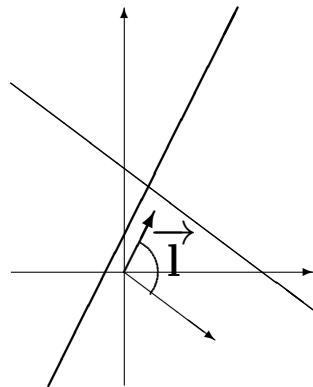
в) прямыми $\frac{x-3}{5} = \frac{y+5}{12}$ и $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$

Решение. Искомый угол либо равен углу между направляющими векторами,



Пример 20. Найдите угол между

в) прямыми $\frac{x-3}{5} = \frac{y+5}{12}$ и $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$



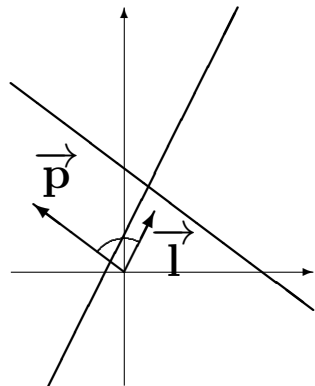
Решение. Искомый угол либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Пример 20. Найдите угол между

в) прямыми $\frac{x-3}{5} = \frac{y+5}{12}$ и $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$

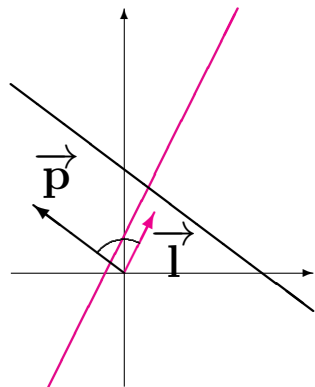
Решение.

$$\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$$



Пример 20. Найдите угол между

в) прямыми $\frac{x-3}{5} = \frac{y+5}{12}$ и $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$

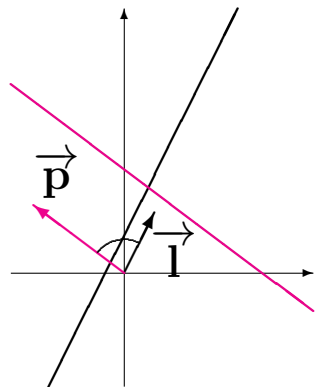


Решение.

$$\arccos \frac{(\vec{i}, \vec{p})}{|\vec{i}| |\vec{p}|} = \arccos \frac{(\mathbf{5} \vec{i} + \mathbf{12} \vec{j}, \vec{p})}{\sqrt{\mathbf{5}^2 + \mathbf{12}^2} |\vec{p}|} =$$

Пример 20. Найдите угол между

в) прямыми $\frac{x-3}{5} = \frac{y+5}{12}$ и $\begin{cases} x = 2 + (-8)t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$

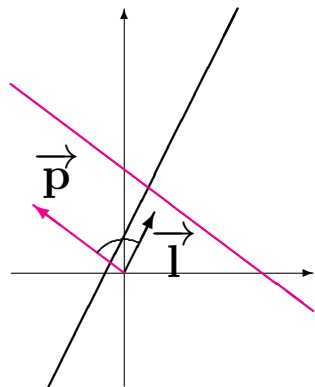


Решение.

$$\arccos \frac{(\vec{i}, \vec{p})}{|\vec{i}| |\vec{p}|} = \arccos \frac{(5\vec{i} + 12\vec{j}, \vec{p})}{\sqrt{5^2 + 12^2} |\vec{p}|} =$$

Пример 20. Найдите угол между

в) прямыми $\frac{x-3}{5} = \frac{y+5}{12}$ и $\begin{cases} x = 2 + (-8)t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$

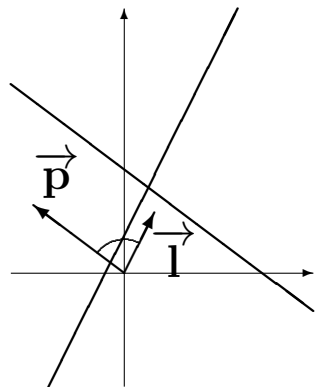


Решение.

$$\begin{aligned} \arccos \frac{(\vec{i}, \vec{p})}{|\vec{i}| |\vec{p}|} &= \arccos \frac{(5\vec{i} + 12\vec{j}, \vec{p})}{\sqrt{5^2 + 12^2} |\vec{p}|} = \\ &= \arccos \frac{(5\vec{i} + 12\vec{j}, -8\vec{i} + 6\vec{j})}{13 \cdot \sqrt{(-8)^2 + 6^2}} = \end{aligned}$$

Пример 20. Найдите угол между

в) прямыми $\frac{x-3}{5} = \frac{y+5}{12}$ и $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$

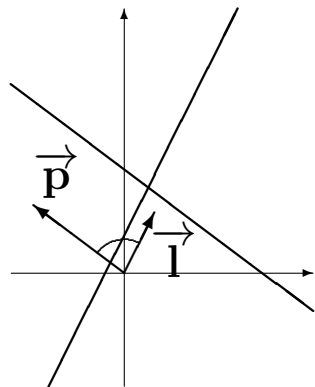


Решение.

$$\begin{aligned} \arccos \frac{(\vec{i}, \vec{p})}{|\vec{i}| |\vec{p}|} &= \arccos \frac{(5\vec{i} + 12\vec{j}, \vec{p})}{\sqrt{5^2 + 12^2} |\vec{p}|} = \\ &= \arccos \frac{(5\vec{i} + 12\vec{j}, -8\vec{i} + 6\vec{j})}{13 \cdot \sqrt{(-8)^2 + 6^2}} = \\ &= \arccos \frac{5 \cdot (-8) + 12 \cdot 6}{13 \cdot 10} = \end{aligned}$$

Пример 20. Найдите угол между

в) прямыми $\frac{x-3}{5} = \frac{y+5}{12}$ и $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$



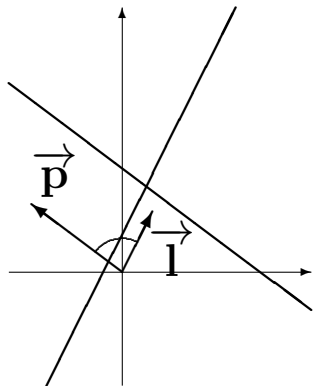
Решение.

$$\begin{aligned} \arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} &= \arccos \frac{(5\vec{i} + 12\vec{j}, \vec{p})}{\sqrt{5^2 + 12^2} |\vec{p}|} = \\ &= \arccos \frac{(5\vec{i} + 12\vec{j}, -8\vec{i} + 6\vec{j})}{13 \cdot \sqrt{(-8)^2 + 6^2}} = \\ &= \arccos \frac{5 \cdot (-8) + 12 \cdot 6}{13 \cdot 10} = \arccos \frac{16}{65}. \end{aligned}$$

Пример 20. Найдите угол между

в) прямыми $\frac{x-3}{5} = \frac{y+5}{12}$ и $\begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 5 + 6t. \end{cases}$

Решение. Искомый угол между прямыми равен $\arccos \frac{16}{65}$.



Вернуться к лекции или рассмотреть другой пример?

Пример 21. Найти угол между прямыми:

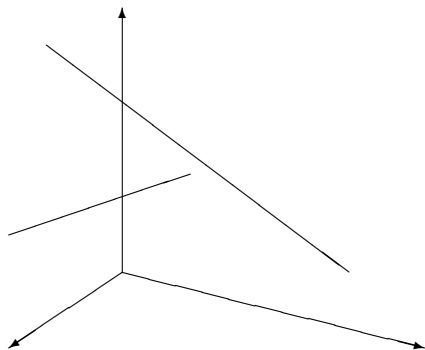
$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{x-2}{4} &= \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8} & u & \begin{cases} x = -5 - 7t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 - 4t; \end{cases} \\ \text{б) } \frac{x-2}{4} &= \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8} & u & \begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} x - 4y + z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases} & u & \begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Решение.

Пример 21. Найти угол между прямыми:

a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} x = -5 - 7t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 - 4t; \end{cases}$

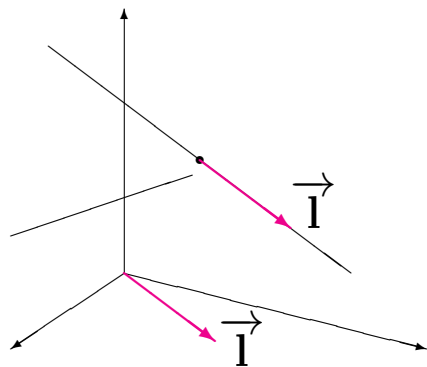
Решение.



Пример 21. Найти угол между прямыми:

a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} x = -5 - 7t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 - 4t; \end{cases}$

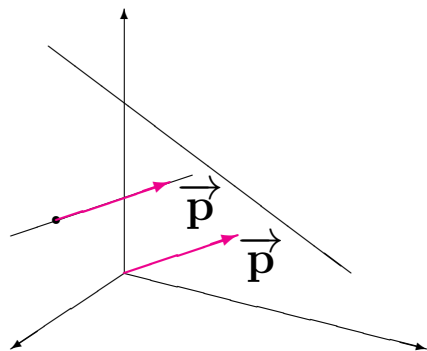
Решение.



Пример 21. Найти угол между прямыми:

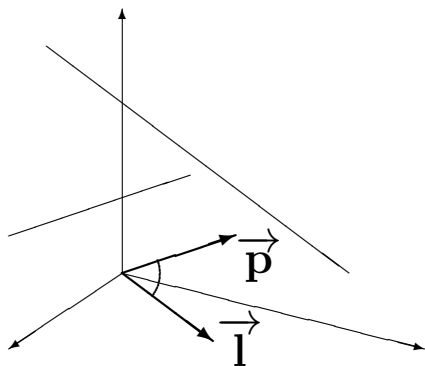
a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} x = -5 + (-7)t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 + (-4)t; \end{cases}$

Решение.



Пример 21. Найти угол между прямыми:

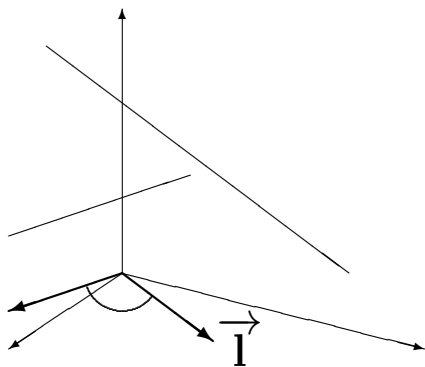
a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} x = -5 - 7t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 - 4t; \end{cases}$



Решение. Таким образом, искомый угол равен либо углу между направляющими векторами,

Пример 21. Найти угол между прямыми:

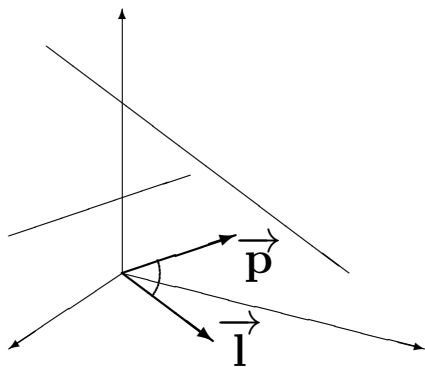
a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} x = -5 - 7t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 - 4t; \end{cases}$



Решение. Таким образом, искомый угол равен либо углу между направляющими векторами, либо дополняет этот угол до развернутого угла.

Пример 21. Найти угол между прямыми:

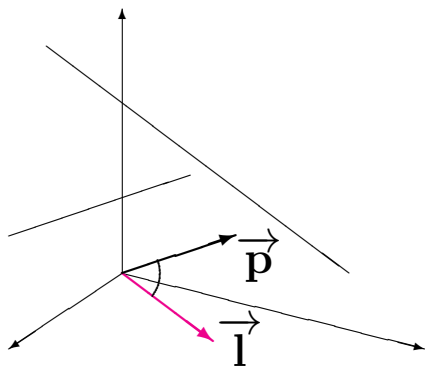
a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} x = -5 - 7t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 - 4t; \end{cases}$



Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

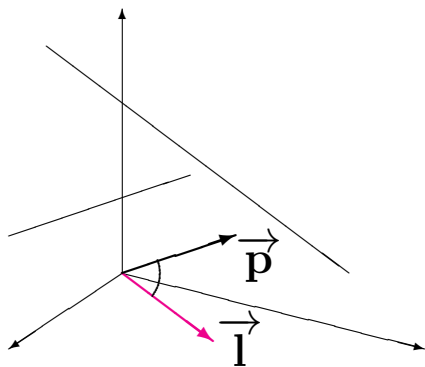
a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} x = -5 - 7t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 - 4t; \end{cases}$



Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} x = -5 - 7t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 - 4t; \end{cases}$

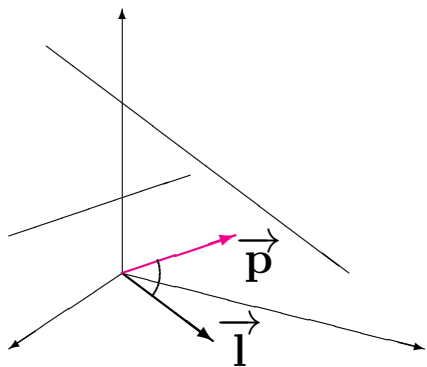


Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$

$$= \arccos \frac{(4\vec{i} + (-1)\vec{j} + (-8)\vec{k}, \vec{p})}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} |\vec{p}|} =$$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

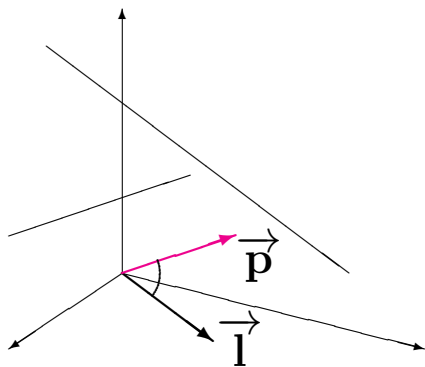
a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} x = -5 + (-7)t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 + (-4)t; \end{cases}$



Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$
 $= \arccos \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, \vec{p})}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} |\vec{p}|} =$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} x = -5 + (-7)t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 + (-4)t; \end{cases}$



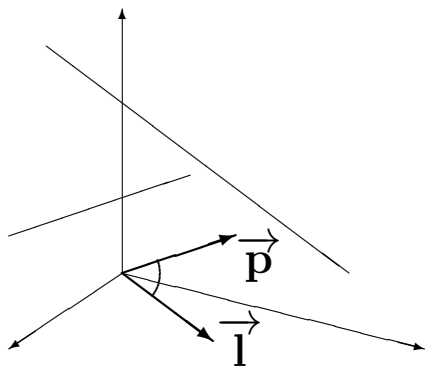
Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$

$$= \arccos \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, \vec{p})}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} |\vec{p}|} =$$

$$= \arccos \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, -7\vec{i} + 4\vec{j} + (-4)\vec{k})}{9\sqrt{(-7)^2 + 4^2 + (-4)^2}} =$$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} x = -5 - 7t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 - 4t; \end{cases}$



Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$

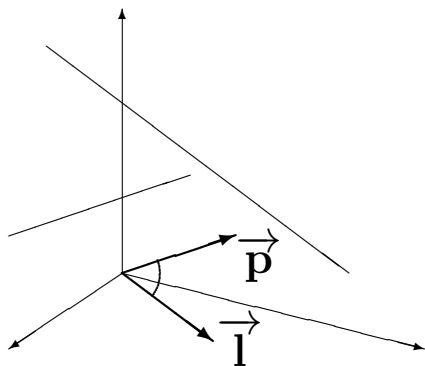
$$= \arccos \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, \vec{p})}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} |\vec{p}|} =$$

$$= \arccos \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, -7\vec{i} + 4\vec{j} - 4\vec{k})}{9\sqrt{(-7)^2 + 4^2 + (-4)^2}} = 0.$$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} x = -5 - 7t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = 2 - 4t; \end{cases}$

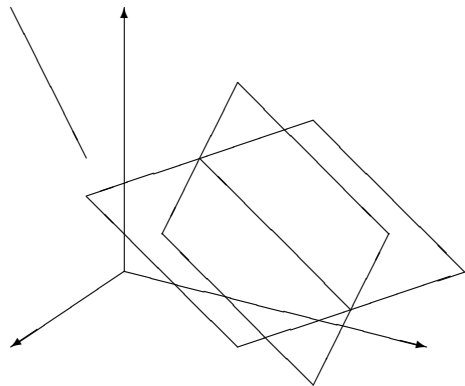
Ответ на а): прямые перпендикулярны.



Пример 21. Найти угол между прямыми:

б) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0; \end{cases}$

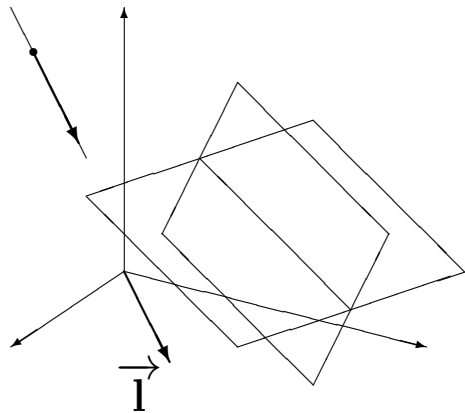
Решение.



Пример 21. Найти угол между прямыми:

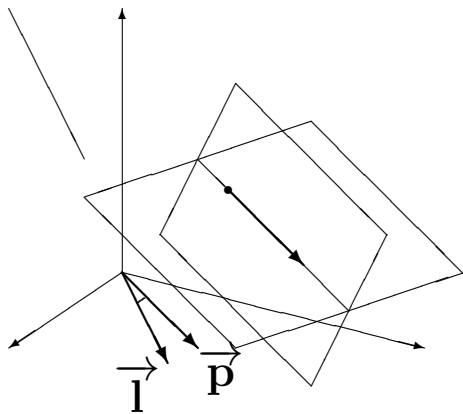
б) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0; \end{cases}$

Решение.



Пример 21. Найти угол между прямыми:

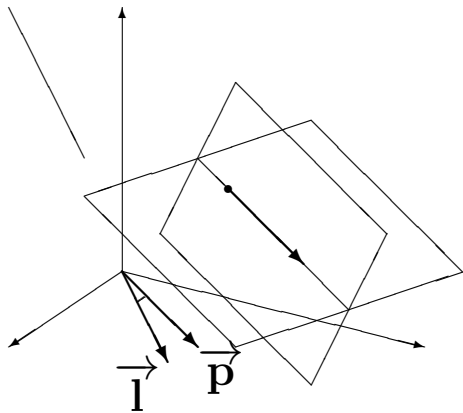
б) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0; \end{cases}$



Решение. Угол между прямыми равен либо углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого.

Пример 21. Найти угол между прямыми:

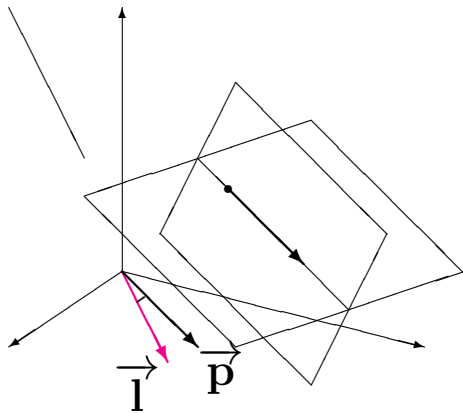
б) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0; \end{cases}$



Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

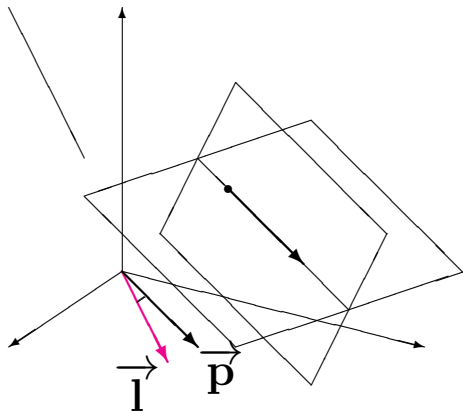
б) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0; \end{cases}$



Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

б) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} y+z-3=0, \\ 8x+9y-5z-4=0; \end{cases}$

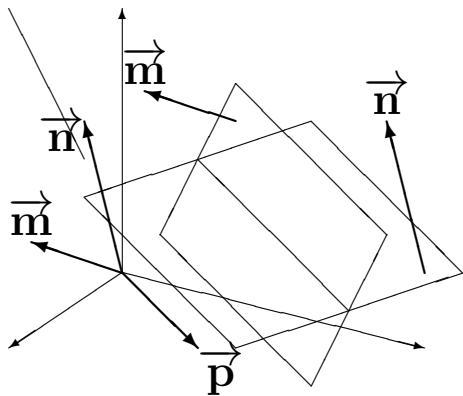


Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$

$$= \arccos \frac{(4\vec{i} + (-1)\vec{j} + (-8)\vec{k}, \vec{p})}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} |\vec{p}|} =$$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

б) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} 0x + 1y + 1z - 3 = 0, \\ 8x + 9y + (-5)z - 4 = 0; \end{cases}$

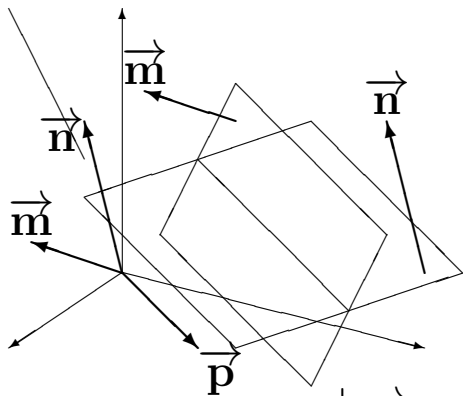


Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$
 $= \arccos \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, \vec{p})}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} |\vec{p}|} =$

$\vec{p} = [\vec{m}, \vec{n}] =$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

б) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} 0x + 1y + 1z - 3 = 0, \\ 8x + 9y + (-5)z - 4 = 0; \end{cases}$



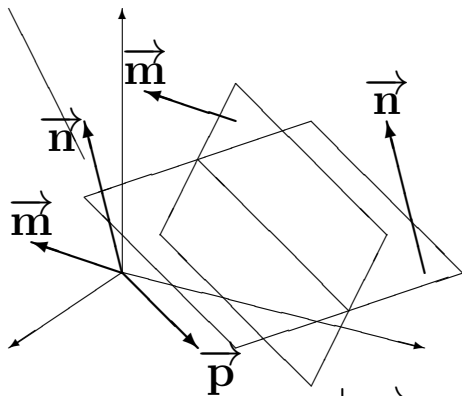
Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$

$= \arccos \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, \vec{p})}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} |\vec{p}|} =$

$\vec{p} = [\vec{m}, \vec{n}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 1 \\ 8 & 9 & -5 \end{vmatrix} =$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

б) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} 0x + 1y + 1z - 3 = 0, \\ 8x + 9y + (-5)z - 4 = 0; \end{cases}$



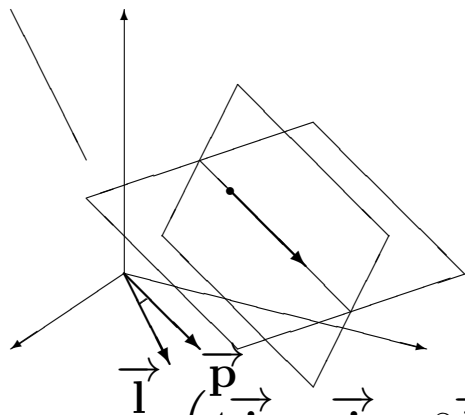
Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$

$= \arccos \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, \vec{p})}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} |\vec{p}|} =$

$\vec{p} = [\vec{m}, \vec{n}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 1 \\ 8 & 9 & -5 \end{vmatrix} = -14\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}.$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

б) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} 0x + 1y + 1z - 3 = 0, \\ 8x + 9y + (-5)z - 4 = 0; \end{cases}$



Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$

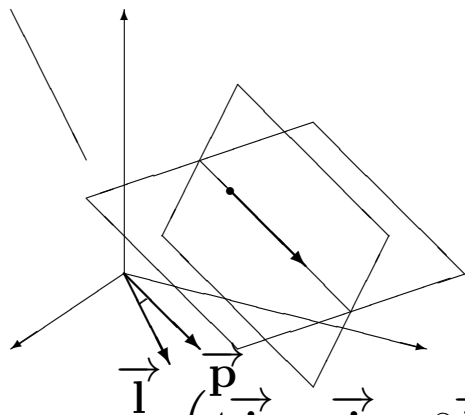
$= \arccos \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, \vec{p})}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} |\vec{p}|} =$

$= \arccos \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, -14\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k})}{9\sqrt{14^2 + 8^2 + (-8)^2}} =$

$\vec{p} = -14\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}.$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

б) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} 0x + 1y + 1z - 3 = 0, \\ 8x + 9y + (-5)z - 4 = 0; \end{cases}$



Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} =$

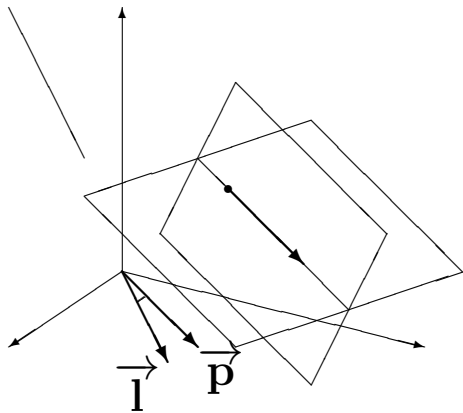
$= \arccos \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, \vec{p})}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} |\vec{p}|} =$

$= \arccos \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, -14\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k})}{9\sqrt{14^2 + 8^2 + (-8)^2}} = 0.$

$\vec{p} = -14\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}.$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

б) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $\begin{cases} 0x + 1y + 1z - 3 = 0, \\ 8x + 9y + (-5)z - 4 = 0; \end{cases}$



Решение. $\arccos \frac{(\vec{l}, \vec{p})}{|\vec{l}| |\vec{p}|} = 0$, т.е. прямые перпендикулярны.

Пример 21. *Найти угол между прямыми:*

$$\text{в)} \quad \begin{cases} x - 4y + z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$$

Решение.

Пример 21. *Найти угол между прямыми:*

$$\text{в)} \quad \begin{cases} x - 4y + z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$$

Решение. Угол между прямыми либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Пример 21. Найти угол между прямыми:

$$\text{в) } \begin{cases} 1x + -4y + 1z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$$

Решение. Угол между прямыми либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Найдем направляющий вектор первой прямой:

$$\vec{p} = [\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}, 5\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

$$\text{в) } \begin{cases} 1x + -4y + 1z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$$

Решение. Угол между прямыми либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Найдем направляющий вектор первой прямой:

$$\begin{aligned} \vec{p} &= [\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}, 5\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= -12\vec{i} + 3\vec{j} + 24\vec{k}. \end{aligned}$$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

$$\text{в) } \begin{cases} x - 4y + z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 0x + 1y + 1z - 3 = 0, \\ 8x + 9y + (-5)z - 4 = 0. \end{cases}$$

Решение. Угол между прямыми либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Направляющий вектор первой прямой:

$$\vec{p} = -12\vec{i} + 3\vec{j} + 24\vec{k}.$$

Найдем направляющий вектор второй прямой:

$$\vec{q} = [\vec{j} + \vec{k}, 8\vec{i} + 9\vec{j} - 5\vec{k}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 1 \\ 8 & 9 & -5 \end{vmatrix} =$$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

$$\text{в) } \begin{cases} x - 4y + z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 0x + 1y + 1z - 3 = 0, \\ 8x + 9y + (-5)z - 4 = 0. \end{cases}$$

Решение. Угол между прямыми либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Направляющий вектор первой прямой:

$$\vec{p} = -12\vec{i} + 3\vec{j} + 24\vec{k}.$$

Найдем направляющий вектор второй прямой:

$$\begin{aligned} \vec{q} &= \left[\vec{j} + \vec{k}, 8\vec{i} + 9\vec{j} - 5\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 1 \\ 8 & 9 & -5 \end{vmatrix} = \\ &= -14\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}. \end{aligned}$$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

$$\text{в)} \quad \begin{cases} x - 4y + z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$$

Решение. Угол между прямыми либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Мы нашли направляющие векторы этих прямых:

$$\vec{p} = -12\vec{i} + 3\vec{j} + 24\vec{k} \quad \text{и} \quad \vec{q} = -14\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}.$$

$$\arccos \frac{(\vec{p}, \vec{q})}{|\vec{p}| |\vec{q}|} = 0.$$

Пример 21. Найти угол между прямыми:

$$\text{в) } \begin{cases} x - 4y + z + 7 = 0, \\ 5x + 4y + 2z - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$$

Решение. Угол между прямыми либо равен углу между направляющими векторами, либо дополняет его до развернутого угла.

Мы нашли направляющие векторы этих прямых:

$$\vec{p} = -12\vec{i} + 3\vec{j} + 24\vec{k} \quad \text{и} \quad \vec{q} = -14\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}.$$

$$\arccos \frac{(\vec{p}, \vec{q})}{|\vec{p}| |\vec{q}|} = 0.$$

Рассматриваемые прямые ортогональны.

Вернуться к лекции?

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

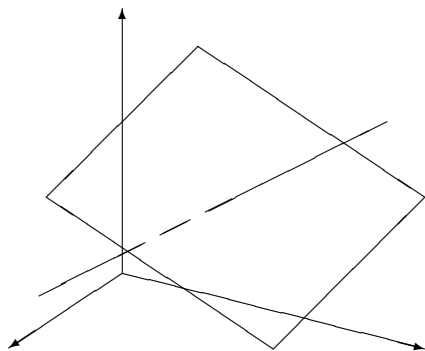
а) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $2x - y - 2z + 6 = 0;$

б) $2x - y - 2z + 6 = 0$ и $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0; \end{cases}$

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $2x - y - 2z + 6 = 0$;

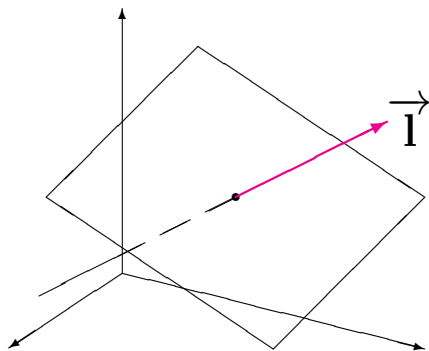
Решение.



Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $2x - y - 2z + 6 = 0$;

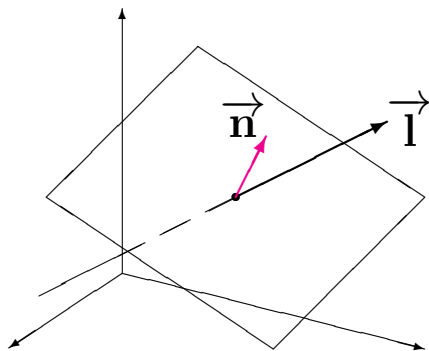
Решение.



Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

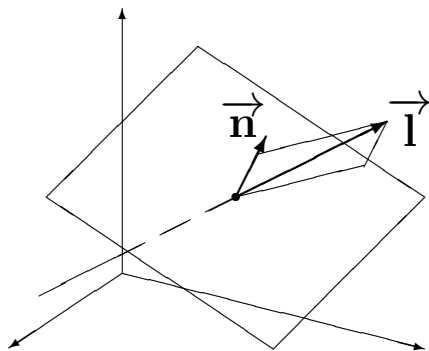
a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $2x + (-1)y + (-2)z + 6 = 0$;

Решение.



Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

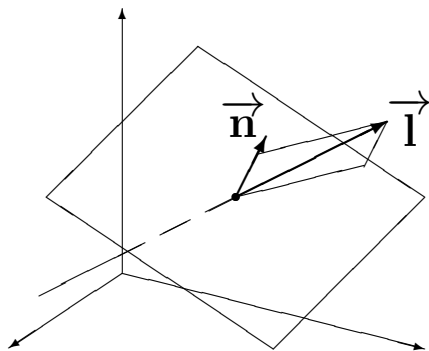
a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $2x - y - 2z + 6 = 0$;



Решение. Ясно, что угол между прямой и плоскостью дополняет до прямого угла угол между направляющим вектором и вектором, нормальным к плоскости.

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

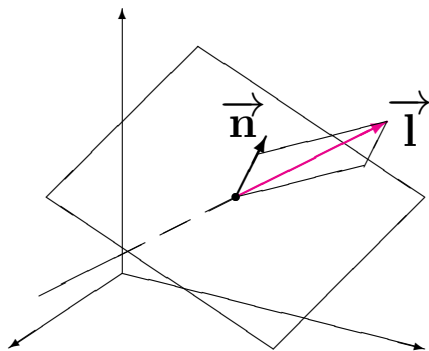
a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $2x - y - 2z + 6 = 0$;



Решение. $\arcsin \left| \frac{(\vec{l}, \vec{n})}{|\vec{l}| |\vec{n}|} \right| =$

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

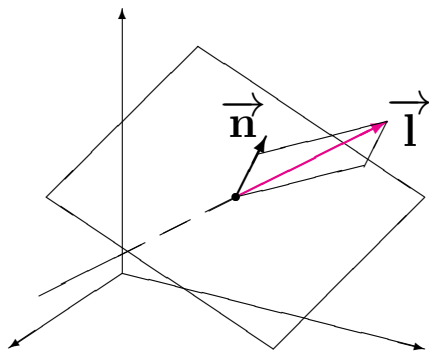
a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $2x - y - 2z + 6 = 0$;



Решение. $\arcsin \left| \frac{(\vec{l}, \vec{n})}{|\vec{l}| |\vec{n}|} \right| =$

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $2x - y - 2z + 6 = 0;$

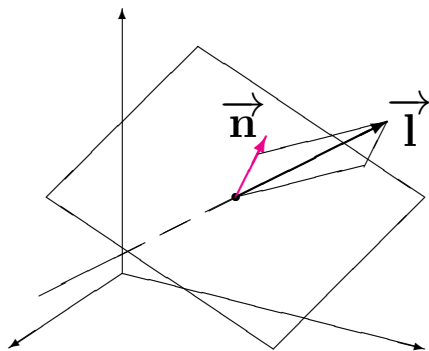


Решение. $\arcsin \left| \frac{(\vec{l}, \vec{n})}{|\vec{l}| |\vec{n}|} \right| =$

$$= \arcsin \left| \frac{(4\vec{i} + (-1)\vec{j} + (-8)\vec{k}, \vec{n})}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} |\vec{n}|} \right| =$$

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $2x + (-1)y + (-2)z + 6 = 0$;

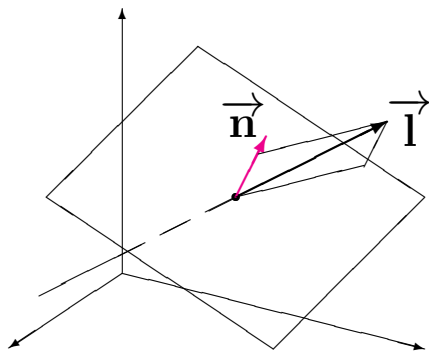


Решение. $\arcsin \left| \frac{(\vec{l}, \vec{n})}{|\vec{l}| |\vec{n}|} \right| =$

$$= \arcsin \left| \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, \vec{n})}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} |\vec{n}|} \right| =$$

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $2x + (-1)y + (-2)z + 6 = 0$;



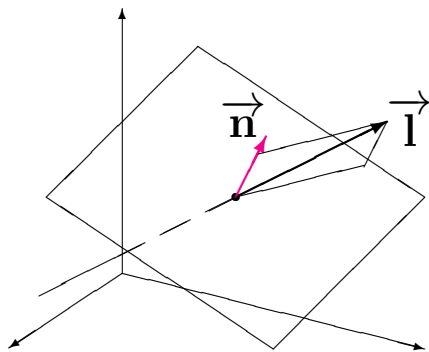
Решение. $\arcsin \left| \frac{(\vec{l}, \vec{n})}{|\vec{l}| |\vec{n}|} \right| =$

$$= \arcsin \left| \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, \vec{n})}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} |\vec{n}|} \right| =$$

$$= \arcsin \left| \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, 2\vec{i} + (-1)\vec{j} + (-2)\vec{k})}{9\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} \right| =$$

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

a) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{-8}$ и $2x + (-1)y + (-2)z + 6 = 0$;



Решение. $\arcsin \left| \frac{(\vec{l}, \vec{n})}{|\vec{l}| |\vec{n}|} \right| =$

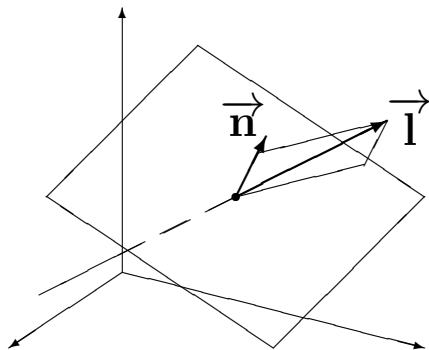
$$= \arcsin \left| \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, \vec{n})}{\sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-8)^2} |\vec{n}|} \right| =$$

$$= \arcsin \left| \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}, 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k})}{9\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} \right| = \arcsin \frac{25}{27}.$$

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

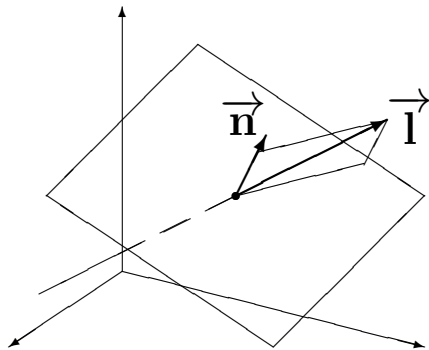
б) $2x - y - 2z + 6 = 0$ и $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0; \end{cases}$

Решение.



Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

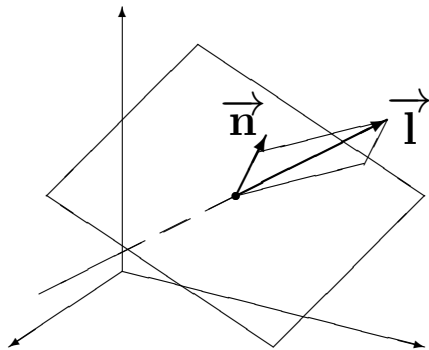
б) $2x - y - 2z + 6 = 0$ и $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0; \end{cases}$



Решение. Ясно, что угол между прямой и плоскостью дополняет до прямого угла угол между направляющим вектором и вектором, нормальным к плоскости.

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

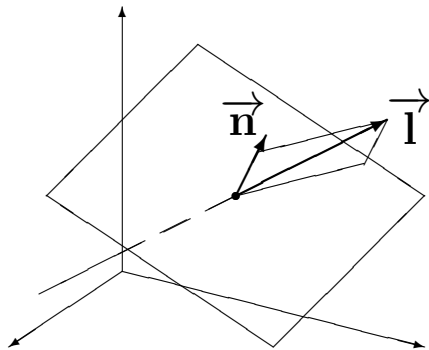
б) $2x - y - 2z + 6 = 0$ и $\begin{cases} 0x + 1y + 1z - 3 = 0, \\ 8x + 9y + (-5)z - 4 = 0; \end{cases}$



Решение. Надо найти направляющий вектор прямой: $\vec{l} =$

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

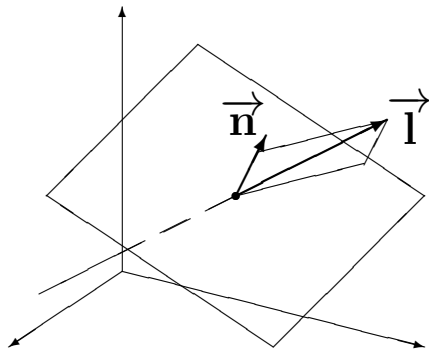
б) $2x - y - 2z + 6 = 0$ и $\begin{cases} 0x + 1y + 1z - 3 = 0, \\ 8x + 9y + (-5)z - 4 = 0; \end{cases}$



Решение. Надо найти направляющий вектор прямой: $\vec{l} =$
 $= [0\vec{i} + 1\vec{j} + 1\vec{k}, 8\vec{i} + 9\vec{j} + (-5)\vec{k}] =$

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

б) $2x - y - 2z + 6 = 0$ и $\begin{cases} 0x + 1y + 1z - 3 = 0, \\ 8x + 9y + (-5)z - 4 = 0; \end{cases}$

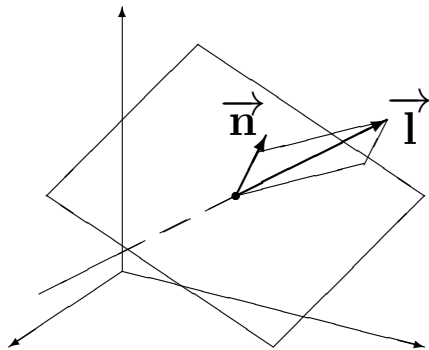


Решение. Надо найти направляющий вектор прямой: $\vec{l} =$

$$= \left[0\vec{i} + 1\vec{j} + 1\vec{k}, 8\vec{i} + 9\vec{j} + (-5)\vec{k} \right] =$$
$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 1 \\ 8 & 9 & -5 \end{vmatrix} =$$

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

б) $2x - y - 2z + 6 = 0$ и $\begin{cases} 0x + 1y + 1z - 3 = 0, \\ 8x + 9y + (-5)z - 4 = 0; \end{cases}$



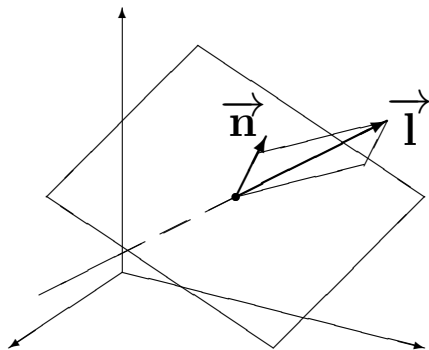
Решение. Надо найти направляющий вектор прямой: $\vec{l} =$

$$= [\vec{j} + \vec{k}, 8\vec{i} + 9\vec{j} - 5\vec{k}] =$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 1 \\ 8 & 9 & -5 \end{vmatrix} = -14\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}.$$

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

б) $2x + (-1)y + (-2)z + 6 = 0$ и $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0; \end{cases}$

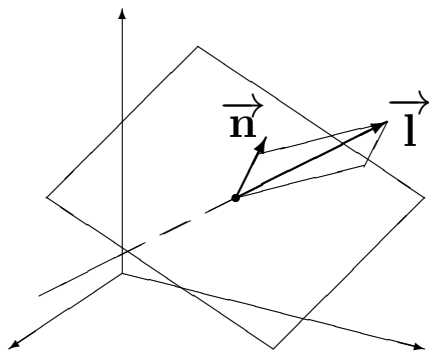


Решение. $\vec{l} = -14\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}$.

$$\arcsin \left| \frac{(\vec{l}, \vec{n})}{|\vec{l}| |\vec{n}|} \right| =$$

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

б) $2x + (-1)y + (-2)z + 6 = 0$ и $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0; \end{cases}$



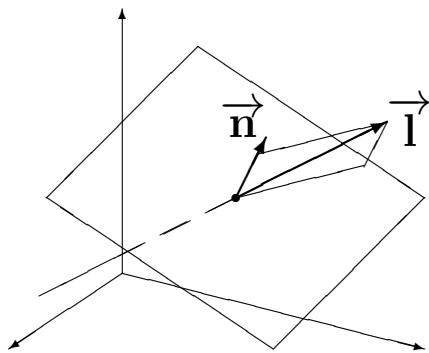
Решение. $\vec{l} = -14\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}$.

$$\arcsin \left| \frac{(\vec{l}, \vec{n})}{|\vec{l}| |\vec{n}|} \right| =$$

$$= \left| \arcsin \frac{(-14\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}, 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k})}{18 \cdot 3} \right| =$$

Пример 22. Найти угол между прямой и плоскостью в следующих случаях:

б) $2x + (-1)y + (-2)z + 6 = 0$ и $\begin{cases} y + z - 3 = 0, \\ 8x + 9y - 5z - 4 = 0; \end{cases}$



Решение. $\vec{l} = -14\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}$.

$$\arcsin \left| \frac{(\vec{l}, \vec{n})}{|\vec{l}| |\vec{n}|} \right| =$$

$$= \left| \arcsin \frac{(-14\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}, 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k})}{18 \cdot 3} \right| = \arcsin \frac{10}{27}.$$

Задача XIV.40. (Ответ приведен на стр.2929.) Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Задача XIV.41. (Ответ приведен на стр.2970.)

Уравнения пря-

мой на плоскости перепишите в векторно-символической форме:

а) $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$;

в) $-(x + 2) - (y + 7) = 0$; **г)** $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$

е) $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$ **з)** $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$

и) $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$;

м) $x - 4 = 2 - y$.

Задача XIV.42. (Ответ приведен на стр.2997.) Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот:

а) $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$

г) $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$

ё) $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Задача XIV.43.

(Ответ приведен на стр.3032.)

Для каждо-

го из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б)
$$\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases} \quad \textbf{в)} \quad \begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases} \quad \textbf{г)} \quad y - 2x + 1 = 0;$$

д)
$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}; \quad \textbf{е)} \quad \begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$$

ё)
$$x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}.$$

Задача XIV.44. (Ответ приведен на стр.3070.) В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Задача XIV.45. (Ответ приведен на стр.3091.) Пусть $A(-2; 3)$, $\vec{a}(4; 5)$. Запишите в векторно-символической и координатной формах уравнения прямых, проходящих через A : а) параллельно вектору $\vec{a}$; б) перпендикулярно вектору $\vec{a}$.

- Задача XIV.46.** (Ответ приведен на стр.3099.) Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти
- а)** уравнение высоты CH ;
 - б)** координаты точки H на прямой AB ;
 - в)** уравнение медианы AD ;
 - г)** расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $\left| \overrightarrow{CH} \right|$;
 - д)** уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
 - е)** уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
 - ё)** центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Задача XIV.47. (Ответ приведен на стр.3134.) Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

- 1) уравнение плоскости ABC ;
- 2) уравнения прямой AD ;
- 3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;
- 4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);
- 5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;
- 6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Задача XIV.48. (Ответ приведен на стр.3230.) Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Задача XIV.49. (Ответ приведен на стр.3253.) Даны координаты вершин треугольной пирамиды: $A(2; -1; 3)$, $B(1; 4; 2)$, $C(-2; 1; 5)$, $D(-11; 7; -19)$. Найти а) уравнение плоскости ABC ; б) уравнение прямой AB ; в) уравнение проекции ребра AD на плоскость ABC ; г) уравнение высоты пирамиды ABC , проведенной из вершины D ; д) проекцию H точки D на ABC .

Задача XIV.50. (Ответ приведен на стр.3259.) Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Задача XIV.51. (Ответ приведен на стр.3295.) Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Задача XIV.52. (Ответ приведен на стр.3312.) Докажите, что прямые

$$\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4} \text{ и } \begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases} \text{ лежат в одной плоскости. Най-}$$

дите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Задача XIV.53. (Ответ приведен на стр.3331.) Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Задача XIV.54. (Ответ приведен на стр.3354.) Найти угол между фи-

гурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

0

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

Решение.

$\dot{A}$

$\dot{B}$

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

$\dot{A}$ $\dot{B}$

Решение. Применим стратегию составления уравнений.

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

$\dot{A}$ $\dot{B}$

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

$\dot{A}$ $\dot{B}$

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ?

Пример 23. *Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.*



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно описать, во-первых, сведя ее к участкам известных линий (прямая, окружность, парабола) с указанием характеристических параметров, во-вторых, линию можно задать *уравнением*.

Пример 23. *Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.*



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно описать, во-первых, сведя ее к участкам известных линий (прямая, окружность, парабола) с указанием характеристических параметров, во-вторых, линию можно задать *уравнением*.

По-видимому, нам придется в этой задаче воспользоваться вторым методом.

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Линию зададим уравнением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

$\dot{A}$

$\dot{B}$

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Линию зададим уравнением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Уравнение линии — это

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

$\bullet A$

$\bullet B$

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Линию зададим уравнением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Уравнение линии — это утверждение о

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

$\dot{A}$

$\dot{B}$

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Линию зададим уравнением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Уравнение линии — это утверждение о координатах точки линии.

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

$\dot{A}$

$\dot{B}$

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

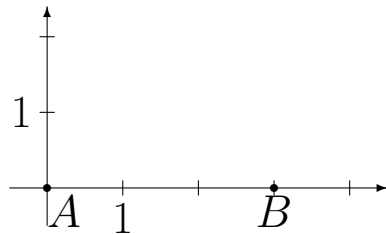
В каком виде представим ответ? Линию зададим уравнением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Уравнение линии — это утверждение о координатах точки линии.

Введем систему координат.

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

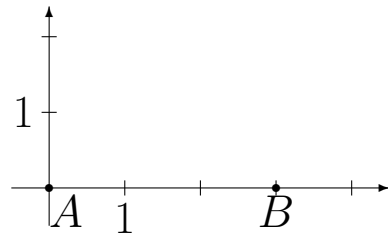
В каком виде представим ответ? Линию зададим уравнением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Уравнение линии — это утверждение о координатах точки линии.

Введем систему координат.

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Линию зададим уравнением.

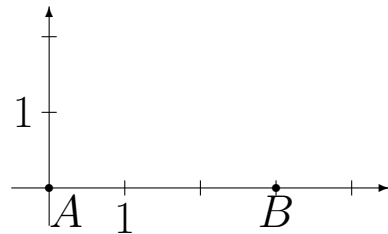
Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Уравнение линии — это утверждение о координатах точки линии.

Введем систему координат.

В этой системе координат координаты точки A равны $(0, 0)$, а точки B — $(3, 0)$.

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Линию зададим уравнением.

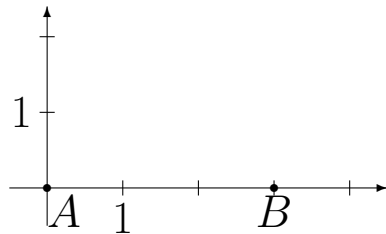
Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Уравнение линии — это утверждение о координатах точки линии.

Введем систему координат.

В этой системе координат координаты точки A равны $(0, 0)$, а точки B — $(3, 0)$.

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Линию зададим уравнением.

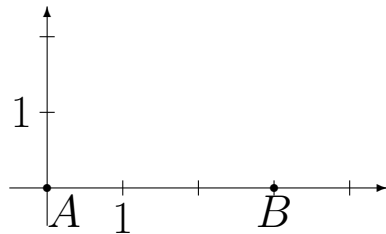
Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Уравнение линии — это утверждение о координатах точки линии.

Введем систему координат.

В этой системе координат координаты точки A равны $(0, 0)$, а точки B — $(3, 0)$.

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

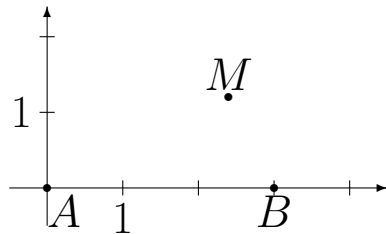
В каком виде представим ответ? Линию зададим уравнением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Уравнение линии — это утверждение о координатах точки линии.

Возьмем

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

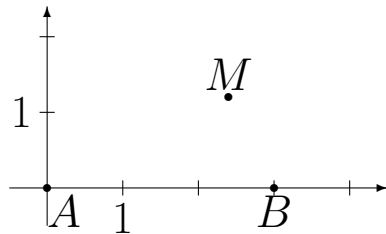
В каком виде представим ответ? Линию зададим уравнением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Уравнение линии — это утверждение о координатах точки линии.

Возьмем

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

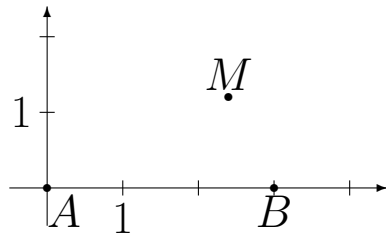
В каком виде представим ответ? Линию зададим уравнением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Уравнение линии — это утверждение о координатах точки линии.

Возьмем произвольную точку на искомой линии.

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

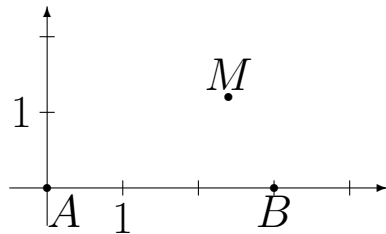
В каком виде представим ответ? Линию зададим уравнением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Уравнение линии — это утверждение о координатах точки линии.

Обозначим координаты точки M на искомой кривой через (x, y) .

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

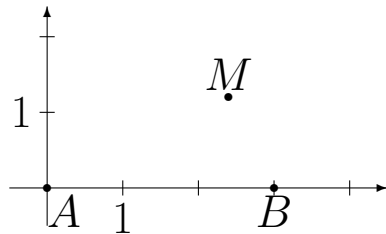


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Обозначим координаты точки M на искомой кривой через (x, y) .

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, **в два раза большее**, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

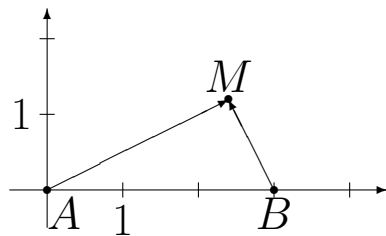


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Обозначим координаты точки M на искомой кривой через (x, y) .

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, **в два раза большее**, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



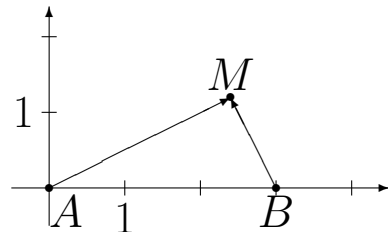
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Обозначим координаты точки M на искомой кривой через (x, y) .

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

По условию, расстояние до точки A можно вычислить двумя способами: с одной стороны, непосредственным вычислением, используя координаты точек A и M , а с другой стороны, это расстояние в два раза больше расстояния до точки B , которое тоже легко выразить через x, y .

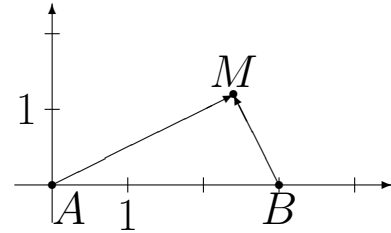
Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, **в два раза большее**, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



Решение. Пусть $M(x, y)$.

$$\overrightarrow{AM} = \_ \vec{i} + \_ \vec{j}, \quad \overrightarrow{BM} = \_\_\_\_\_\_ \vec{i} + \_ \vec{j},$$

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, **в два раза большее**, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



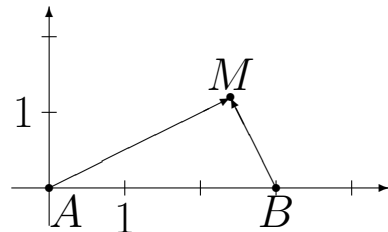
Решение. Пусть $M(x, y)$.

$$\overrightarrow{AM} = x \vec{i} + y \vec{j}, \quad \overrightarrow{BM} = \underline{\hspace{1cm}} \vec{i} + \underline{\hspace{1cm}} \vec{j},$$

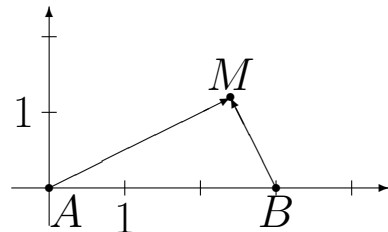
Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, **в два раза большее**, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

Решение. Пусть $M(x, y)$.

$$\overrightarrow{AM} = x \vec{i} + y \vec{j}, \quad \overrightarrow{BM} = (x - 3) \vec{i} + y \vec{j},$$



Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, **в два раза большее**, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

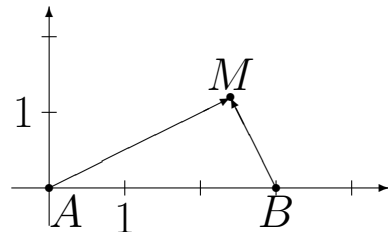


Решение. Пусть $M(x, y)$.

$$\overrightarrow{AM} = x \vec{i} + y \vec{j}, \quad \overrightarrow{BM} = (x - 3) \vec{i} + y \vec{j},$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{AM} = 2 \cdot \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{BM}.$$

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, **в два раза большее**, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

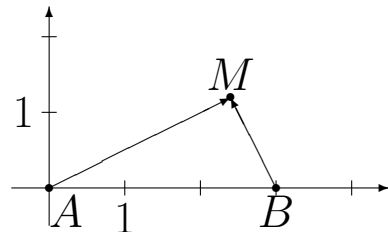


Решение. Пусть $M(x, y)$.

$$\overrightarrow{AM} = x \vec{i} + y \vec{j}, \quad \overrightarrow{BM} = (x - 3) \vec{i} + y \vec{j},$$

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + y^2}}_{AM} = 2 \cdot \underbrace{\phantom{\sqrt{x^2 + y^2}}}_{BM}.$$

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, **в два раза большее**, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

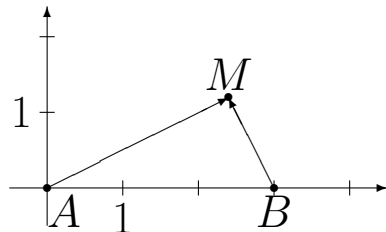


Решение. Пусть $M(x, y)$.

$$\overrightarrow{AM} = x \vec{i} + y \vec{j}, \quad \overrightarrow{BM} = (x - 3) \vec{i} + y \vec{j},$$

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + y^2}}_{AM} = 2 \cdot \underbrace{\sqrt{(x - 3)^2 + y^2}}_{BM}.$$

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



Решение. Пусть $M(x, y)$.

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + y^2}}_{AM} = 2 \cdot \underbrace{\sqrt{(x - 3)^2 + y^2}}_{BM}.$$

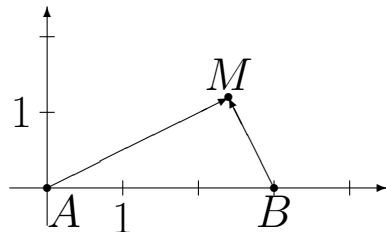
В принципе, это уже ответ. Но у него какой-то «нетоварный» вид...

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

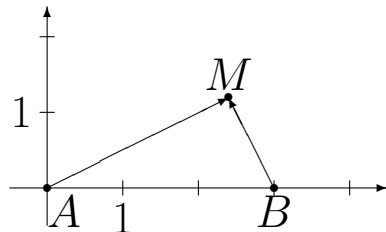
Решение. Пусть $M(x, y)$.

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + y^2}}_{AM} = 2 \cdot \underbrace{\sqrt{(x - 3)^2 + y^2}}_{BM}.$$

$$x^2 + y^2 = 4((x - 3)^2 + y^2) \Rightarrow$$



Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

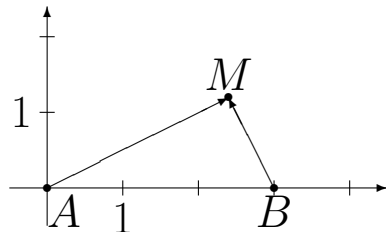


Решение. Пусть $M(x, y)$.

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + y^2}}_{AM} = 2 \cdot \underbrace{\sqrt{(x - 3)^2 + y^2}}_{BM}.$$

$$x^2 + y^2 = 4((x - 3)^2 + y^2) \Rightarrow 3x^2 - 24x + 3y^2 + 36 = 0 \Rightarrow$$

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

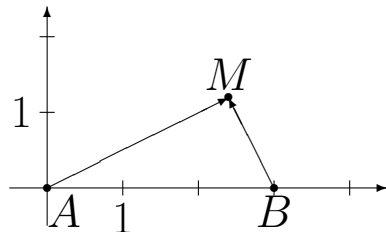


Решение. Пусть $M(x, y)$.

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + y^2}}_{AM} = 2 \cdot \underbrace{\sqrt{(x - 3)^2 + y^2}}_{BM}.$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 4((x - 3)^2 + y^2) \Rightarrow 3x^2 - 24x + 3y^2 + 36 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 - 8x + y^2 + 12 = 0, \end{aligned}$$

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



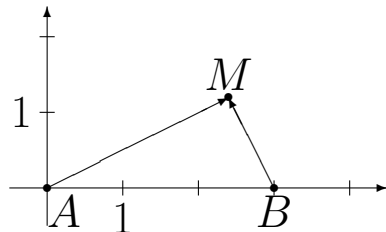
Решение. Пусть $M(x, y)$.

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + y^2}}_{AM} = 2 \cdot \underbrace{\sqrt{(x - 3)^2 + y^2}}_{BM}.$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 4((x - 3)^2 + y^2) \Rightarrow 3x^2 - 24x + 3y^2 + 36 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 - 8x + y^2 + 12 = 0, \end{aligned}$$

Выделяя в последнем равенстве **полный квадрат** перед x , получаем

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.



Решение. Пусть $M(x, y)$.

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + y^2}}_{AM} = 2 \cdot \underbrace{\sqrt{(x - 3)^2 + y^2}}_{BM}.$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 4((x - 3)^2 + y^2) \Rightarrow 3x^2 - 24x + 3y^2 + 36 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 - 8x + y^2 + 12 = 0, \end{aligned}$$

Выделяя в последнем равенстве **полный квадрат** перед x , получаем

$$(x - 4)^2 + y^2 = 4.$$

Пример 23. Найти геометрическое место таких точек плоскости, каждая из которых удалена от точки A на расстояние, в два раза большее, чем от точки B , если расстояние между A и B равно 3.

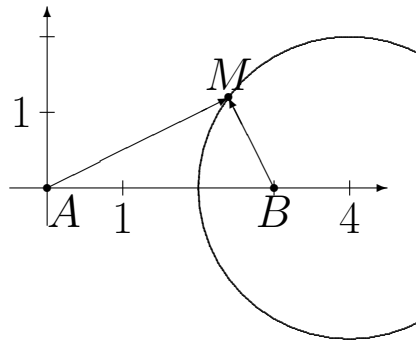
Решение. Пусть $M(x, y)$.

$$\underbrace{\sqrt{x^2 + y^2}}_{AM} = 2 \cdot \underbrace{\sqrt{(x - 3)^2 + y^2}}_{BM}.$$

$$x^2 - 8x + y^2 + 12 = 0,$$

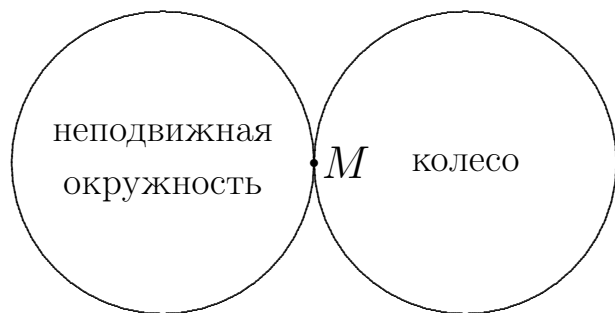
$(x - 4)^2 + y^2 = 4$ — окружность радиуса 2 с центром в точке, лежащей на прямой AB на расстоянии 4 от точки A и на расстоянии 1 от точки B .

Вернемся к лекции?



Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

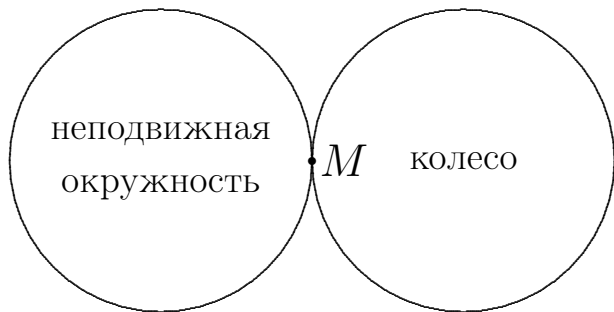
Применим **стратегию составления уравнений**.



Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

Применим **стратегию составления уравнений**.

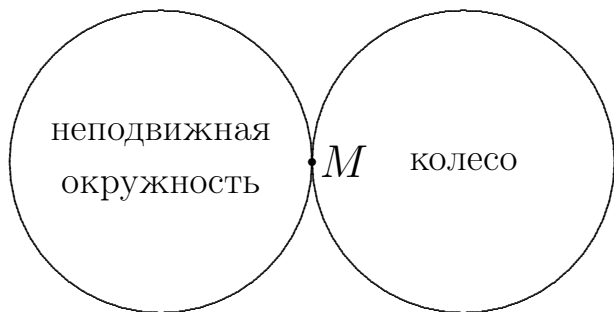
Что надо найти?



Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию,
т.е. множество точек.

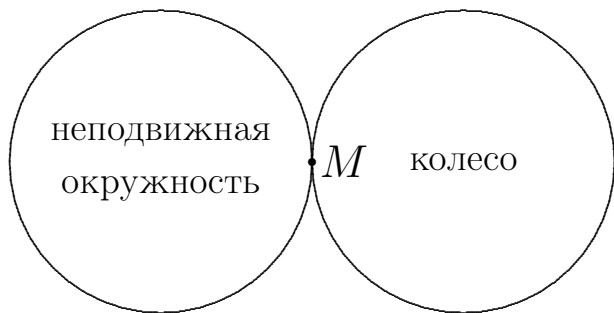


Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ?

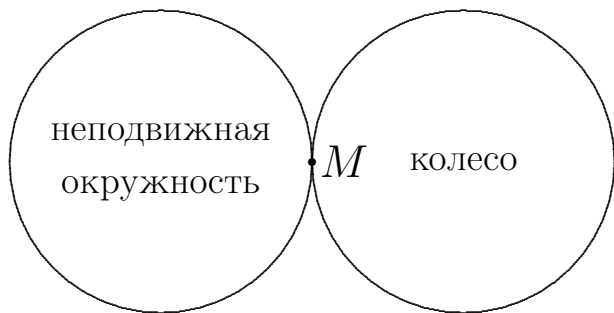


Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.

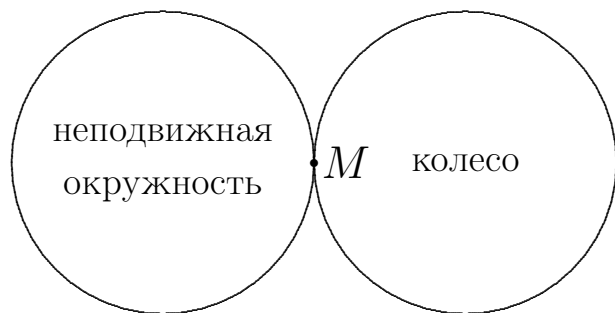


Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.



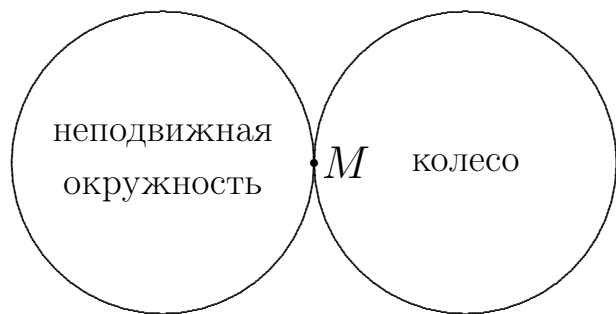
Пусть в начальный момент точка M на ободе вращающегося колеса касается неподвижной окружности.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.



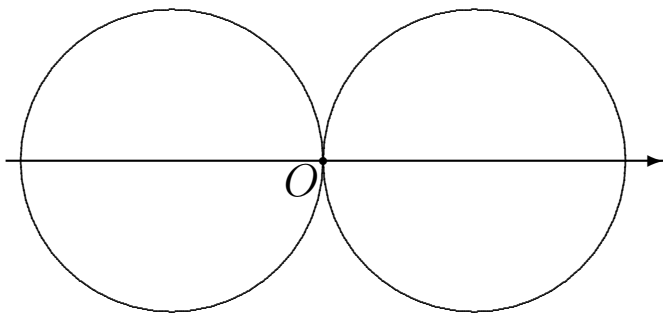
Поскольку речь идет о вращении, введем **полярную систему координат**.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

Применим **стратегию составления уравнений**.

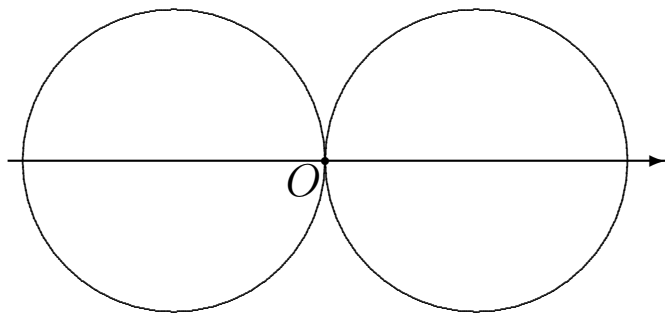
Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.



Поскольку речь идет о вращении, введем **полярную систему координат**.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



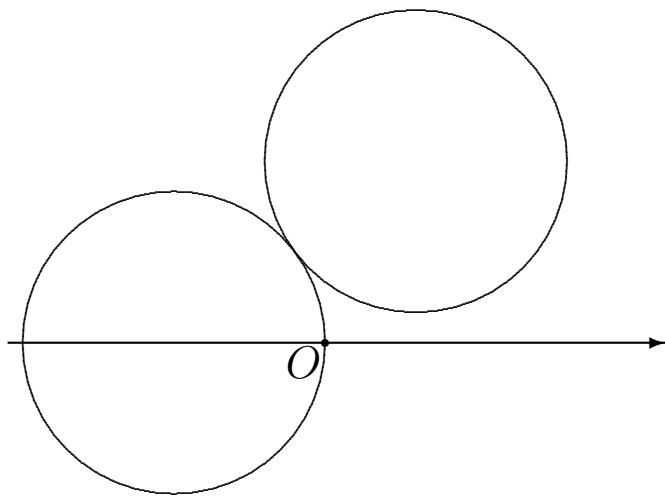
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



Применим **стратегию составления уравнений**.

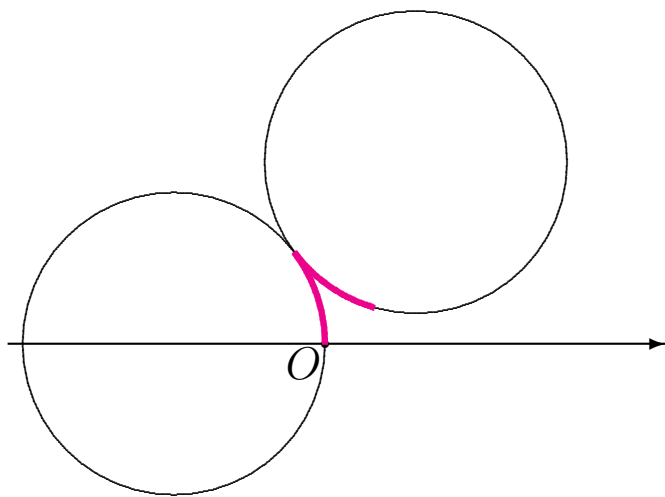
Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Предположим, колесо повернулось на некоторый угол.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



Применим **стратегию составления уравнений**.

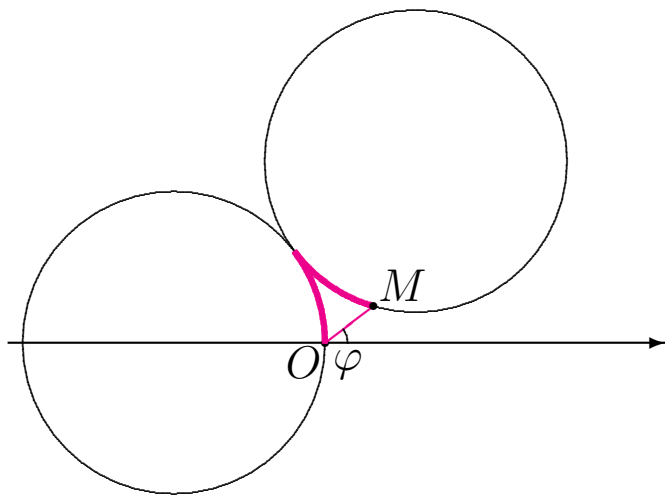
Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Движение идет без скольжения, поэтому длины указанных дуг равны.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



Применим **стратегию составления уравнений**.

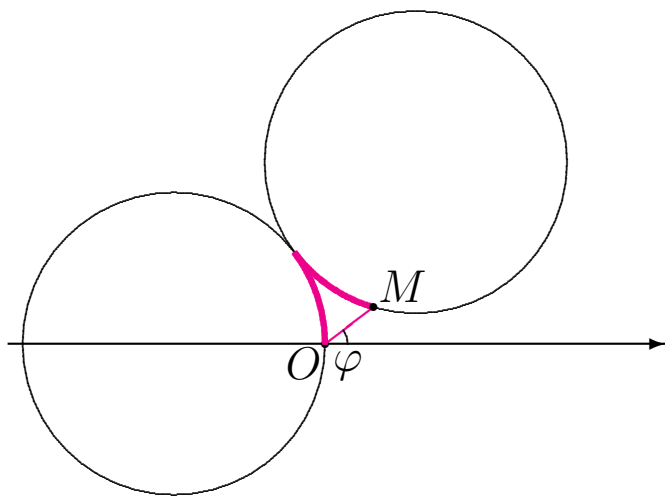
Что надо найти? Линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Пусть полярные координаты рассматриваемой точки равны ρ и φ .

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

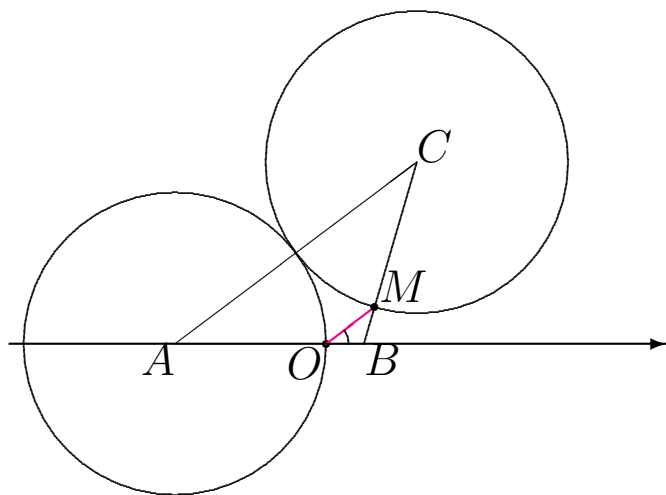


Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

«Отрезок или угол бесполезны без треугольника» (типовые построения, Ю.Б.Мельников «Геометрия — это несложно»).

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

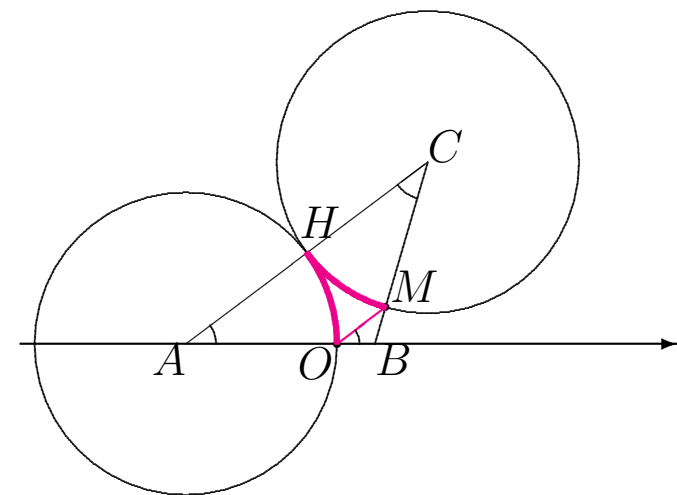


Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

«Отрезок или угол бесполезны без треугольника» (типовые построения, Ю.Б.Мельников «Геометрия — это несложно»).

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

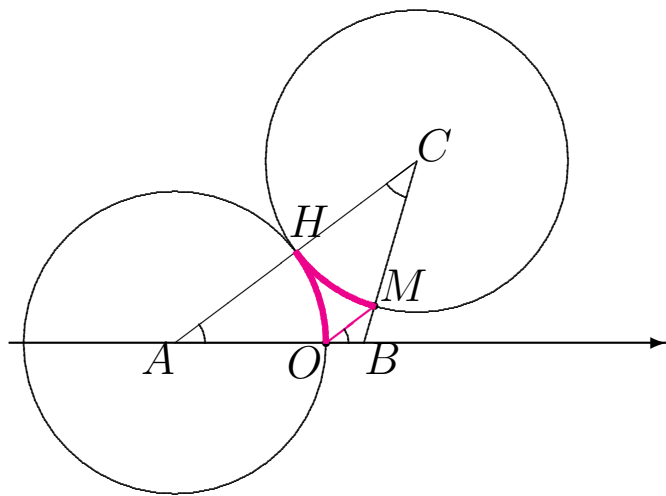


$$\sphericalangle HO = \sphericalangle HM \Rightarrow$$

Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

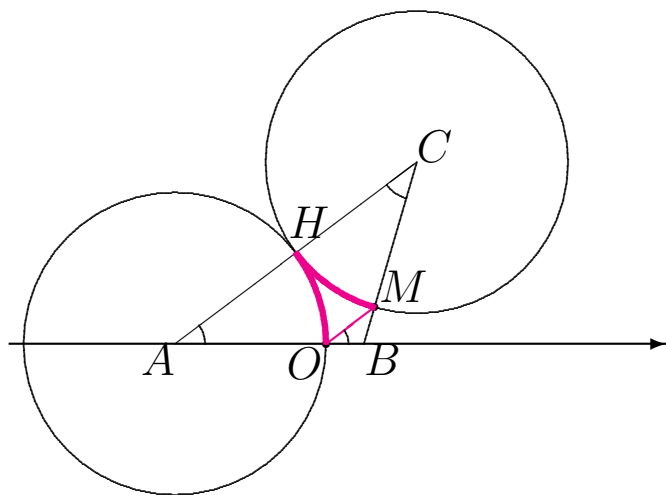


Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\sphericalangle HO = \sphericalangle HM \Rightarrow \angle OAH = \angle MCH$$

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

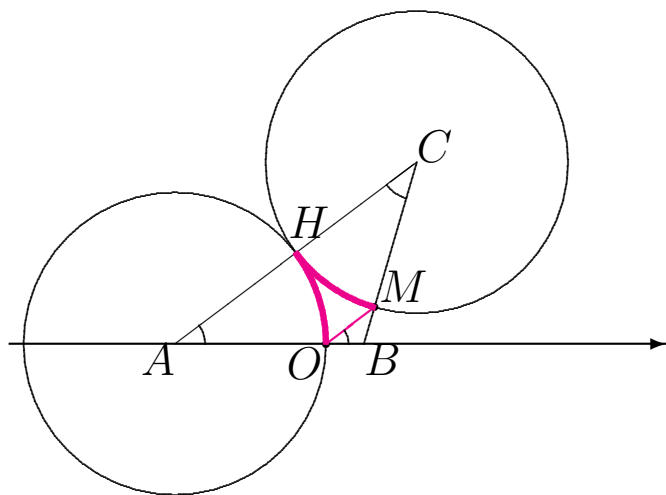


Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\sphericalangle HO = \sphericalangle HM \Rightarrow \angle OAH = \angle MCH \Rightarrow AB = BC$$

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



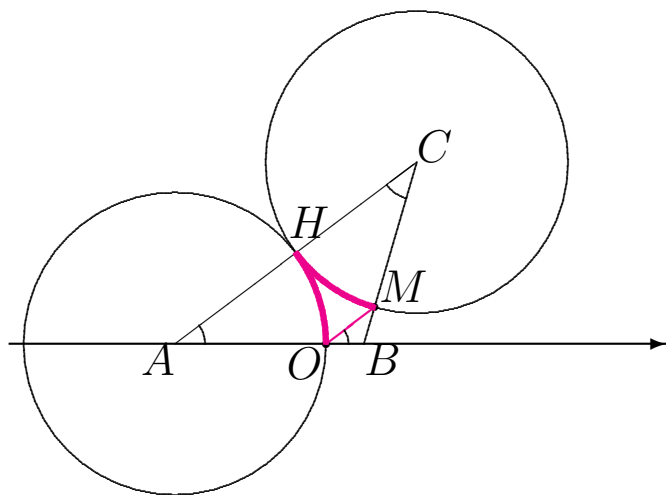
Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\sphericalangle HO = \sphericalangle HM \Rightarrow \sphericalangle OAH = \sphericalangle MCH \Rightarrow AB = BC$$

$$AO = CM$$

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



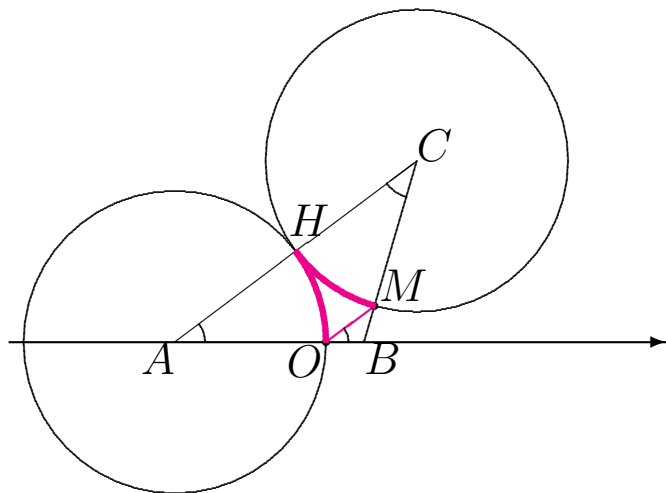
Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\sphericalangle HO = \sphericalangle HM \Rightarrow \sphericalangle OAH = \sphericalangle MCH \Rightarrow AB = BC \Rightarrow BO = BM.$$

$$AO = CM$$

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

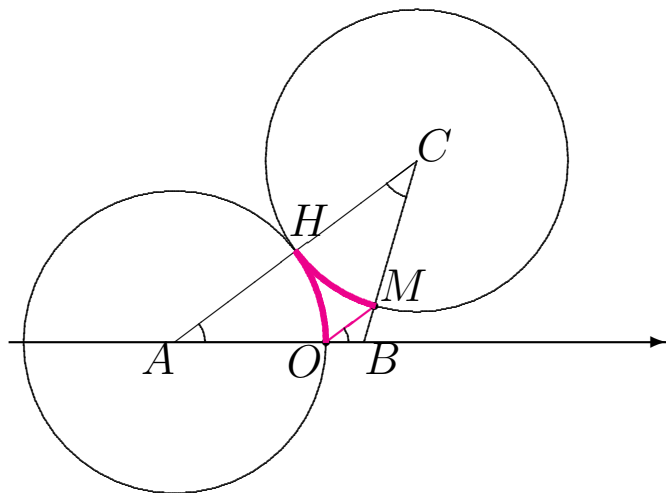


$$\begin{cases} AB = BC, \\ AO = CM, \\ \angle ABC = \angle OBM \end{cases} \Rightarrow$$

Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

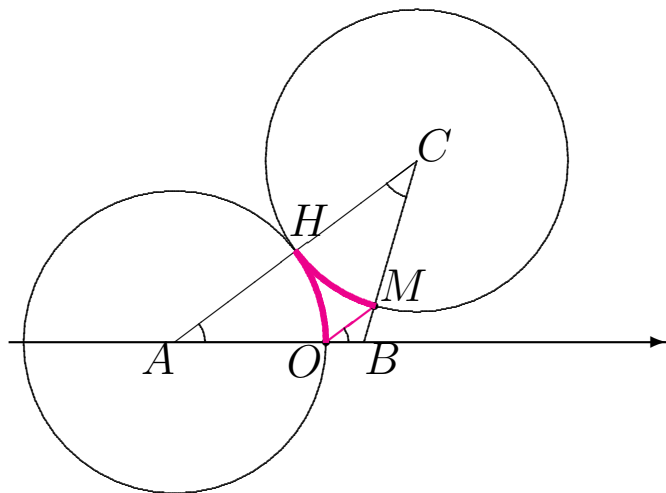


Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\begin{cases} AB = BC, \\ AO = CM, \\ \angle ABC = \angle OBM \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle OBM \Rightarrow$$

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

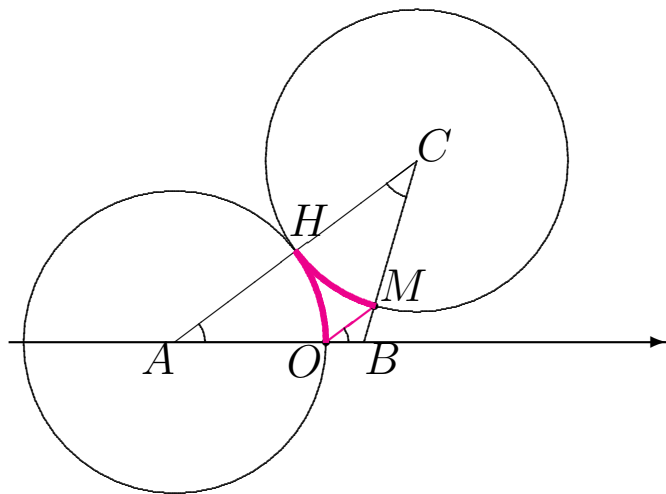


Применим **стратегию составления уравнений**.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\left\{ \begin{array}{l} AB = BC, \\ AO = CM, \\ \angle ABC = \angle OBM \end{array} \right. \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle OBM \Rightarrow \angle BCA = \angle BAC = \varphi.$$

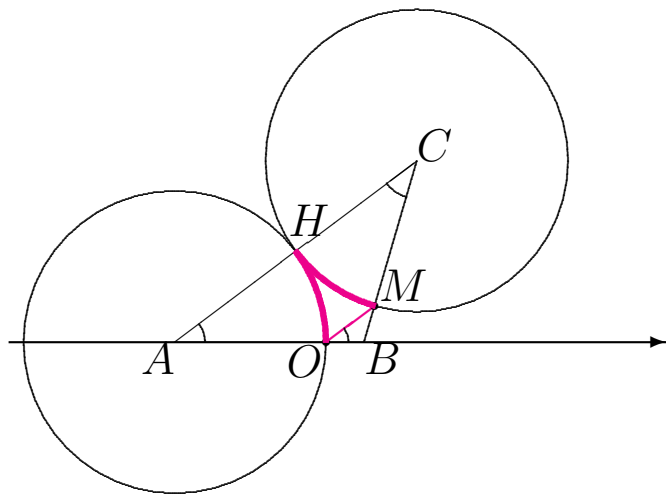
Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{OM}{AC} = \frac{OB}{AB}, \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} AB = BC, \\ AO = CM, \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle OBM \Rightarrow \angle BCA = \angle BAC = \varphi. \\ \angle ABC = \angle OBM \end{array} \right.$$

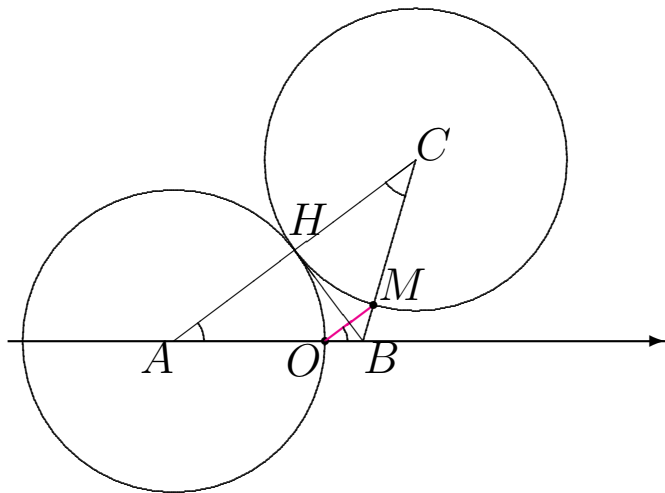
Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{OM}{AC} = \frac{OB}{AB}, \\ AB = AO + OB, \Rightarrow \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} AB = BC, \\ AO = CM, \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle OBM \Rightarrow \angle BCA = \angle BAC = \varphi. \\ \angle ABC = \angle OBM \end{array} \right.$$

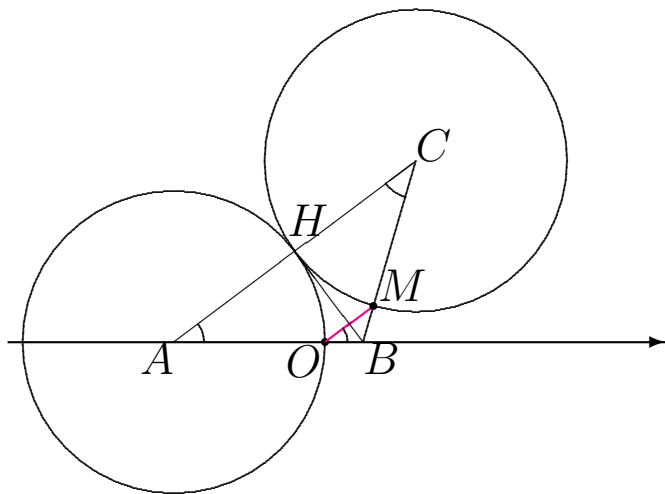
Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{OM}{AC} = \frac{OB}{AB}, \\ AB = AO + OB, \Rightarrow \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} AB = BC, \\ AO = CM, \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle OBM \Rightarrow \angle BCA = \angle BAC = \varphi. \\ \angle ABC = \angle OBM \end{array} \right.$$

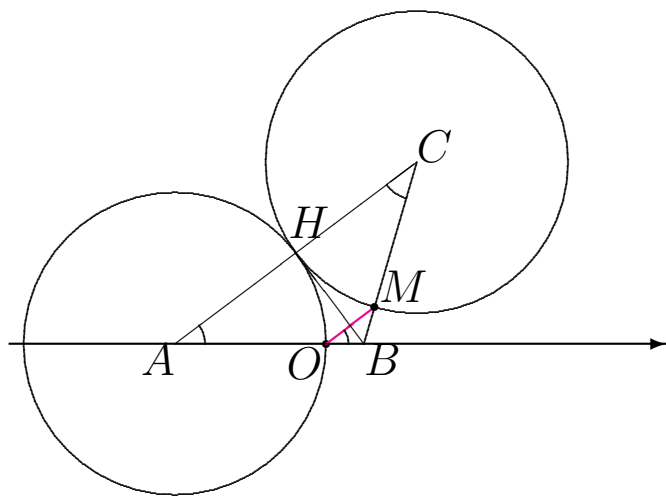
Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\begin{cases} \frac{OM}{AC} = \frac{OB}{AB}, \\ AB = AO + OB, \Rightarrow \\ \frac{AH}{AB} = \cos \varphi \end{cases}$$

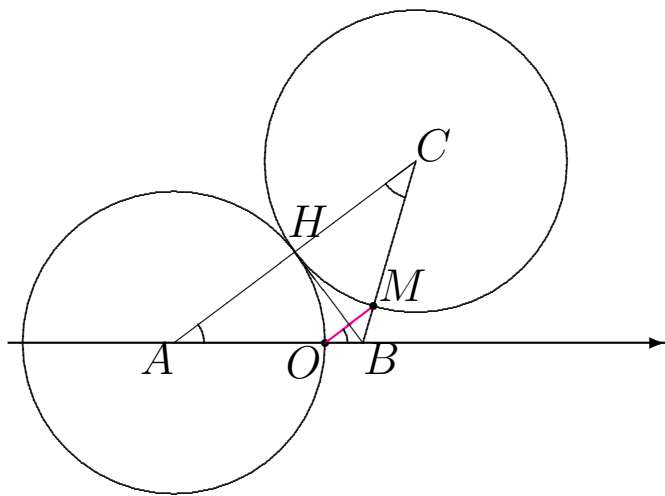
$$\begin{cases} AB = BC, \\ AO = CM, \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle OBM \Rightarrow \angle BCA = \angle BAC = \varphi. \\ \angle ABC = \angle OBM \end{cases}$$

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



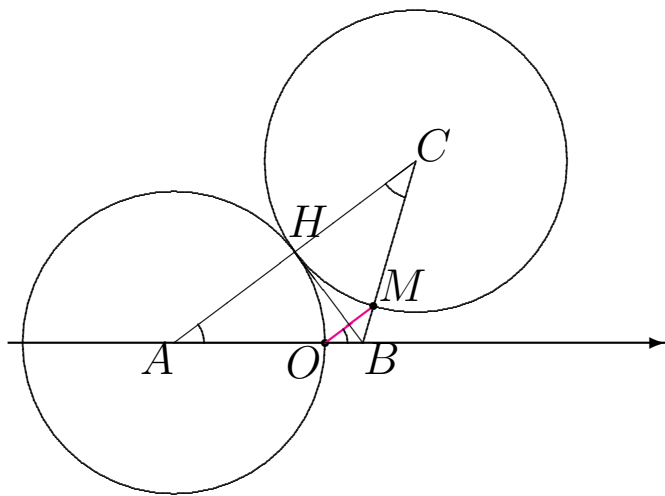
$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{OM}{AC} = \frac{OB}{AB}, \\ AB = AO + OB, \Rightarrow \\ \frac{AH}{AB} = \cos \varphi \\ \frac{\rho}{2a} = \frac{OB}{AB}, \end{array} \right. \Rightarrow$$

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



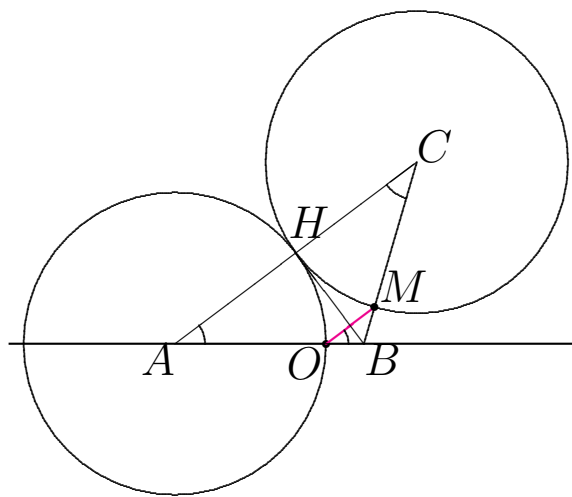
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{OM}{AC} = \frac{OB}{AB}, \\ AB = AO + OB, \Rightarrow \\ \frac{AH}{AB} = \cos \varphi \\ \frac{\rho}{2a} = \frac{OB}{AB}, \\ OB = AB - a, \Rightarrow \end{cases}$$

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{OM}{AC} = \frac{OB}{AB}, \\ AB = AO + OB, \Rightarrow \\ \frac{AH}{AB} = \cos \varphi \\ \frac{\rho}{2a} = \frac{OB}{AB}, \\ OB = AB - a, \Rightarrow \\ AB = \frac{a}{\cos \varphi} \end{cases}$$

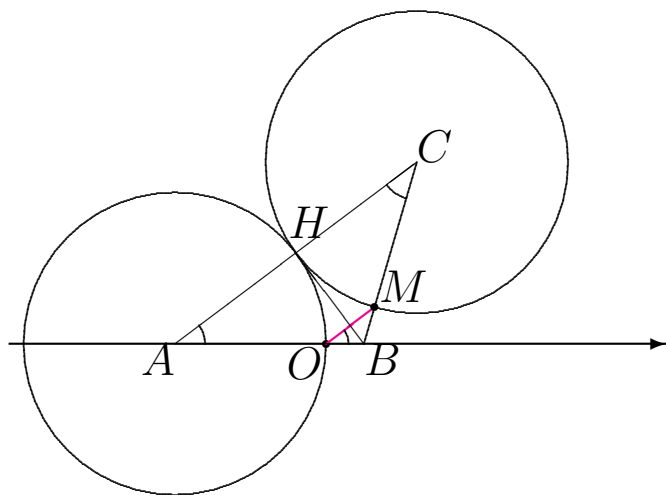
Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{OM}{AC} = \frac{OB}{AB}, \\ AB = AO + OB, \Rightarrow \\ \frac{AH}{AB} = \cos \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\rho}{2a} = \frac{OB}{AB}, \\ OB = AB - a, \Rightarrow \\ AB = \frac{a}{\cos \varphi} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho}{2a} = \left(\frac{a}{\cos \varphi} - a \right) / \left(\frac{a}{\cos \varphi} \right) \Rightarrow$$

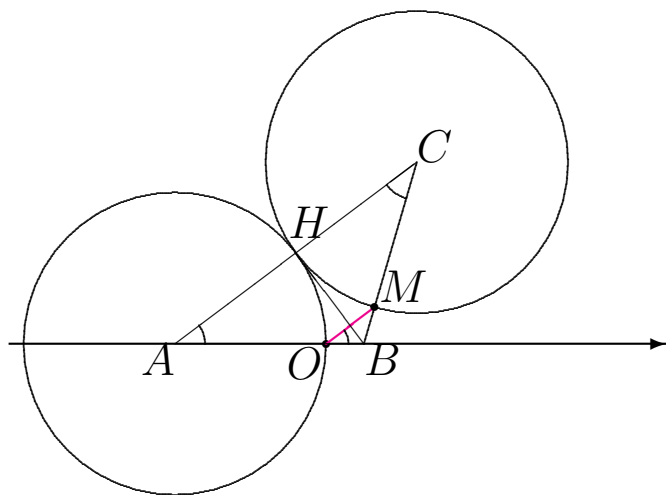
Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{OM}{AC} = \frac{OB}{AB}, \\ AB = AO + OB, \Rightarrow \\ \frac{AH}{AB} = \cos \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\rho}{2a} = \frac{OB}{AB}, \\ OB = AB - a, \Rightarrow \\ AB = \frac{a}{\cos \varphi} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho}{2a} = \left(\frac{a}{\cos \varphi} - a \right) / \left(\frac{a}{\cos \varphi} \right) \Rightarrow \rho = 2a(1 - \cos \varphi).$$

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

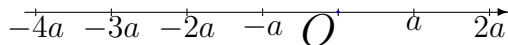


$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{OM}{AC} = \frac{OB}{AB}, \\ AB = AO + OB, \Rightarrow \\ \frac{AH}{AB} = \cos \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\rho}{2a} = \frac{OB}{AB}, \\ OB = AB - a, \Rightarrow \\ AB = \frac{a}{\cos \varphi} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho}{2a} = \left(\frac{a}{\cos \varphi} - a \right) / \left(\frac{a}{\cos \varphi} \right) \Rightarrow \boxed{\rho = 2a(1 - \cos \varphi).}$$

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

$$\rho(0) = 0;$$

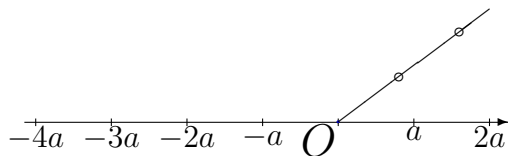


Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

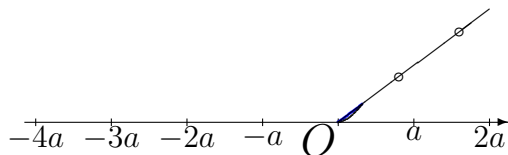


Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$



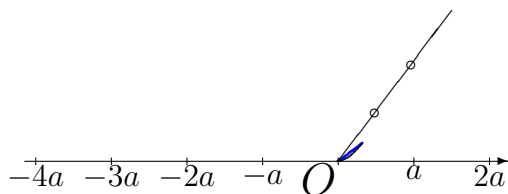
Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).

$$\rho(0) = 0;$$

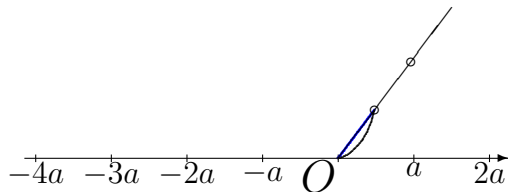
$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

$$\rho(\pi/3) = a;$$



Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



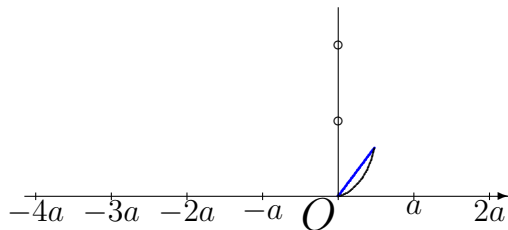
$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

$$\rho(\pi/3) = a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

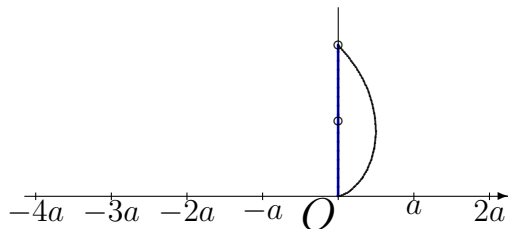
$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

$$\rho(\pi/3) = a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

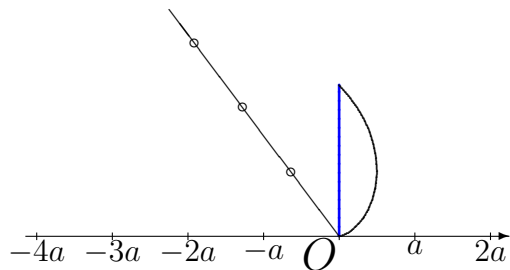
$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

$$\rho(\pi/3) = a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

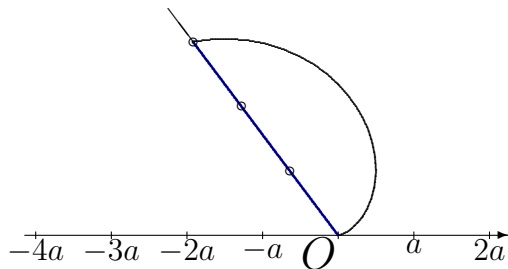
$$\rho(\pi/3) = a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

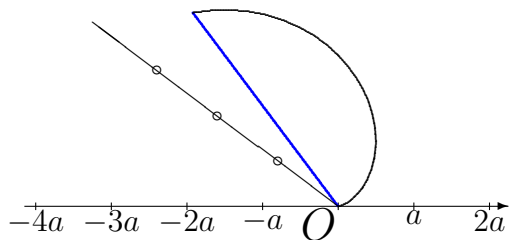
$$\rho(\pi/3) = a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

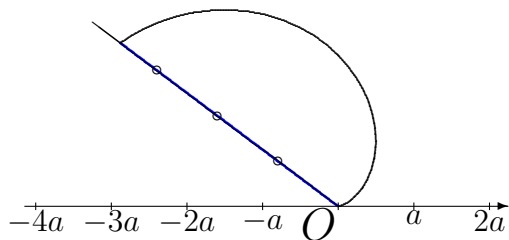
Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\begin{aligned}\rho(0) &= 0; \\ \rho(\pi/5) &\approx 0,4a; \\ \rho(\pi/3) &= a; \\ \rho(\pi/2) &= 2a; \\ \rho(2\pi/3) &= 3a; \\ \rho(4\pi/5) &\approx 3,6a;\end{aligned}$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

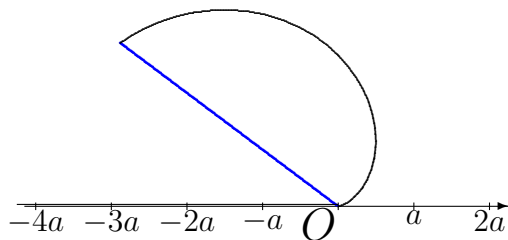
Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\begin{aligned}\rho(0) &= 0; \\ \rho(\pi/5) &\approx 0,4a; \\ \rho(\pi/3) &= a; \\ \rho(\pi/2) &= 2a; \\ \rho(2\pi/3) &= 3a; \\ \rho(4\pi/5) &\approx 3,6a;\end{aligned}$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

$$\rho(\pi/3) = a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

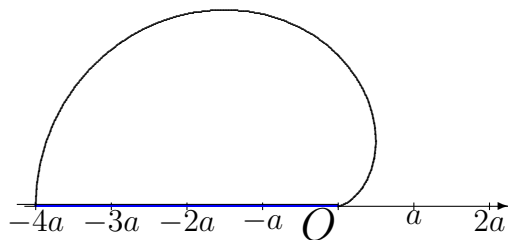
$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(4\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi) = 4a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

$$\rho(\pi/3) = a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

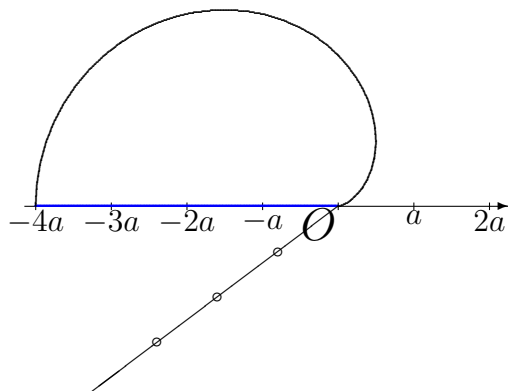
$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(4\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi) = 4a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a; \quad \rho(6\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi/3) = a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

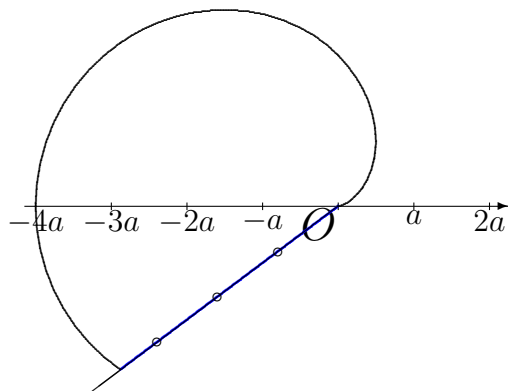
$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(4\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi) = 4a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a; \quad \rho(6\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi/3) = a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

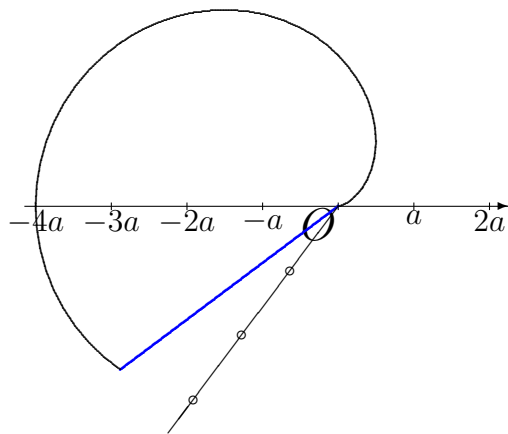
$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(4\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi) = 4a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a; \quad \rho(6\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi/3) = a; \quad \rho(4\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

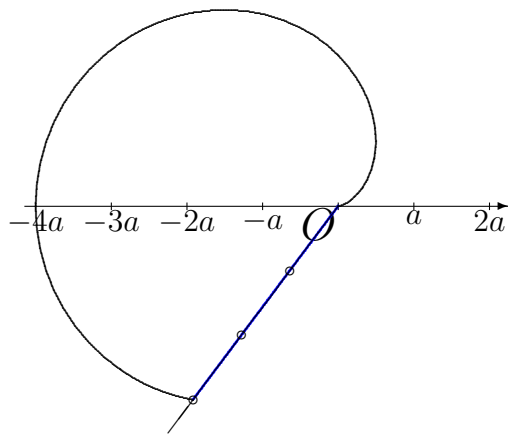
$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(4\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi) = 4a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a; \quad \rho(6\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi/3) = a; \quad \rho(4\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

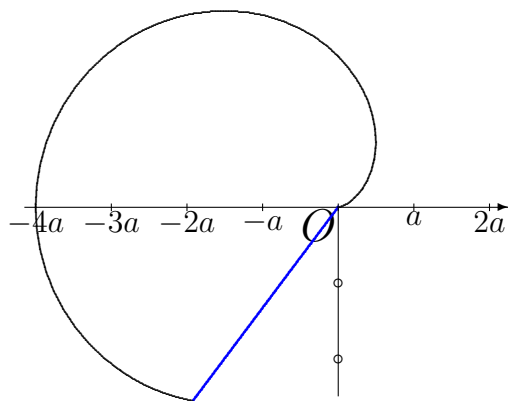
$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(4\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi) = 4a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a; \quad \rho(6\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi/3) = a; \quad \rho(4\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a; \quad \rho(3\pi/2) = 2a;$$

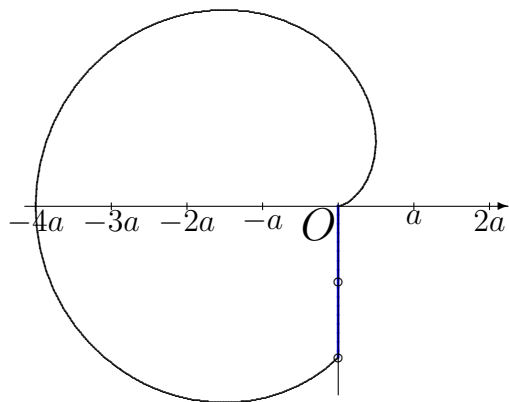
$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(4\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi) = 4a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

$$\rho(\pi/3) = a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(4\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi) = 4a;$$

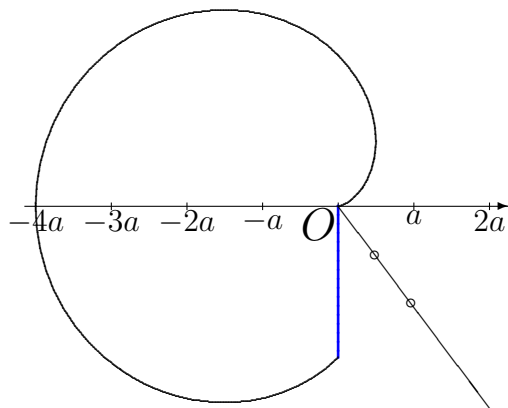
$$\rho(6\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(4\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(3\pi/2) = 2a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

$$\rho(\pi/3) = a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(4\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi) = 4a;$$

$$\rho(6\pi/5) \approx 3,6a;$$

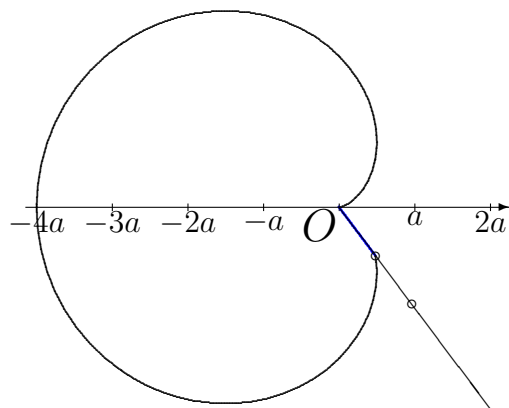
$$\rho(4\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(3\pi/2) = 2a;$$

$$\rho(5\pi/3) = a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

$$\rho(\pi/3) = a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(4\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi) = 4a;$$

$$\rho(6\pi/5) \approx 3,6a;$$

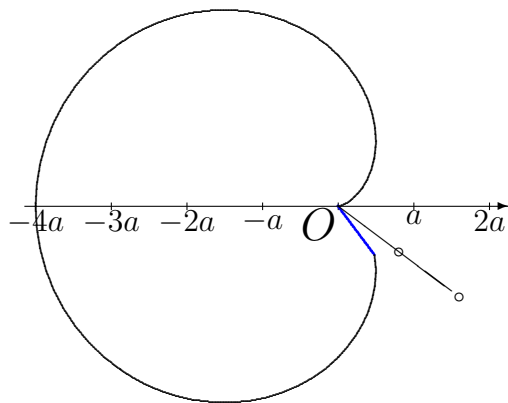
$$\rho(4\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(3\pi/2) = 2a;$$

$$\rho(5\pi/3) = a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

$$\rho(\pi/3) = a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(4\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi) = 4a;$$

$$\rho(6\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(4\pi/3) = 3a;$$

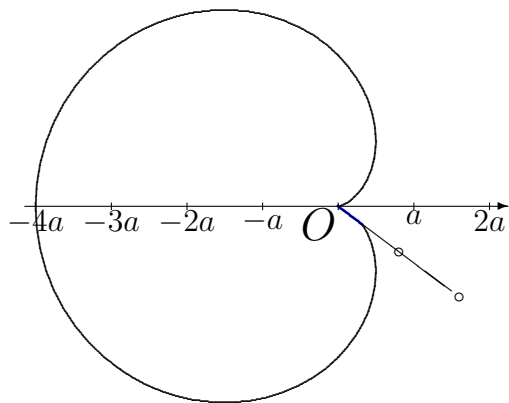
$$\rho(3\pi/2) = 2a;$$

$$\rho(5\pi/3) = a;$$

$$\rho(11\pi/5) \approx 0,4a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

$$\rho(\pi/3) = a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(4\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi) = 4a;$$

$$\rho(6\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(4\pi/3) = 3a;$$

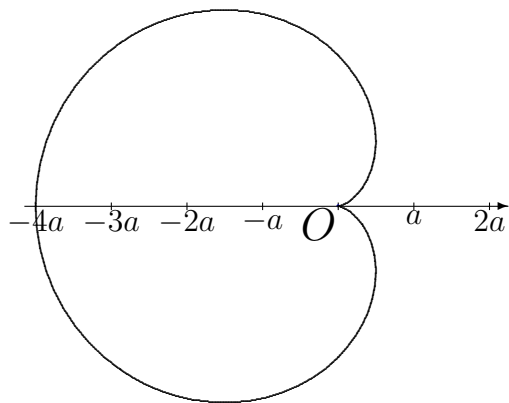
$$\rho(3\pi/2) = 2a;$$

$$\rho(5\pi/3) = a;$$

$$\rho(11\pi/5) \approx 0,4a;$$

Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



$$\rho(0) = 0;$$

$$\rho(\pi/5) \approx 0,4a;$$

$$\rho(\pi/3) = a;$$

$$\rho(\pi/2) = 2a;$$

$$\rho(2\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(4\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(\pi) = 4a;$$

$$\rho(6\pi/5) \approx 3,6a;$$

$$\rho(4\pi/3) = 3a;$$

$$\rho(3\pi/2) = 2a;$$

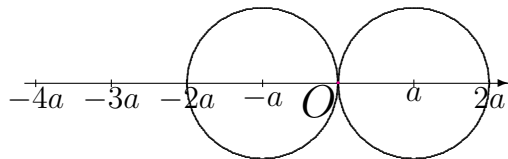
$$\rho(5\pi/3) = a;$$

$$\rho(11\pi/5) \approx 0,4a;$$

$$\rho(2\pi) = 0.$$

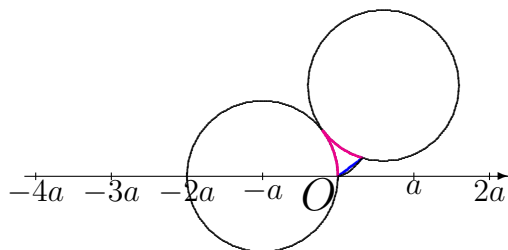
Построим линию, заданную уравнением $\rho = 2a(1 - \cos \varphi)$.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



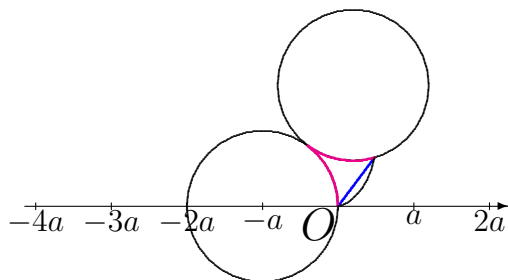
Проверим результат с помощью определения кардиоиды.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



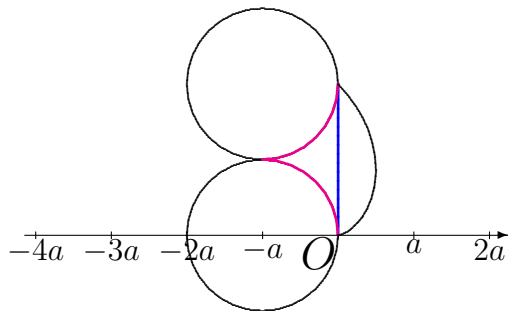
Проверим результат с помощью определения кардиоиды.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



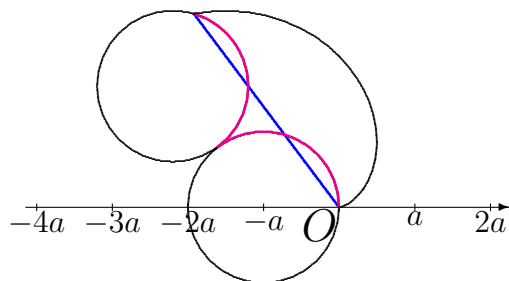
Проверим результат с помощью определения кардиоиды.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



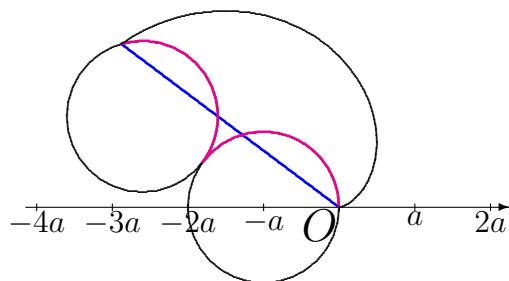
Проверим результат с помощью определения кардиоиды.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



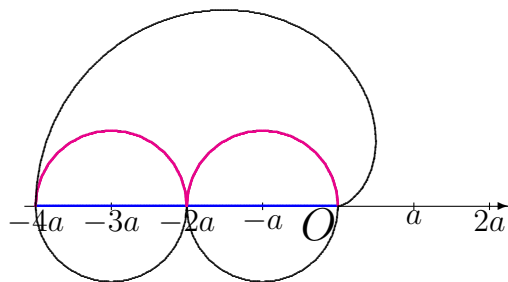
Проверим результат с помощью определения кардиоиды.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



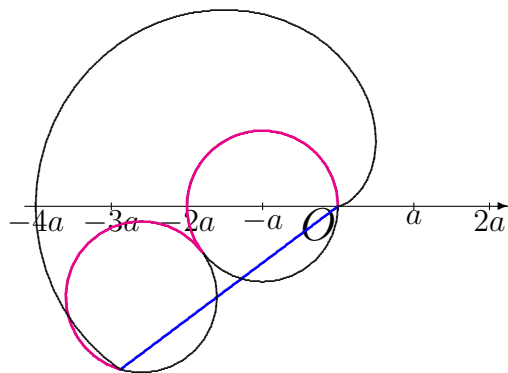
Проверим результат с помощью определения кардиоиды.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



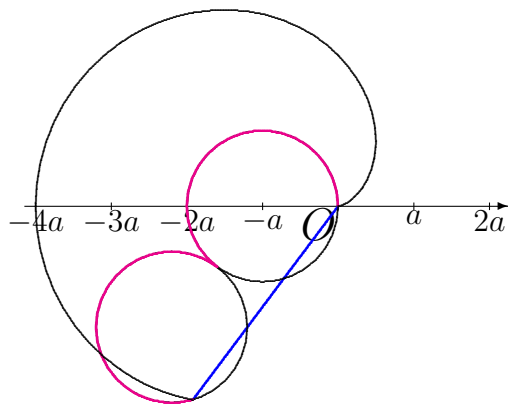
Проверим результат с помощью определения кардиоиды.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



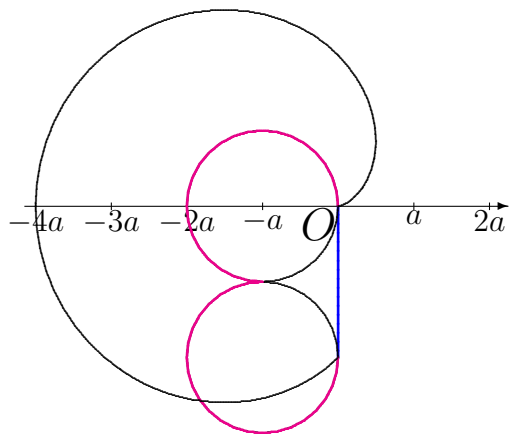
Проверим результат с помощью определения кардиоиды.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



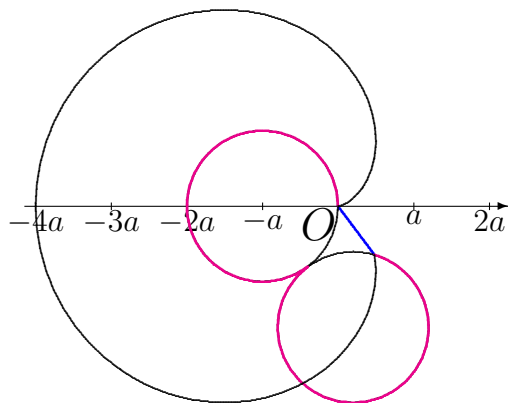
Проверим результат с помощью определения кардиоиды.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



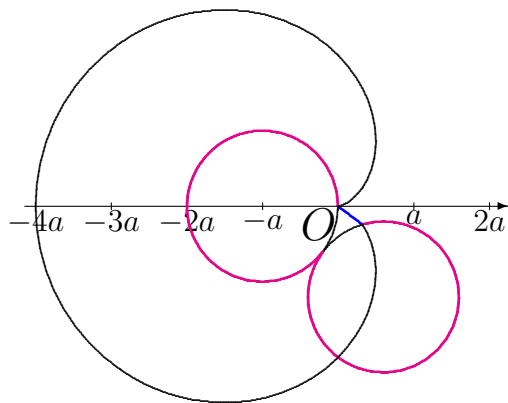
Проверим результат с помощью определения кардиоиды.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



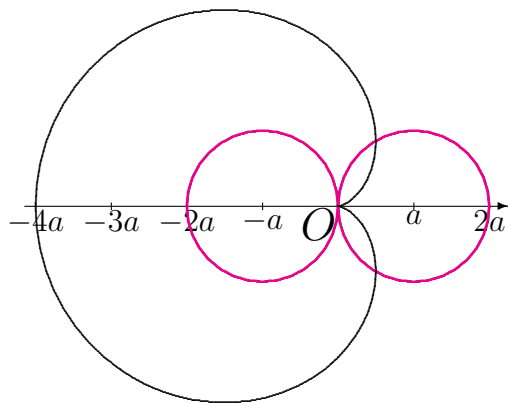
Проверим результат с помощью определения кардиоиды.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободе колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



Проверим результат с помощью определения кардиоиды.

Пример 24. Найти траекторию движения точки на ободу колеса радиуса a , катящегося без скольжения по неподвижной окружности радиуса a (уравнение кардиоиды).



Вернемся к лекции?

Пример 25. Построить эллипс $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Решение.

Пример 25. Построить эллипс $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Решение. Полуоси равны, соответственно,

Пример 25. Построить эллипс $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Решение. Полуоси равны, соответственно,

Пример 25. Построить эллипс $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

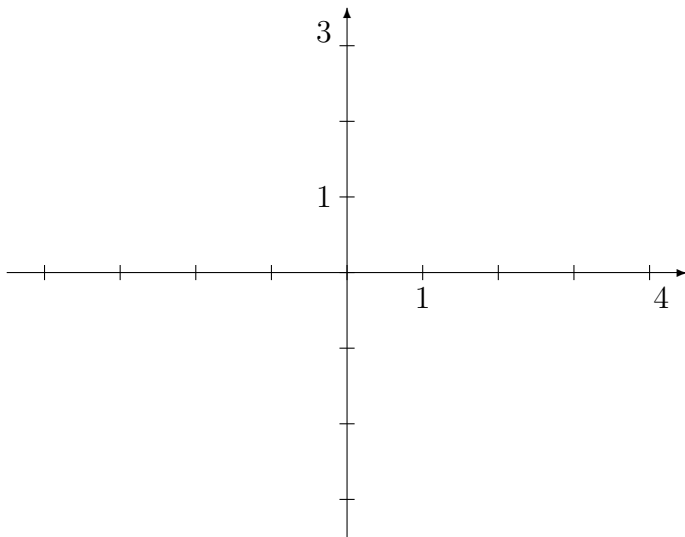
Решение. Полуоси равны, соответственно, $\sqrt{16} = 4$ и

Пример 25. Построить эллипс $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Решение. Полуоси равны, соответственно, $\sqrt{16} = 4$ и

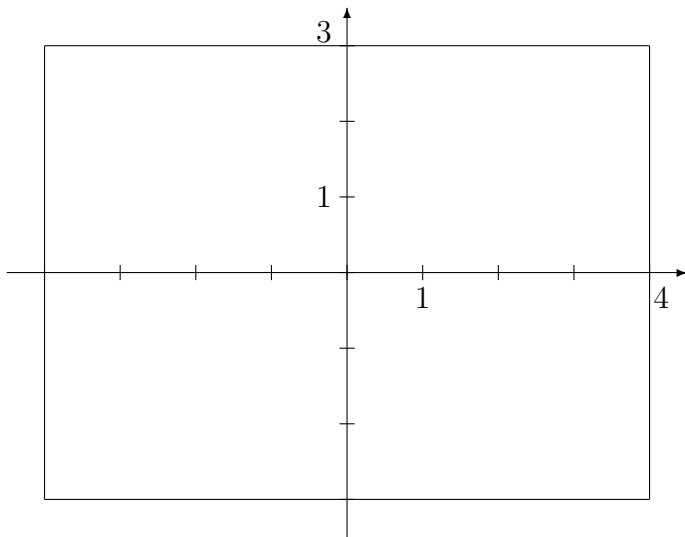
Пример 25. Построить эллипс $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Решение. Полуоси равны, соответственно, $\sqrt{16} = 4$ и $\sqrt{9} = 3$.



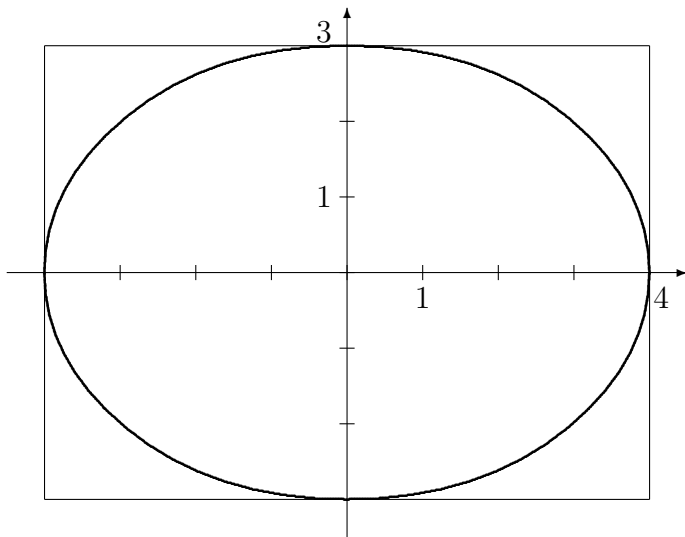
Пример 25. Построить эллипс $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Решение. Полуоси равны, соответственно, $\sqrt{16} = 4$ и $\sqrt{9} = 3$.



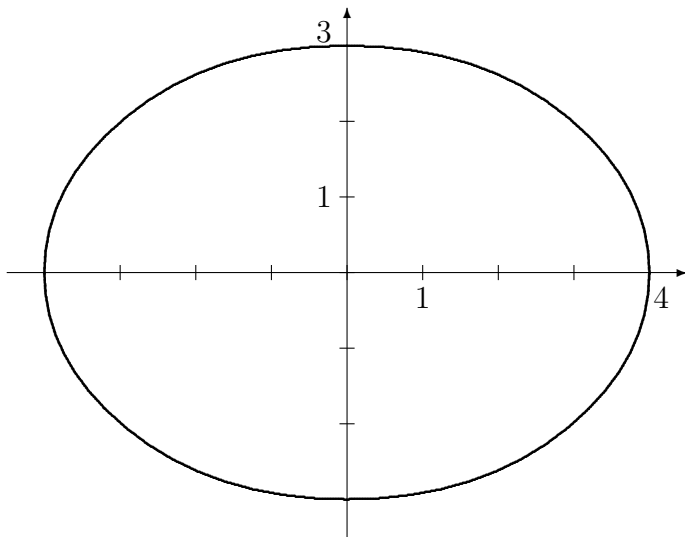
Пример 25. Построить эллипс $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Решение. Полуоси равны, соответственно, $\sqrt{16} = 4$ и $\sqrt{9} = 3$.



Пример 25. Построить эллипс $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Решение. Полуоси равны, соответственно, $\sqrt{16} = 4$ и $\sqrt{9} = 3$.



Вернуться к лекции или **рассмотреть другой пример?**

Пример 26. Постройте линию, заданную уравнением $3x = 2\sqrt{30^2 - y^2}$.

Решение.

Пример 26. Постройте линию, заданную уравнением $3x = 2\sqrt{30^2 - y^2}$.

Решение. Преобразуем уравнение:

Пример 26. Постройте линию, заданную уравнением $3x = 2\sqrt{30^2 - y^2}$.

Решение. Преобразуем уравнение:

$$4x^2 = 9(25 - y^2) .$$

Равносильно ли полученное уравнение исходному?

Пример 26. Постройте линию, заданную уравнением $3x = 2\sqrt{30^2 - y^2}$.

Решение. Преобразуем уравнение:

$$2x = 3\sqrt{25 - y^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 = 9(25 - y^2), \end{cases}$$

Пример 26. Постройте линию, заданную уравнением $3x = 2\sqrt{30^2 - y^2}$.

Решение. Преобразуем уравнение:

$$2x = 3\sqrt{25 - y^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 = 9(25 - y^2), \\ x \geq 0. \end{cases} \Leftrightarrow$$

Пример 26. Постройте линию, заданную уравнением $3x = 2\sqrt{30^2 - y^2}$.

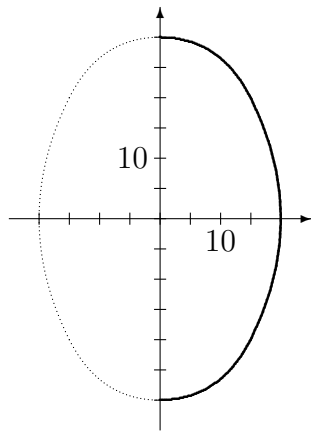
Решение. Преобразуем уравнение:

$$2x = 3\sqrt{25 - y^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 = 9(25 - y^2), \\ x \geq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{(15/2)^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

Пример 26. Постройте линию, заданную уравнением $3x = 2\sqrt{30^2 - y^2}$.

Решение. Преобразуем уравнение:

$$2x = 3\sqrt{25 - y^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 = 9(25 - y^2), \\ x \geq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{(15/2)^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

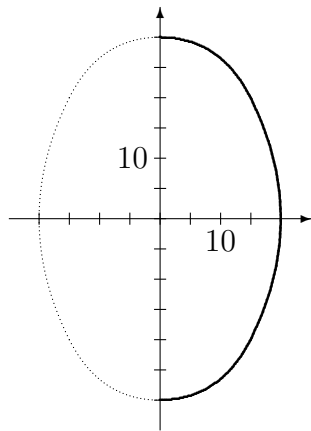


— правая половина эллипса $\frac{x^2}{\quad} + \frac{y^2}{\quad} = 1$.

Пример 26. Постройте линию, заданную уравнением $3x = 2\sqrt{30^2 - y^2}$.

Решение. Преобразуем уравнение:

$$2x = 3\sqrt{25 - y^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 = 9(25 - y^2), \\ x \geq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{(15/2)^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

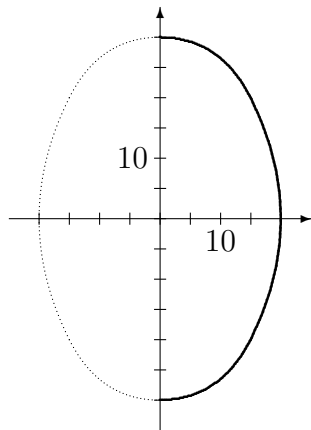


— правая половина эллипса $\frac{x^2}{(5/2)^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$.

Пример 26. Постройте линию, заданную уравнением $3x = 2\sqrt{30^2 - y^2}$.

Решение. Преобразуем уравнение:

$$2x = 3\sqrt{25 - y^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 = 9(25 - y^2), \\ x \geq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{(15/2)^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1, \\ x \geq 0. \end{cases}$$



— правая половина эллипса $\frac{x^2}{(5/2)^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$.

Рассмотреть другой пример или
вернуться к лекции?

Пример 27. Постройте линию, заданную уравнением $x^2 + 4y^2 = 10x - 48y$.

Решение.

Пример 27. Постройте линию, заданную уравнением $x^2 + 4y^2 = 10x - 48y$.

Решение. $x^2 - 10x + 4y^2 + 48y = 0$.

Пример 27. Постройте линию, заданную уравнением $x^2 + 4y^2 = 10x - 48y$.

Решение. $x^2 - 10x + 4y^2 + 48y = 0$. Выделим полный квадрат:

Пример 27. Постройте линию, заданную уравнением $x^2 + 4y^2 = 10x - 48y$.

Решение. $x^2 - 10x + 4y^2 + 48y = 0$. Выделим полный квадрат:

$$(x - 5)^2 + 4(y + 6)^2 = 25 + 4 \cdot 36 \Rightarrow$$

Пример 27. Постройте линию, заданную уравнением $x^2 + 4y^2 = 10x - 48y$.

Решение. $x^2 - 10x + 4y^2 + 48y = 0$. Выделим полный квадрат:

$$(x - 5)^2 + 4(y + 6)^2 = 25 + 4 \cdot 36 \Rightarrow (x - 5)^2 + 4(y + 6)^2 = 13^2 \Rightarrow$$

Пример 27. Постройте линию, заданную уравнением $x^2 + 4y^2 = 10x - 48y$.

Решение. $x^2 - 10x + 4y^2 + 48y = 0$. Выделим полный квадрат:

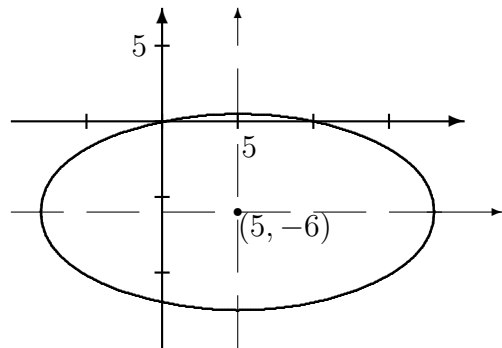
$$\begin{aligned}(x - 5)^2 + 4(y + 6)^2 &= 25 + 4 \cdot 36 \Rightarrow (x - 5)^2 + 4(y + 6)^2 = 13^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{(x - 5)^2}{13^2} + \frac{(y + 6)^2}{(13/2)^2} = 1.\end{aligned}$$

Пример 27. Постройте линию, заданную уравнением $x^2 + 4y^2 = 10x - 48y$.

Решение. $x^2 - 10x + 4y^2 + 48y = 0$. Выделим полный квадрат:

$$(x - 5)^2 + 4(y + 6)^2 = 25 + 4 \cdot 36 \Rightarrow (x - 5)^2 + 4(y + 6)^2 = 13^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(x - 5)^2}{13^2} + \frac{(y + 6)^2}{(13/2)^2} = 1.$$



Вернуться к лекции?

Задача XV.55. (Ответ приведен на стр.3363.) Найдите геометрическое место точек, находящихся на равном расстоянии от окружности радиуса 4, и фиксированной точки A , лежащей на этой окружности.

Задача XV.56. (Ответ приведен на стр.3366.) У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Задача XV.57. (Ответ приведен на стр.3397.) Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.

Задача XV.58. (Ответ приведен на стр.3432.) Постройте кривую, заданную уравнением $y + 2\sqrt{36 - 9x^2} = 0$.

Задача XV.59. (Ответ приведен на стр.3438.) Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x = 25x^2$.

Задача XV.60. (Ответ приведен на стр.3448.) Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x - 32 = 25x^2$.

Задача XV.61. (Ответ приведен на стр.3458.)

$$y = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{25x^2 + 50x + 9}.$$

Постройте кривую

Задача XV.62. (Ответ приведен на стр.3471.)

$$y = 3 - \sqrt{8 - 4x}.$$

Постройте линию

Задача XV.63. (Ответ приведен на стр.3482.) Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Задача XV.64. (Ответ приведен на стр.3553.) Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos \varphi$.

Задача XV.65. (Ответ приведен на стр.3575.) Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \frac{1}{\sin \varphi}$.

Задача XV.66. (Ответ приведен на стр.3593.) Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

Задача XV.67. (Ответ приведен на стр.3608.) Постройте линию

$$\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases}$$

Задача XV.68. (Ответ приведен на стр.3620.)
что-нибудь, вы же такие умные!

Ну, придумайте сами

XVI. Приложения и комментарии

XVI.1. Однозначность разложения вектора

Требование однозначности разложения вектора $\vec{\mathbf{b}}$ по векторам $\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n$ означает

XVI.1. Однозначность разложения вектора

Требование однозначности разложения вектора $\vec{\mathbf{b}}$ по векторам $\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n$ означает

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathbf{b}} = \lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\mathbf{a}}_n, \\ \vec{\mathbf{b}} = \mu_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \mu_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \mu_n \vec{\mathbf{a}}_n \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \right.$$

XVI.1. Однозначность разложения вектора

Требование однозначности разложения вектора $\vec{\mathbf{b}}$ по векторам $\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n$ означает

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathbf{b}} = \lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\mathbf{a}}_n, \\ \vec{\mathbf{b}} = \mu_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \mu_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \mu_n \vec{\mathbf{a}}_n \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \right.$$

XVI.1. Однозначность разложения вектора

Требование однозначности разложения вектора $\vec{\mathbf{b}}$ по векторам $\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n$ означает

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathbf{b}} = \lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\mathbf{a}}_n, \\ \vec{\mathbf{b}} = \mu_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \mu_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \mu_n \vec{\mathbf{a}}_n \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = \mu_1, \end{array} \right.$$

XVI.1. Однозначность разложения вектора

Требование однозначности разложения вектора $\vec{\mathbf{b}}$ по векторам $\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n$ означает

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathbf{b}} = \lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\mathbf{a}}_n, \\ \vec{\mathbf{b}} = \mu_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \mu_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \mu_n \vec{\mathbf{a}}_n \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = \mu_1, \end{array} \right.$$

XVI.1. Однозначность разложения вектора

Требование однозначности разложения вектора $\vec{\mathbf{b}}$ по векторам $\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n$ означает

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathbf{b}} = \lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\mathbf{a}}_n, \\ \vec{\mathbf{b}} = \mu_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \mu_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \mu_n \vec{\mathbf{a}}_n \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = \mu_1, \\ \lambda_2 = \mu_2, \\ \dots \end{array} \right.$$

XVI.1. Однозначность разложения вектора

Требование однозначности разложения вектора $\vec{\mathbf{b}}$ по векторам $\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n$ означает

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathbf{b}} = \lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\mathbf{a}}_n, \\ \vec{\mathbf{b}} = \mu_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \mu_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \mu_n \vec{\mathbf{a}}_n \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = \mu_1, \\ \lambda_2 = \mu_2, \\ \dots \end{array} \right.$$

XVI.1. Однозначность разложения вектора

Требование однозначности разложения вектора $\vec{\mathbf{b}}$ по векторам $\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n$ означает

$$\begin{cases} \vec{\mathbf{b}} = \lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\mathbf{a}}_n, \\ \vec{\mathbf{b}} = \mu_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \mu_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \mu_n \vec{\mathbf{a}}_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \mu_1, \\ \lambda_2 = \mu_2, \\ \dots \\ \lambda_n = \mu_n. \end{cases}$$

XVI.1. Однозначность разложения вектора

Требование однозначности разложения вектора $\vec{\mathbf{b}}$ по векторам $\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \dots, \vec{\mathbf{a}}_n$ означает

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathbf{b}} = \lambda_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\mathbf{a}}_n, \\ \vec{\mathbf{b}} = \mu_1 \vec{\mathbf{a}}_1 + \mu_2 \vec{\mathbf{a}}_2 + \dots + \mu_n \vec{\mathbf{a}}_n \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = \mu_1, \\ \lambda_2 = \mu_2, \\ \dots \\ \lambda_n = \mu_n. \end{array} \right.$$

Для возвращения к исходному тексту несколько раз нажмите Alt+←.

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

1. Линейная комбинация векторов $\vec{\mathbf{u}}, \vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{w}}$ с коэффициентами α, β, γ — это

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

1. Линейная комбинация векторов $\vec{\mathbf{u}}, \vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{w}}$ с коэффициентами α, β, γ — это
выражение $\alpha \vec{\mathbf{u}} + \beta \vec{\mathbf{v}} + \gamma \vec{\mathbf{w}}$.

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

2. Скалярное произведение векторов $\vec{u}, \vec{v}$ — это

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

2. Скалярное произведение векторов $\vec{u}, \vec{v}$ — это
число $(\vec{u}, \vec{v}) = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \widehat{\vec{u} \vec{v}}$.

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

3. Векторное произведение векторов $\vec{u}, \vec{v}$ — это

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

3. Векторное произведение векторов $\vec{u}, \vec{v}$ — это
вектор $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{u} \times \vec{v}$ со свойствами

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

3. Векторное произведение векторов $\vec{u}, \vec{v}$ — это вектор $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{u} \times \vec{v}$ со свойствами
- 1) $[\vec{u}, \vec{v}] \perp \vec{u}, \quad [\vec{u}, \vec{v}] \perp \vec{v};$
 - 2) $||[\vec{u}, \vec{v}]|| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin \widehat{\vec{u} \vec{v}};$
 - 3) $\vec{u}, \vec{v}, [\vec{u}, \vec{v}]$ образуют правую тройку векторов.

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

4. Смешанное произведение векторов $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ — это

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

4. Смешанное произведение векторов $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ — это число $\vec{u} \vec{v} \vec{w} = ([\vec{u}, \vec{v}], \vec{w})$.

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

5. Вектор $\vec{u}$ имеет координаты (α, β, γ) тогда и только тогда, когда

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

5. Вектор $\vec{u}$ имеет координаты (α, β, γ) тогда и только тогда, когда $\vec{u} = \alpha \vec{i} + \beta \vec{j} + \gamma \vec{k}$.

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

6. Если вектор $\vec{\mathbf{u}}$ имеет координаты (α, β, γ) , а вектор $\vec{\mathbf{v}}$ — координаты (λ, μ, ν) , то $(\vec{\mathbf{u}}, \vec{\mathbf{v}}) =$

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

6. Если вектор $\vec{\mathbf{u}}$ имеет координаты (α, β, γ) , а вектор $\vec{\mathbf{v}}$ — координаты (λ, μ, ν) , то $(\vec{\mathbf{u}}, \vec{\mathbf{v}}) = \alpha\lambda + \beta\mu + \gamma\nu$.

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

7. Если вектор $\vec{\mathbf{u}}$ имеет координаты (α, β, γ) , а вектор $\vec{\mathbf{v}}$ — координаты (λ, μ, ν) , то $[\vec{\mathbf{u}}, \vec{\mathbf{v}}] =$

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

7. Если вектор $\vec{\mathbf{u}}$ имеет координаты (α, β, γ) , а вектор $\vec{\mathbf{v}}$ — координаты (λ, μ, ν) , то $[\vec{\mathbf{u}}, \vec{\mathbf{v}}] =$

$$= \begin{vmatrix} \vec{\mathbf{i}} & \vec{\mathbf{j}} & \vec{\mathbf{k}} \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \lambda & \mu & \nu \end{vmatrix}.$$

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

8. Если вектор $\vec{\mathbf{u}}$ имеет координаты (α, β, γ) , вектор $\vec{\mathbf{v}}$ — координаты (λ, μ, ν) , а вектор $\vec{\mathbf{w}}$ — координаты (ρ, σ, τ) , то $\vec{\mathbf{u}} \vec{\mathbf{v}} \vec{\mathbf{w}} =$

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

8. Если вектор $\vec{\mathbf{u}}$ имеет координаты (α, β, γ) , вектор $\vec{\mathbf{v}}$ — координаты (λ, μ, ν) , а вектор $\vec{\mathbf{w}}$ — координаты (ρ, σ, τ) , то $\vec{\mathbf{u}} \vec{\mathbf{v}} \vec{\mathbf{w}} =$

$$= \begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \lambda & \mu & \nu \\ \rho & \sigma & \tau \end{vmatrix}.$$

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

9. Если надо получить вектор $\vec{u}$, ортогональный к $\vec{v}$ и к вектору $\vec{w}$, то проще всего положить $\vec{u} =$

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

9. Если надо получить вектор $\vec{\mathbf{u}}$, ортогональный к $\vec{\mathbf{v}}$ и к вектору $\vec{\mathbf{w}}$, то проще всего положить $\vec{\mathbf{u}} = [\vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{w}}]$.

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

10. Утверждение об ортогональности векторов $\vec{u}$ и $\vec{v}$ на «язык равенств» переводится так:

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

10. Утверждение об ортогональности векторов $\vec{u}$ и $\vec{v}$ на «язык равенств» переводится так: $(\vec{u}, \vec{v}) = 0$.

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

11. Утверждение о коллинеарности векторов $\vec{u}$ и $\vec{v}$ на «язык равенств» переводится так:

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

11. Утверждение о коллинеарности векторов $\vec{u}$ и $\vec{v}$ на «язык равенств» переводится так:

$$\vec{u} = \lambda \vec{v} \text{ или } \vec{v} = \mu \vec{u}.$$

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

12. Геометрически утверждение о компланарности векторов $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ означает, что

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

12. Геометрически утверждение о компланарности векторов $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ означает, что если отложить их от одной точки, полученные направленные отрезки будут лежать в одной плоскости, что на «язык равенств» переводится так:

XVI.2. Упражнения по векторной алгебре

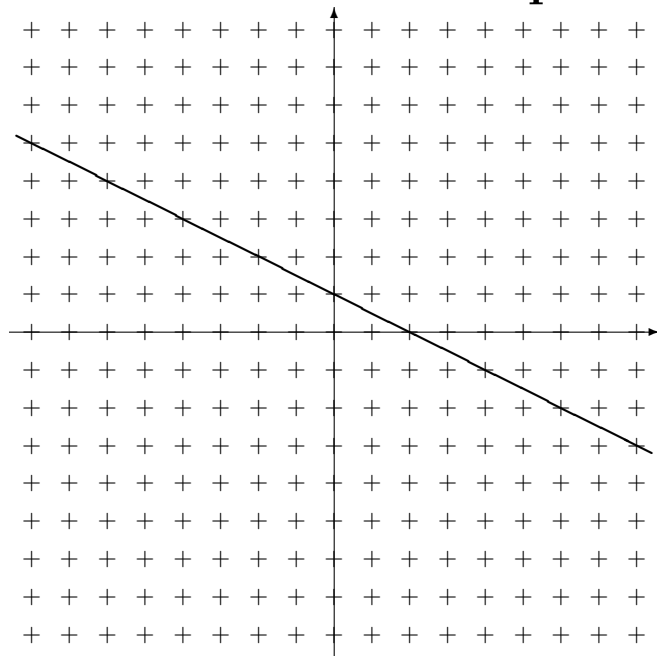
12. Геометрически утверждение о компланарности векторов $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ означает, что если отложить их от одной точки, полученные направленные отрезки будут лежать в одной плоскости,

что на «язык равенств» переводится так:

$$\vec{u} \vec{v} \vec{w} = 0 \text{ (смешанное произведение равно 0), т.е. } ([\vec{u}, \vec{v}], \vec{w}) = 0.$$

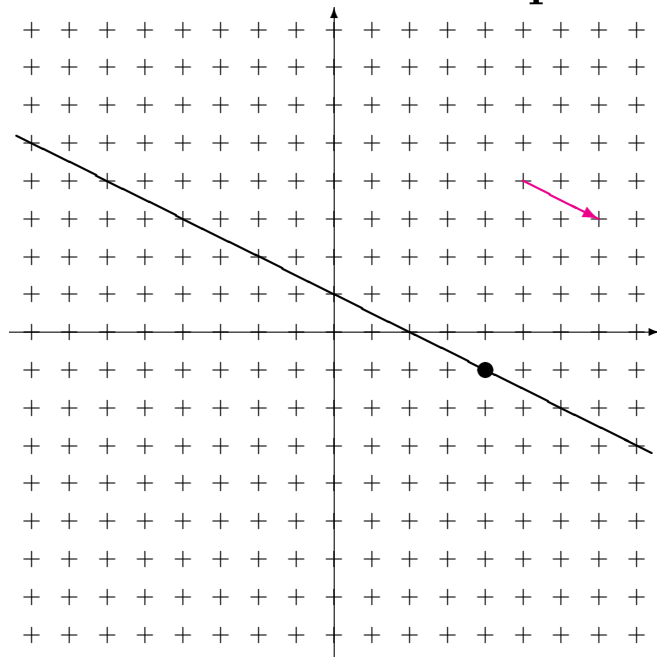
XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

1. Чтобы написать уравнение прямой на плоскости, надо знать



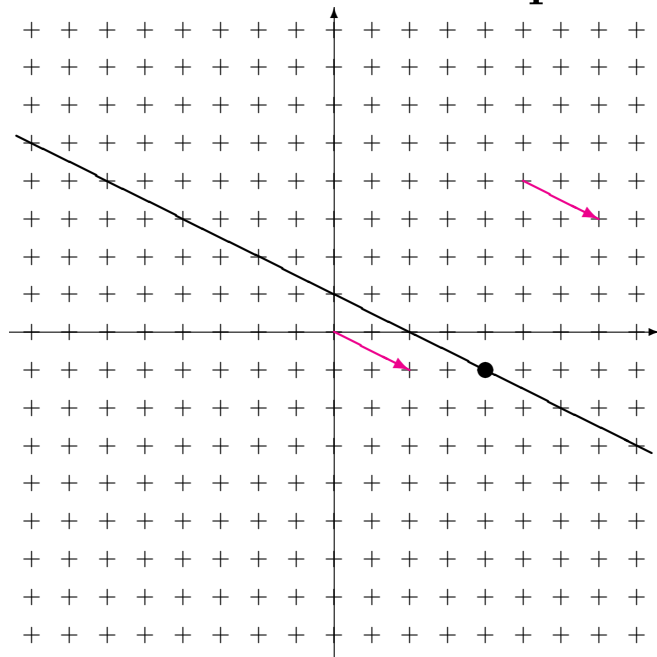
XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

1. Чтобы написать уравнение прямой на плоскости, надо знать либо **точку (начальную точку прямой)** и **направляющий вектор**,



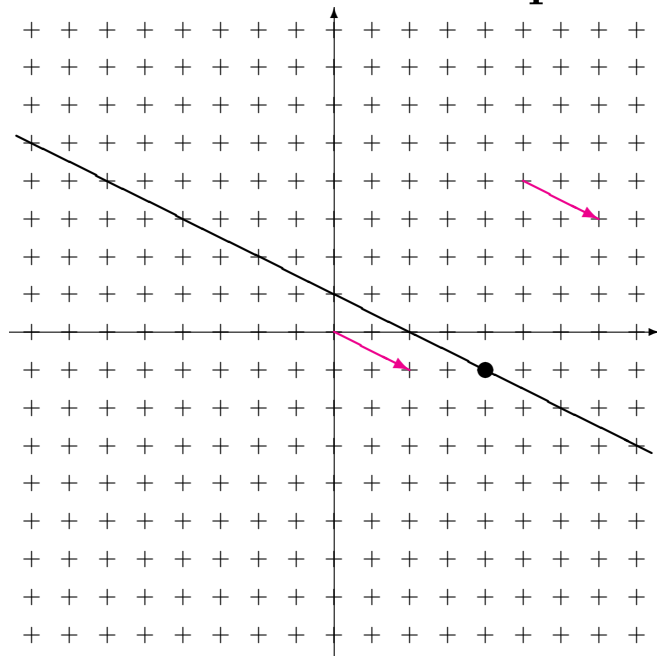
XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

1. Чтобы написать уравнение прямой на плоскости, надо знать либо **точку (начальную точку прямой)** и **направляющий вектор**,



XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

1. Чтобы написать уравнение прямой на плоскости, надо знать либо **точку (начальную точку прямой)** и **направляющий вектор**,

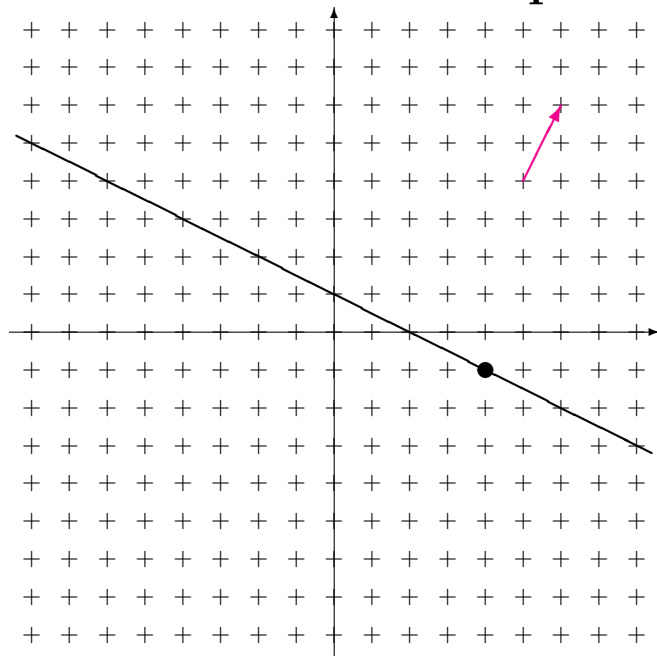


$$\begin{cases} x = 4 + 2t, \\ y = -1 - t, \end{cases}$$

XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

1. Чтобы написать уравнение прямой на плоскости, надо знать либо **точку (начальную точку прямой)** и **направляющий вектор**,

либо **точку (начальную точку прямой)** и **вектор, нормальный к прямой**.



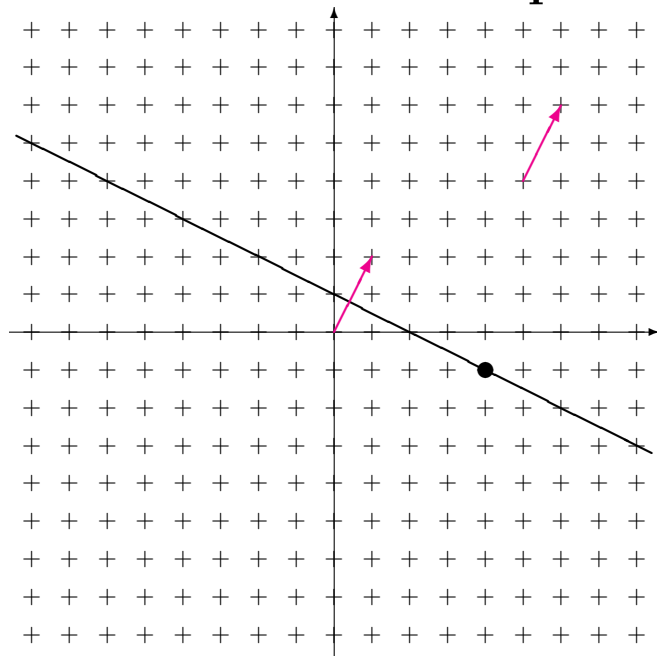
$$\begin{cases} x = 4 + 2t, \\ y = -1 - t, \end{cases}$$

XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

1. Чтобы написать уравнение прямой на плоскости, надо знать либо **точку (начальную точку прямой)** и **направляющий вектор**,

либо **точку (начальную точку прямой)** и **вектор, нормальный к прямой**.

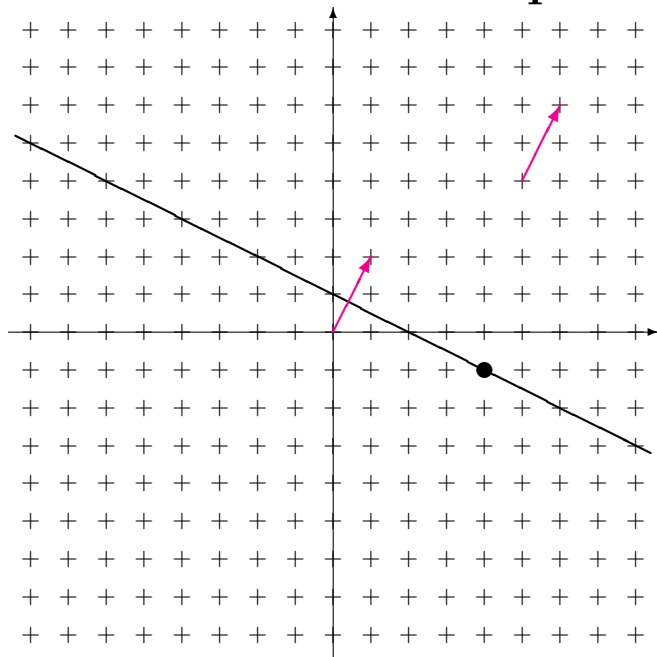
$$\begin{cases} x = 4 + 2t, \\ y = -1 - t, \end{cases}$$



XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

1. Чтобы написать уравнение прямой на плоскости, надо знать либо **точку (начальную точку прямой)** и **направляющий вектор**,

либо **точку (начальную точку прямой)** и **вектор, нормальный к прямой**.

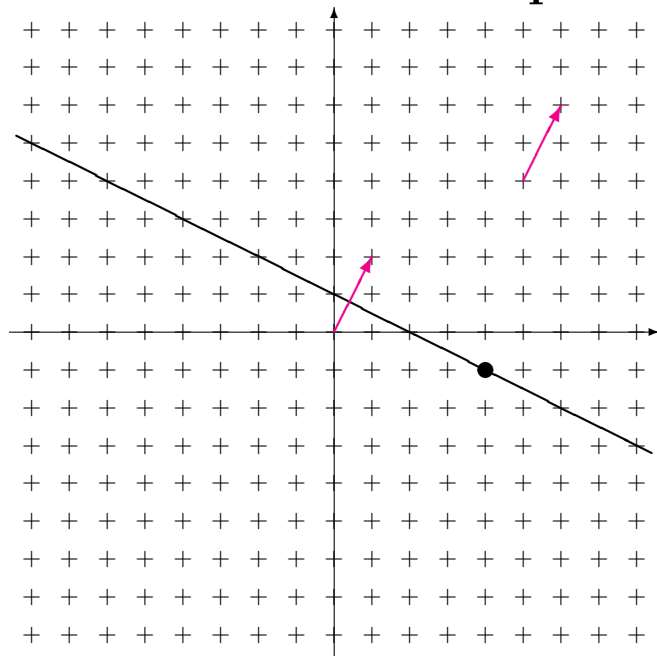


$$\begin{cases} x = 4 + 2t, \\ y = -1 - t, \end{cases} \quad 1 \cdot (x - 4) + 2(y + 1) = 0,$$

XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

1. Чтобы написать уравнение прямой на плоскости, надо знать либо **точку (начальную точку прямой)** и **направляющий вектор**,

либо **точку (начальную точку прямой)** и **вектор, нормальный к прямой**.

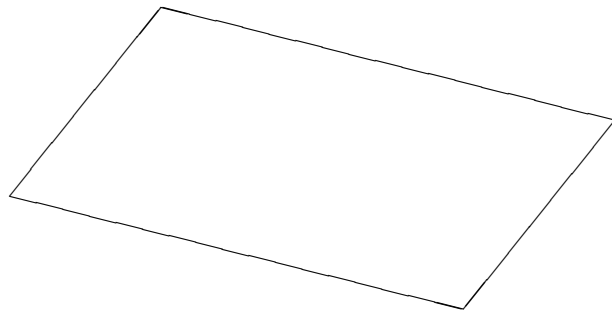


$$\begin{cases} x = 4 + 2t, & 1 \cdot (x - 4) + 2(y + 1) = 0, \\ y = -1 - t, & x + 2y - 2 = 0. \end{cases}$$

XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

2. Чтобы написать уравнение

плоскости, надо знать

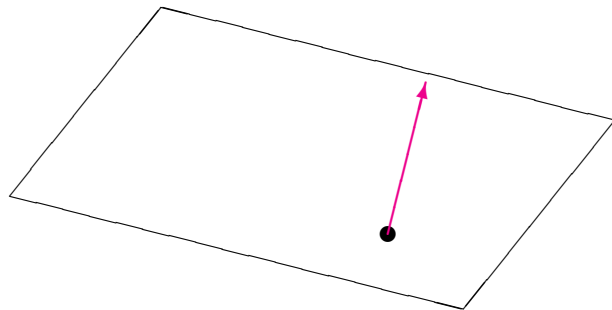


XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

2. Чтобы написать уравнение

плоскости, надо знать

либо **точку** (начальную
точку плоскости) и вектор,
нормальный к плоскости,

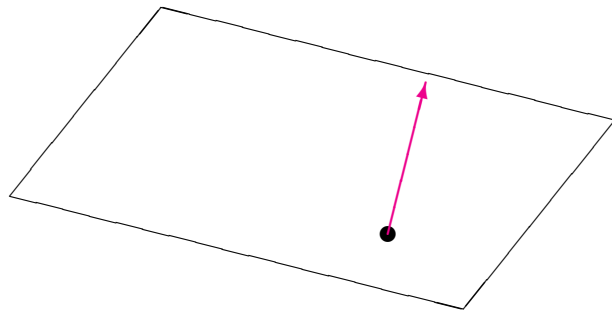


XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

2. Чтобы написать уравнение

плоскости, надо знать

либо **точку** (начальную
точку плоскости) и вектор,
нормальный к плоскости,



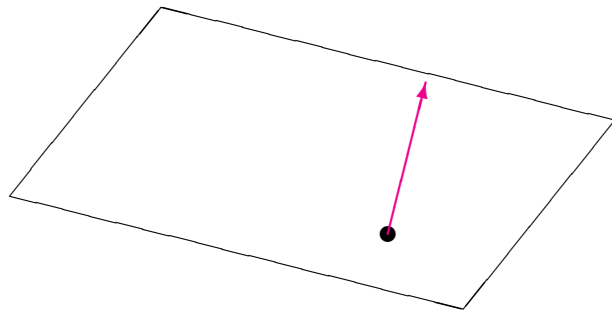
$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{n}(A, B, C), \\ M(x_0, y_0, z_0), \\ M(x, y, z) \end{array} \right.$$

XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

2. Чтобы написать уравнение

плоскости, надо знать

либо **точку** (начальную
точку плоскости) и вектор,
нормальный к плоскости,



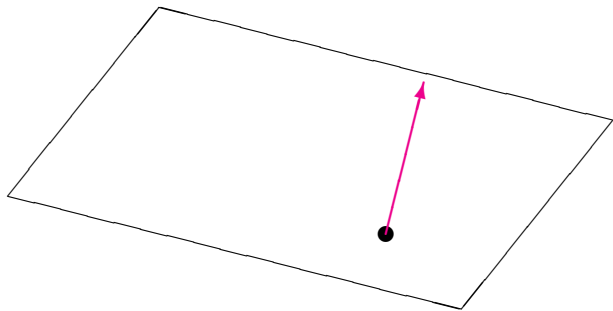
$$\begin{cases} \vec{n}(A, B, C), \\ M(x_0, y_0, z_0), \\ M(x, y, z) \end{cases} \quad \left(\vec{n}, \overrightarrow{M_0 M} \right) = 0,$$

XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

2. Чтобы написать уравнение

плоскости, надо знать

либо **точку** (начальную
точку плоскости) и вектор,
нормальный к плоскости,



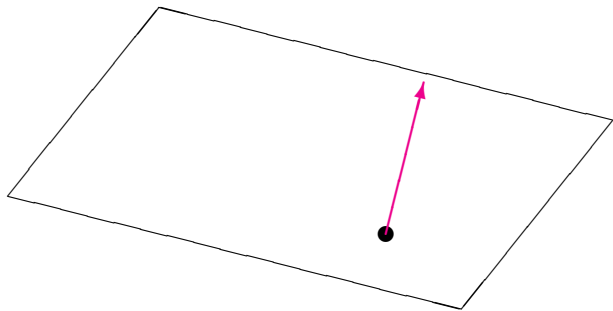
$$\begin{cases} \vec{n}(A, B, C), \\ M(x_0, y_0, z_0), \\ M(x, y, z) \end{cases} \quad \begin{cases} (\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0, \\ (A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}, \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0}) = 0, \end{cases}$$

XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

2. Чтобы написать уравнение

плоскости, надо знать

либо **точку** (начальную
точку плоскости) и **вектор**,
нормальный к плоскости,



$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{n}(A, B, C), \\ M(x_0, y_0, z_0), \\ M(x, y, z) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \left(\vec{n}, \overrightarrow{M_0 M} \right) = 0, \\ \left(A \vec{i} + B \vec{j} + C \vec{k}, \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0} \right) = 0, \\ A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0. \end{array}$$

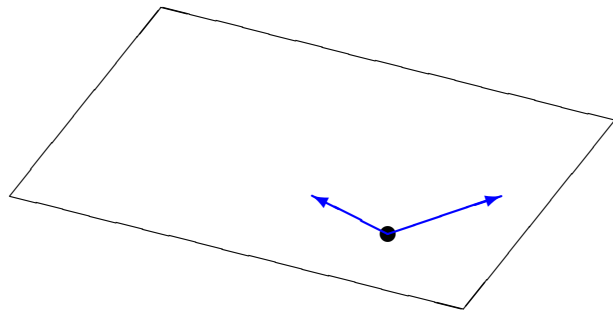
XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

2. Чтобы написать уравнение

плоскости, надо знать

либо точку (начальную точку плоскости) и вектор, нормальный к плоскости,

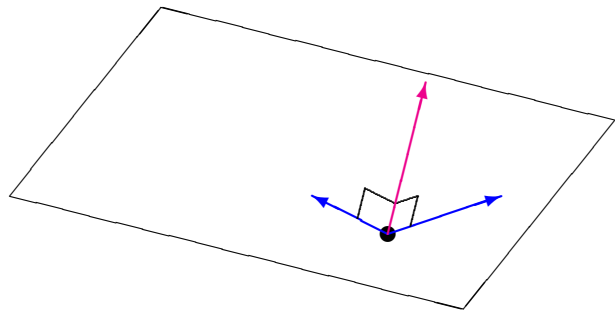
либо точку и 2 таких неколлинеарных вектора, что, если отложить их от точки на этой плоскости, получатся направленные отрезки, включённые в эту плоскость.



$$\begin{cases} \vec{n}(A, B, C), & \left(\vec{n}, \overrightarrow{M_0 M} \right) = 0, \\ M(x_0, y_0, z_0), & \left(A \vec{i} + B \vec{j} + C \vec{k}, \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0} \right) = 0, \\ M(x, y, z) & A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0. \end{cases}$$

XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

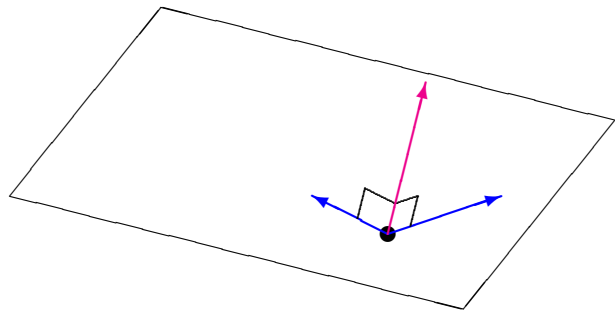
2. Чтобы написать уравнение плоскости, надо знать либо точку (начальную точку плоскости) и вектор, нормальный к плоскости, либо точку и 2 таких неколлинеарных вектора, что, если отложить их от точки на этой плоскости, получатся направленные отрезки, включённые в эту плоскость.



$$\begin{cases} \vec{n}(A, B, C), \\ M(x_0, y_0, z_0), \\ M(x, y, z) \end{cases} \quad \begin{cases} (\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0, \\ (A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}, \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0}) = 0, \\ A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0. \end{cases}$$

XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

2. Чтобы написать уравнение плоскости, надо знать либо точку (начальную точку плоскости) и вектор, нормальный к плоскости, либо точку и 2 таких неколлинеарных вектора, что, если отложить их от точки на этой плоскости, получатся направленные отрезки, включённые в эту плоскость.



$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{n}(A, B, C), \\ M(x_0, y_0, z_0), \\ M(x, y, z) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} (\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = 0, \quad \vec{n} \parallel [\vec{p}, \vec{q}], \\ (A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}, \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0}) = 0, \\ A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0. \end{array} \right.$$

XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

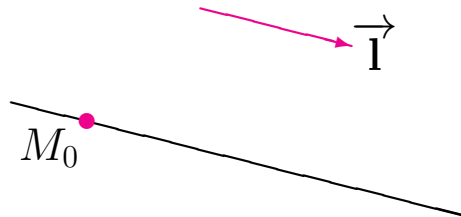
3. Чтобы написать уравнение прямой в пространстве, надо знать



XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

3. Чтобы написать уравнение прямой в пространстве, надо знать

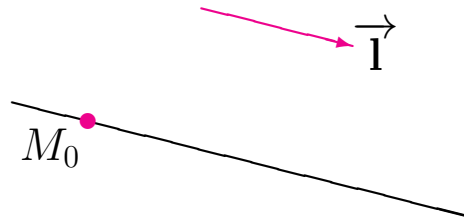
либо точку (начальную точку прямой) и направляющий вектор прямой,



XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

3. Чтобы написать уравнение прямой в пространстве, надо знать

либо **точку (начальную точку прямой)** и **направляющий вектор прямой**,

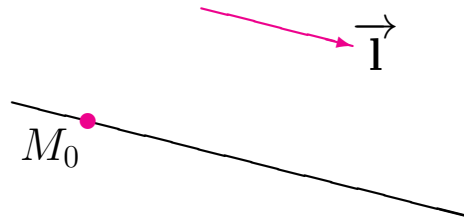


$$\vec{r} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l},$$

XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

3. Чтобы написать уравнение прямой в пространстве, надо знать

либо **точку (начальную точку прямой)** и **направляющий вектор прямой**,



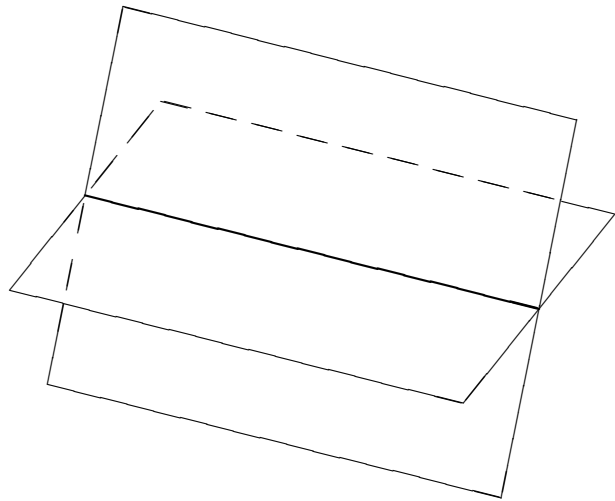
$$\vec{r} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}, \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \\ z = z_0 + wt, \end{cases}$$

XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

3. Чтобы написать уравнение прямой в пространстве, надо знать

либо **точку (начальную точку прямой) и направляющий вектор прямой,**

либо **две непараллельных плоскости, в которые включается требуемая прямая.**



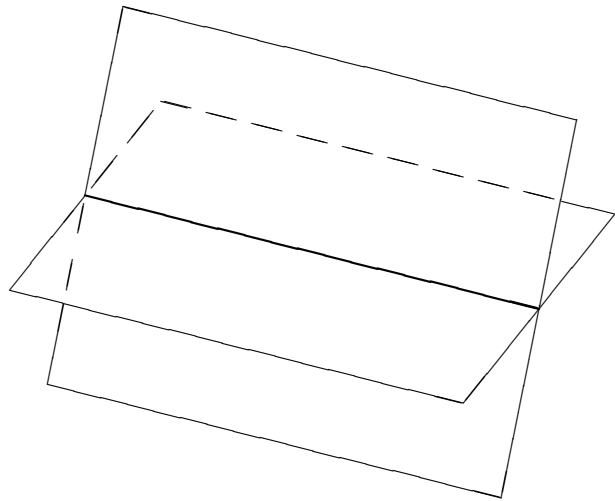
$$\vec{r} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}, \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \\ z = z_0 + wt, \end{cases}$$

XVI.3. Упражнения по аналитической геометрии

3. Чтобы написать уравнение прямой в пространстве, надо знать

либо **точку (начальную точку прямой) и направляющий вектор прямой,**

либо **две непараллельных плоскости, в которые включается требуемая прямая.**



$$\vec{r} = \overrightarrow{OM_0} + t \vec{l}, \quad \begin{cases} x = x_0 + ut, \\ y = y_0 + vt, \\ z = z_0 + wt, \end{cases} \quad \begin{cases} A'x + B'y + C'z + D' = 0, \\ A''x + B''y + C''z + D'' = 0. \end{cases}$$

XVII. Ссылки на электронные тесты для обучения и самоконтроля

Решим учебные тесты по векторной алгебре?

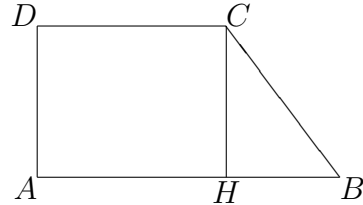
Решим учебные тесты по аналитической геометрии?

Ответы и решения

Решение задачи 1.

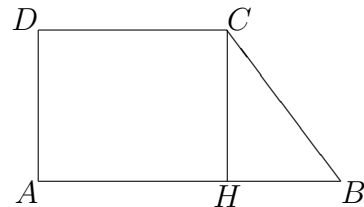
Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

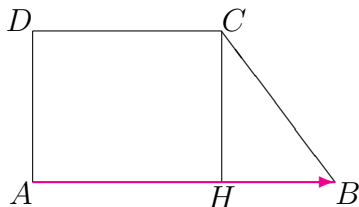


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

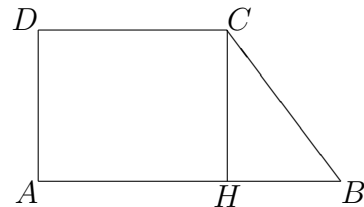


Ответ. Рассмотрим коллинеарные векторы.

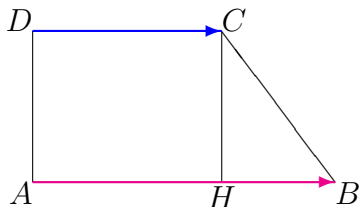


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

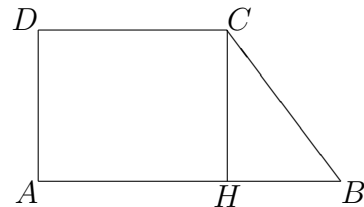


Ответ. Рассмотрим коллинеарные векторы.

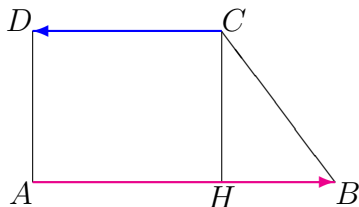


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

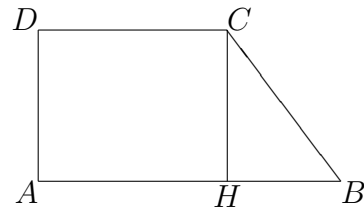


Ответ. Рассмотрим коллинеарные векторы.

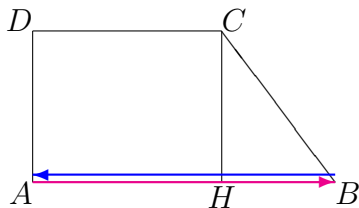


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

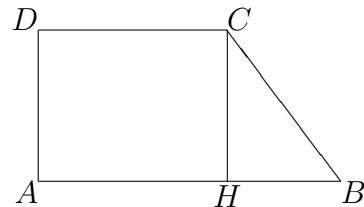


Ответ. Рассмотрим коллинеарные векторы.

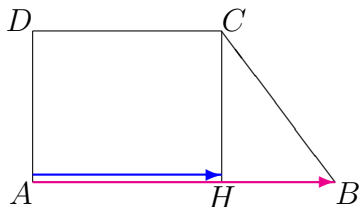


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

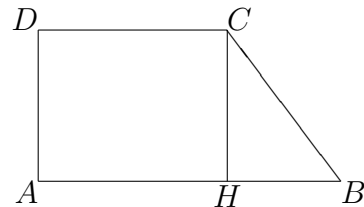


Ответ. Рассмотрим коллинеарные векторы.

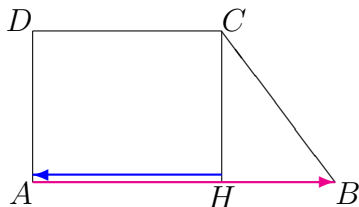


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

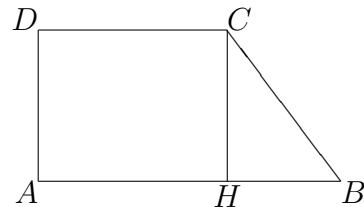


Ответ. Рассмотрим коллинеарные векторы.

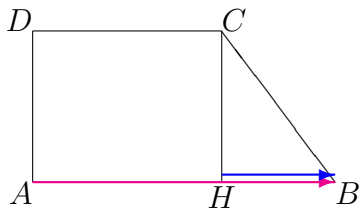


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

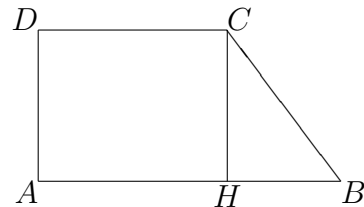


Ответ. Рассмотрим коллинеарные векторы.

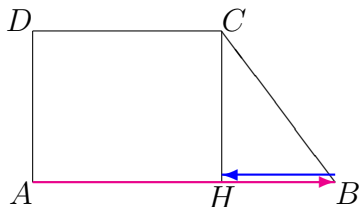


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

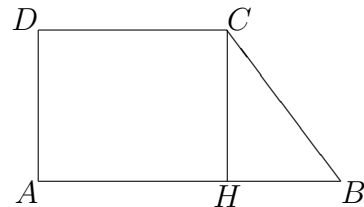


Ответ. Рассмотрим коллинеарные векторы.

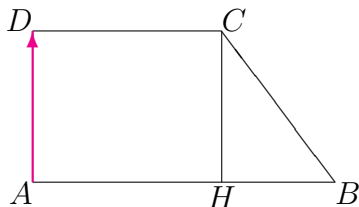


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

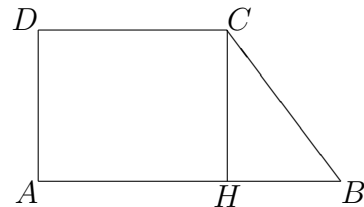


Ответ. Рассмотрим коллинеарные векторы.

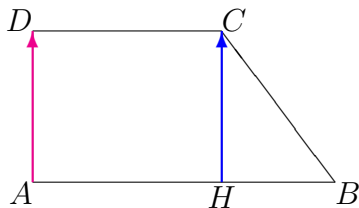


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

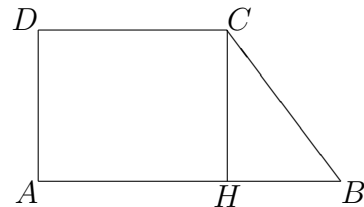


Ответ. Рассмотрим коллинеарные векторы.

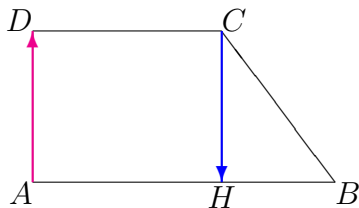


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

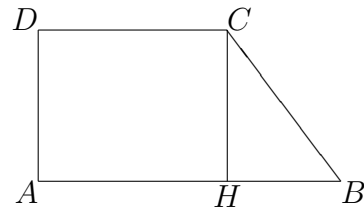


Ответ. Рассмотрим коллинеарные векторы.

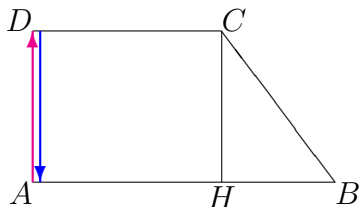


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

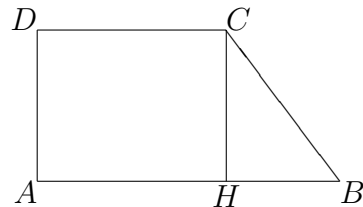


Ответ. Рассмотрим коллинеарные векторы.

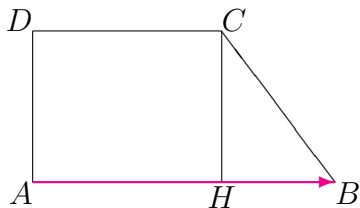


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

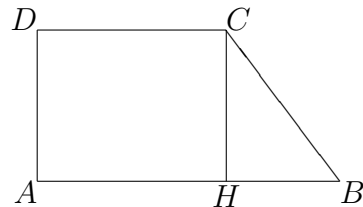


Ответ. Теперь рассмотрим ортогональные векторы.

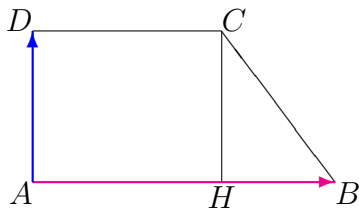


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

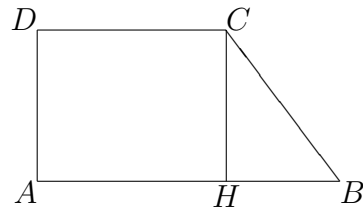


Ответ. Теперь рассмотрим ортогональные векторы.

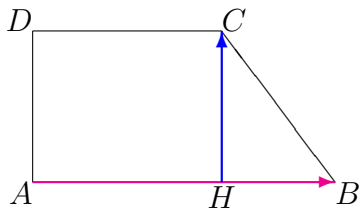


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

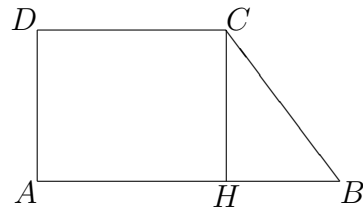


Ответ. Теперь рассмотрим ортогональные векторы.

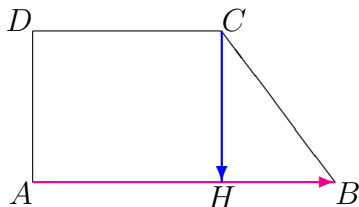


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

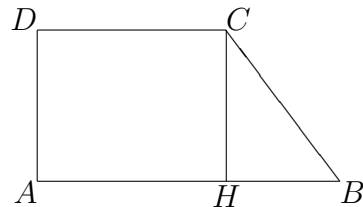


Ответ. Теперь рассмотрим ортогональные векторы.

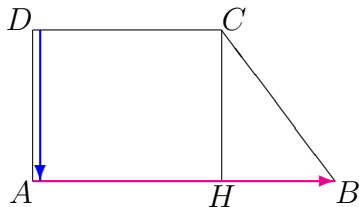


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

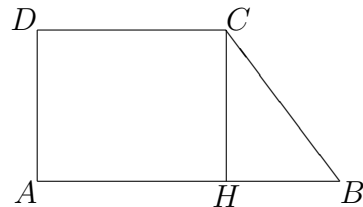


Ответ. Теперь рассмотрим ортогональные векторы.

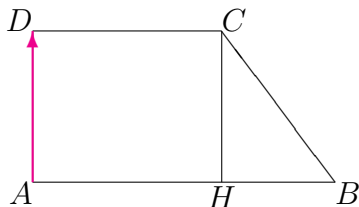


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

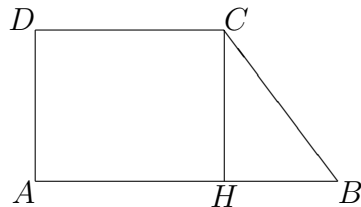


Ответ. Теперь рассмотрим ортогональные векторы.

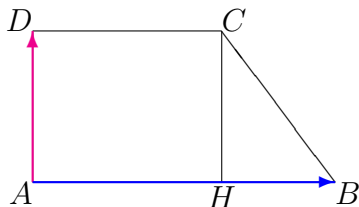


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

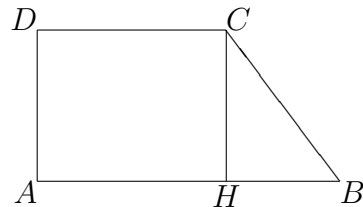


Ответ. Теперь рассмотрим ортогональные векторы.

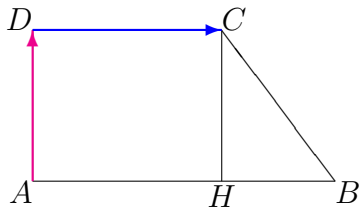


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

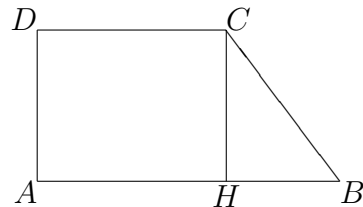


Ответ. Теперь рассмотрим ортогональные векторы.

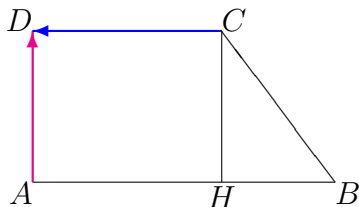


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

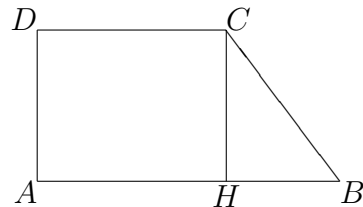


Ответ. Теперь рассмотрим ортогональные векторы.

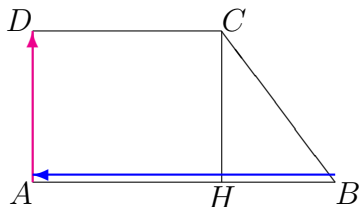


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

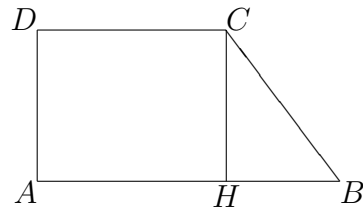


Ответ. Теперь рассмотрим ортогональные векторы.

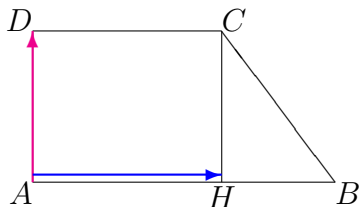


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

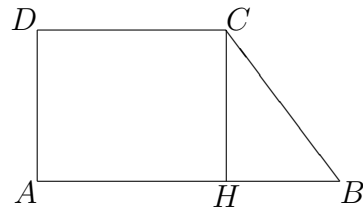


Ответ. Теперь рассмотрим ортогональные векторы.

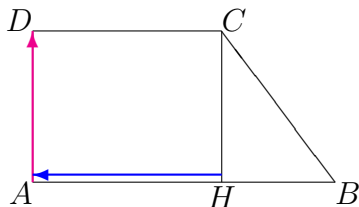


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

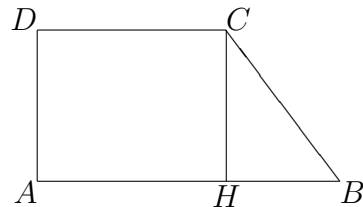


Ответ. Теперь рассмотрим ортогональные векторы.

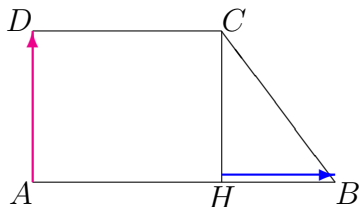


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.

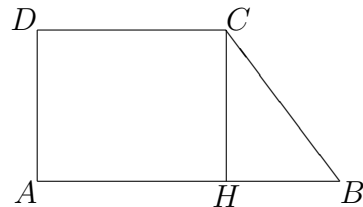


Ответ. Теперь рассмотрим ортогональные векторы.

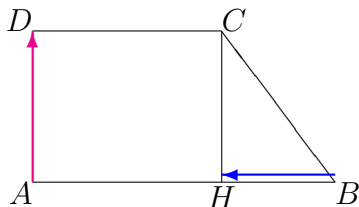


Задача 1.

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведена высота CH . Укажите все пары коллинеарных и ортогональных векторов.



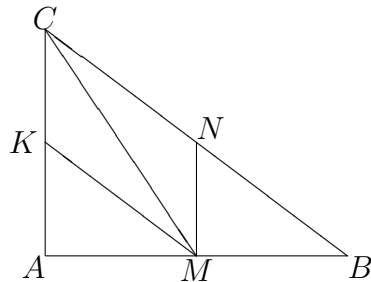
Ответ. Теперь рассмотрим ортогональные векторы.



Решение задачи 2.

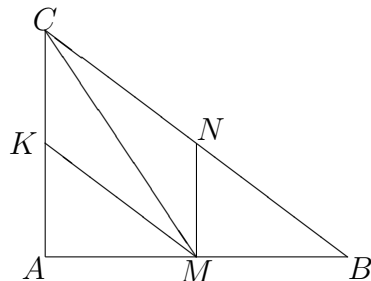
Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

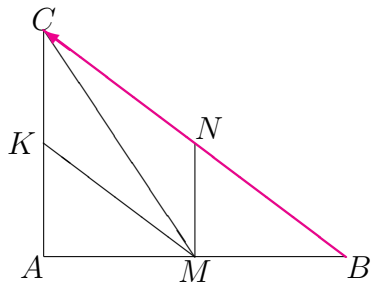


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

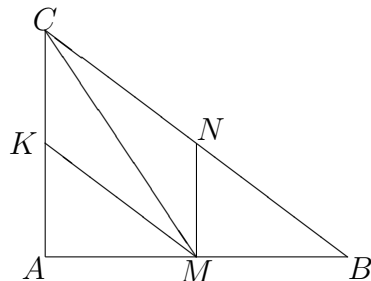


Ответ. Сначала перечислим векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{BC}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

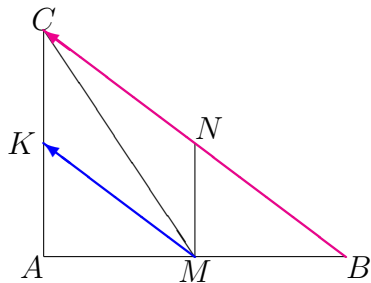


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

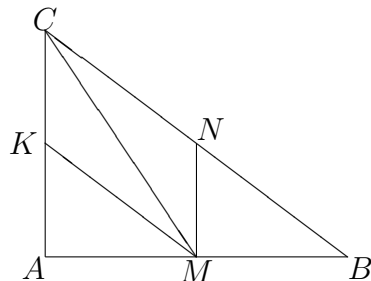


Ответ. Сначала перечислим векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{BC}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

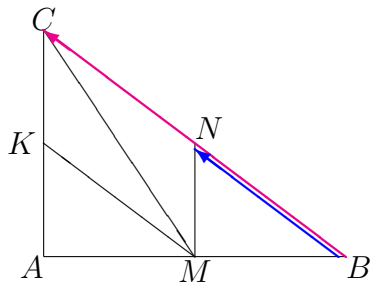


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

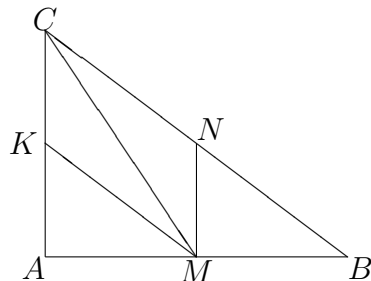


Ответ. Сначала перечислим векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{BC}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

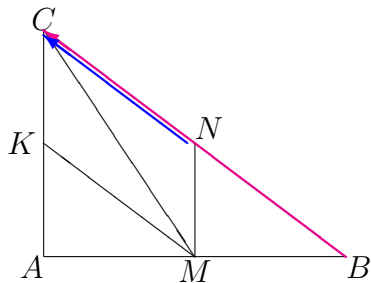


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

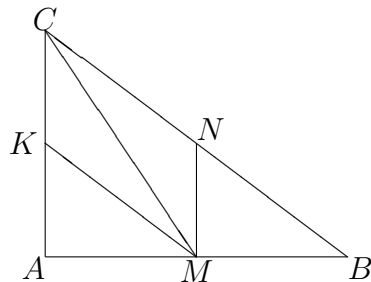


Ответ. Сначала перечислим векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{BC}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

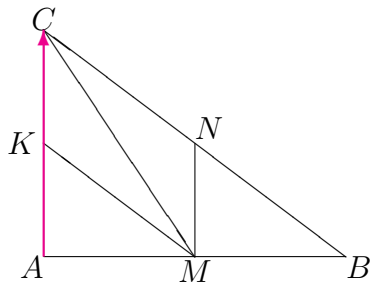


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

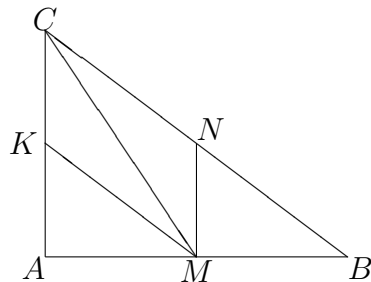


Ответ. Перечислим векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AC}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

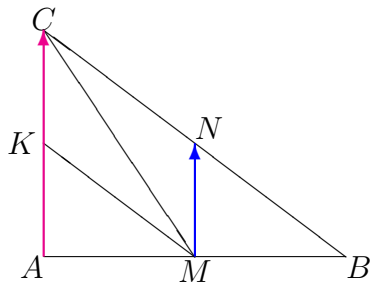


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

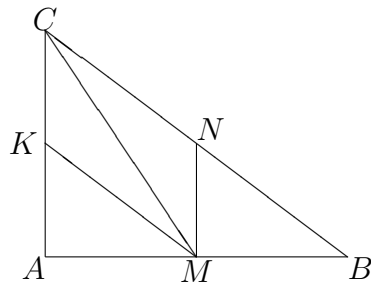


Ответ. Перечислим векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AC}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

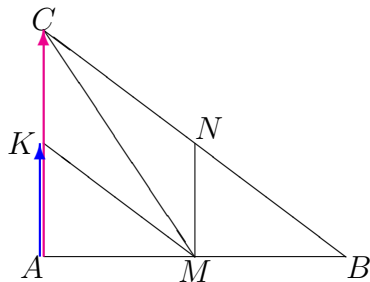


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

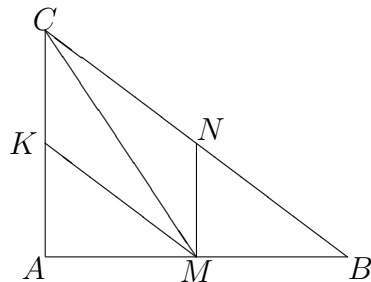


Ответ. Перечислим векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AC}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

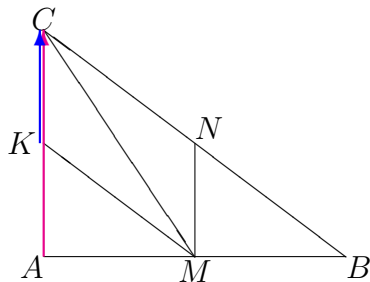


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

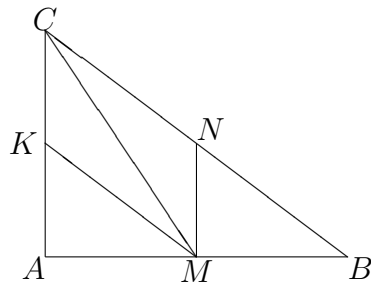


Ответ. Перечислим векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AC}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

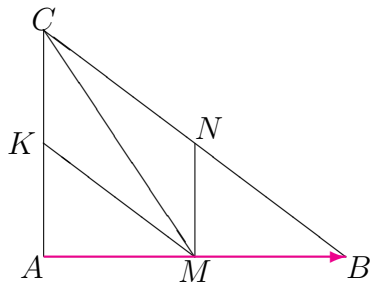


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

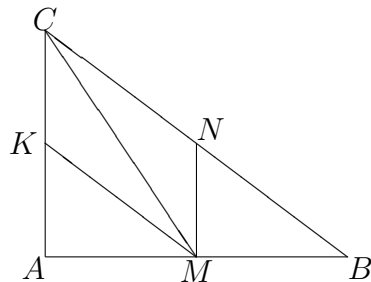


Ответ. Перечислим векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AB}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

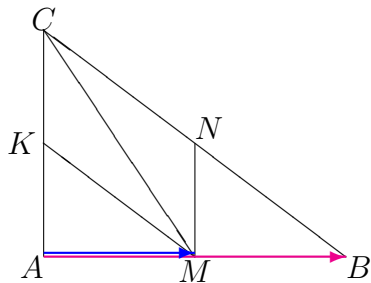


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

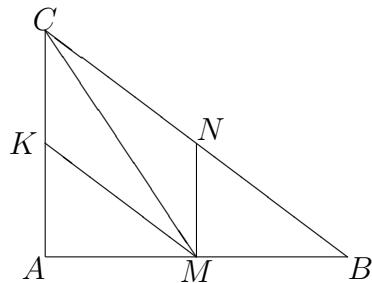


Ответ. Перечислим векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AB}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

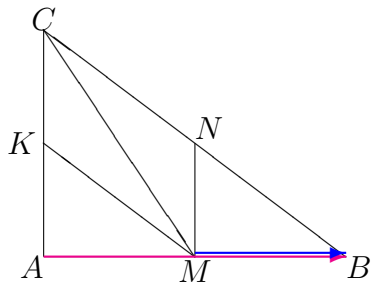


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

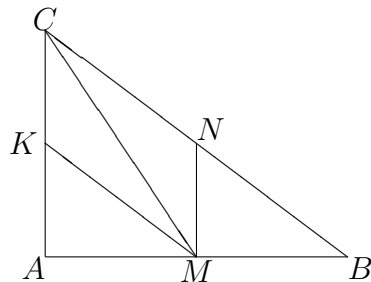


Ответ. Перечислим векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AB}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

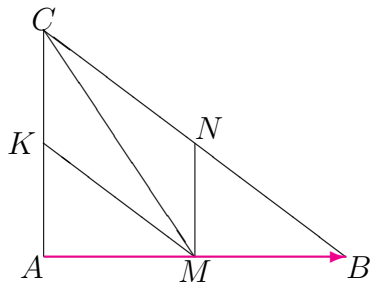


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

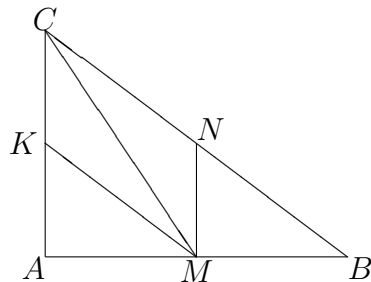


Ответ. Перечислим векторы, ортогональные вектору $\overrightarrow{AB}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

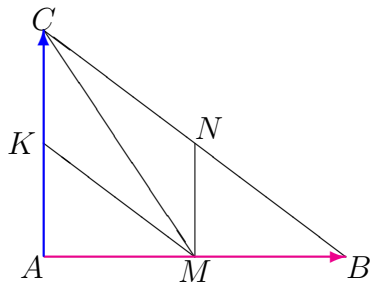


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

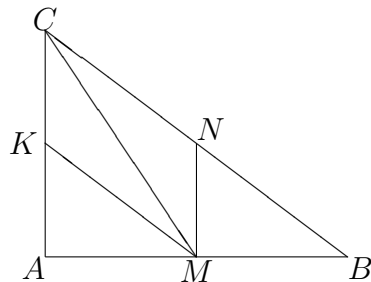


Ответ. Перечислим векторы, ортогональные вектору $\overrightarrow{AB}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

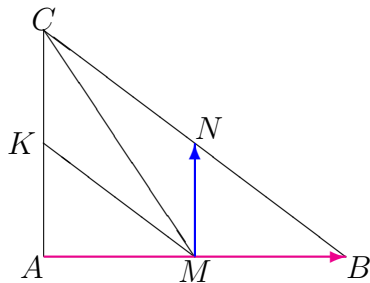


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

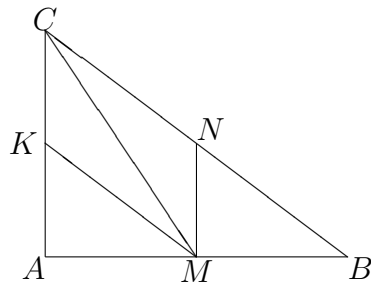


Ответ. Перечислим векторы, ортогональные вектору $\overrightarrow{AB}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

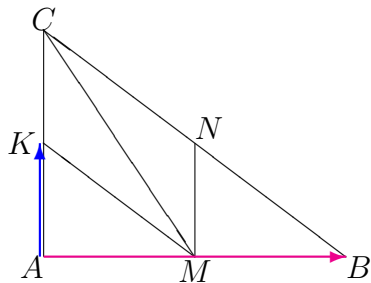


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

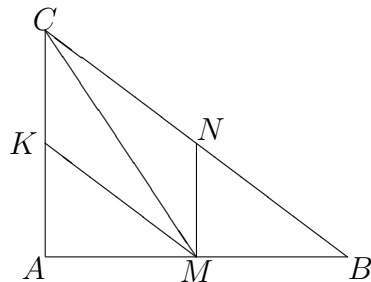


Ответ. Перечислим векторы, ортогональные вектору $\overrightarrow{AB}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

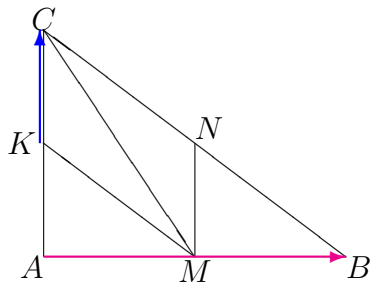


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

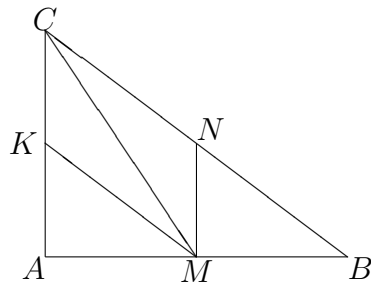


Ответ. Перечислим векторы, ортогональные вектору $\overrightarrow{AB}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

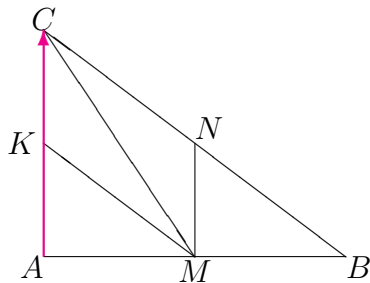


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

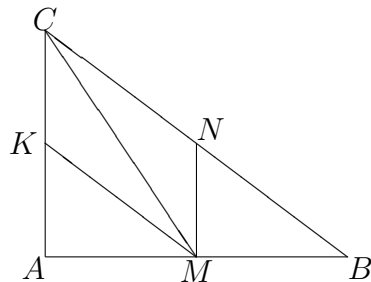


Ответ. Перечислим векторы, ортогональные вектору $\overrightarrow{AC}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

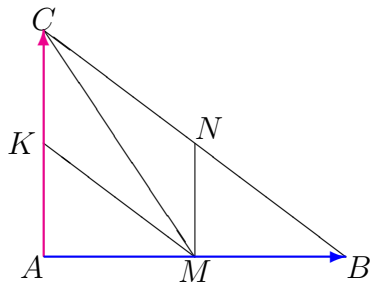


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

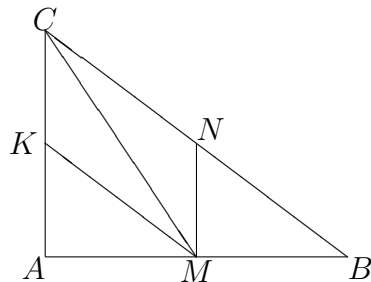


Ответ. Перечислим векторы, ортогональные вектору $\overrightarrow{AC}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

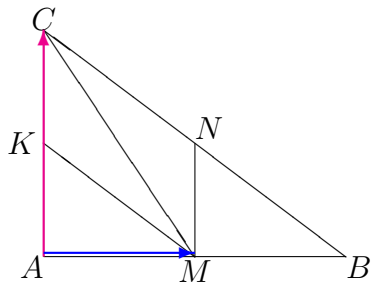


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.

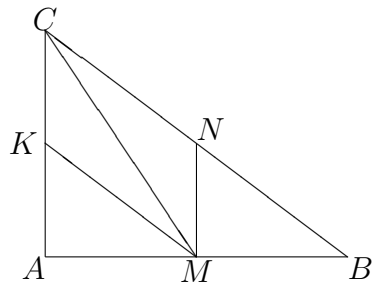


Ответ. Перечислим векторы, ортогональные вектору $\overrightarrow{AC}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.

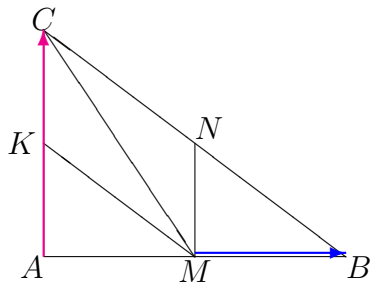


Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом $\angle BAC$ проведены медиана CM и средние линии MN и MK . Перечислите все пары получившихся коллинеарных и ортогональных векторов.



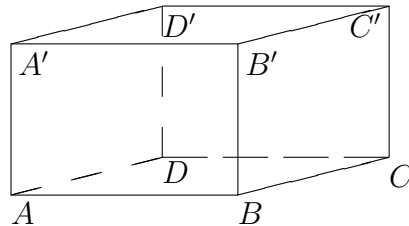
Ответ. Перечислим векторы, ортогональные вектору $\overrightarrow{AC}$, причем векторы, отличающиеся от указанных лишь направлением, перечислять не будем.



Решение задачи 3.

Задача 3. Используя эти точки, укажите какие-либо

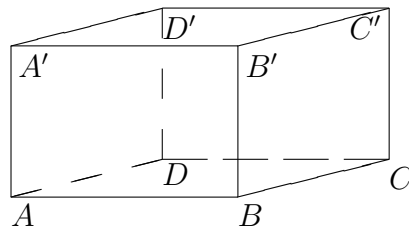
- а) векторы, параллельные прямой AB ;
- б) векторы, параллельные плоскости $ABCD$;
- в) векторы, перпендикулярные плоскости $ABCD$;



- г) векторы, перпендикулярные прямой AB' ;
- д) векторы, перпендикулярные плоскости $AB'C$;
- е) векторы, перпендикулярные прямой BD' ;
- ё) векторы, перпендикулярные прямой, проходящей под прямым углом к векторам $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A'B}$;
- ж) плоскости, включающие в себя прямую AB ;
- з) плоскости, включающие в себя прямую AC' ;
- и) плоскости, включающие в себя прямую BD' , перпендикулярной к плоскости $BCC'B'$.

Задача 3. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, параллельные прямой AB ;
- б) векторы, параллельные плоскости $ABCD$;
- в) векторы, перпендикулярные плоскости $ABCD$;

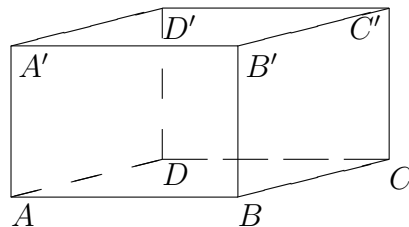


- г) векторы, перпендикулярные прямой AB' ;
- д) векторы, перпендикулярные плоскости $AB'C$;
- е) векторы, перпендикулярные прямой BD' ;
- ё) векторы, перпендикулярные прямой, проходящей под прямым углом к векторам $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A'B'}$;
- ж) плоскости, включающие в себя прямую AB ;
- з) плоскости, включающие в себя прямую AC' ;
- и) плоскости, включающие в себя прямую BD' , перпендикулярной к плоскости $BCC'B'$.

Ответ. а) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{A'B'}$, $\overrightarrow{C'D'}$.

Задача 3. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, параллельные прямой AB ;
- б) векторы, параллельные плоскости $ABCD$;
- в) векторы, перпендикулярные плоскости $ABCD$;

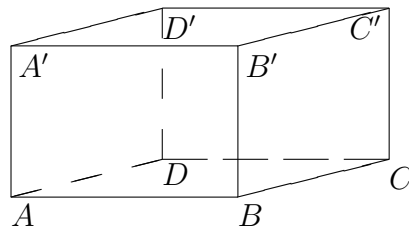


- г) векторы, перпендикулярные прямой AB' ;
- д) векторы, перпендикулярные плоскости $AB'C$;
- е) векторы, перпендикулярные прямой BD' ;
- ё) векторы, перпендикулярные прямой, проходящей под прямым углом к векторам $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A'B'}$;
- ж) плоскости, включающие в себя прямую AB ;
- з) плоскости, включающие в себя прямую AC' ;
- и) плоскости, включающие в себя прямую BD' , перпендикулярной к плоскости $BCC'B'$.

Ответ. б) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CD}$, и т.д.

Задача 3. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, параллельные прямой AB ;
- б) векторы, параллельные плоскости $ABCD$;
- в) векторы, перпендикулярные плоскости $ABCD$;

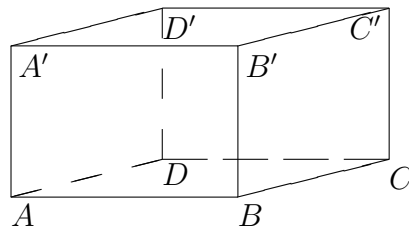


- г) векторы, перпендикулярные прямой AB' ;
- д) векторы, перпендикулярные плоскости $AB'C$;
- е) векторы, перпендикулярные прямой BD' ;
- ё) векторы, перпендикулярные прямой, проходящей под прямым углом к векторам $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A'B'}$;
- ж) плоскости, включающие в себя прямую AB ;
- з) плоскости, включающие в себя прямую AC' ;
- и) плоскости, включающие в себя прямую BD' , перпендикулярной к плоскости $BCC'B'$.

Ответ. в) $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{CC'}$, $\overrightarrow{DD'}$.

Задача 3. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, параллельные прямой AB ;
- б) векторы, параллельные плоскости $ABCD$;
- в) векторы, перпендикулярные плоскости $ABCD$;

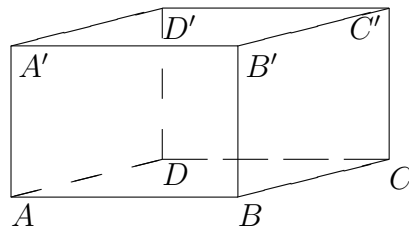


- г) векторы, перпендикулярные прямой AB' ;
- д) векторы, перпендикулярные плоскости $AB'C$;
- е) векторы, перпендикулярные прямой BD' ;
- ё) векторы, перпендикулярные прямой, проходящей под прямым углом к векторам $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A'B'}$;
- ж) плоскости, включающие в себя прямую AB ;
- з) плоскости, включающие в себя прямую AC' ;
- и) плоскости, включающие в себя прямую BD' , перпендикулярной к плоскости $BCC'B'$.

Ответ. г) $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{B'C'}$, $\overrightarrow{A'D'}$. Заметим, что все эти векторы коллинеарны друг к другу, нахождение хотя бы одного не коллинеарного им вектора, перпендикулярного прямой AB' представляет собой не очень простую задачу (ее нетрудно решить с помощью рекомендаций раздела ??, стр.??, если известны, например, длины векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$).

Задача 3. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, параллельные прямой AB ;
- б) векторы, параллельные плоскости $ABCD$;
- в) векторы, перпендикулярные плоскости $ABCD$;

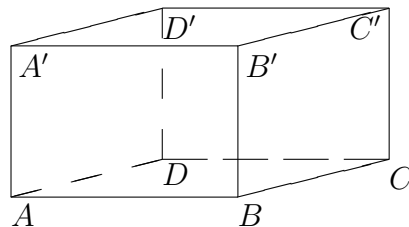


- г) векторы, перпендикулярные прямой AB' ;
- д) векторы, перпендикулярные плоскости $AB'C$;
- е) векторы, перпендикулярные прямой BD' ;
- ё) векторы, перпендикулярные прямой, проходящей под прямым углом к векторам $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A'B'}$;
- ж) плоскости, включающие в себя прямую AB ;
- з) плоскости, включающие в себя прямую AC' ;
- и) плоскости, включающие в себя прямую BD' , перпендикулярной к плоскости $BCC'B'$.

Ответ. д) $[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AC}]$, $[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{B'C}]$, $[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB'}]$ и т.п.

Задача 3. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, параллельные прямой AB ;
- б) векторы, параллельные плоскости $ABCD$;
- в) векторы, перпендикулярные плоскости $ABCD$;

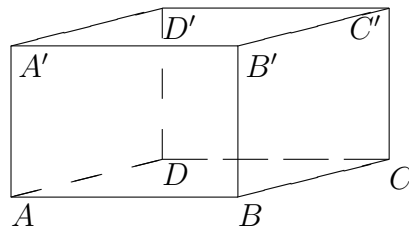


- г) векторы, перпендикулярные прямой AB' ;
- д) векторы, перпендикулярные плоскости $AB'C$;
- е) векторы, перпендикулярные прямой BD' ;
- ё) векторы, перпендикулярные прямой, проходящей под прямым углом к векторам $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A'B'}$;
- ж) плоскости, включающие в себя прямую AB ;
- з) плоскости, включающие в себя прямую AC' ;
- и) плоскости, включающие в себя прямую BD' , перпендикулярной к плоскости $BCC'B'$.

Ответ. е) $[\overrightarrow{BD'}, \overrightarrow{AB}]$, $[\overrightarrow{BD'}, \overrightarrow{AC}]$, $[\overrightarrow{BD'}, \overrightarrow{BC'}]$ и другие ненулевые векторные произведения с вектором $\overrightarrow{BD'}$.

Задача 3. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, параллельные прямой AB ;
- б) векторы, параллельные плоскости $ABCD$;
- в) векторы, перпендикулярные плоскости $ABCD$;

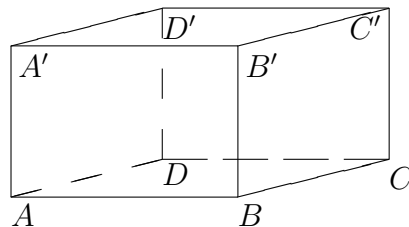


- г) векторы, перпендикулярные прямой AB' ;
- д) векторы, перпендикулярные плоскости $AB'C$;
- е) векторы, перпендикулярные прямой BD' ;
- ё) векторы, перпендикулярные прямой, проходящей под прямым углом к векторам $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A'B'}$;
- ж) плоскости, включающие в себя прямую AB ;
- з) плоскости, включающие в себя прямую AC' ;
- и) плоскости, включающие в себя прямую BD' , перпендикулярной к плоскости $BCC'B'$.

Ответ. ё) Искомые векторы получаются, как векторное произведение какого-либо вектора с вектором $[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'B'}]$. Например, это векторы $[\overrightarrow{AB}, [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'B'}]]$, $[\overrightarrow{AC}, [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'B'}]]$, $[\overrightarrow{A'B'}, [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'B'}]]$ и т.п. Для вычисления последних векторов можно использовать **формулу «бац-минус-цаб»**.

Задача 3. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, параллельные прямой AB ;
- б) векторы, параллельные плоскости $ABCD$;
- в) векторы, перпендикулярные плоскости $ABCD$;

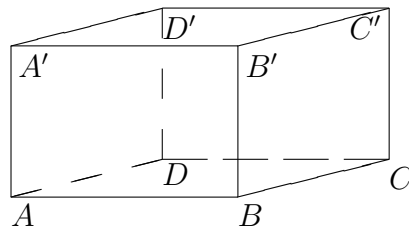


- г) векторы, перпендикулярные прямой AB' ;
- д) векторы, перпендикулярные плоскости $AB'C$;
- е) векторы, перпендикулярные прямой BD' ;
- ё) векторы, перпендикулярные прямой, проходящей под прямым углом к векторам $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A'B'}$;
- ж) плоскости, включающие в себя прямую AB ;
- з) плоскости, включающие в себя прямую AC' ;
- и) плоскости, включающие в себя прямую BD' , перпендикулярной к плоскости $BCC'B'$.

Ответ. ж) плоскости $ABCD$, $ABB'A'$, $ABC'D'$.

Задача 3. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, параллельные прямой AB ;
- б) векторы, параллельные плоскости $ABCD$;
- в) векторы, перпендикулярные плоскости $ABCD$;

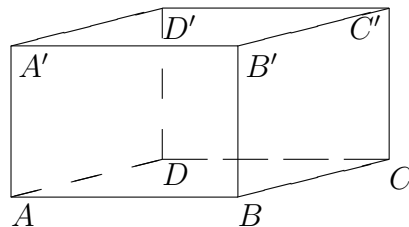


- г) векторы, перпендикулярные прямой AB' ;
- д) векторы, перпендикулярные плоскости $AB'C$;
- е) векторы, перпендикулярные прямой BD' ;
- ё) векторы, перпендикулярные прямой, проходящей под прямым углом к векторам $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A'B'}$;
- ж) плоскости, включающие в себя прямую AB ;
- з) плоскости, включающие в себя прямую AC' ;
- и) плоскости, включающие в себя прямую BD' , перпендикулярной к плоскости $BCC'B'$.

Ответ. з) плоскости $AA'C'C$, $AD'C'$, ABC' , $AB'C'$, $AD'C'$, $AB'C'$.

Задача 3. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, параллельные прямой AB ;
- б) векторы, параллельные плоскости $ABCD$;
- в) векторы, перпендикулярные плоскости $ABCD$;



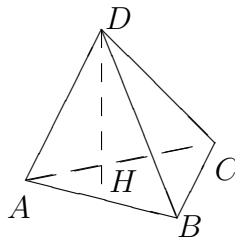
- г) векторы, перпендикулярные прямой AB' ;
- д) векторы, перпендикулярные плоскости $AB'C$;
- е) векторы, перпендикулярные прямой BD' ;
- ё) векторы, перпендикулярные прямой, проходящей под прямым углом к векторам $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A'B}$;
- ж) плоскости, включающие в себя прямую AB ;
- з) плоскости, включающие в себя прямую AC' ;
- и) плоскости, включающие в себя прямую BD' , перпендикулярной к плоскости $BCC'B'$.

Ответ. и) плоскость $BC'D'A$.

Решение задачи 4.

Задача 4. Используя эти точки, укажите какие-либо

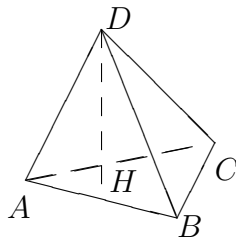
- а) векторы, перпендикулярные высоте DH ;
- б) векторы, параллельные высоте DH ;
- в) векторы, параллельные плоскости ADH ;



- г) векторы, параллельные плоскости, проходящей через DH параллельно высоте AP треугольника ABC ;
- д) векторы, перпендикулярные ребрам AB , CD ;
- е) векторы, перпендикулярные какой-либо плоскости, проходящей через прямую, пересекающую AB и CD под прямым углом.

Задача 4. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, перпендикулярные высоте DH ;
- б) векторы, параллельные высоте DH ;
- в) векторы, параллельные плоскости ADH ;

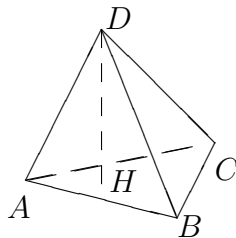


- г) векторы, параллельные плоскости, проходящей через DH параллельно высоте AP треугольника ABC ;
- д) векторы, перпендикулярные ребрам AB , CD ;
- е) векторы, перпендикулярные какой-либо плоскости, проходящей через прямую, пересекающую AB и CD под прямым углом.

Ответ. а) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$.

Задача 4. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, перпендикулярные высоте DH ;
- б) векторы, параллельные высоте DH ;
- в) векторы, параллельные плоскости ADH ;



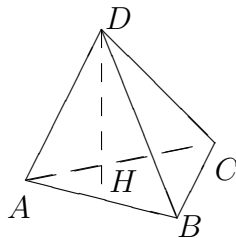
- г) векторы, параллельные плоскости, проходящей через DH параллельно высоте AP треугольника ABC ;
- д) векторы, перпендикулярные ребрам AB , CD ;
- е) векторы, перпендикулярные какой-либо плоскости, проходящей через прямую, пересекающую AB и CD под прямым углом.

Ответ. б)

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] = [\vec{AB}, \vec{BC}] = [\vec{BC}, \vec{CA}] = \dots$$

Задача 4. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, перпендикулярные высоте DH ;
- б) векторы, параллельные высоте DH ;
- в) векторы, параллельные плоскости ADH ;

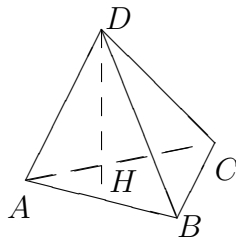


- г) векторы, параллельные плоскости, проходящей через DH параллельно высоте AP треугольника ABC ;
- д) векторы, перпендикулярные ребрам AB , CD ;
- е) векторы, перпендикулярные какой-либо плоскости, проходящей через прямую, пересекающую AB и CD под прямым углом.

Ответ. в) $\overrightarrow{AD}$, $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$, $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$, $[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}]$ и т.п.

Задача 4. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, перпендикулярные высоте DH ;
- б) векторы, параллельные высоте DH ;
- в) векторы, параллельные плоскости ADH ;

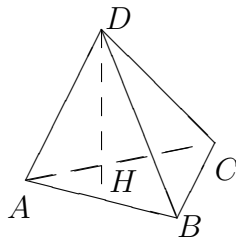


- г) векторы, параллельные плоскости, проходящей через DH параллельно высоте AP треугольника ABC ;
- д) векторы, перпендикулярные ребрам AB , CD ;
- е) векторы, перпендикулярные какой-либо плоскости, проходящей через прямую, пересекающую AB и CD под прямым углом.

Ответ. г) $[\vec{AB}, \vec{BC}]$ (вектор, параллельный $\vec{DH}$), $[\vec{BC}, [\vec{AB}, \vec{BC}]]$ и т.п. Для вычисления последнего вектора можно использовать **формулу «бац-минус-цаб»**.

Задача 4. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, перпендикулярные высоте DH ;
- б) векторы, параллельные высоте DH ;
- в) векторы, параллельные плоскости ADH ;

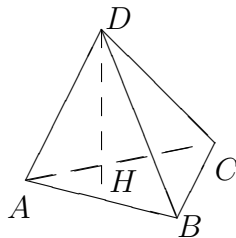


- г) векторы, параллельные плоскости, проходящей через DH параллельно высоте AP треугольника ABC ;
- д) векторы, перпендикулярные ребрам AB , CD ;
- е) векторы, перпендикулярные какой-либо плоскости, проходящей через прямую, пересекающую AB и CD под прямым углом.

Ответ. д) $[\vec{AB}, \vec{CD}] = [\vec{DC}, \vec{AB}] = \dots$, $[\vec{CD}, \vec{BA}] = \dots$

Задача 4. Используя эти точки, укажите какие-либо

- а) векторы, перпендикулярные высоте DH ;
- б) векторы, параллельные высоте DH ;
- в) векторы, параллельные плоскости ADH ;



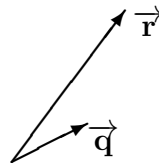
- г) векторы, параллельные плоскости, проходящей через DH параллельно высоте AP треугольника ABC ;
- д) векторы, перпендикулярные ребрам AB , CD ;
- е) векторы, перпендикулярные какой-либо плоскости, проходящей через прямую, пересекающую AB и CD под прямым углом.

Ответ. е) Вектор $\left[\overrightarrow{AB}, \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right]\right] = \dots$ — перпендикулярен плоскости, проходящей через ребро AB , вектор $\left[\overrightarrow{CD}, \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right]\right] = \dots$ — перпендикулярен плоскости, проходящей через ребро AB . Любая плоскость, перпендикулярная какому-либо из этих векторов, параллельна прямой, пересекающей AB и CD под прямым углом. Для вычисления этих векторов можно использовать **формулу «бац-минус-цаб»**.

Решение задачи 5.

Задача 5.

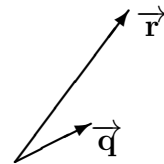
Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.



Задача 5.

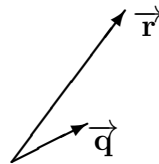
Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

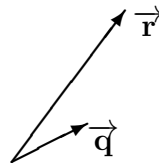


Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.



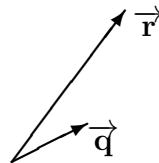
Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Условие $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$ означает, что направленный отрезок, представляющий $\vec{r}$, является диагональю параллелограмма, одна из сторон которого совпадает с продолжением направленного отрезка, представляющего $\vec{q}$.

Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.



Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Условие $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$ означает, что направленный отрезок, представляющий $\vec{r}$, является диагональю параллелограмма, одна из сторон которого совпадает с продолжением направленного отрезка, представляющего $\vec{q}$.

Проведем продолжение параллельной стороны этого параллелограмма.

Задача 5.

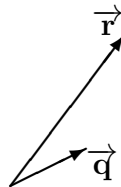
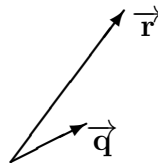
Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Условие $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$ означает, что направленный отрезок, представляющий $\vec{r}$, является диагональю параллелограмма, одна из сторон которого совпадает с продолжением направленного отрезка, представляющего $\vec{q}$.

Проведем продолжение параллельной стороны этого параллелограмма.



Задача 5.

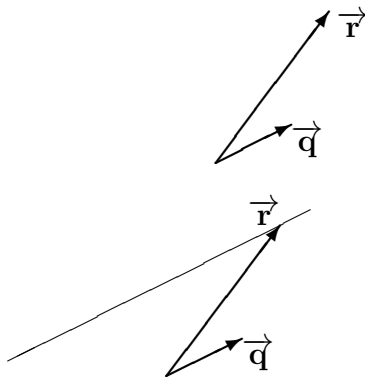
Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Условие $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$ означает, что направленный отрезок, представляющий $\vec{r}$, является диагональю параллелограмма, одна из сторон которого совпадает с продолжением направленного отрезка, представляющего $\vec{q}$.

Проведем продолжение параллельной стороны этого параллелограмма.



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

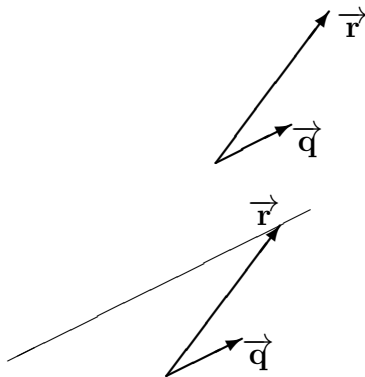
Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Условие $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$ означает, что направленный отрезок, представляющий $\vec{r}$, является диагональю параллелограмма, одна из сторон которого совпадает с продолжением направленного отрезка, представляющего $\vec{q}$.

Проведем продолжение параллельной стороны этого параллелограмма.



Задача 5.

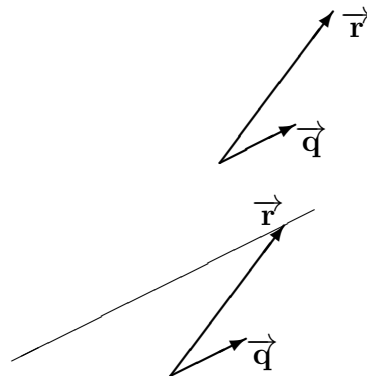
Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Условие $|\vec{r}| = 5$ позволяет отметить единичные отрезки.



Задача 5.

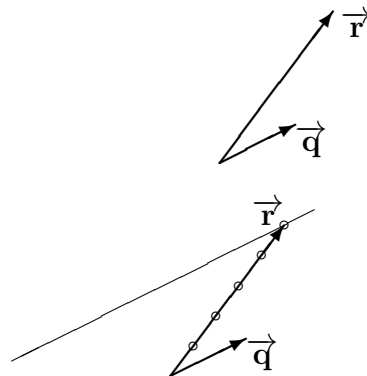
Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Условие $|\vec{r}| = 5$ позволяет отметить единичные отрезки.



Задача 5.

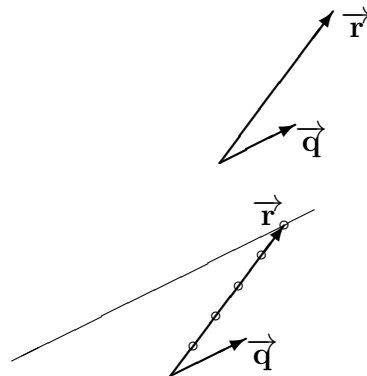
Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Геометрически интерпретировать скалярное произведение непросто, но через скалярное произведение хорошо выражается проекция:



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

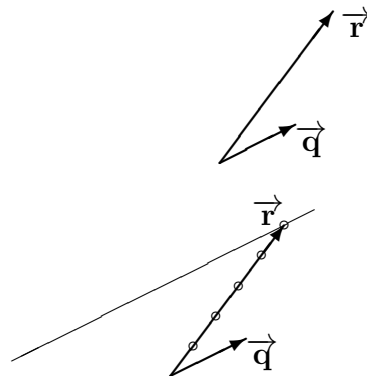
Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Геометрически интерпретировать скалярное произведение непросто, но через скалярное произведение хорошо выражается проекция:

$$\text{пр}_{\vec{r}} \vec{p} =$$



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

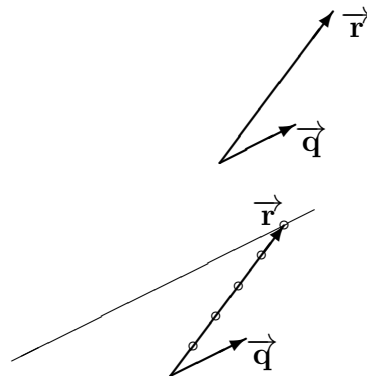
Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Геометрически интерпретировать скалярное произведение непросто, но через скалярное произведение хорошо выражается проекция:

$$\text{пр}_{\vec{r}} \vec{p} = \text{————} =$$



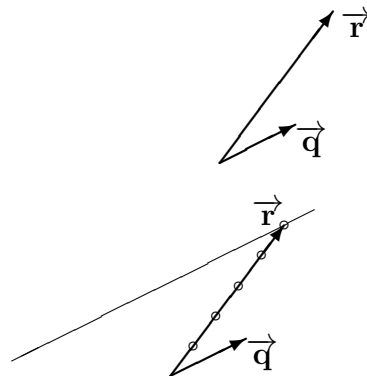
Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.



Геометрически интерпретировать скалярное произведение непросто, но через скалярное произведение хорошо выражается проекция:

$$\text{пр}_{\vec{r}} \vec{p} = \frac{(\vec{p}, \vec{r})}{|\vec{r}|} =$$

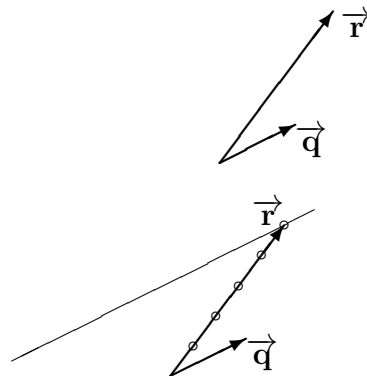
Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.



Геометрически интерпретировать скалярное произведение непросто, но через скалярное произведение хорошо выражается проекция:

$$\text{пр}_{\vec{r}} \vec{p} = \frac{(\vec{p}, \vec{r})}{|\vec{r}|} =$$

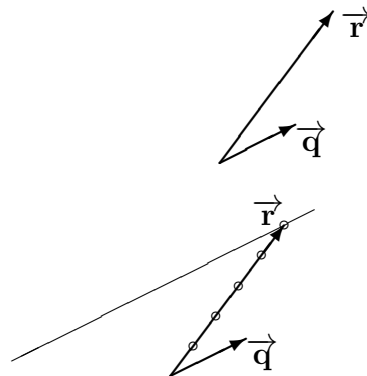
Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.



Геометрически интерпретировать скалярное произведение непросто, но через скалярное произведение хорошо выражается проекция:

$$\text{пр}_{\vec{r}} \vec{p} = \frac{(\vec{p}, \vec{r})}{|\vec{r}|} = \frac{5}{-5} =$$

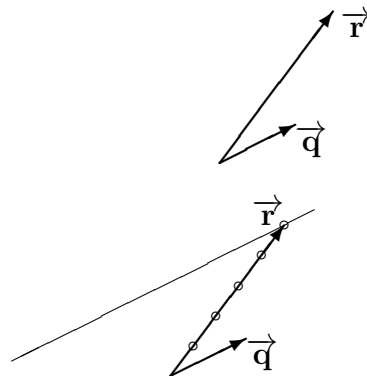
Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.



Геометрически интерпретировать скалярное произведение непросто, но через скалярное произведение хорошо выражается проекция:

$$\text{пр}_{\vec{r}} \vec{p} = \frac{(\vec{p}, \vec{r})}{|\vec{r}|} = \frac{5}{-5} = -1.$$

Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

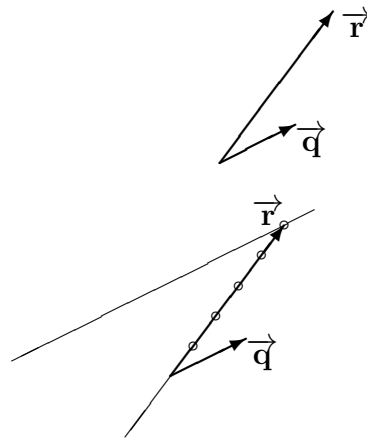
Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Геометрически интерпретировать скалярное произведение непросто, но через скалярное произведение хорошо выражается проекция:

$$\text{пр}_{\vec{r}} \vec{p} = \frac{(\vec{p}, \vec{r})}{|\vec{r}|} = \frac{5}{-5} = -1.$$



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

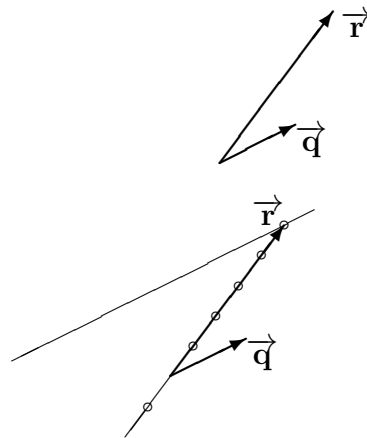
Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Геометрически интерпретировать скалярное произведение непросто, но через скалярное произведение хорошо выражается проекция:

$$\text{пр}_{\vec{r}} \vec{p} = \frac{(\vec{p}, \vec{r})}{|\vec{r}|} = \frac{5}{-5} = -1.$$



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

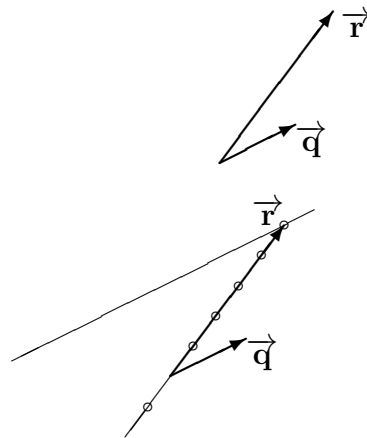
Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на проектирующей прямой.

Геометрически интерпретировать скалярное произведение непросто, но через скалярное произведение хорошо выражается проекция:

$$\text{пр}_{\vec{r}} \vec{p} = \frac{(\vec{p}, \vec{r})}{|\vec{r}|} = \frac{5}{-5} = -1.$$



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

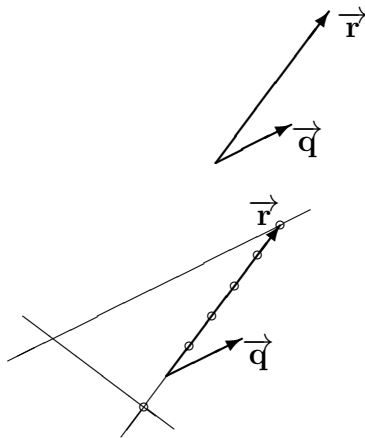
Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на проектирующей прямой.

Геометрически интерпретировать скалярное произведение непросто, но через скалярное произведение хорошо выражается проекция:

$$\text{пр}_{\vec{r}} \vec{p} = \frac{(\vec{p}, \vec{r})}{|\vec{r}|} = \frac{5}{-5} = -1.$$



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

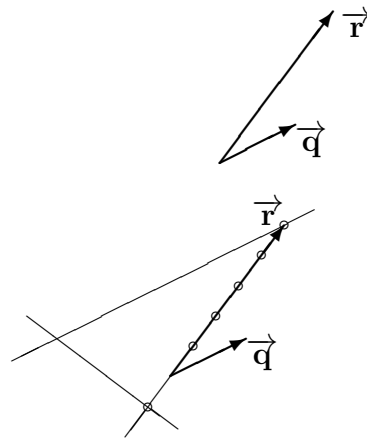
Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на проектирующей прямой.

Значит, конец направленного отрезка, представляющий $\vec{p}$, отложенный от начала изображенных векторов, находится в точке пересечения полученных прямых.



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

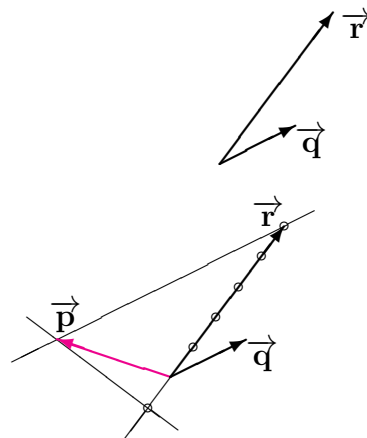
Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на проектирующей прямой.

Значит, конец направленного отрезка, представляющий $\vec{p}$, отложенный от начала изображенных векторов, находится в точке пересечения полученных прямых.



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

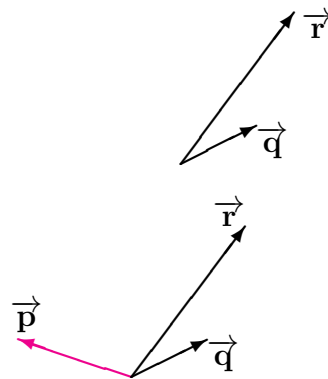
Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на проектирующей прямой.

Значит, конец направленного отрезка, представляющий $\vec{p}$, отложенный от начала изображенных векторов, находится в точке пересечения полученных прямых.



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

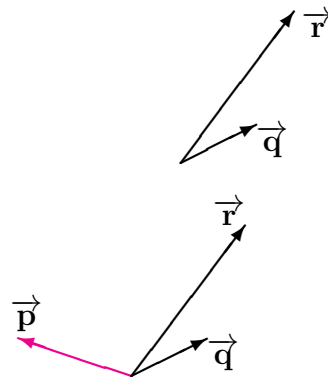
Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на проектирующей прямой.

Значит, конец направленного отрезка, представляющий $\vec{p}$, отложенный от начала изображенных векторов, находится в точке пересечения полученных прямых.

Задача решена, но, из любопытства, найдем значение α .



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

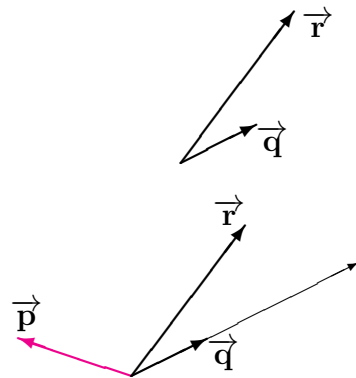
Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на проектирующей прямой.

Значит, конец направленного отрезка, представляющий $\vec{p}$, отложенный от начала изображенных векторов, находится в точке пересечения полученных прямых.

Задача решена, но, из любопытства, найдем значение α .



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

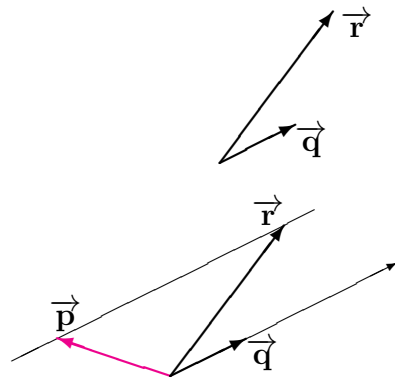
Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на проектирующей прямой.

Значит, конец направленного отрезка, представляющий $\vec{p}$, отложенный от начала изображенных векторов, находится в точке пересечения полученных прямых.

Задача решена, но, из любопытства, найдем значение α .



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

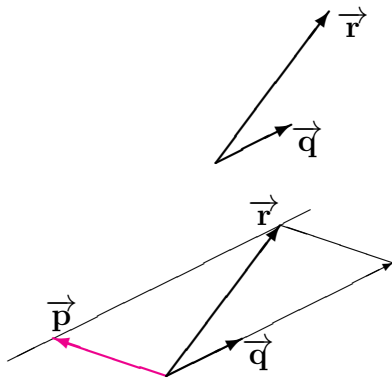
Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на проектирующей прямой.

Значит, конец направленного отрезка, представляющий $\vec{p}$, отложенный от начала изображенных векторов, находится в точке пересечения полученных прямых.

Задача решена, но, из любопытства, найдем значение α .



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

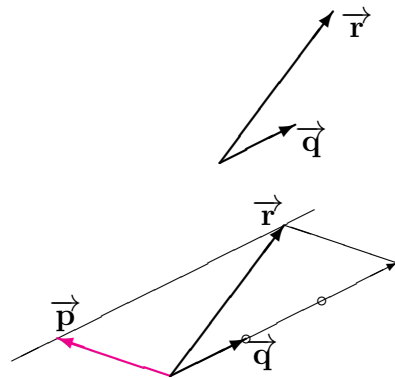
Переведем все условия на язык геометрии.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на проектирующей прямой.

Значит, конец направленного отрезка, представляющий $\vec{p}$, отложенный от начала изображенных векторов, находится в точке пересечения полученных прямых.

Задача решена, но, из любопытства, найдем значение α .



Задача 5.

Найти $\vec{p}$ такой, что $\vec{p} + \alpha \vec{q} = \vec{r}$, $|\vec{r}| = 5$ и $(\vec{p}, \vec{r}) = -5$.

Ответ.

Переведем все условия на язык геометрии.

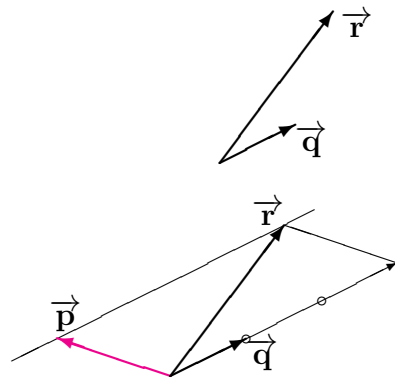
Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на прямой с направляющим вектором $\vec{q}$.

Конец направленного отрезка, представляющего $\vec{p}$, отложенного от той же точки, находится на проектирующей прямой.

Значит, конец направленного отрезка, представляющий $\vec{p}$, отложенный от начала изображенных векторов, находится в точке пересечения полученных прямых.

Задача решена, но, из любопытства, найдем значение α .

Итак, $\alpha = 3$, т.е. $\vec{p} + 3\vec{q} = \vec{r}$.



Решение задачи 6.

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ.

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) =$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b});$

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q});$

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}];$

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}].$

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) =$
 $= (\vec{a}; 2\vec{a}) + (\vec{a}; -3\vec{b}) =$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) =$

$$= (\vec{a}; 2\vec{a}) + (\vec{a}; -3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.
 $= (\vec{a}; 2\vec{a}) + (\vec{a}; -3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) =$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) =$
 $= 8(\vec{p}; \vec{p})$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) =$
 $= 8(\vec{p}; \vec{p}) + 20(\vec{p}; \vec{q})$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) =$
 $= 8(\vec{p}; \vec{p}) + 20(\vec{p}; \vec{q}) - 6(\vec{q}; \vec{p})$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) =$
 $= 8(\vec{p}; \vec{p}) + 20(\vec{p}; \vec{q}) - 6(\vec{q}; \vec{p}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.
 $= 8(\vec{p}; \vec{p}) + 20(\vec{p}; \vec{q}) - 6(\vec{q}; \vec{p}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] =$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] =$

$= [\vec{a}; 2\vec{a}] + [\vec{a}; -3\vec{b}] =$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] =$

$$= [\vec{a}; 2\vec{a}] + [\vec{a}; -3\vec{b}] = 2[\vec{a}; \vec{a}] - 3[\vec{a}; \vec{b}]$$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] =$

$$= [\vec{a}; 2\vec{a}] + [\vec{a}; -3\vec{b}] = \underbrace{2[\vec{a}; \vec{a}]}_{\vec{0}} - 3[\vec{a}; \vec{b}]$$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] = -3[\vec{a}; \vec{b}]$.

$$= [\vec{a}; 2\vec{a}] + [\vec{a}; -3\vec{b}] = \underbrace{2[\vec{a}; \vec{a}]}_{\vec{0}} - 3[\vec{a}; \vec{b}]$$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] = -3[\vec{a}; \vec{b}]$.

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}] =$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] = -3[\vec{a}; \vec{b}]$.

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}] =$
 $= 8[\vec{p}; \vec{p}]$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] = -3[\vec{a}; \vec{b}]$.

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}] =$
 $= 8[\vec{p}; \vec{p}] + 20[\vec{p}; \vec{q}]$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] = -3[\vec{a}; \vec{b}]$.

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}] =$
 $= 8[\vec{p}; \vec{p}] + 20[\vec{p}; \vec{q}] - 6[\vec{q}; \vec{p}]$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] = -3[\vec{a}; \vec{b}]$.

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}] =$
 $= 8[\vec{p}; \vec{p}] + 20[\vec{p}; \vec{q}] - 6[\vec{q}; \vec{p}] - 15[\vec{q}; \vec{q}]$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] = -3[\vec{a}; \vec{b}]$.

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}] =$
 $= \underbrace{8[\vec{p}; \vec{p}]}_{\vec{0}} + 20[\vec{p}; \vec{q}] - 6[\vec{q}; \vec{p}] - 15[\vec{q}; \vec{q}]$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] = -3[\vec{a}; \vec{b}]$.

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}] =$
 $= \underbrace{8[\vec{p}; \vec{p}]}_{\vec{0}} + 20[\vec{p}; \vec{q}] - 6\underbrace{[\vec{q}; \vec{p}]}_{-[\vec{p}; \vec{q}]} - 15[\vec{q}; \vec{q}]$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] = -3[\vec{a}; \vec{b}]$.

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}] =$
 $= \underbrace{8[\vec{p}; \vec{p}]}_{\vec{0}} + 20[\vec{p}; \vec{q}] - 6\underbrace{[\vec{q}; \vec{p}]}_{-[\vec{p}; \vec{q}]} - 15\underbrace{[\vec{q}; \vec{q}]}_{\vec{0}}.$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] = -3[\vec{a}; \vec{b}]$.

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}] = 26[\vec{p}; \vec{q}]$.
 $= \underbrace{8[\vec{p}; \vec{p}]}_{\vec{0}} + 20[\vec{p}; \vec{q}] - 6\underbrace{[\vec{q}; \vec{p}]}_{-[\vec{p}; \vec{q}]} - 15\underbrace{[\vec{q}; \vec{q}]}_{\vec{0}}.$

Задача 6. «Раскройте скобки» в выражениях:

а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b})$;

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q})$;

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}]$;

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}]$.

Ответ. а) $(\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}) = 2(\vec{a}; \vec{a}) - 3(\vec{a}; \vec{b})$.

б) $(4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}) = 8(\vec{p}; \vec{p}) + 14(\vec{p}; \vec{q}) - 15(\vec{q}; \vec{q})$.

в) $[\vec{a}; 2\vec{a} - 3\vec{b}] = -3[\vec{a}; \vec{b}]$.

г) $[4\vec{p} - 3\vec{q}; 2\vec{p} + 5\vec{q}] = 26[\vec{p}; \vec{q}]$.

Решение задачи 7.

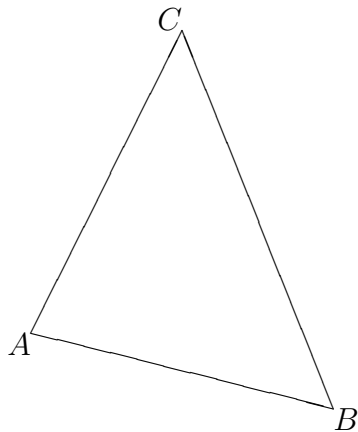
Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

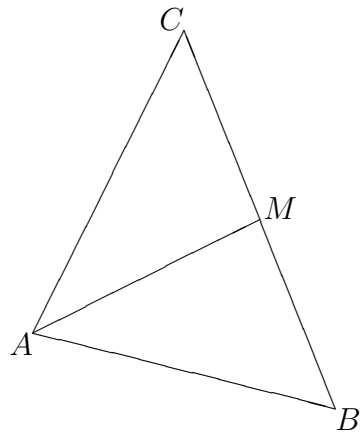
Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.



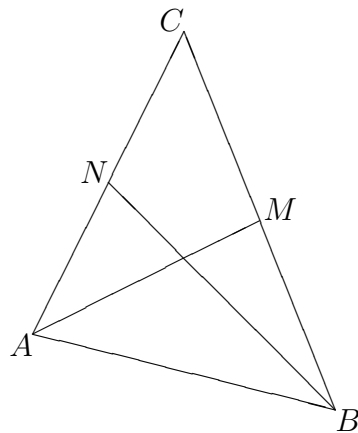
Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.



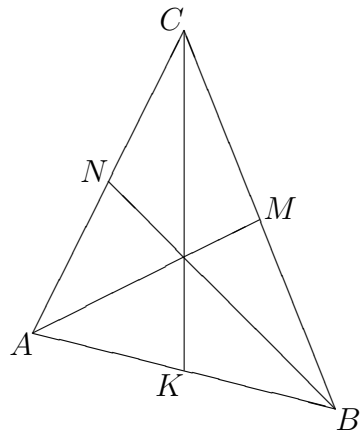
Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.



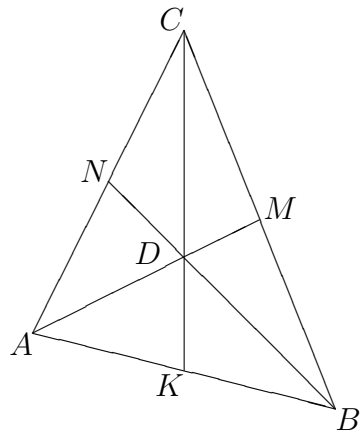
Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

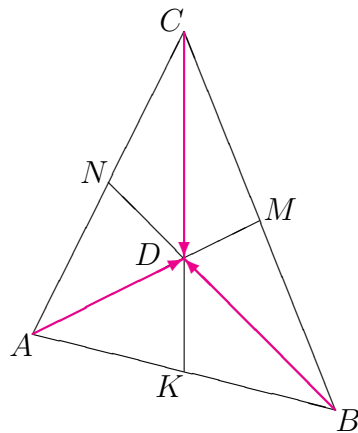
Ответ.



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

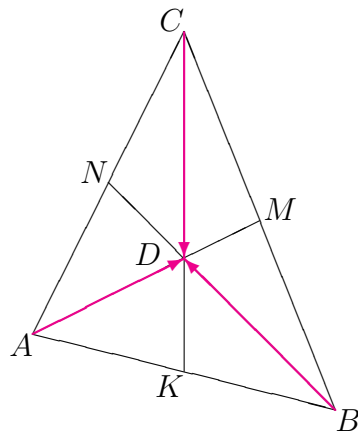
Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

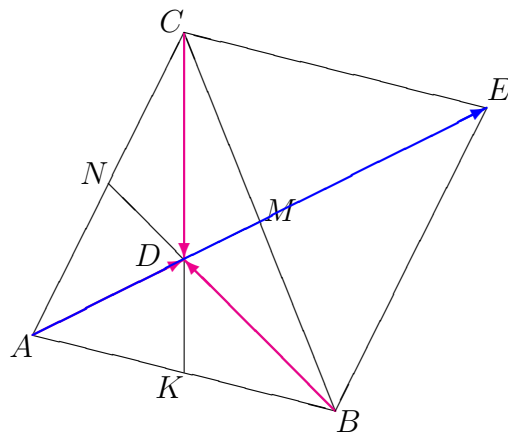
Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении $1 : 2$, поэтому $\overrightarrow{AD} =$



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

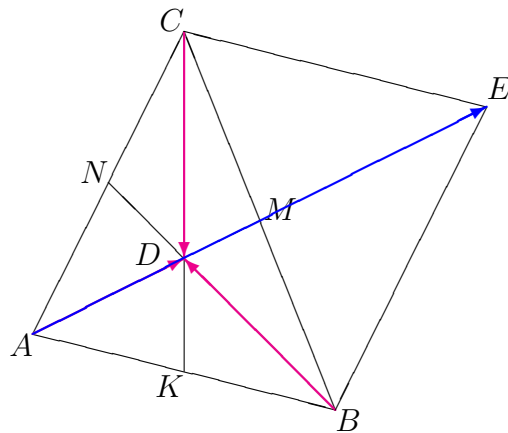
Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении $1 : 2$, поэтому $\overrightarrow{AD} =$



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

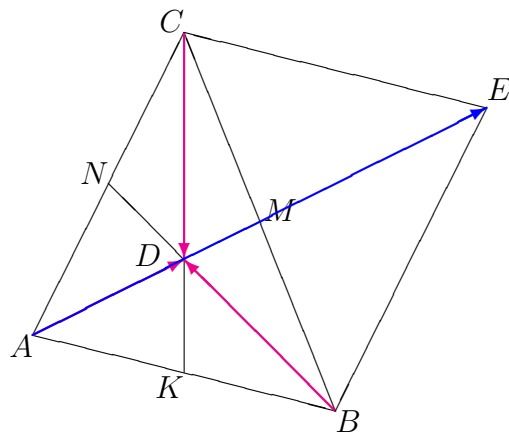
Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении $1 : 2$, поэтому $\overrightarrow{AD} =$



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

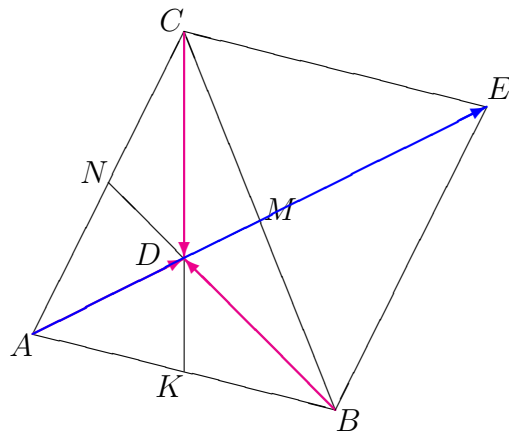
Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении $1 : 2$, поэтому $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$,



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

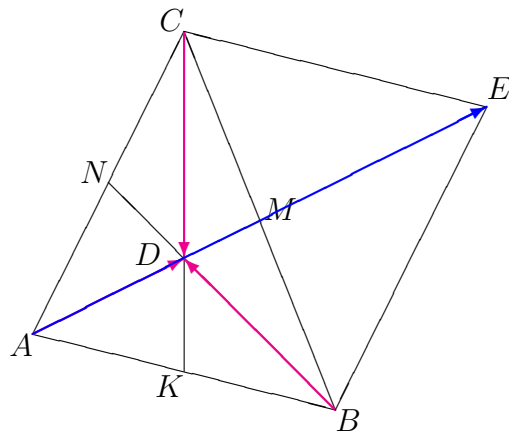
Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении $1 : 2$, поэтому $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$,



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении $1 : 2$, поэтому $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$,

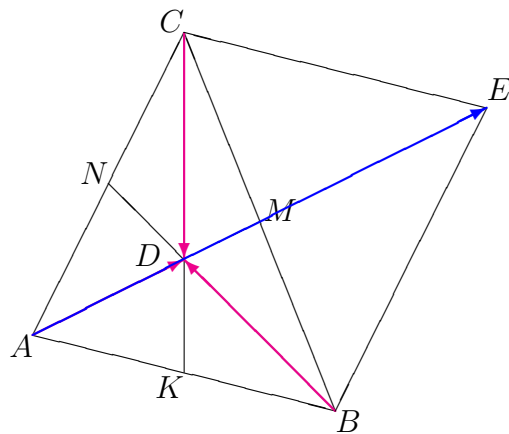


Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении $1 : 2$, поэтому $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$,

$\overrightarrow{BD} =$

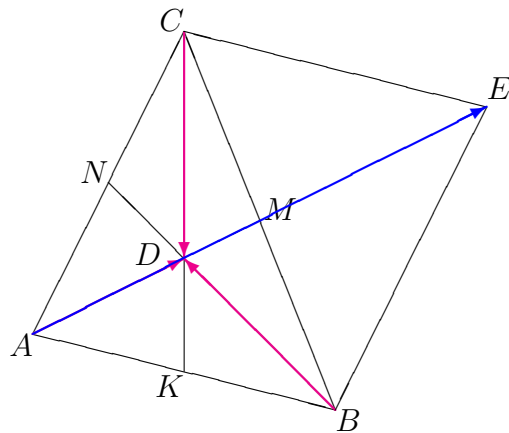


Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении $1 : 2$, поэтому $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$,

$$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}),$$

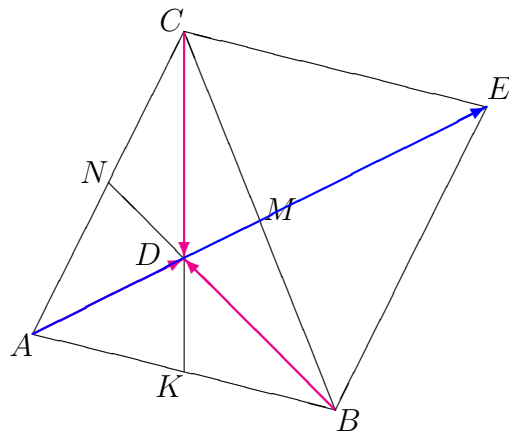


Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении $1 : 2$, поэтому $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$,

$$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}), \quad \overrightarrow{CD} =$$



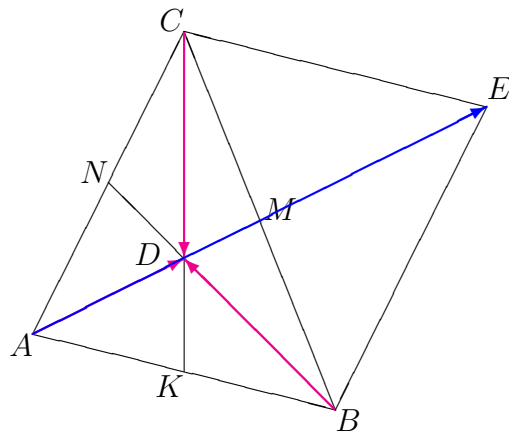
Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

Точка пересечения медиан делит каждую из них в

отношении $1 : 2$, поэтому $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$,

$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$, $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$.



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

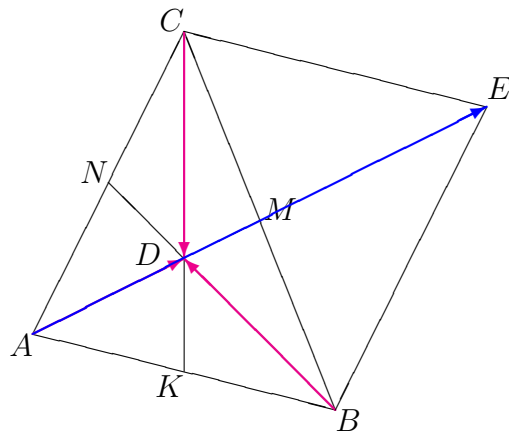
Ответ.

Точка пересечения медиан делит каждую из них в

отношении $1 : 2$, поэтому $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$,

$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$, $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$.

Таким образом, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} =$



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

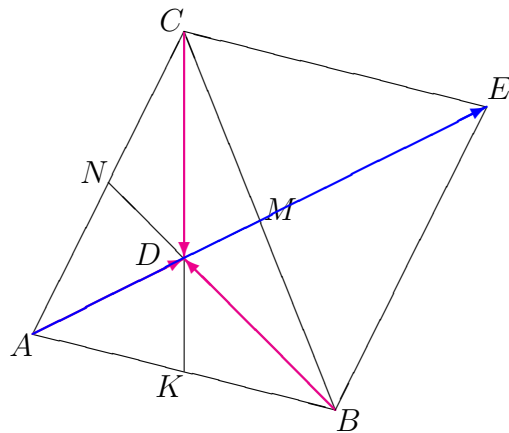
Точка пересечения медиан делит каждую из них в

отношении $1 : 2$, поэтому $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$,

$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$, $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$.

Таким образом, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} =$

$$= \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}) =$$



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

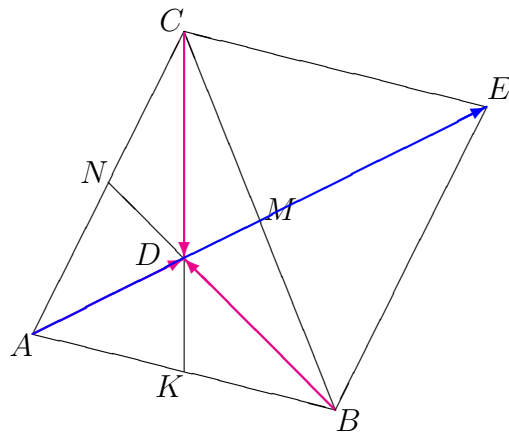
Точка пересечения медиан делит каждую из них в

отношении $1 : 2$, поэтому $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$,

$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$, $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$.

Таким образом, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} =$

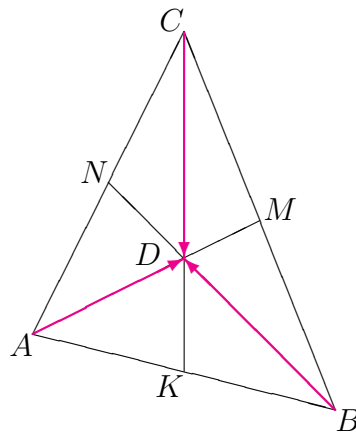
$$= \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}) = \vec{0}.$$



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

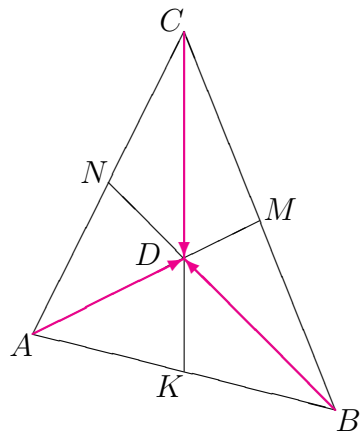
Рассмотрим решение, использующее другие геометрические соображения.



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

К сожалению, направленные отрезки, изображающие векторы, например, $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{CD}$, не выходят из одной точки, а сходятся в одной точке.

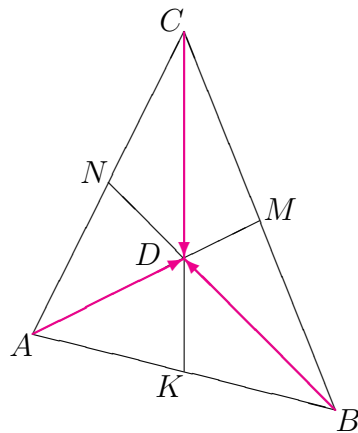


Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

К сожалению, направленные отрезки, изображающие векторы, например, $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{CD}$, не выходят из одной точки, а сходятся в одной точке.

Напрашивается рассмотреть противоположные векторы и отложить их от D .

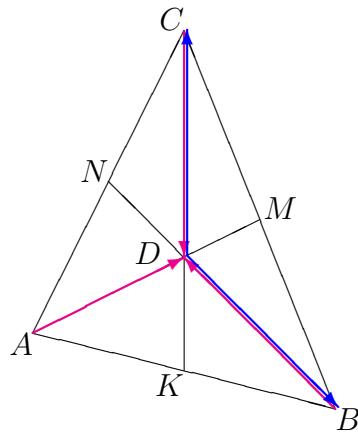


Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

К сожалению, направленные отрезки, изображающие векторы, например, $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{CD}$, не выходят из одной точки, а сходятся в одной точке.

Напрашивается рассмотреть противоположные векторы и отложить их от D .



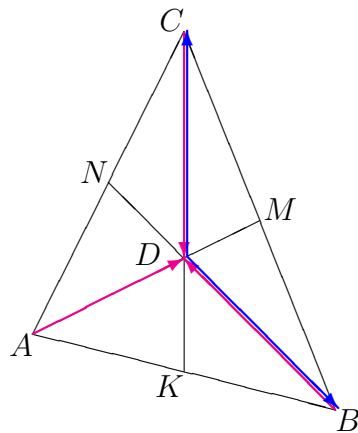
Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

К сожалению, направленные отрезки, изображающие векторы, например, $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{CD}$, не выходят из одной точки, а сходятся в одной точке.

Напрашивается рассмотреть противоположные векторы и отложить их от D .

Теперь можно найти их сумму.



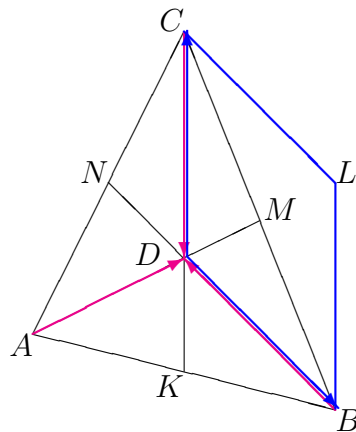
Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

К сожалению, направленные отрезки, изображающие векторы, например, $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{CD}$, не выходят из одной точки, а сходятся в одной точке.

Напрашивается рассмотреть противоположные векторы и отложить их от D .

Теперь можно найти их сумму.



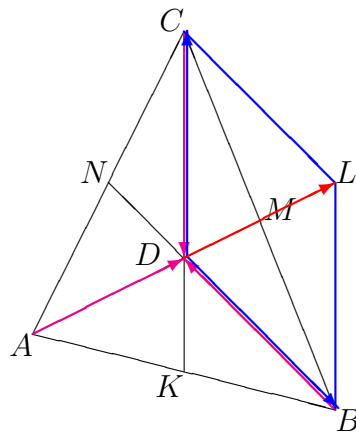
Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

К сожалению, направленные отрезки, изображающие векторы, например, $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{CD}$, не выходят из одной точки, а сходятся в одной точке.

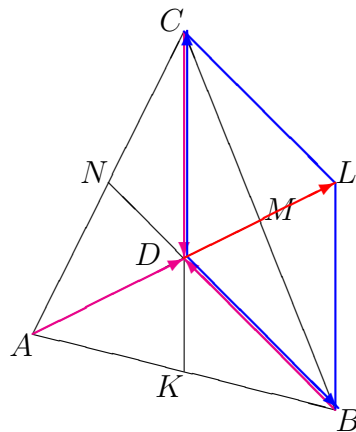
Напрашивается рассмотреть противоположные векторы и отложить их от D .

Теперь можно найти их сумму.



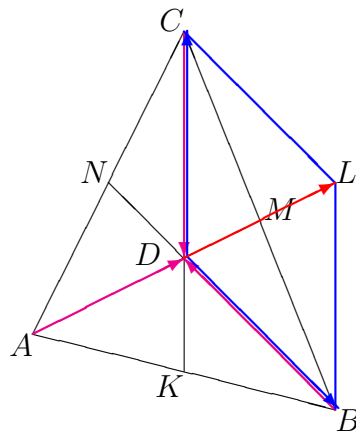
Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.
Точки A , D и L лежат на одной прямой и $AD =$



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

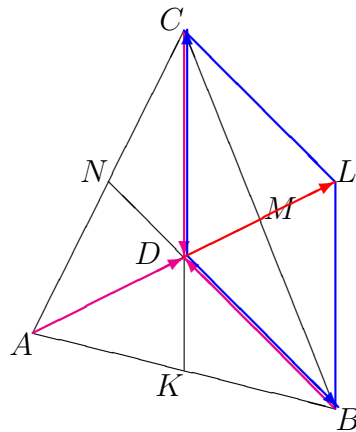
Ответ.
Точки A , D и L лежат на одной прямой и $AD = 2DM =$.



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

Точки A , D и L лежат на одной прямой и $AD = 2DM = DL$.



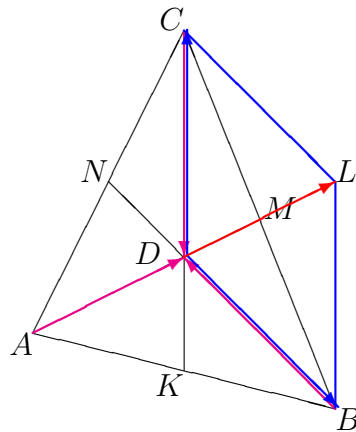
Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

Точки A , D и L лежат на одной прямой и

$$AD = 2DM = DL.$$

Значит, $\overrightarrow{AD} =$



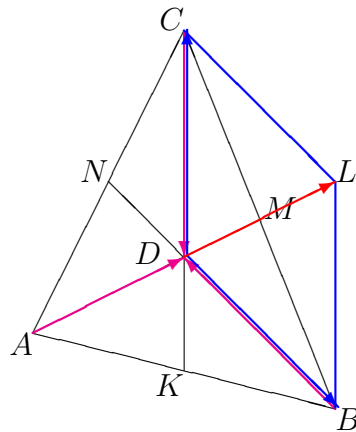
Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

Точки A , D и L лежат на одной прямой и

$$AD = 2DM = DL.$$

Значит, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DL} =$



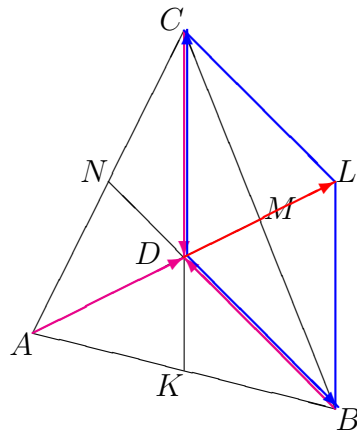
Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Ответ.

Точки A , D и L лежат на одной прямой и

$$AD = 2DM = DL.$$

Значит, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DL} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$.



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

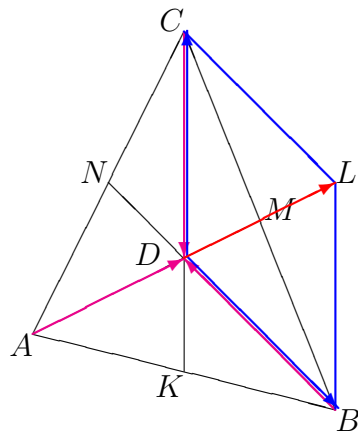
Ответ.

Точки A , D и L лежат на одной прямой и

$$AD = 2DM = DL.$$

Значит, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DL} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$.

Поэтому $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} =$



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

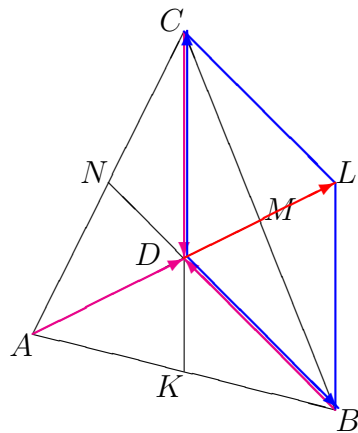
Ответ.

Точки A , D и L лежат на одной прямой и

$$AD = 2DM = DL.$$

Значит, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DL} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$.

Поэтому $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} - (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) =$



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

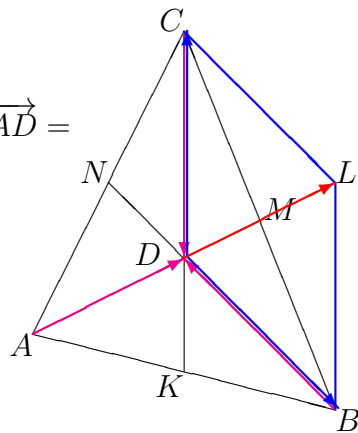
Ответ.

Точки A , D и L лежат на одной прямой и

$$AD = 2DM = DL.$$

Значит, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DL} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$.

Поэтому $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} - (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD} =$



Задача 7. В треугольнике $\triangle ABC$ через D обозначена точка пересечения медиан. Найдите сумму векторов $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

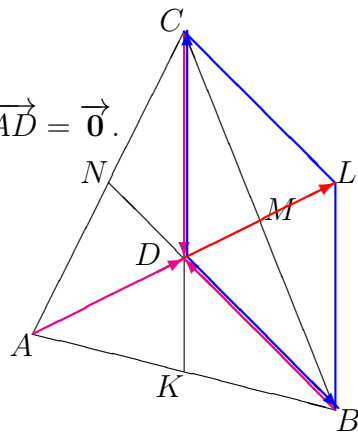
Ответ.

Точки A , D и L лежат на одной прямой и

$$AD = 2DM = DL.$$

Значит, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DL} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$.

Поэтому $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} - (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.



Решение задачи 8.

Задача 8. В треугольнике $\triangle ABC$ имеем $AB = 2$, $AC = 3$, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$. Найдите длину медианы AM .

Задача 8. В треугольнике $\triangle ABC$ имеем $AB = 2$, $AC = 3$, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$. Найдите длину медианы AM .

Ответ. Имеем $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, поэтому

Задача 8. В треугольнике $\triangle ABC$ имеем $AB = 2$, $AC = 3$, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$. Найдите длину медианы AM .

Ответ. Имеем $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, поэтому

$$AM = \left| \overrightarrow{AM} \right| =$$

Задача 8. В треугольнике $\triangle ABC$ имеем $AB = 2$, $AC = 3$, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$. Найдите длину медианы AM .

Ответ. Имеем $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, поэтому

$$AM = \left| \overrightarrow{AM} \right| = \sqrt{\frac{1}{4} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})} =$$

Задача 8. В треугольнике $\triangle ABC$ имеем $AB = 2$, $AC = 3$, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$. Найдите длину медианы AM .

Ответ. Имеем $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, поэтому

$$\begin{aligned} AM &= \left| \overrightarrow{AM} \right| = \sqrt{\frac{1}{4} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC}} = \end{aligned}$$

Задача 8. В треугольнике $\triangle ABC$ имеем $AB = 2$, $AC = 3$, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$. Найдите длину медианы AM .

Ответ. Имеем $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, поэтому

$$\begin{aligned} AM &= \left| \overrightarrow{AM} \right| = \sqrt{\frac{1}{4} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC}} = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} + 9} = \frac{\sqrt{19}}{2}. \end{aligned}$$

Решение задачи 9.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

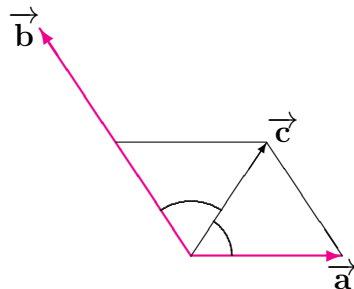
Ответ.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. Рассмотрим два варианта решения: **в терминах векторно-геометрической модели** и **в терминах векторно-символической модели**.

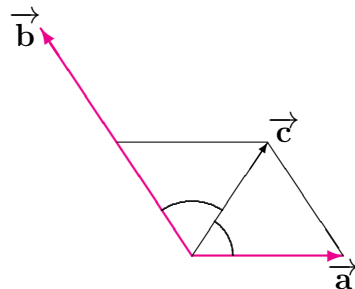
Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.



Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

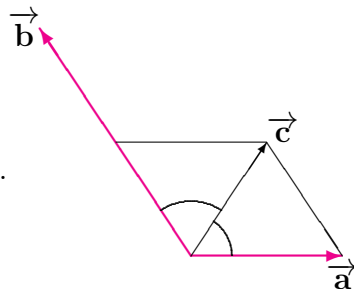
Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.



Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

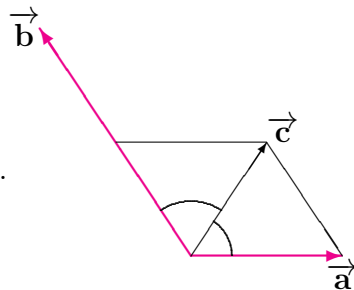
Вектор $\vec{c}$ будет представлен в виде суммы двух векторов: $\alpha \vec{a}$ и $\beta \vec{b}$.



Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

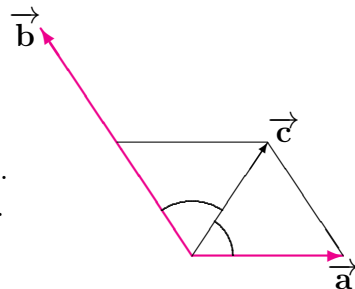
Вектор $\vec{c}$ будет представлен в виде суммы двух векторов: $\alpha \vec{a}$ и $\beta \vec{b}$.
Диагональ параллелограмма делит его угол пополам только у



Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

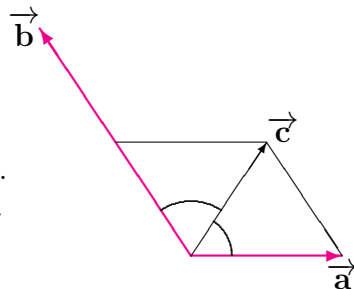
Вектор $\vec{c}$ будет представлен в виде суммы двух векторов: $\alpha \vec{a}$ и $\beta \vec{b}$.
Диагональ параллелограмма делит его угол пополам только у ромба.



Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

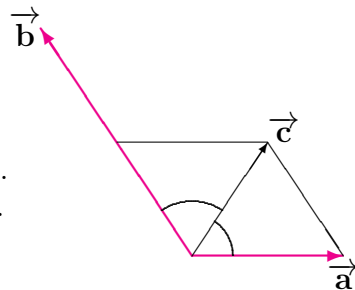
Вектор $\vec{c}$ будет представлен в виде суммы двух векторов: $\alpha \vec{a}$ и $\beta \vec{b}$.
Диагональ параллелограмма делит его угол пополам только у ромба.
Значит, длины векторов $\alpha \vec{a}$ и $\beta \vec{b}$ должны быть одинаковы.



Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Вектор $\vec{c}$ будет представлен в виде суммы двух векторов: $\alpha \vec{a}$ и $\beta \vec{b}$.
Диагональ параллелограмма делит его угол пополам только у ромба.
Значит, длины векторов $\alpha \vec{a}$ и $\beta \vec{b}$ должны быть одинаковы.
Например, чтобы получить вектор, направленный по биссектрисе, можно просуммировать **орты** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

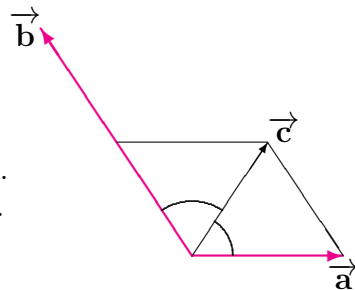
Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

Вектор $\vec{c}$ будет представлен в виде суммы двух векторов: $\alpha \vec{a}$ и $\beta \vec{b}$.

Диагональ параллелограмма делит его угол пополам только у ромба.

Значит, длины векторов $\alpha \vec{a}$ и $\beta \vec{b}$ должны быть одинаковы.

Например, чтобы получить вектор, направленный по биссектрисе, можно просуммировать **орты** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

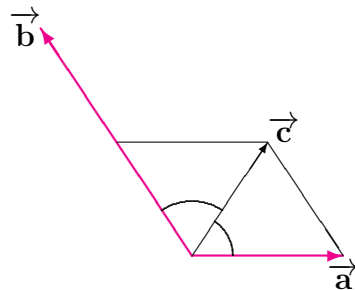


Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$\vec{c} =$

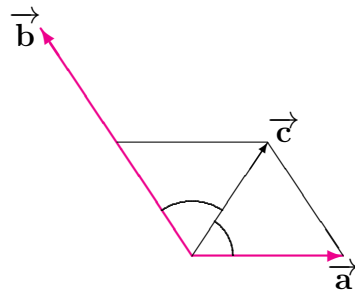


Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda$$

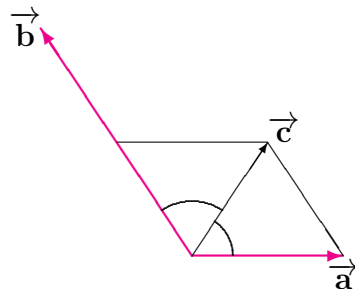


Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) =$$

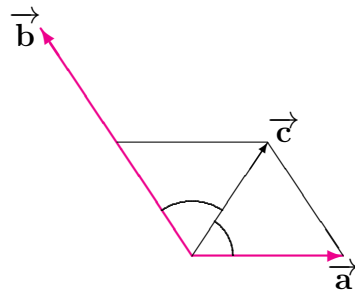


Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) = \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) =$$



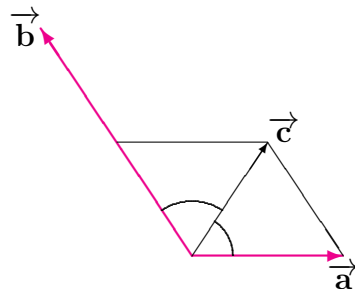
Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) = \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) =$$

Уравнение для λ получим, вычислив двумя способами



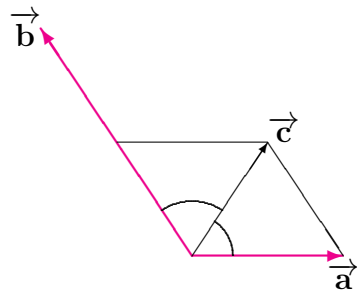
Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) = \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) =$$

Уравнение для λ получим, вычислив двумя способами $|\vec{c}|$:



Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

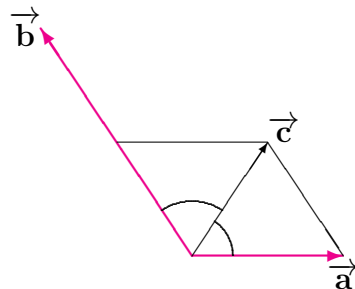
Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) = \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) =$$

Уравнение для λ получим, вычислив двумя способами $|\vec{c}|$:

$$1 =$$



Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

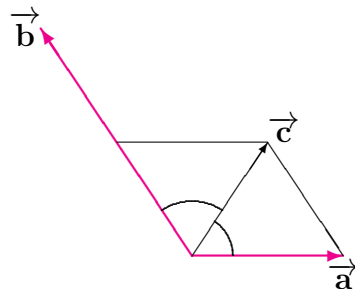
Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) = \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) =$$

Уравнение для λ получим, вычислив двумя способами $|\vec{c}|$:

$$1 = \sqrt{\left(\lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right), \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) \right)},$$

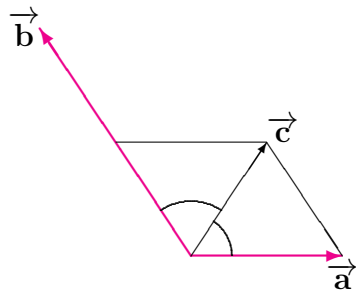


Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) = \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) =$$



Уравнение для λ получим, вычислив двумя способами $|\vec{c}|$:

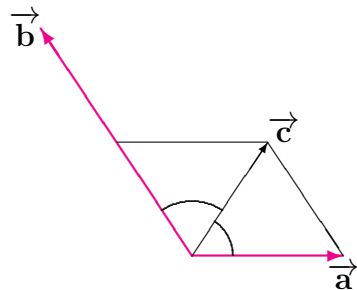
$$1 = \sqrt{\left(\lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right), \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) \right)}, \quad 1 = \lambda \sqrt{(\vec{a}, \vec{a}) + \frac{1}{2} (\vec{a}, \vec{b}) + \frac{1}{2} (\vec{b}, \vec{a}) + \frac{1}{4} (\vec{b}, \vec{b})},$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) = \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) =$$



Уравнение для λ получим, вычислив двумя способами $|\vec{c}|$:

$$1 = \sqrt{\left(\lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right), \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) \right)}, \quad 1 = \lambda \sqrt{(\vec{a}, \vec{a}) + \frac{1}{2} (\vec{a}, \vec{b}) + \frac{1}{2} (\vec{b}, \vec{a}) + \frac{1}{4} (\vec{b}, \vec{b})},$$

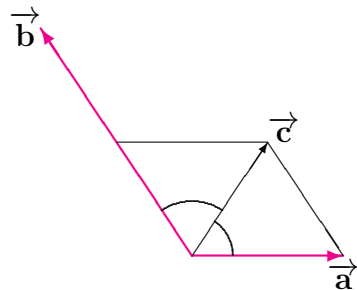
$$1 = \lambda \sqrt{\quad},$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) = \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) =$$



Уравнение для λ получим, вычислив двумя способами $|\vec{c}|$:

$$1 = \sqrt{\left(\lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right), \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) \right)}, \quad 1 = \lambda \sqrt{(\vec{a}, \vec{a}) + \frac{1}{2} (\vec{a}, \vec{b}) + \frac{1}{2} (\vec{b}, \vec{a}) + \frac{1}{4} (\vec{b}, \vec{b})},$$

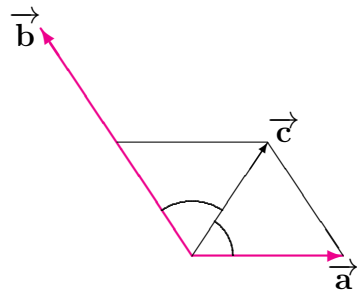
$$1 = \lambda \sqrt{1 + \quad},$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) = \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) =$$



Уравнение для λ получим, вычислив двумя способами $|\vec{c}|$:

$$1 = \sqrt{\left(\lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right), \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) \right)}, \quad 1 = \lambda \sqrt{(\vec{a}, \vec{a}) + \frac{1}{2} (\vec{a}, \vec{b}) + \frac{1}{2} (\vec{b}, \vec{a}) + \frac{1}{4} (\vec{b}, \vec{b})},$$

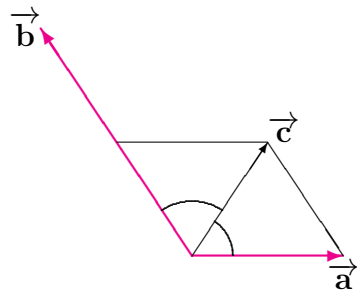
$$1 = \lambda \sqrt{1 + \left(-\frac{1}{2} \right) + \dots},$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) = \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) =$$



Уравнение для λ получим, вычислив двумя способами $|\vec{c}|$:

$$1 = \sqrt{\left(\lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right), \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) \right)}, \quad 1 = \lambda \sqrt{(\vec{a}, \vec{a}) + \frac{1}{2} (\vec{a}, \vec{b}) + \frac{1}{2} (\vec{b}, \vec{a}) + \frac{1}{4} (\vec{b}, \vec{b})},$$

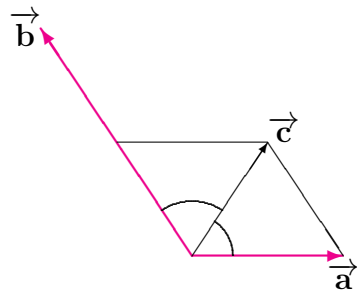
$$1 = \lambda \sqrt{1 + \left(-\frac{1}{2} \right) + \left(-\frac{1}{2} \right) +},$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) = \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) =$$



Уравнение для λ получим, вычислив двумя способами $|\vec{c}|$:

$$1 = \sqrt{\left(\lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right), \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) \right)}, \quad 1 = \lambda \sqrt{(\vec{a}, \vec{a}) + \frac{1}{2} (\vec{a}, \vec{b}) + \frac{1}{2} (\vec{b}, \vec{a}) + \frac{1}{4} (\vec{b}, \vec{b})},$$

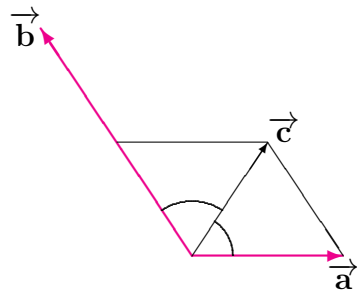
$$1 = \lambda \sqrt{1 + \left(-\frac{1}{2} \right) + \left(-\frac{1}{2} \right) + 1},$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) = \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) =$$



Уравнение для λ получим, вычислив двумя способами $|\vec{c}|$:

$$1 = \sqrt{\left(\lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right), \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) \right)}, \quad 1 = \lambda \sqrt{(\vec{a}, \vec{a}) + \frac{1}{2} (\vec{a}, \vec{b}) + \frac{1}{2} (\vec{b}, \vec{a}) + \frac{1}{4} (\vec{b}, \vec{b})},$$

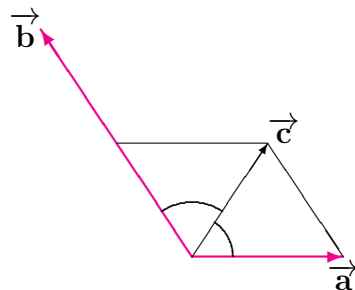
$$1 = \lambda \sqrt{1 + \left(-\frac{1}{2} \right) + \left(-\frac{1}{2} \right) + 1}, \quad \lambda = 1.$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-геометрической модели.
Применим **стратегию предвкушения**.

Сумма **ортов** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарна $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \lambda \left(\frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b} \right) = \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) = \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b}.$$



Уравнение для λ получим, вычислив двумя способами $|\vec{c}|$:

$$1 = \sqrt{\left(\lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right), \lambda \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right) \right)}, \quad 1 = \lambda \sqrt{(\vec{a}, \vec{a}) + \frac{1}{2} (\vec{a}, \vec{b}) + \frac{1}{2} (\vec{b}, \vec{a}) + \frac{1}{4} (\vec{b}, \vec{b})},$$

$$1 = \lambda \sqrt{1 + \left(-\frac{1}{2} \right) + \left(-\frac{1}{2} \right) + 1}, \quad \lambda = 1.$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ?

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? В виде равенства, в правой части которого стоит линейная комбинация векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? В виде равенства, в правой части которого стоит линейная комбинация векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? В виде равенства, в правой части которого стоит линейная комбинация векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим буквами, допустим, x и y коэффициенты перед векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, то есть пусть...

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? В виде равенства, в правой части которого стоит линейная комбинация векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим буквами, допустим, x и y коэффициенты перед векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, то есть пусть...

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

{

$$x > 0,$$

$$y > 0,$$

$\vec{c}$ имеет единичную длину...

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = \\ \\ x > 0, \\ y > 0, \end{array} \right.$$

$\vec{c}$ имеет единичную длину...

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \\ x > 0, \\ y > 0, \end{array} \right.$$

$\vec{c}$ имеет единичную длину...

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \\ x > 0, \\ y > 0, \end{array} \right.$$

$\vec{c}$ параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\begin{cases} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \\ x > 0, \\ y > 0, \end{cases}$$

$\vec{c}$ параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

$$\cos \widehat{\vec{a}, \vec{c}} = \cos \widehat{\vec{b}, \vec{c}} \dots$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\begin{cases} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \frac{(\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{a}| |x\vec{a} + y\vec{b}|} = \\ x > 0, \\ y > 0, \end{cases}$$

$\vec{c}$ параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

$$\cos \widehat{\vec{a}, \vec{c}} = \cos \widehat{\vec{b}, \vec{c}} \dots$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\begin{cases} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \frac{(\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{a}| |x\vec{a} + y\vec{b}|} = \frac{(\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{b}| |x\vec{a} + y\vec{b}|}, \\ x > 0, \\ y > 0, \end{cases}$$

$\vec{c}$ параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

$$\cos \widehat{\vec{a}, \vec{c}} = \cos \widehat{\vec{b}, \vec{c}} \dots$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \frac{(\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{a}| |x\vec{a} + y\vec{b}|} = \frac{(\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{b}| |x\vec{a} + y\vec{b}|}, \\ x > 0, \\ y > 0, \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 = \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \frac{(\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{a}| |x\vec{a} + y\vec{b}|} = \frac{(\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{b}| |x\vec{a} + y\vec{b}|}, \\ x > 0, \\ y > 0, \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 (\vec{a}, \vec{a}) + xy (\vec{a}, \vec{b}) + yx (\vec{b}, \vec{a}) + y^2 (\vec{b}, \vec{b}), \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \frac{(\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{a}| |x\vec{a} + y\vec{b}|} = \frac{(\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{b}| |x\vec{a} + y\vec{b}|}, \\ x > 0, \\ y > 0, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 (\vec{a}, \vec{a}) + xy (\vec{a}, \vec{b}) + yx (\vec{b}, \vec{a}) + y^2 (\vec{b}, \vec{b}), \\ \frac{x (\vec{a}, \vec{a}) + y (\vec{a}, \vec{b})}{x > 0, \quad y > 0} = \frac{1 \cdot 1}{y > 0} \end{array} \right.$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \frac{(\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{a}| |x\vec{a} + y\vec{b}|} = \frac{(\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{b}| |x\vec{a} + y\vec{b}|}, \\ x > 0, \\ y > 0, \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 (\vec{a}, \vec{a}) + xy (\vec{a}, \vec{b}) + yx (\vec{b}, \vec{a}) + y^2 (\vec{b}, \vec{b}), \\ \frac{x (\vec{a}, \vec{a}) + y (\vec{a}, \vec{b})}{1 \cdot 1} = \frac{x (\vec{b}, \vec{a}) + y (\vec{b}, \vec{b})}{2 \cdot 1}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \frac{(\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{a}| |x\vec{a} + y\vec{b}|} = \frac{(\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{b}| |x\vec{a} + y\vec{b}|}, \\ x > 0, \\ y > 0, \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 (\vec{a}, \vec{a}) + xy (\vec{a}, \vec{b}) + yx (\vec{b}, \vec{a}) + y^2 (\vec{b}, \vec{b}), \\ \frac{x (\vec{a}, \vec{a}) + y (\vec{a}, \vec{b})}{1 \cdot 1} = \frac{x (\vec{b}, \vec{a}) + y (\vec{b}, \vec{b})}{2 \cdot 1}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 - 2xy + 4y^2, \\ x - y = \frac{-x + 4y}{2}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \frac{(\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{a}| |x\vec{a} + y\vec{b}|} = \frac{(\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{b}| |x\vec{a} + y\vec{b}|}, \\ x > 0, \\ y > 0, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 (\vec{a}, \vec{a}) + xy (\vec{a}, \vec{b}) + yx (\vec{b}, \vec{a}) + y^2 (\vec{b}, \vec{b}), \\ \frac{x (\vec{a}, \vec{a}) + y (\vec{a}, \vec{b})}{x (\vec{b}, \vec{a}) + y (\vec{b}, \vec{b})} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 1}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 - 2xy + 4y^2, \\ x - y = \frac{-x + 4y}{2}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 3x = 6y, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \frac{(\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{a}| |x\vec{a} + y\vec{b}|} = \frac{(\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{b}| |x\vec{a} + y\vec{b}|}, \\ x > 0, \\ y > 0, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 (\vec{a}, \vec{a}) + xy (\vec{a}, \vec{b}) + yx (\vec{b}, \vec{a}) + y^2 (\vec{b}, \vec{b}), \\ \frac{x (\vec{a}, \vec{a}) + y (\vec{a}, \vec{b})}{1 \cdot 1} = \frac{x (\vec{b}, \vec{a}) + y (\vec{b}, \vec{b})}{2 \cdot 1}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 - 2xy + 4y^2, \\ x - y = \frac{-x + 4y}{2}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1 = (2y)^2 - 2 \cdot 2y \cdot y + 4y^2, \\ 3x = 6y, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \frac{(\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{a}| |x\vec{a} + y\vec{b}|} = \frac{(\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{b}| |x\vec{a} + y\vec{b}|}, \\ x > 0, \\ y > 0, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 (\vec{a}, \vec{a}) + xy (\vec{a}, \vec{b}) + yx (\vec{b}, \vec{a}) + y^2 (\vec{b}, \vec{b}), \\ \frac{x (\vec{a}, \vec{a}) + y (\vec{a}, \vec{b})}{1 \cdot 1} = \frac{x (\vec{b}, \vec{a}) + y (\vec{b}, \vec{b})}{2 \cdot 1}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 - 2xy + 4y^2, \\ x - y = \frac{-x + 4y}{2}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1 = (2y)^2 - 2 \cdot 2y \cdot y + 4y^2, \\ 3x = 6y, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x = 2y, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \frac{(\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{a}| |x\vec{a} + y\vec{b}|} = \frac{(\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{b}| |x\vec{a} + y\vec{b}|}, \\ x > 0, \\ y > 0, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 (\vec{a}, \vec{a}) + xy (\vec{a}, \vec{b}) + yx (\vec{b}, \vec{a}) + y^2 (\vec{b}, \vec{b}), \\ \frac{x (\vec{a}, \vec{a}) + y (\vec{a}, \vec{b})}{1 \cdot 1} = \frac{x (\vec{b}, \vec{a}) + y (\vec{b}, \vec{b})}{2 \cdot 1}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 - 2xy + 4y^2, \\ x - y = \frac{-x + 4y}{2}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1 = (2y)^2 - 2 \cdot 2y \cdot y + 4y^2, \\ 3x = 6y, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 4y^2 = 1, \\ x = 2y, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \frac{(\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{a}| |x\vec{a} + y\vec{b}|} = \frac{(\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{b}| |x\vec{a} + y\vec{b}|}, \\ x > 0, \\ y > 0, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 (\vec{a}, \vec{a}) + xy (\vec{a}, \vec{b}) + yx (\vec{b}, \vec{a}) + y^2 (\vec{b}, \vec{b}), \\ \frac{x (\vec{a}, \vec{a}) + y (\vec{a}, \vec{b})}{1 \cdot 1} = \frac{x (\vec{b}, \vec{a}) + y (\vec{b}, \vec{b})}{2 \cdot 1}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 - 2xy + 4y^2, \\ x - y = \frac{-x + 4y}{2}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1 = (2y)^2 - 2 \cdot 2y \cdot y + 4y^2, \\ 3x = 6y, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 4y^2 = 1, \\ x = 2y, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{1}{2}. \end{array} \right.$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Первый вариант: переведём дословно условия на «язык равенств и неравенств».

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = (x\vec{a} + y\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}), \\ \frac{(\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{a}| |x\vec{a} + y\vec{b}|} = \frac{(\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b})}{|\vec{b}| |x\vec{a} + y\vec{b}|}, \\ x > 0, \\ y > 0, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 (\vec{a}, \vec{a}) + xy (\vec{a}, \vec{b}) + yx (\vec{b}, \vec{a}) + y^2 (\vec{b}, \vec{b}), \\ \frac{x (\vec{a}, \vec{a}) + y (\vec{a}, \vec{b})}{1 \cdot 1} = \frac{x (\vec{b}, \vec{a}) + y (\vec{b}, \vec{b})}{2 \cdot 1}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = x^2 - 2xy + 4y^2, \\ x - y = \frac{-x + 4y}{2}, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1 = (2y)^2 - 2 \cdot 2y \cdot y + 4y^2, \\ 3x = 6y, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 4y^2 = 1, \\ x = 2y, \\ x > 0, \quad y > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x = 1, \\ y = \frac{1}{2}. \end{array} \right.$$

Значит, $\vec{c} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$, что совпадает с **ранее полученным результатом**.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Рассмотрим более изощренный вариант, основанный на непосредственном учёте векторно-геометрической модели.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

{

Угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, поэтому угол между $\vec{a}$ и $\vec{c}$, а также и между $\vec{b}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{\pi}{3}$.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

{

Угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, поэтому угол между $\vec{a}$ и $\vec{c}$, а также и между $\vec{b}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{\pi}{3}$.
Значит, естественно вычислить двумя способами скалярное произведение между $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\left\{ \begin{array}{l} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = \end{array} \right.$$

Угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, поэтому угол между $\vec{a}$ и $\vec{c}$, а также и между $\vec{b}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{\pi}{3}$.
Значит, естественно вычислить двумя способами скалярное произведение между $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\left\{ \begin{array}{l} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, \\ \end{array} \right.$$

Угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, поэтому угол между $\vec{a}$ и $\vec{c}$, а также и между $\vec{b}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{\pi}{3}$.
Значит, естественно вычислить двумя способами скалярное произведение между $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\left\{ \begin{array}{l} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, \\ \end{array} \right.$$

Угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, поэтому угол между $\vec{a}$ и $\vec{c}$, а также и между $\vec{b}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{\pi}{3}$.

А также вычислить двумя способами скалярное произведение между $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\begin{cases} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, \\ (\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}) = \end{cases}$$

Угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, поэтому угол между $\vec{a}$ и $\vec{c}$, а также и между $\vec{b}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{\pi}{3}$.

А также вычислить двумя способами скалярное произведение между $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\begin{cases} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, \\ (\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, поэтому угол между $\vec{a}$ и $\vec{c}$, а также и между $\vec{b}$ и $\vec{c}$ равен $\frac{\pi}{3}$.

А также вычислить двумя способами скалярное произведение между $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\begin{cases} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, & x(\vec{a}, \vec{a}) + y(\vec{a}, \vec{b}) = \\ (\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3} & \end{cases}$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\begin{cases} \left(\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b} \right) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, & \begin{cases} x(\vec{a}, \vec{a}) + y(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}, \\ \left(\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b} \right) = |\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3} \end{cases} \end{cases}$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\begin{cases} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, & \begin{cases} x(\vec{a}, \vec{a}) + y(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}, \\ x(\vec{b}, \vec{a}) + y(\vec{b}, \vec{b}) = \end{cases} \\ (\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\begin{cases} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, & \begin{cases} x(\vec{a}, \vec{a}) + y(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}, \\ x(\vec{b}, \vec{a}) + y(\vec{b}, \vec{b}) = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \\ (\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\begin{cases} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, & \begin{cases} x(\vec{a}, \vec{a}) + y(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}, \\ x(\vec{b}, \vec{a}) + y(\vec{b}, \vec{b}) = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \\ (\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + \\ \end{cases}$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\begin{cases} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, & \begin{cases} x(\vec{a}, \vec{a}) + y(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}, \\ x(\vec{b}, \vec{a}) + y(\vec{b}, \vec{b}) = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \\ (\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + (-1)y = \end{cases}$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\begin{cases} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, & \begin{cases} x(\vec{a}, \vec{a}) + y(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}, \\ x(\vec{b}, \vec{a}) + y(\vec{b}, \vec{b}) = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \\ (\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + (-1)y = \frac{1}{2}, \end{cases}$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\begin{cases} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, & \begin{cases} x(\vec{a}, \vec{a}) + y(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}, \\ x(\vec{b}, \vec{a}) + y(\vec{b}, \vec{b}) = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \\ (\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + (-1)y = \frac{1}{2}, \\ -x + \end{cases}$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\begin{cases} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, & \begin{cases} x(\vec{a}, \vec{a}) + y(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}, \\ x(\vec{b}, \vec{a}) + y(\vec{b}, \vec{b}) = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \\ (\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + (-1)y = \frac{1}{2}, \\ -x + 4y = \end{cases}$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\begin{cases} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, & \begin{cases} x(\vec{a}, \vec{a}) + y(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}, \\ x(\vec{b}, \vec{a}) + y(\vec{b}, \vec{b}) = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \\ (\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + (-1)y = \frac{1}{2}, \\ -x + 4y = 1 \end{cases}$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\begin{cases} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, & \begin{cases} x(\vec{a}, \vec{a}) + y(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}, \\ x(\vec{b}, \vec{a}) + y(\vec{b}, \vec{b}) = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \\ (\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + (-1)y = \frac{1}{2}, \\ -x + 4y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1, \\ y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Задача 9. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Вектор $\vec{c}$ имеет единичную длину и параллелен биссектрисе угла, образованного векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти разложение $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ. В терминах векторно-символической модели.

Применим **стратегию составления уравнений**. $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, $x > 0$, $y > 0$.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

$$\begin{cases} (\vec{a}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3}, \\ (\vec{b}, x\vec{a} + y\vec{b}) = |\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x(\vec{a}, \vec{a}) + y(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}, \\ x(\vec{b}, \vec{a}) + y(\vec{b}, \vec{b}) = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + (-1)y = \frac{1}{2}, \\ -x + 4y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1, \\ y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Значит, $\vec{c} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$, что тоже совпадает с **ранее полученным результатом**.

Задача решена.

Решение задачи 10.

Задача 10. В трапеции отношение нижнего основания AB к верхнему DC равно 3. Из середины M основания AB проведен отрезок MN параллельно диагонали AC до точки пересечения с диагональю BD . Во сколько раз MN короче, чем AC ?

Задача 10. В трапеции отношение нижнего основания AB к верхнему DC равно 3. Из середины M основания AB проведен отрезок MN параллельно диагонали AC до точки пересечения с диагональю BD . Во сколько раз MN короче, чем AC ?

Ответ. $8/3$.

Решение задачи 11.

Задача 11. В треугольнике ABC проведена медиана CM . Точка K делит сторону CB в отношении $1 : 2$, считая от C . Прямая KN параллельна AC , где N принадлежит AB . В каком отношении точка L пересечения прямых CM и KN делит отрезок KN ?

Задача 11. В треугольнике ABC проведена медиана CM . Точка K делит сторону CB в отношении $1 : 2$, считая от C . Прямая KN параллельна AC , где N принадлежит AB . В каком отношении точка L пересечения прямых CM и KN делит отрезок KN ?

Ответ. $1 : 1$.

Решение задачи 12.

Задача 12. Угол при основании равнобедренной трапеции равен 60° . Большее ее основание равно 14, боковая сторона — 4. В каком отношении перпендикуляр к диагонали, проведенный из вершины меньшего основания, делит эту диагональ трапеции?

Задача 12. Угол при основании равнобедренной трапеции равен 60° . Большее ее основание равно 14, боковая сторона — 4. В каком отношении перпендикуляр к диагонали, проведенный из вершины меньшего основания, делит эту диагональ трапеции?

Ответ. 3 : 10.

Решение задачи 13.

Задача 13. Угол при основании равнобедренной трапеции равен 60° . Большее ее основание равно 14, боковая сторона — 4. Из вершины трапеции, лежащей на меньшем основании, проведен перпендикуляр к диагонали трапеции, который продлен до пересечения с большим основанием. В каком отношении точка пересечения делит большее основание?

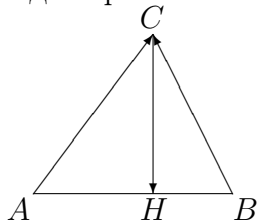
Задача 13. Угол при основании равнобедренной трапеции равен 60° . Большее ее основание равно 14, боковая сторона — 4. Из вершины трапеции, лежащей на меньшем основании, проведен перпендикуляр к диагонали трапеции, который продлен до пересечения с большим основанием. В каком отношении точка пересечения делит большее основание?

Ответ. 3 : 11.

Решение задачи 14.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.

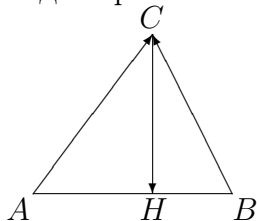
Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Первый способ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.

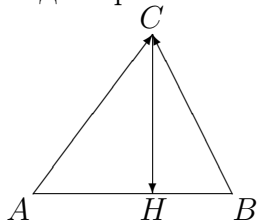


Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.

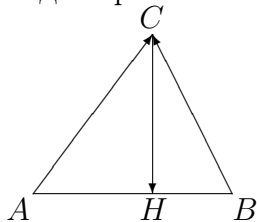


Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



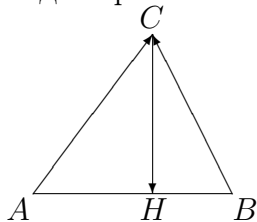
Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ?

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



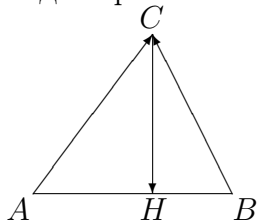
Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? Алгебраическим выражением.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

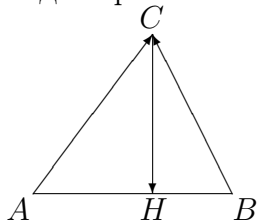
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? Алгебраическим выражением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

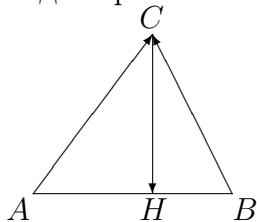
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? Алгебраическим выражением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим буквами коэффициенты в разложении, например, положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

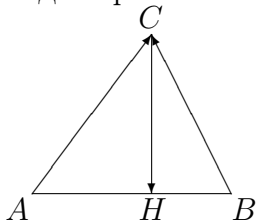
Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? Алгебраическим выражением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим буквами коэффициенты в разложении, например, положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами?

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.

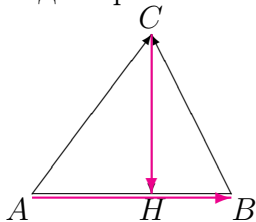


Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Обратим внимание в первую очередь на коллинеарные и ортогональные векторы.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



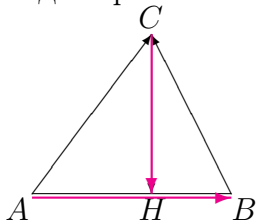
Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Обратим внимание в первую очередь на коллинеарные и ортогональные векторы.

Замечаем, что, во-первых,

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



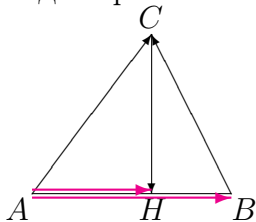
Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Обратим внимание в первую очередь на коллинеарные и ортогональные векторы.

Замечаем, что, во-первых, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$ ортогональны и,

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



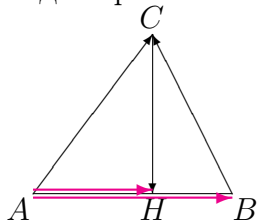
Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Обратим внимание в первую очередь на коллинеарные и ортогональные векторы.

Замечаем, что, во-первых, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$ ортогональны и, во-вторых,

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



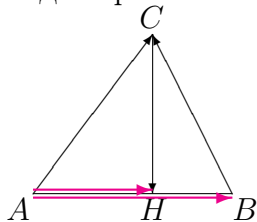
Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Обратим внимание в первую очередь на коллинеарные и ортогональные векторы.

Замечаем, что, во-первых, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$ ортогональны и,
во-вторых, что векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AH}$ коллинеарны.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

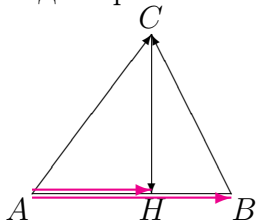
Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Обратим внимание в первую очередь на коллинеарные и ортогональные векторы.

Замечаем, что, во-первых, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$ ортогональны и, во-вторых, что векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AH}$ коллинеарны.

Переводя эти утверждения на язык равенств, получаем систему векторных равенств

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

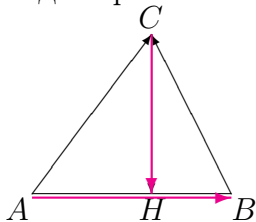
Обратим внимание в первую очередь на коллинеарные и ортогональные векторы.

Замечаем, что, во-первых, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$ ортогональны и, во-вторых, что векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AH}$ коллинеарны.

Переводя эти утверждения на язык равенств, получаем систему векторных равенств

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \end{cases}$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

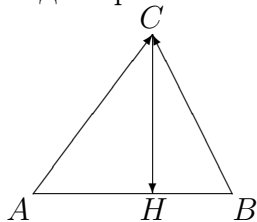
Обратим внимание в первую очередь на коллинеарные и ортогональные векторы.

Замечаем, что, во-первых, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$ ортогональны и, во-вторых, что векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AH}$ коллинеарны.

Переводя эти утверждения на язык равенств, получаем систему векторных равенств

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0. \end{cases} \quad (32)$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Обратим внимание в первую очередь на коллинеарные и ортогональные векторы.

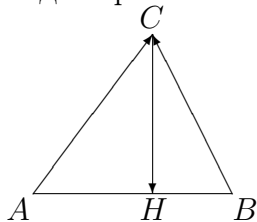
Замечаем, что, во-первых, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$ ортогональны и, во-вторых, что векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AH}$ коллинеарны.

Переводя эти утверждения на язык равенств, получаем систему векторных равенств

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0. \end{cases} \quad (32)$$

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$,

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Обратим внимание в первую очередь на коллинеарные и ортогональные векторы.

Замечаем, что, во-первых, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$ ортогональны и, во-вторых, что векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AH}$ коллинеарны.

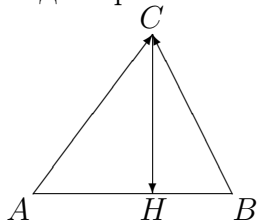
Переводя эти утверждения на язык равенств, получаем систему векторных равенств

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0. \end{cases} \quad (32)$$

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$,

$$\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CH} =$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Обратим внимание в первую очередь на коллинеарные и ортогональные векторы.

Замечаем, что, во-первых, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$ ортогональны и, во-вторых, что векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AH}$ коллинеарны.

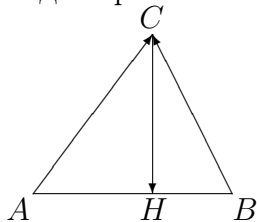
Переводя эти утверждения на язык равенств, получаем систему векторных равенств

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0. \end{cases} \quad (32)$$

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$,

$$\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CH} = \overrightarrow{AC} + u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC} =$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Обратим внимание в первую очередь на коллинеарные и ортогональные векторы.

Замечаем, что, во-первых, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$ ортогональны и, во-вторых, что векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AH}$ коллинеарны.

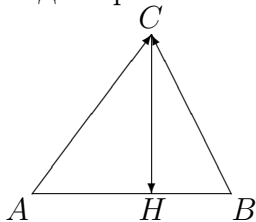
Переводя эти утверждения на язык равенств, получаем систему векторных равенств

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0. \end{cases} \quad (32)$$

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$,

$$\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CH} = \overrightarrow{AC} + u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC} = (1+u)\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}.$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

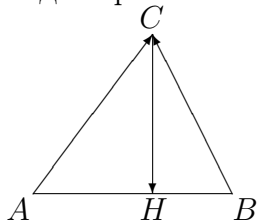
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda\overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0. \end{cases} \quad (32)$$

$$\overrightarrow{AH} = (1 + u)\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}.$$

Следовательно, первое уравнение системы (32) представляется таким образом:

$$(1 + u)\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC} = \lambda(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) \Rightarrow$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

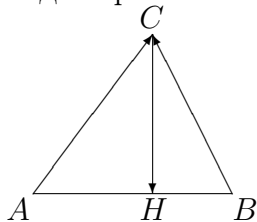
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda\overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0. \end{cases} \quad (32)$$

$$\overrightarrow{AH} = (1 + u)\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}.$$

Следовательно, первое уравнение системы (32) представляется таким образом:

$$(1 + u)\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC} = \lambda(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) \Rightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda & (\text{коэфф-т при } \overrightarrow{AC}), \end{cases}$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

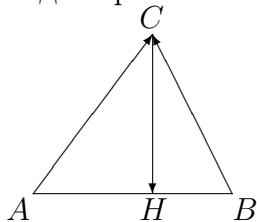
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda\overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0. \end{cases} \quad (32)$$

$$\overrightarrow{AH} = (1 + u)\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}.$$

Следовательно, первое уравнение системы (32) представляется таким образом:

$$(1 + u)\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC} = \lambda(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) \Rightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda & (\text{коэфф-т при } \overrightarrow{AC}), \\ v = -\lambda & (\text{коэфф-т при } \overrightarrow{BC}). \end{cases}$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0. \end{cases} \quad (32)$$

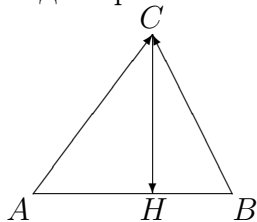
$$\overrightarrow{AH} = (1 + u)\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}.$$

Следовательно, первое уравнение системы (32) представляется таким образом:

$$(1 + u)\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC} = \lambda (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) \Rightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda & (\text{коэфф-т при } \overrightarrow{AC}), \\ v = -\lambda & (\text{коэфф-т при } \overrightarrow{BC}). \end{cases}$$

Поэтому система (32) переписывается в виде системы алгебраических уравнений относительно переменных u, v :

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0. \end{cases} \quad (32)$$

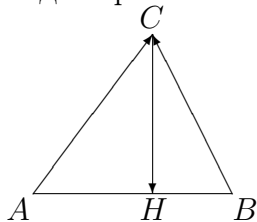
$$\overrightarrow{AH} = (1 + u)\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}.$$

Следовательно, первое уравнение системы (32) представляется таким образом:

$$(1 + u)\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC} = \lambda (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) \Rightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda & (\text{коэфф-т при } \overrightarrow{AC}), \\ v = -\lambda & (\text{коэфф-т при } \overrightarrow{BC}). \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ (u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}) (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) = 0. \end{cases} \quad (33)$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



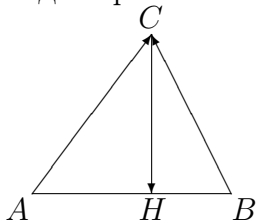
Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ (u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}) (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) = 0. \end{cases} \quad (33)$$

Последнее уравнение потребует особых усилий. Раскроем скобки и воспользуемся свойствами $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AC}| = 15^2$, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BC} = 13^2$. Получим

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

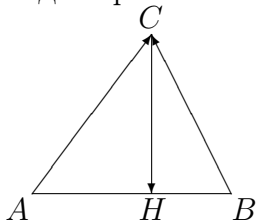
Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ (u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}) (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) = 0. \end{cases} \quad (33)$$

$$15^2 u + (v - u) |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos \angle ACB - 13^2 v = 0.$$

Косинус угла можно найти с помощью теоремы косинусов:

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

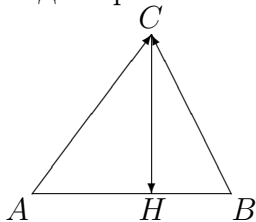
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ (u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}) (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) = 0. \end{cases} \quad (33)$$

$$15^2 u + (v - u) |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos \angle ACB - 13^2 v = 0.$$

Косинус угла можно найти с помощью теоремы косинусов:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos \angle ACB \Rightarrow$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

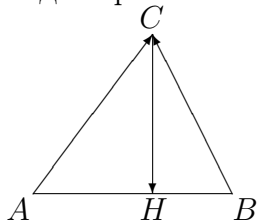
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ (u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}) (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) = 0. \end{cases} \quad (33)$$

$$15^2 u + (v - u) |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos \angle ACB - 13^2 v = 0.$$

Косинус угла можно найти с помощью теоремы косинусов:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ACB \Rightarrow \cos \angle ACB = \frac{15^2 + 13^2 - 14^2}{2 \cdot 15 \cdot 13} =$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

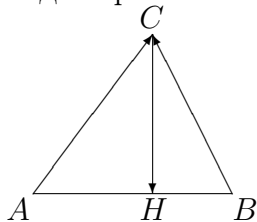
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ (u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}) (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) = 0. \end{cases} \quad (33)$$

$$15^2 u + (v - u) |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos \angle ACB - 13^2 v = 0.$$

Косинус угла можно найти с помощью теоремы косинусов:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ACB \Rightarrow \cos \angle ACB = \frac{15^2 + 13^2 - 14^2}{2 \cdot 15 \cdot 13} = \frac{198}{2 \cdot 15 \cdot 13} =$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

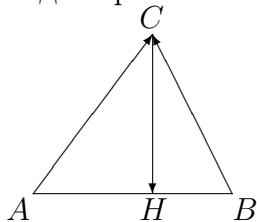
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ (u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}) (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) = 0. \end{cases} \quad (33)$$

$$15^2 u + (v - u) |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos \angle ACB - 13^2 v = 0.$$

Косинус угла можно найти с помощью теоремы косинусов:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ACB \Rightarrow \cos \angle ACB = \frac{15^2 + 13^2 - 14^2}{2 \cdot 15 \cdot 13} = \frac{198}{2 \cdot 15 \cdot 13} = \frac{33}{65}.$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

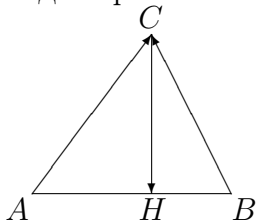
Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ (u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}) (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) = 0. \end{cases} \quad (33)$$

$$15^2 u + (v - u) |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos \angle ACB - 13^2 v = 0, \quad \cos \angle ACB = \frac{33}{65}.$$

$$\begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ 15^2 u + (v - u) \cdot 15 \cdot 13 \cdot \frac{33}{65} - 13^2 v = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

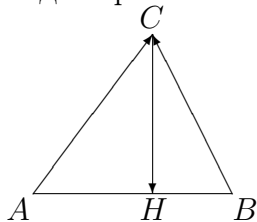
Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ (u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}) (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) = 0. \end{cases} \quad (33)$$

$$15^2 u + (v - u) |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos \angle ACB - 13^2 v = 0, \quad \cos \angle ACB = \frac{33}{65}.$$

$$\begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ 15^2 u + (v - u) \cdot 15 \cdot 13 \cdot \frac{33}{65} - 13^2 v = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \lambda - 1, \\ v = -\lambda, \\ 126u - 70v = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

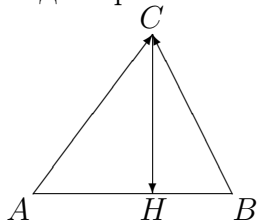
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ (u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}) (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) = 0. \end{cases} \quad (33)$$

$$15^2 u + (v - u) |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos \angle ACB - 13^2 v = 0, \quad \cos \angle ACB = \frac{33}{65}.$$

$$\begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ 15^2 u + (v - u) \cdot 15 \cdot 13 \cdot \frac{33}{65} - 13^2 v = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \lambda - 1, \\ v = -\lambda, \\ 126u - 70v = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = \lambda - 1, \\ v = -\lambda, \\ 9(\lambda - 1) + 5\lambda = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

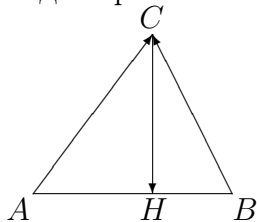
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ (u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}) (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) = 0. \end{cases} \quad (33)$$

$$15^2 u + (v - u) |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos \angle ACB - 13^2 v = 0, \quad \cos \angle ACB = \frac{33}{65}.$$

$$\begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ 15^2 u + (v - u) \cdot 15 \cdot 13 \cdot \frac{33}{65} - 13^2 v = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \lambda - 1, \\ v = -\lambda, \\ 126u - 70v = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = \lambda - 1, \\ v = -\lambda, \\ 9(\lambda - 1) + 5\lambda = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \lambda - 1, \\ v = -\lambda, \\ 14\lambda = 9 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

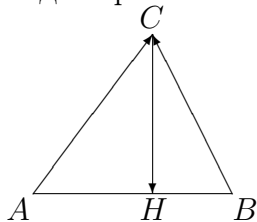
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ (u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}) (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) = 0. \end{cases} \quad (33)$$

$$15^2 u + (v - u) |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos \angle ACB - 13^2 v = 0, \quad \cos \angle ACB = \frac{33}{65}.$$

$$\begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ 15^2 u + (v - u) \cdot 15 \cdot 13 \cdot \frac{33}{65} - 13^2 v = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \lambda - 1, \\ v = -\lambda, \\ 126u - 70v = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = \lambda - 1, \\ v = -\lambda, \\ 9(\lambda - 1) + 5\lambda = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \lambda - 1, \\ v = -\lambda, \\ 14\lambda = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = -\frac{5}{14}, \\ v = -\frac{9}{14}, \\ \lambda = \frac{9}{14}. \end{cases}$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

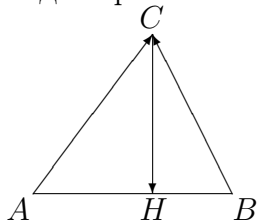
Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}, \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + u = \lambda, \\ v = -\lambda, \\ (u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}) (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}) = 0. \end{cases} \quad (33)$$

$$\begin{cases} u = -\frac{5}{14}, \\ v = -\frac{9}{14}, \\ \lambda = \frac{9}{14}. \end{cases}$$

Получили ответ: $\overrightarrow{CH} = -\frac{5}{14}\overrightarrow{AB} - \frac{9}{14}\overrightarrow{BC}$.

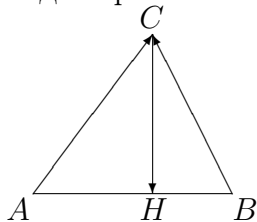
Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Второй способ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.

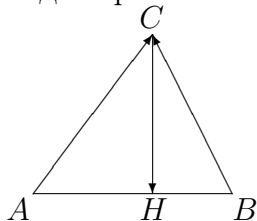


Ответ.

Второй способ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.

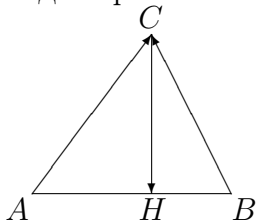


Ответ.

Второй способ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



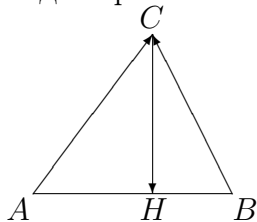
Ответ.

Второй способ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ?

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



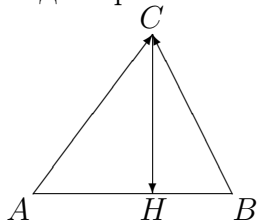
Ответ.

Второй способ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? Алгебраическим выражением.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

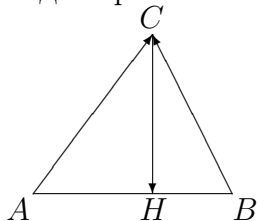
Второй способ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? Алгебраическим выражением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

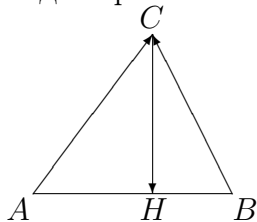
Второй способ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? Алгебраическим выражением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим буквами коэффициенты в разложении, например, положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Второй способ. Применим **стратегию составления уравнений**.

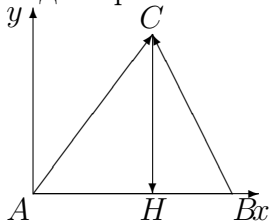
Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? Алгебраическим выражением.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим буквами коэффициенты в разложении, например, положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами?

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.

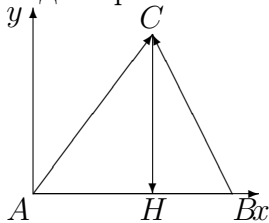


Ответ.

Второй способ. Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами? Введем прямоугольную декартову систему координат следующим образом: начало координат поместим в точку A , ось абсцисс пустим по прямой AB (положительное направление в сторону B), ось ординат направим так, чтобы ордината точки C была положительна. Получим рис. **22,6**.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.

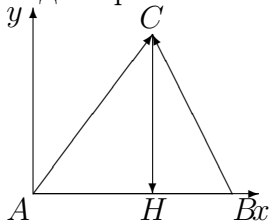


Ответ.

Второй способ. Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами? Ясно, что главная проблема состоит в нахождении координат точки C , так как координаты точек A и B известны: $A(0; 0)$, $B(14; 0)$.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



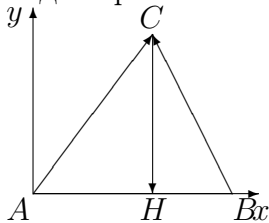
Ответ.

Второй способ. Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AB} + v\overrightarrow{BC}$.

Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами? Ясно, что главная проблема состоит в нахождении координат точки C , так как координаты точек A и B известны: $A(0; 0)$, $B(14; 0)$.

Обозначим координаты точки C буквами: $C(x; y)$.

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

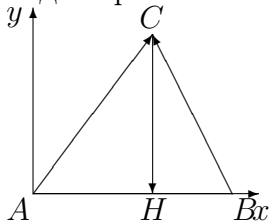
Второй способ. Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами? Ясно, что главная проблема состоит в нахождении координат точки C , так как координаты точек A и B известны: $A(0; 0)$, $B(14; 0)$.

Обозначим координаты точки C буквами: $C(x; y)$.

Вычисляя разными способами квадраты длин векторов $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BC}$, получим систему уравнений

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Второй способ. Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AB} + v\overrightarrow{BC}$.

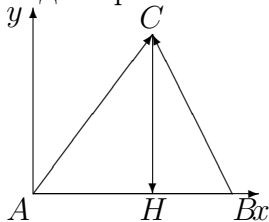
Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами? Ясно, что главная проблема состоит в нахождении координат точки C , так как координаты точек A и B известны: $A(0; 0)$, $B(14; 0)$.

Обозначим координаты точки C буквами: $C(x; y)$.

Вычисляя разными способами квадраты длин векторов $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BC}$, получим систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 15^2, \\ (x - 14)^2 + y^2 = 13^2 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Второй способ. Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

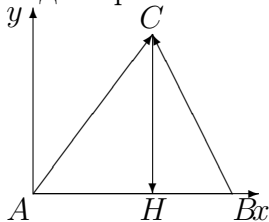
Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами? Ясно, что главная проблема состоит в нахождении координат точки C , так как координаты точек A и B известны: $A(0; 0)$, $B(14; 0)$.

Обозначим координаты точки C буквами: $C(x; y)$.

Вычисляя разными способами квадраты длин векторов $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BC}$, получим систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 15^2, \\ (x - 14)^2 + y^2 = 13^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 15^2, \\ x^2 - (x - 14)^2 = 15^2 - 13^2 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Второй способ. Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$.

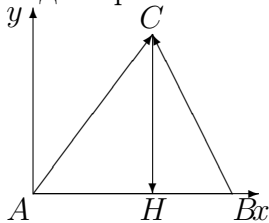
Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами? Ясно, что главная проблема состоит в нахождении координат точки C , так как координаты точек A и B известны: $A(0; 0)$, $B(14; 0)$.

Обозначим координаты точки C буквами: $C(x; y)$.

Вычисляя разными способами квадраты длин векторов $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BC}$, получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \begin{cases} x^2 + y^2 = 15^2, \\ (x - 14)^2 + y^2 = 13^2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 15^2, \\ x^2 - (x - 14)^2 = 15^2 - 13^2 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 15^2, \\ x - 7 = 2 \end{cases} \Rightarrow \end{aligned}$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Второй способ. Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AB} + v\overrightarrow{BC}$.

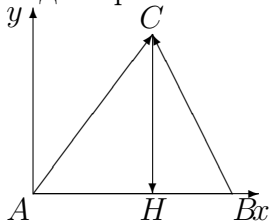
Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами? Ясно, что главная проблема состоит в нахождении координат точки C , так как координаты точек A и B известны: $A(0; 0)$, $B(14; 0)$.

Обозначим координаты точки C буквами: $C(x; y)$.

Вычисляя разными способами квадраты длин векторов $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BC}$, получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \begin{cases} x^2 + y^2 = 15^2, \\ (x - 14)^2 + y^2 = 13^2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 15^2, \\ x^2 - (x - 14)^2 = 15^2 - 13^2 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 15^2, \\ x - 7 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9, \\ y = 12. \end{cases} \end{aligned}$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

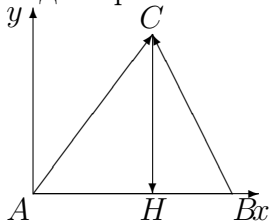
Второй способ. Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AB} + v\overrightarrow{BC}$.

Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами? $A(0; 0)$, $B(14; 0)$, $C(9; 12)$.

Поэтому с помощью равенств
$$\begin{cases} \overrightarrow{CH} = -12\vec{j}, \\ \overrightarrow{AC} = 9\vec{i} + 12\vec{j}, \\ \overrightarrow{BC} = (9 - 14)\vec{i} + 12\vec{j} \end{cases} \quad \text{векторное равенство}$$

$\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$ переписывается в систему алгебраических уравнений (первое уравнение — сравнением первых координат, второе — вторых координат):

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Второй способ. Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AB} + v\overrightarrow{BC}$.

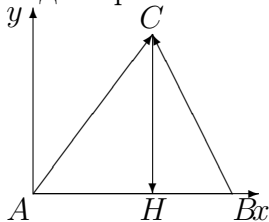
Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами? $A(0; 0)$, $B(14; 0)$, $C(9; 12)$.

Поэтому с помощью равенств
$$\begin{cases} \overrightarrow{CH} = -12\vec{j}, \\ \overrightarrow{AC} = 9\vec{i} + 12\vec{j}, \\ \overrightarrow{BC} = (9 - 14)\vec{i} + 12\vec{j} \end{cases} \quad \text{векторное равенство}$$

$\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$ переписывается в систему алгебраических уравнений (первое уравнение — сравнением первых координат, второе — вторых координат):

$$\begin{cases} 0 = 9u - 5v \\ -12 = 12u + 12v \end{cases} \begin{array}{l} 12 \\ +5 \end{array} \Rightarrow$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Второй способ. Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AB} + v\overrightarrow{BC}$.

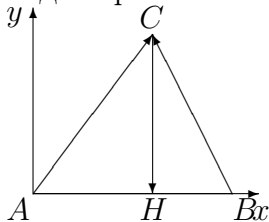
Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами? $A(0; 0)$, $B(14; 0)$, $C(9; 12)$.

Поэтому с помощью равенств
$$\begin{cases} \overrightarrow{CH} = -12\vec{j}, \\ \overrightarrow{AC} = 9\vec{i} + 12\vec{j}, \\ \overrightarrow{BC} = (9 - 14)\vec{i} + 12\vec{j} \end{cases} \quad \text{векторное равенство}$$

$\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$ переписывается в систему алгебраических уравнений (первое уравнение — сравнением первых координат, второе — вторых координат):

$$\left\{ \begin{array}{l|l} 0 = 9u - 5v & 12 \\ -12 = 12u + 12v & +5 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v = \frac{9}{5}u \\ -60 = (9 \cdot 12 + 5 \cdot 12)u \end{array} \right. \Rightarrow$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Второй способ. Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AB} + v\overrightarrow{BC}$.

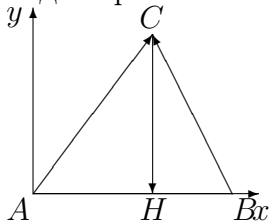
Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами? $A(0; 0)$, $B(14; 0)$, $C(9; 12)$.

Поэтому с помощью равенств
$$\begin{cases} \overrightarrow{CH} = -12\vec{j}, \\ \overrightarrow{AC} = 9\vec{i} + 12\vec{j}, \\ \overrightarrow{BC} = (9 - 14)\vec{i} + 12\vec{j} \end{cases} \quad \text{векторное равенство}$$

$\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$ переписывается в систему алгебраических уравнений (первое уравнение — сравнением первых координат, второе — вторых координат):

$$\left\{ \begin{array}{l|l} 0 = 9u - 5v & 12 \\ -12 = 12u + 12v & +5 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v = \frac{9}{5}u \\ -60 = (9 \cdot 12 + 5 \cdot 12)u \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u = -\frac{5}{14}, \\ v = -\frac{9}{14}. \end{array} \right.$$

Задача 14. В $\triangle ABC$ проведена высота CH . Длины сторон таковы: $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$. Найдите разложение вектора $\overrightarrow{CH}$ по векторам $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$.



Ответ.

Второй способ. Положим $\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AB} + v\overrightarrow{BC}$.

Составим систему уравнений. Что вычислить разными способами? $A(0; 0)$, $B(14; 0)$, $C(9; 12)$.

Поэтому с помощью равенств
$$\begin{cases} \overrightarrow{CH} = -12\vec{j}, \\ \overrightarrow{AC} = 9\vec{i} + 12\vec{j}, \\ \overrightarrow{BC} = (9 - 14)\vec{i} + 12\vec{j} \end{cases} \quad \text{векторное равенство}$$

$\overrightarrow{CH} = u\overrightarrow{AC} + v\overrightarrow{BC}$ переписывается в систему алгебраических уравнений (первое уравнение — сравнением первых координат, второе — вторых координат):

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = 9u - 5v \\ -12 = 12u + 12v \end{array} \right| \begin{array}{l} 12 \\ +5 \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v = \frac{9}{5}u \\ -60 = (9 \cdot 12 + 5 \cdot 12)u \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u = -\frac{5}{14}, \\ v = -\frac{9}{14}. \end{array} \right.$$

Ответ: $\overrightarrow{CH} = -\frac{5}{14}\overrightarrow{AB} - \frac{9}{14}\overrightarrow{BC}$.

Решение задачи 15.

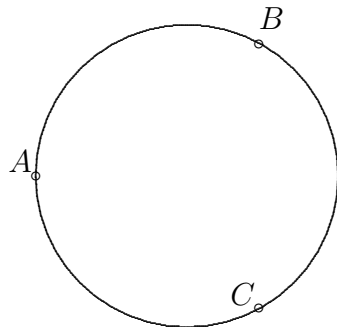
Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ.

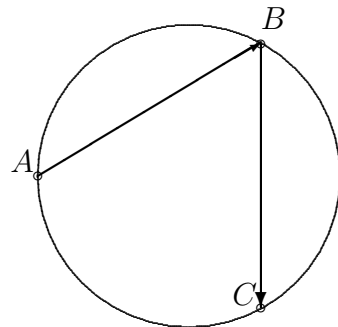
Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.



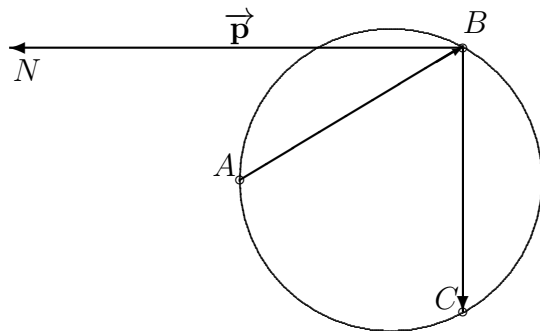
Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.



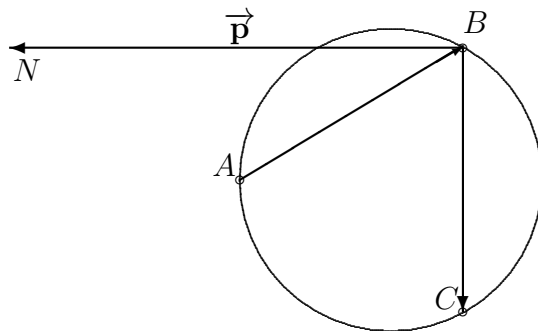
Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем векторно-геометрическую модель.



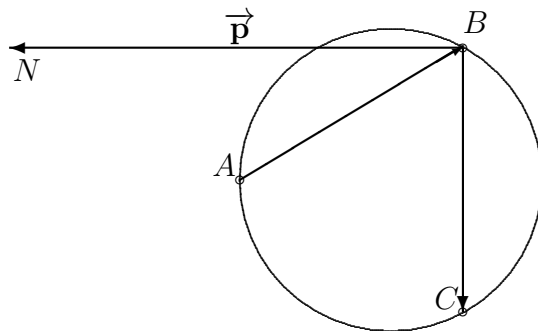
Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.
Перенесем интересующие нас векторы, например,



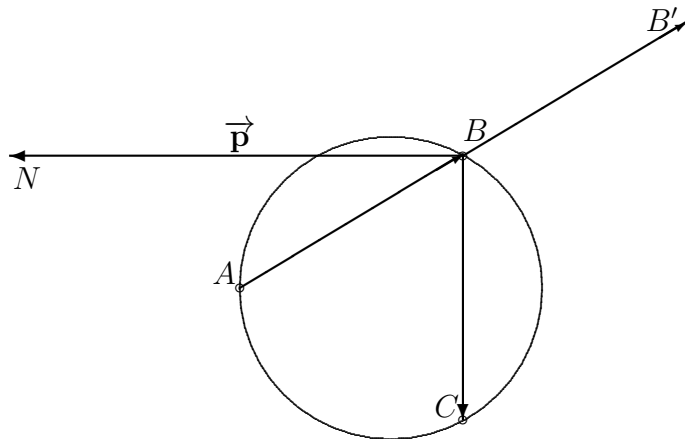
Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.
Перенесем интересующие нас векторы, например, в точку B .



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

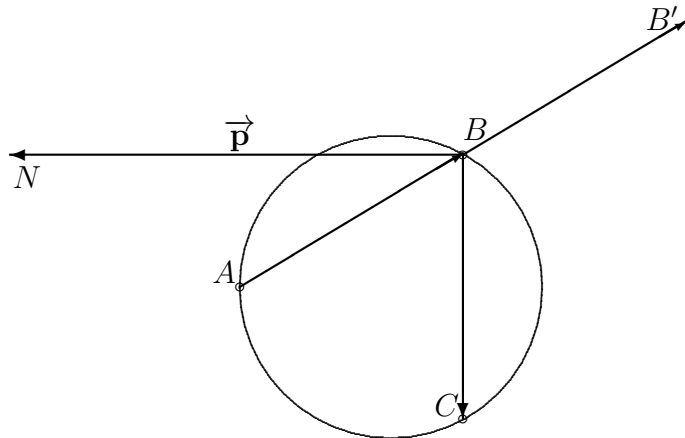
Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.
Перенесем интересующие нас векторы, например, в точку B .



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую** модель.

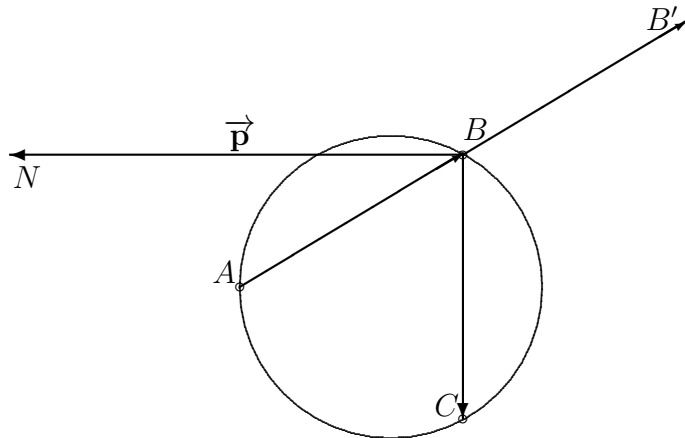
Надо построить параллелограмм со сторонами, параллельными AB и BC , или являющиеся продолжением этих отрезков, и для которого N и B являются вершинами.



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

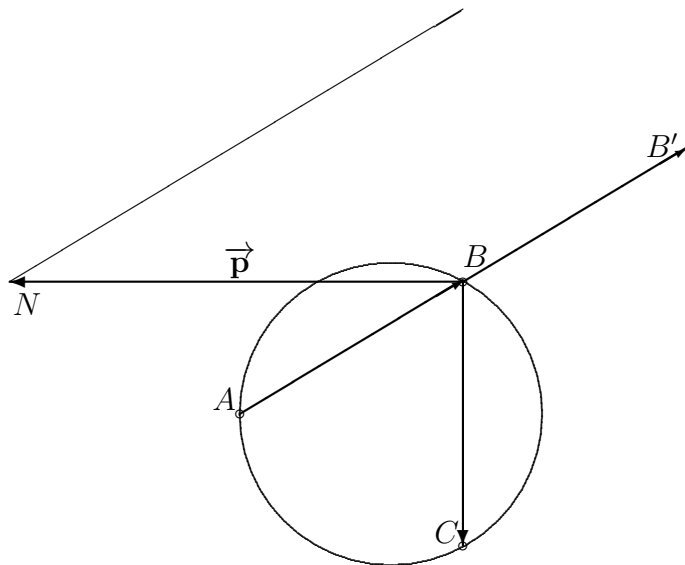
Надо построить параллелограмм со сторонами, параллельными AB и BC , или являющиеся продолжением этих отрезков, и для которого N и B являются вершинами. Для этого сначала проведём соответствующие прямые через N .



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

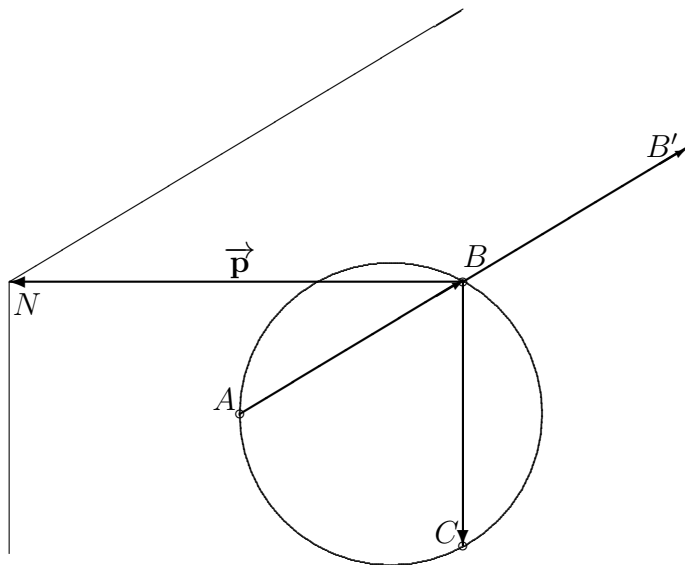
Надо построить параллелограмм со сторонами, параллельными AB и BC , или являющиеся продолжением этих отрезков, и для которого N и B являются вершинами. Для этого сначала проведём соответствующие прямые через N .



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

Надо построить параллелограмм со сторонами, параллельными AB и BC , или являющиеся продолжением этих отрезков, и для которого N и B являются вершинами. Для этого сначала проведём соответствующие прямые через N .

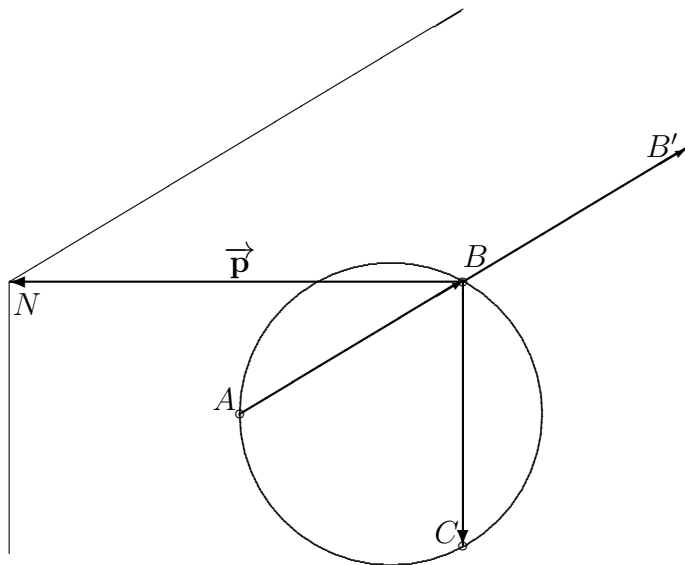


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

Надо построить параллелограмм со сторонами, параллельными AB и BC , или являющиеся продолжением этих отрезков, и для которого N и B являются вершинами. Для этого сначала проведём соответствующие прямые через N .

Потом продолжим отрезки BC и AB .

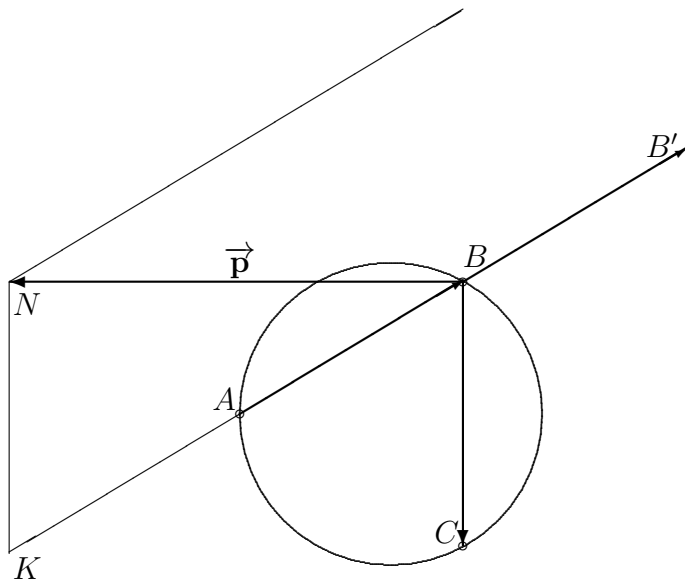


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

Надо построить параллелограмм со сторонами, параллельными AB и BC , или являющиеся продолжением этих отрезков, и для которого N и B являются вершинами. Для этого сначала проведём соответствующие прямые через N .

Потом продолжим отрезки BC и AB .

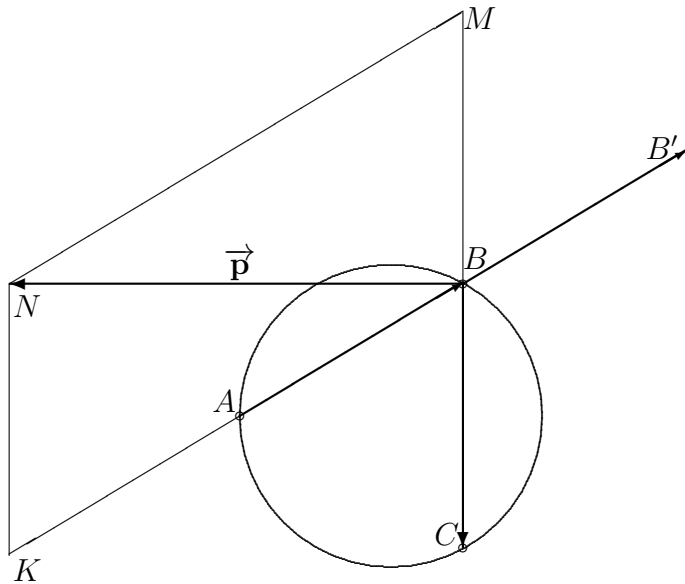


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

Надо построить параллелограмм со сторонами, параллельными AB и BC , или являющиеся продолжением этих отрезков, и для которого N и B являются вершинами. Для этого сначала проведём соответствующие прямые через N .

Потом продолжим отрезки BC и AB .

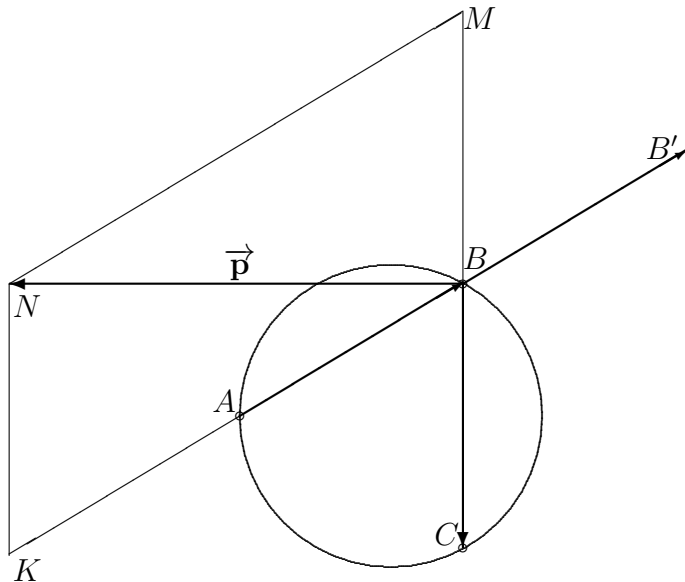


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda \geq 0, \\ \mu \geq 0, \end{cases}$$

При $\lambda > 0$ получим радиусы-векторы точек, концы которых лежат справа от прямой BC .

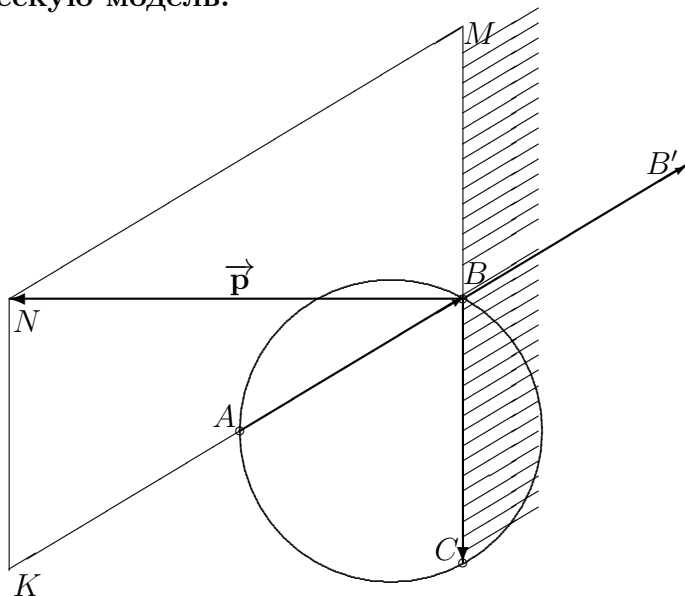


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda \geq 0, \\ \mu \geq 0, \end{cases}$$

При $\lambda > 0$ получим радиусы-векторы точек, концы которых лежат справа от прямой BC .

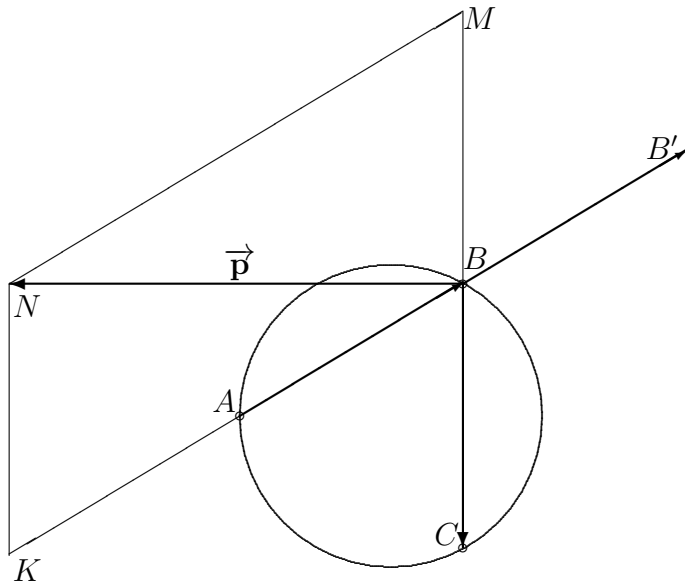


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu \geq 0, \end{cases}$$

При $\mu > 0$ получим радиусы-векторы точек, концы которых лежат

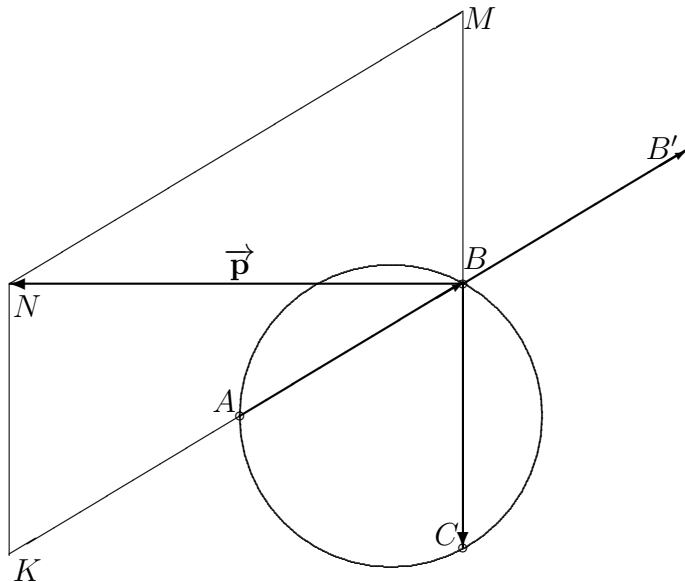


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu \geq 0, \end{cases}$$

При $\mu > 0$ получим радиусы-векторы точек, концы которых лежат ниже прямой AB .

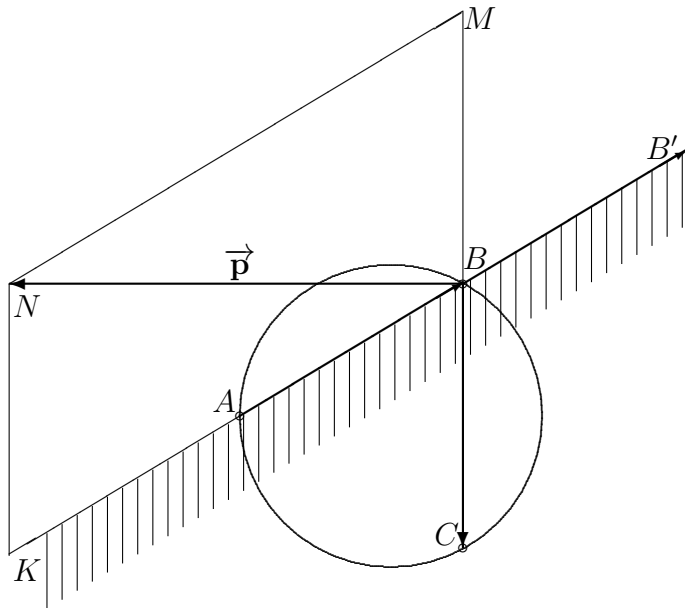


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu > 0, \end{cases}$$

При $\mu > 0$ получим радиусы-векторы точек, концы которых лежат ниже прямой AB .

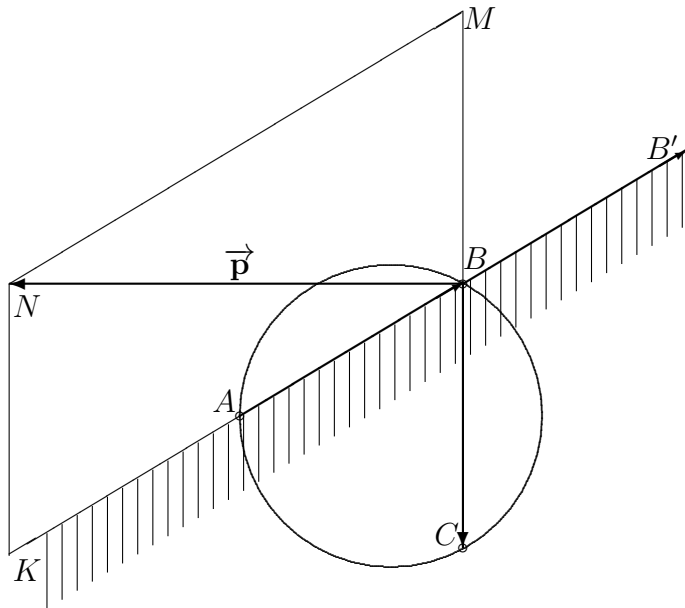


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

При $\mu > 0$ получим радиусы-векторы точек, концы которых лежат ниже прямой AB .

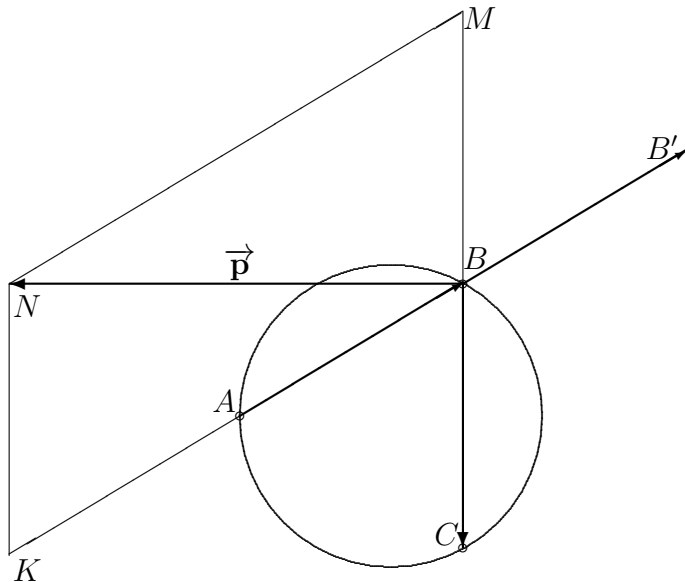


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

$AB =$

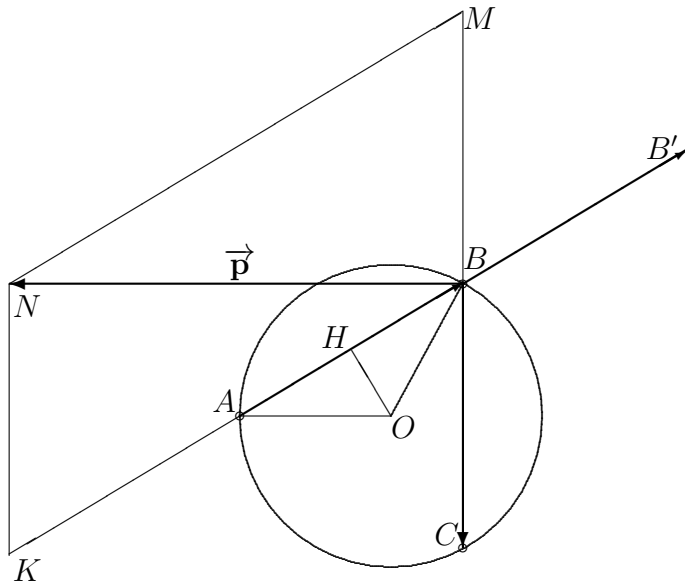


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

$AB =$

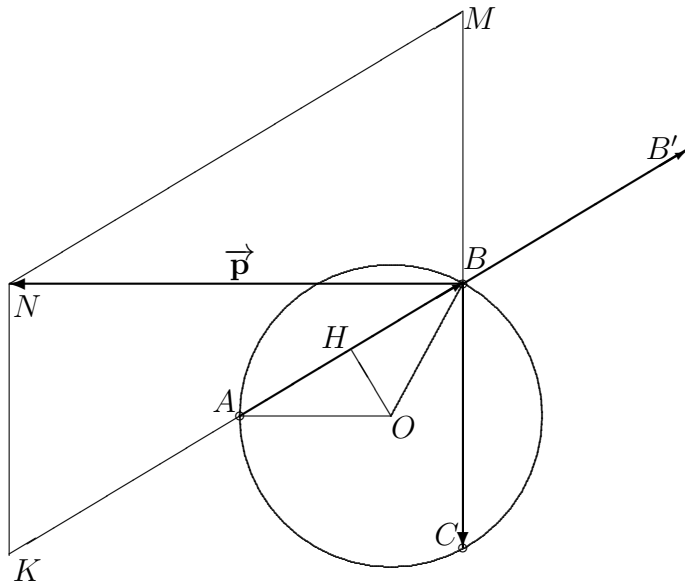


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{3} = BC,$$



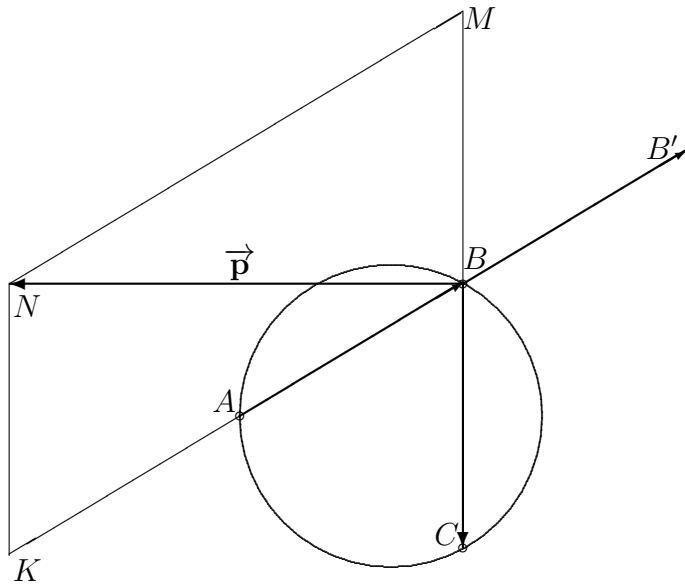
Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{3} = BC,$$

$$BK = BN \cdot \frac{1}{\cos(\pi/6)} = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

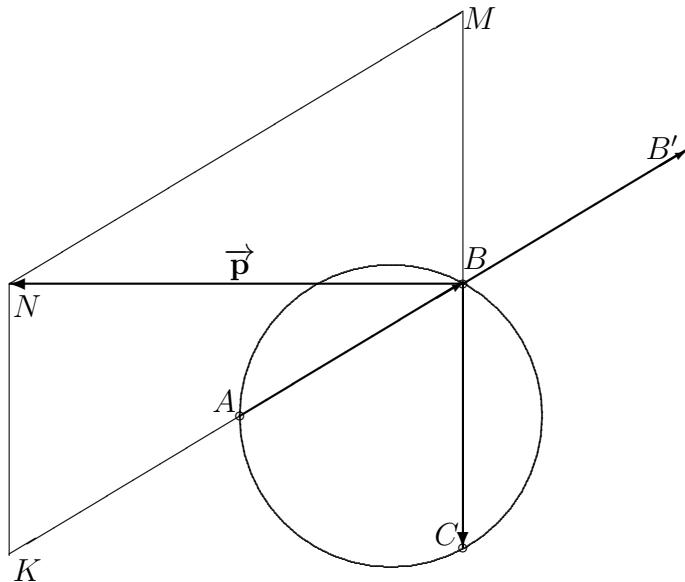
Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{3} = BC,$$

$$BK = BN \cdot \frac{1}{\cos(\pi/6)} = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},$$

$$BM =$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

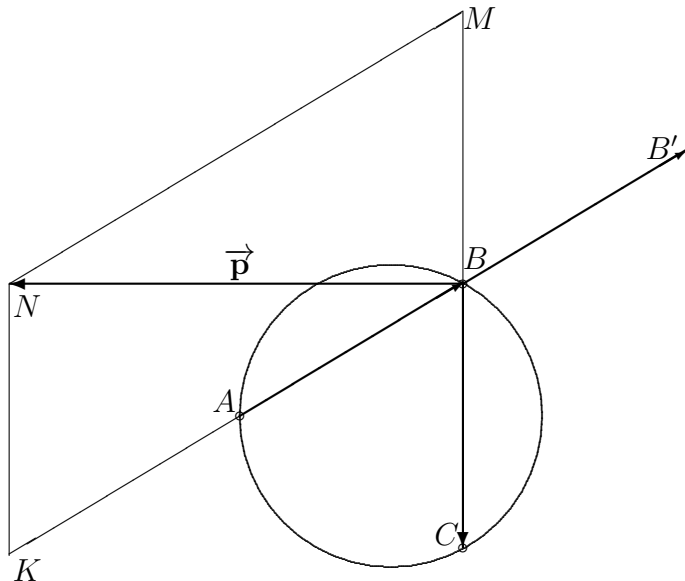
Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{3} = BC,$$

$$BK = BN \cdot \frac{1}{\cos(\pi/6)} = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},$$

$$BM = \frac{BN}{\operatorname{tg} \pi/6} =$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

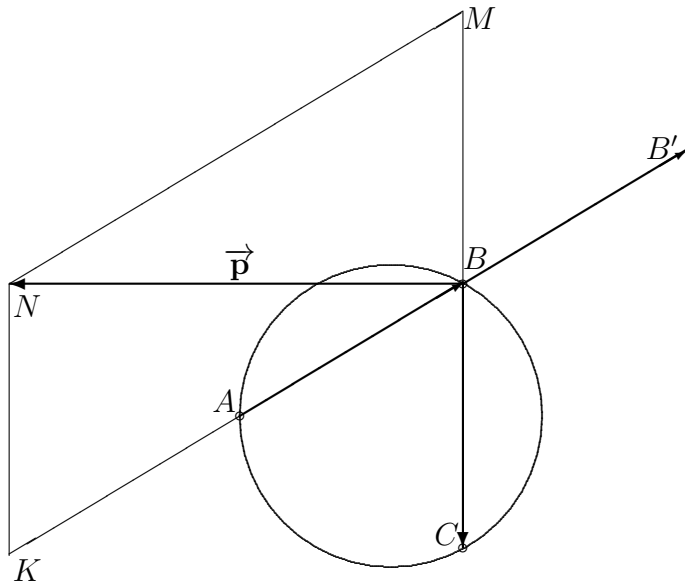
Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{3} = BC,$$

$$BK = BN \cdot \frac{1}{\cos(\pi/6)} = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},$$

$$BM = \frac{BN}{\operatorname{tg} \pi/6} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

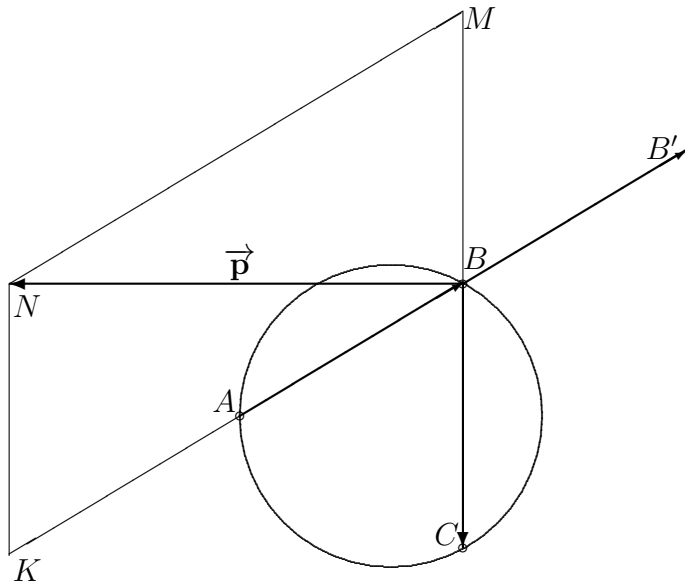
$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{3} = BC,$$

$$BK = BN \cdot \frac{1}{\cos(\pi/6)} = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},$$

$$BM = \frac{BN}{\operatorname{tg} \pi/6} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

$$\lambda =$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

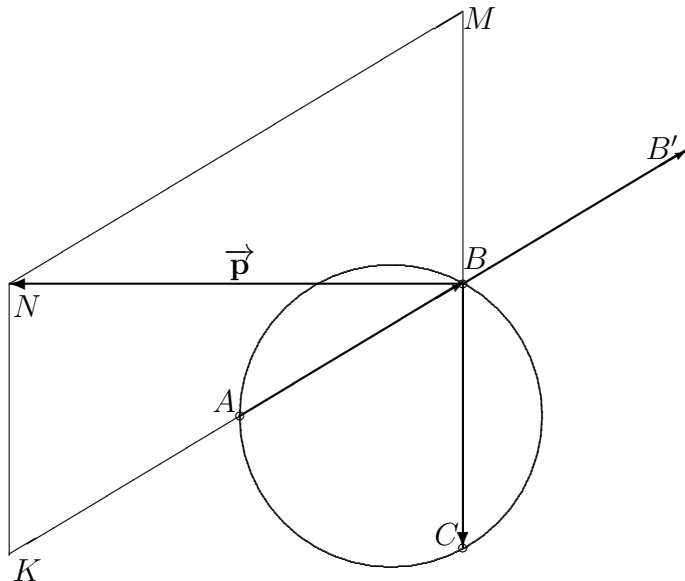
$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{3} = BC,$$

$$BK = BN \cdot \frac{1}{\cos(\pi/6)} = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},$$

$$BM = \frac{BN}{\operatorname{tg} \pi/6} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

$$\lambda = -\frac{BK}{AB} =$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей: векторно-геометрической, векторно-символической и координатной моделей.**

Ответ. Используем векторно-геометрическую модель.

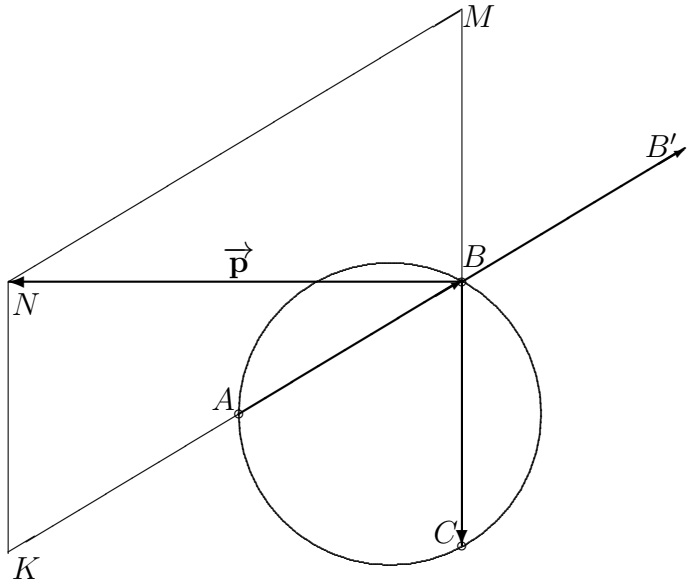
$$\overrightarrow{\mathbf{p}} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{3} = BC,$$

$$BK = BN \cdot \frac{1}{\cos(\pi/6)} = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},$$

$$BM = \frac{BN}{\operatorname{tg} \pi/6} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

$$\lambda = -\frac{BK}{AB} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем векторно-геометрическую модель.

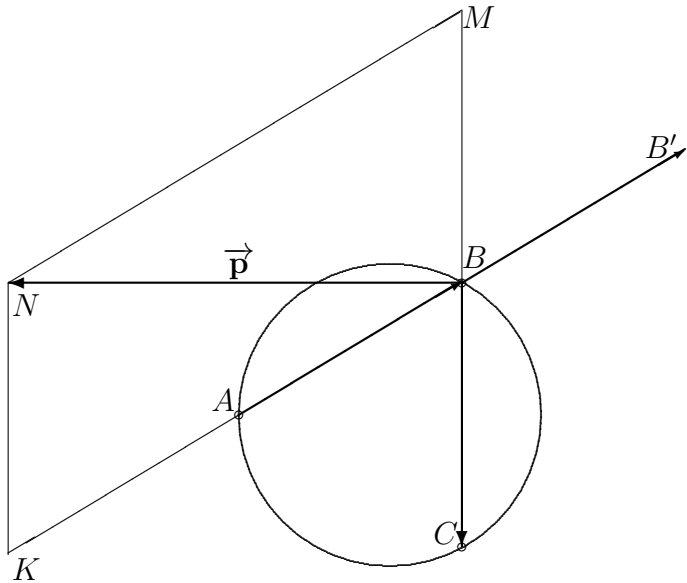
$$\overrightarrow{\mathbf{p}} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{3} = BC,$$

$$BK = BN \cdot \frac{1}{\cos(\pi/6)} = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},$$

$$BM = \frac{BN}{\operatorname{tg} \pi/6} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

$$\lambda = -\frac{BK}{AB} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -2,$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем векторно-геометрическую модель.

$$\overrightarrow{\mathbf{p}} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

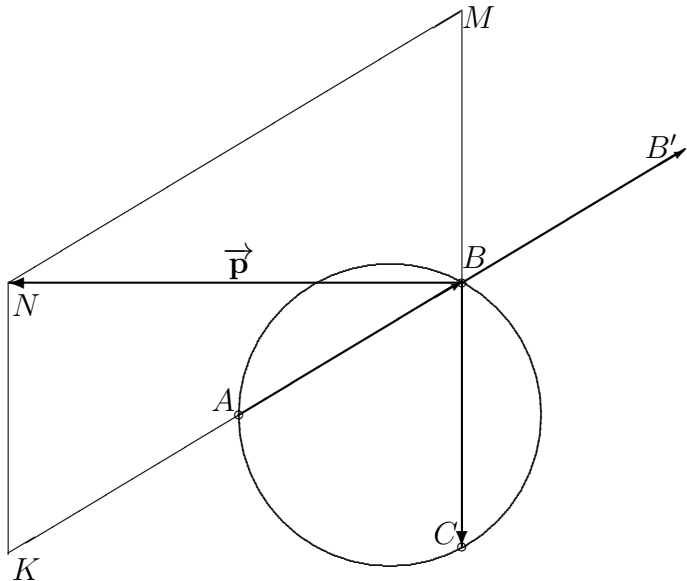
$$AB = \sqrt{3} = BC,$$

$$BK = BN \cdot \frac{1}{\cos(\pi/6)} = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},$$

$$BM = \frac{BN}{\operatorname{tg} \pi/6} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

$$\lambda = -\frac{BK}{AB} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -2,$$

$$\mu \equiv$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем векторно-геометрическую модель.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

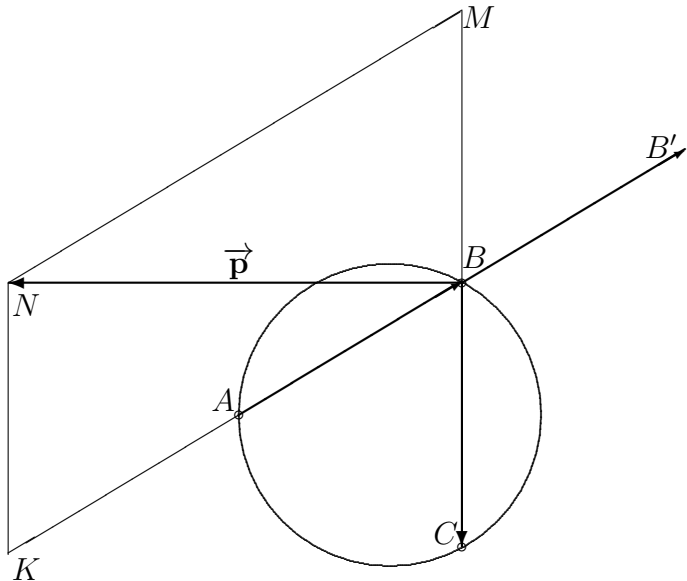
$$AB = \sqrt{3} = BC,$$

$$BK = BN \cdot \frac{1}{\cos(\pi/6)} = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},$$

$$BM = \frac{BN}{\operatorname{tg} \pi/6} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

$$\lambda = -\frac{BK}{AB} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -2,$$

$$\mu = -\frac{BM}{BC} =$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей: векторно-геометрической, векторно-символической и координатной моделей.**

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель.**

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

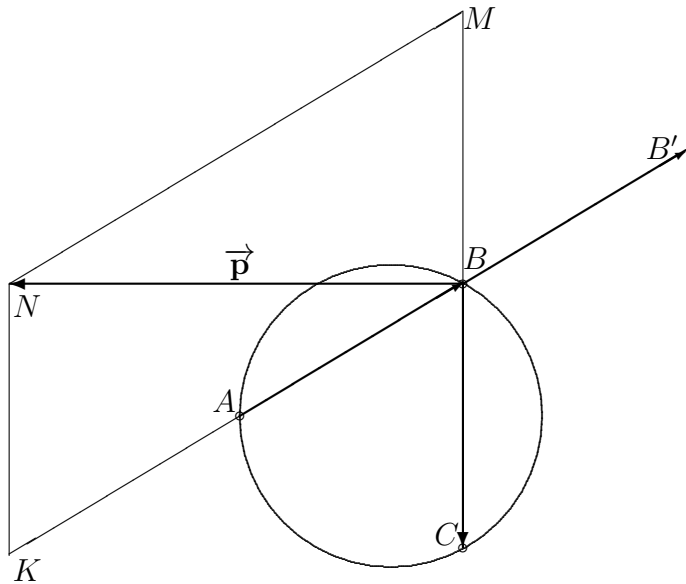
$$AB = \sqrt{3} = BC,$$

$$BK = BN \cdot \frac{1}{\cos(\pi/6)} = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},$$

$$BM = \frac{BN}{\operatorname{tg} \pi/6} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

$$\lambda = -\frac{BK}{AB} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -2,$$

$$\mu = -\frac{BM}{BC} = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -1.$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей: векторно-геометрической, векторно-символической и координатной моделей.**

Ответ. Используем векторно-геометрическую модель.

$$\overrightarrow{\mathbf{p}} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

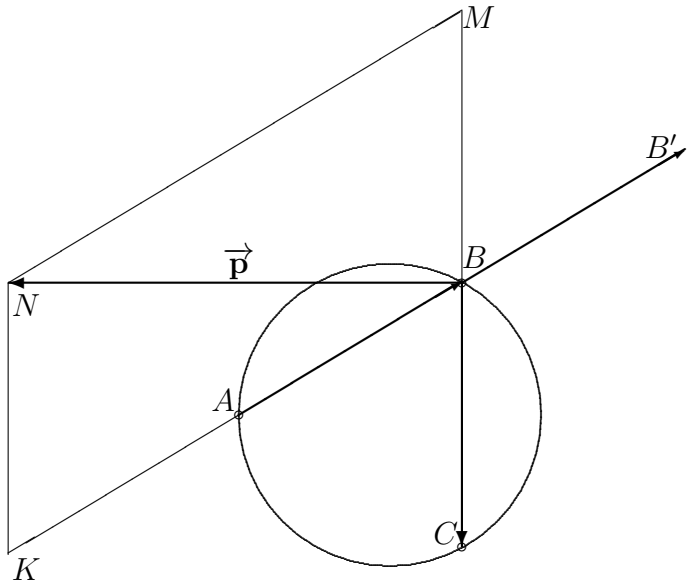
$$AB = \sqrt{3} = BC,$$

$$BK = BN \cdot \frac{1}{\cos(\pi/6)} = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},$$

$$BM = \frac{BN}{\operatorname{tg} \pi/6} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

$$\lambda = -\frac{BK}{AB} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -2,$$

$$\mu = -\frac{BM}{BC} = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -1,$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-геометрическую модель**.

$$\vec{p} = \overrightarrow{BN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \begin{cases} \lambda < 0, \\ \mu < 0, \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{3} = BC,$$

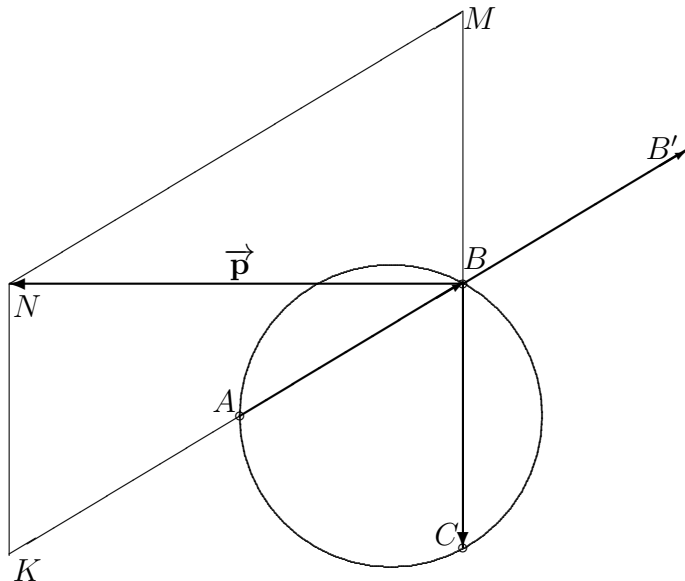
$$BK = BN \cdot \frac{1}{\cos(\pi/6)} = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},$$

$$BM = \frac{BN}{\operatorname{tg} \pi/6} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

$$\lambda = -\frac{BK}{AB} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -2,$$

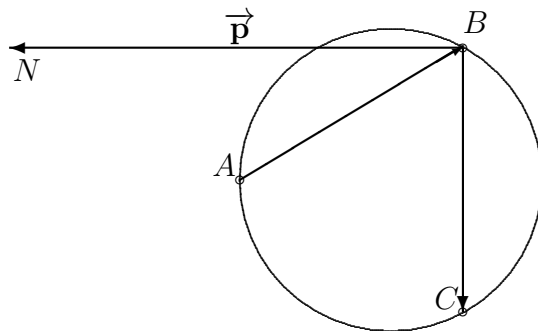
$$\mu = -\frac{BM}{BC} = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -1,$$

$$\boxed{\vec{p} = \overrightarrow{BN} = -2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}.$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

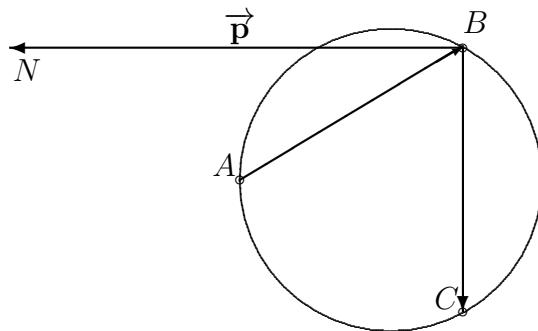
Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

Применим **стратегию составления уравнений**.

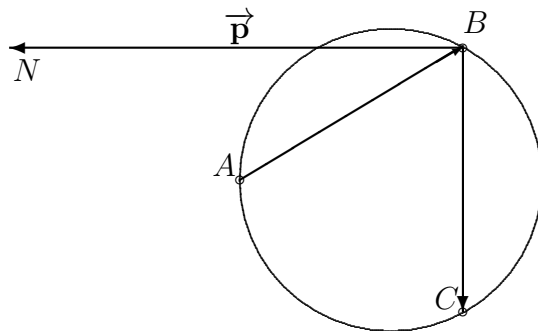


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

Применим **стратегию составления уравнений**.

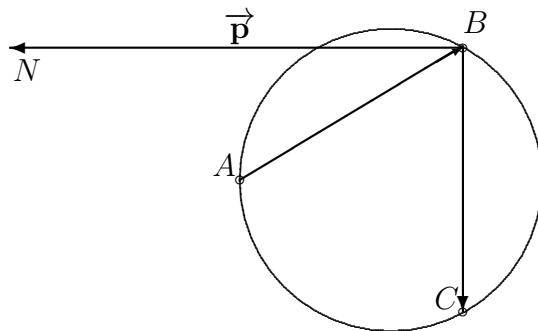
Что надо найти?



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

Что надо найти? Разложение вектора.

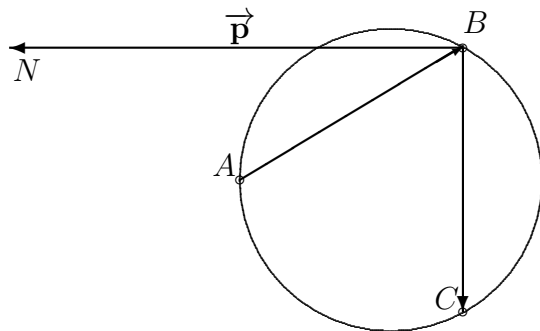


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ?

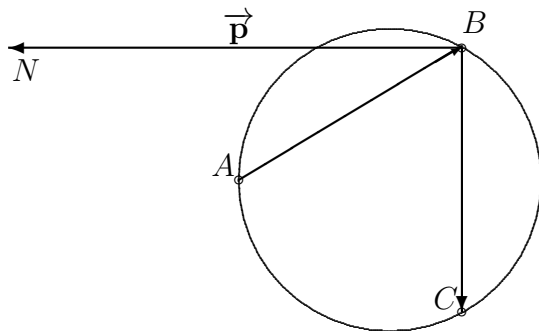


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? $\vec{p} = ?\overrightarrow{AB} + ?\overrightarrow{BC}$.



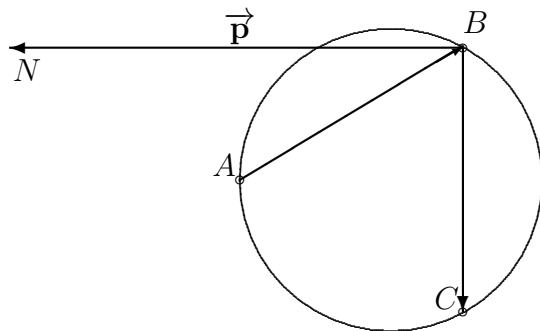
Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? $\vec{p} = ?\overrightarrow{AB} + ?\overrightarrow{BC}$.

Введем переменные.



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

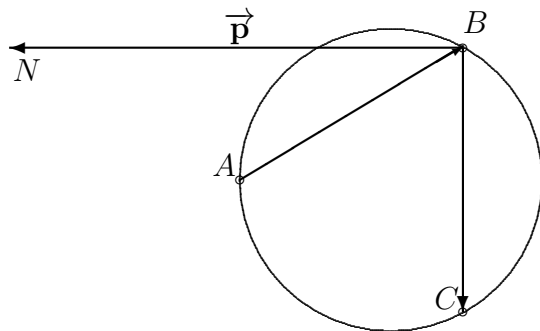
Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}.$$

Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? $\vec{p} = ?\overrightarrow{AB} + ?\overrightarrow{BC}$.

Введем переменные.

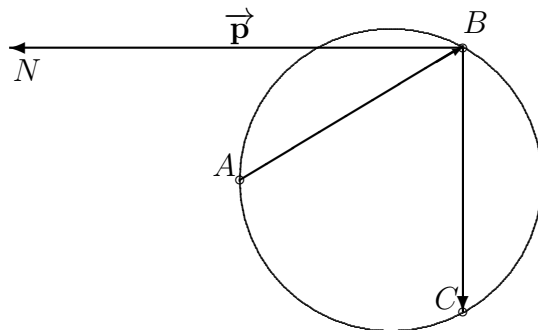


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}.$$

{

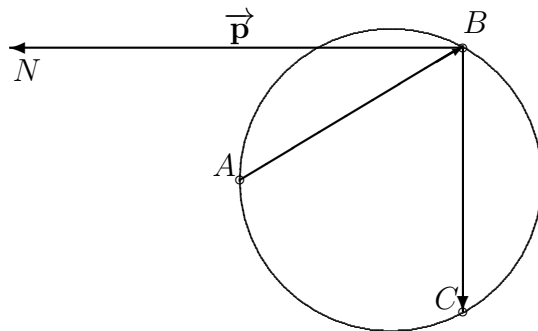


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}.$$

$$\begin{cases} |\vec{p}|^2 = 9, \\ \end{cases}$$

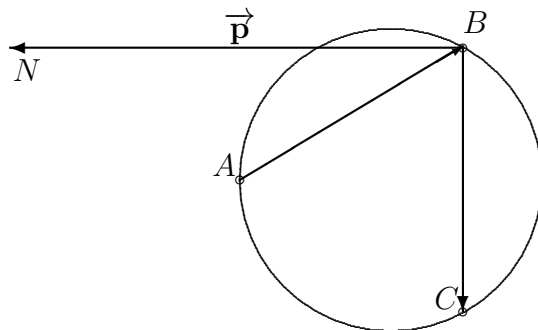


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}.$$

$$\begin{cases} |\vec{p}|^2 = 9, \\ \vec{p} \perp \overrightarrow{BC}. \end{cases}$$

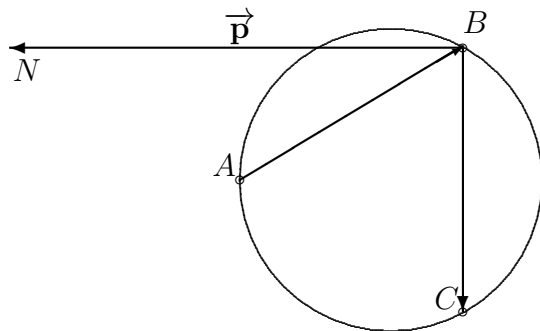


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |\vec{p}|^2 = 9, \\ \vec{p} \perp \overrightarrow{BC}. \end{array} \right. \quad \left\{ \right.$$

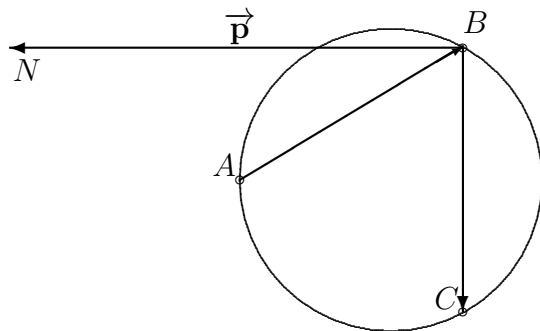


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}.$$

$$\begin{cases} |\vec{p}|^2 = 9, \\ \vec{p} \perp \overrightarrow{BC}. \end{cases} \quad \begin{cases} (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}) = 9, \end{cases}$$

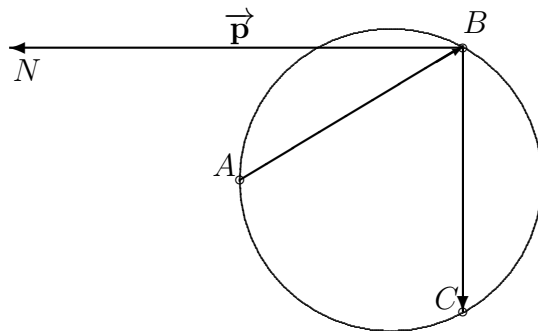


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}.$$

$$\begin{cases} |\vec{p}|^2 = 9, \\ \vec{p} \perp \overrightarrow{BC}. \end{cases} \quad \begin{cases} (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}) = 9, \\ (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 0 \end{cases}$$



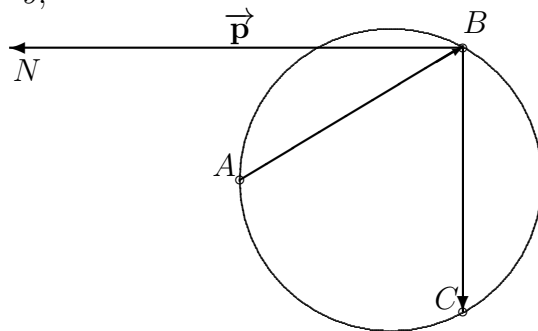
Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}.$$

$$\begin{cases} |\vec{p}|^2 = 9, \\ \vec{p} \perp \overrightarrow{BC}. \end{cases} \quad \begin{cases} (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}) = 9, \\ (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda^2(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) + 2\lambda\mu(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \mu^2(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 9, \end{cases}$$



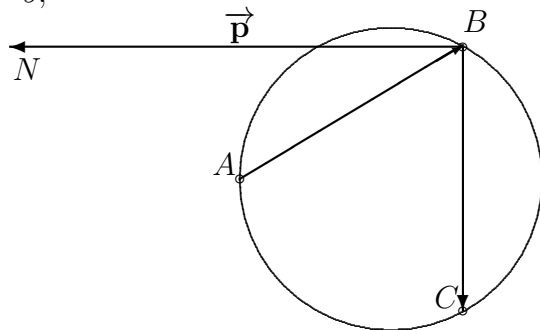
Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}.$$

$$\begin{cases} |\vec{p}|^2 = 9, \\ \vec{p} \perp \overrightarrow{BC}. \end{cases} \quad \begin{cases} (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}) = 9, \\ (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda^2 (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) + 2\lambda\mu (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \mu^2 (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 9, \\ \lambda (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \mu (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 0, \end{cases}$$



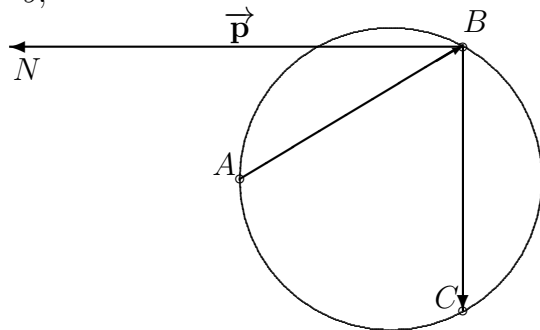
Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}.$$

$$\begin{cases} |\vec{p}|^2 = 9, \\ \vec{p} \perp \overrightarrow{BC}. \end{cases} \quad \begin{cases} (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}) = 9, \\ (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda^2(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) + 2\lambda\mu(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \mu^2(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 9, \\ \lambda(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \mu(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 0, \\ 3\lambda^2 - 3\lambda\mu + 3\mu^2 = 9, \end{cases}$$



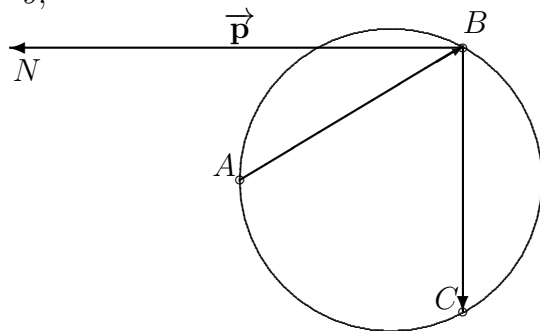
Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **векторно-символическую модель**.

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}.$$

$$\begin{cases} |\vec{p}|^2 = 9, \\ \vec{p} \perp \overrightarrow{BC}. \end{cases} \quad \begin{cases} (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}) = 9, \\ (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda^2(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) + 2\lambda\mu(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \mu^2(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 9, \\ \lambda(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \mu(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 0, \\ 3\lambda^2 - 3\lambda\mu + 3\mu^2 = 9, \\ -\frac{3}{2}\lambda + 3\mu = 0, \end{cases}$$



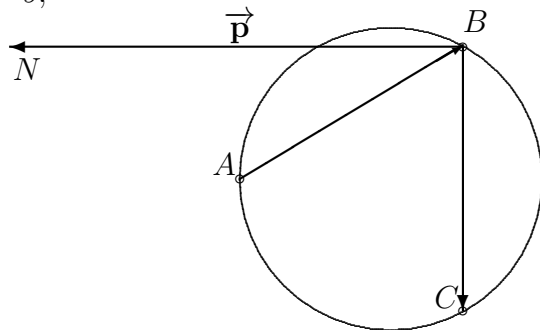
Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей: векторно-геометрической, векторно-символической и координатной моделей.**

Ответ. Используем **векторно-символическую модель.**

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}.$$

$$\begin{cases} |\vec{p}|^2 = 9, \\ \vec{p} \perp \overrightarrow{BC}. \end{cases} \quad \begin{cases} (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}) = 9, \\ (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda^2(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) + 2\lambda\mu(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \mu^2(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 9, \\ \lambda(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \mu(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 0, \\ 3\lambda^2 - 3\lambda\mu + 3\mu^2 = 9, \\ -\frac{3}{2}\lambda + 3\mu = 0, \\ \lambda = -2, \\ \mu = -1. \end{cases}$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей: векторно-геометрической, векторно-символической и координатной моделей.**

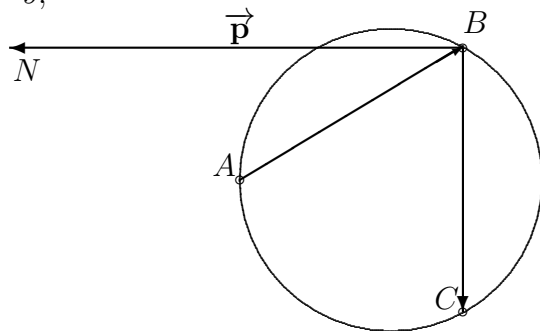
Ответ. Используем **векторно-символическую модель.**

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}.$$

$$\begin{cases} |\vec{p}|^2 = 9, \\ \vec{p} \perp \overrightarrow{BC}. \end{cases} \quad \begin{cases} (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}) = 9, \\ (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda^2(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) + 2\lambda\mu(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \mu^2(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 9, \\ \lambda(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \mu(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 0, \\ 3\lambda^2 - 3\lambda\mu + 3\mu^2 = 9, \\ -\frac{3}{2}\lambda + 3\mu = 0, \\ \lambda = -2, \\ \mu = -1. \end{cases}$$

Отметим, что отрицательность λ и μ не была нами отражена в векторно-символической модели, что, в принципе, можно рассматривать как ошибку перевода на «язык векторно-символической модели».



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей: векторно-геометрической, векторно-символической и координатной моделей.**

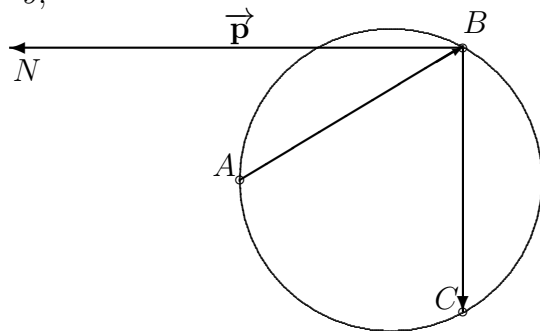
Ответ. Используем **векторно-символическую модель.**

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}.$$

$$\begin{cases} |\vec{p}|^2 = 9, \\ \vec{p} \perp \overrightarrow{BC}. \end{cases} \quad \begin{cases} (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}) = 9, \\ (\lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda^2(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) + 2\lambda\mu(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \mu^2(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}) = 9, \\ \lambda(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + \mu(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 0, \\ 3\lambda^2 - 3\lambda\mu + 3\mu^2 = 9, \\ -\frac{3}{2}\lambda + 3\mu = 0, \\ \lambda = -2, \\ \mu = -1. \end{cases}$$

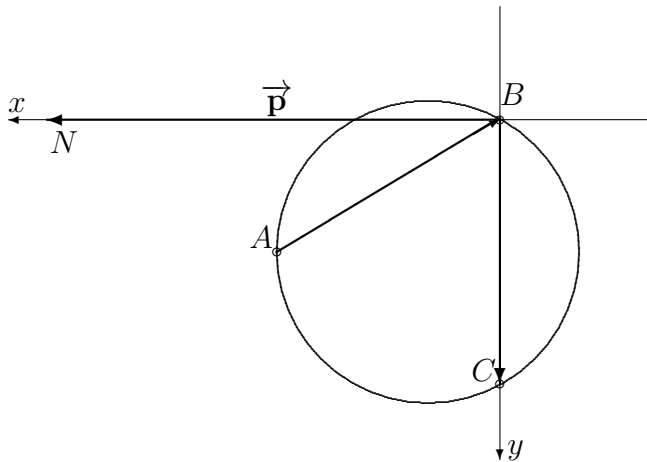
$\vec{p} = -2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$, что совпало с результатом, полученным в рамках векторно-геометрической модели.



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

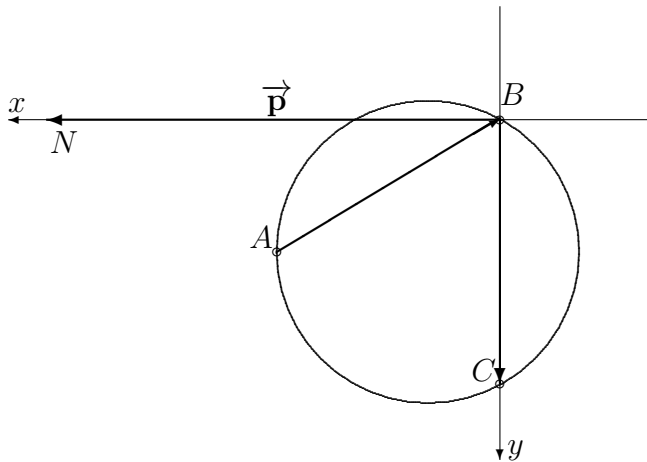
Выберем систему координат, например, указанным образом.



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

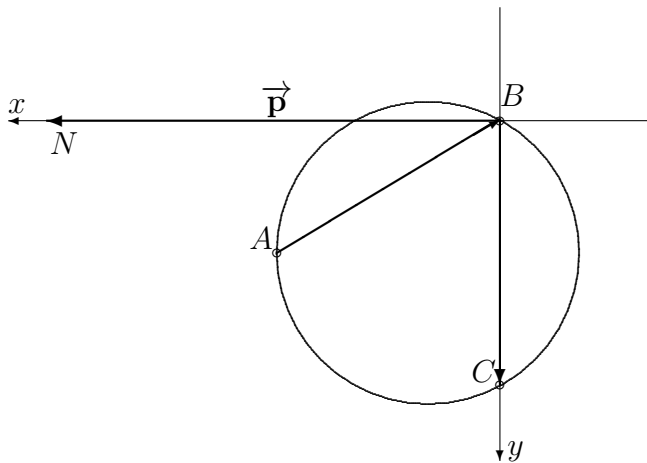
$\vec{p} (\quad),$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

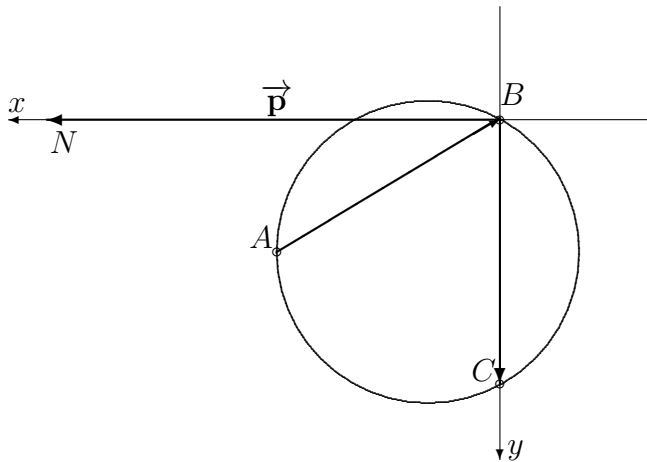
$$\vec{p} (3, 0),$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

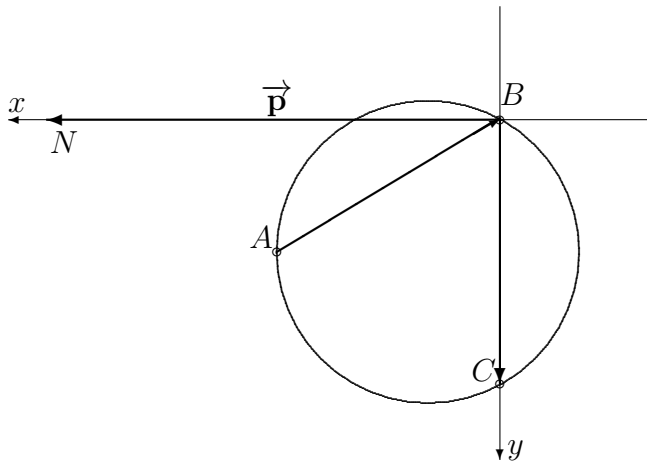
$\vec{p} (3, 0), \overrightarrow{BC} ($ $)$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

$$\vec{p} (3, 0), \overrightarrow{BC} (0, \sqrt{3})$$

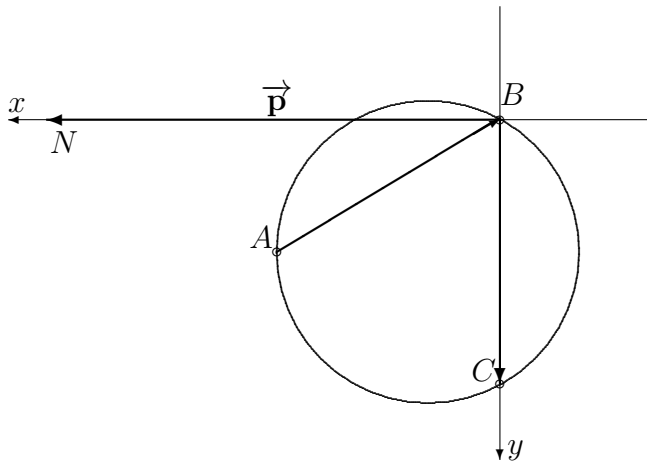


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

$$\vec{p} (3, 0), \overrightarrow{BC} (0, \sqrt{3})$$

$$A \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right),$$

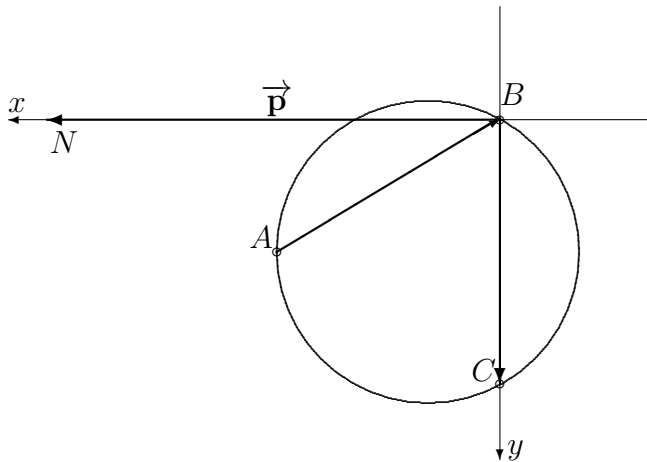


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

$$\vec{p} (3, 0), \overrightarrow{BC} (0, \sqrt{3})$$

$$A \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right),$$

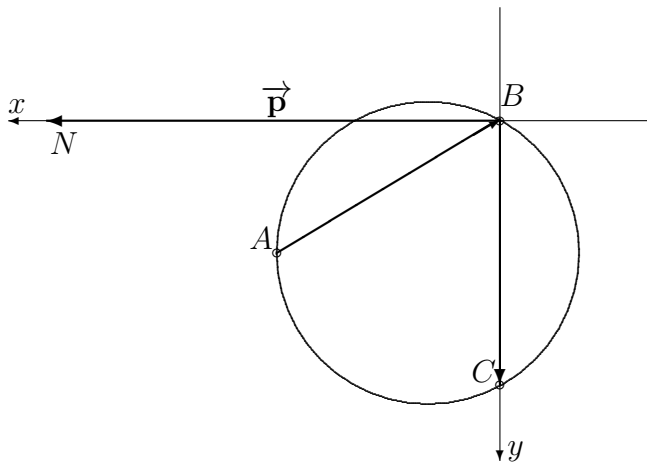


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

$$\vec{p} (3, 0), \overrightarrow{BC} (0, \sqrt{3})$$

$$A \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \overrightarrow{AB} \left(\quad \quad \right)$$

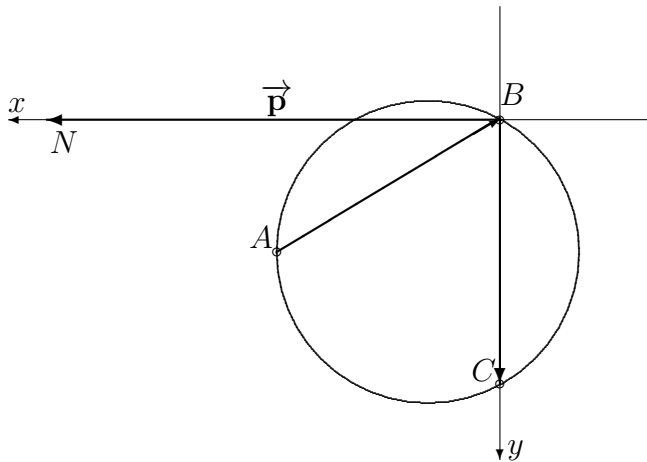


Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

$$\vec{p} (3, 0), \overrightarrow{BC} (0, \sqrt{3})$$

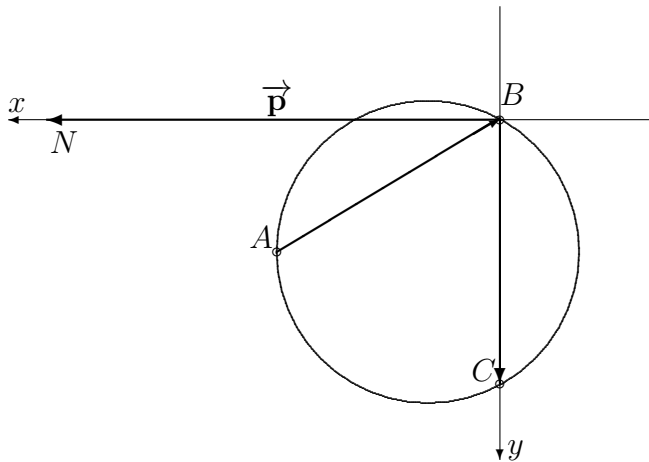
$$A \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \overrightarrow{AB} \left(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

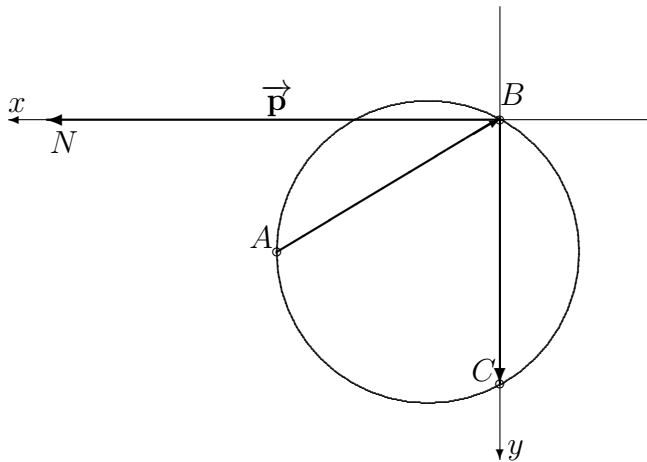
$$\begin{aligned} &\vec{p} (3, 0), \overrightarrow{BC} (0, \sqrt{3}) \\ &A \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \overrightarrow{AB} \left(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \end{aligned}$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

$$\begin{aligned} &\vec{p} (3, 0), \overrightarrow{BC} (0, \sqrt{3}) \\ &A \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \overrightarrow{AB} \left(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC}, \\ &\left\{ \right. \end{aligned}$$



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

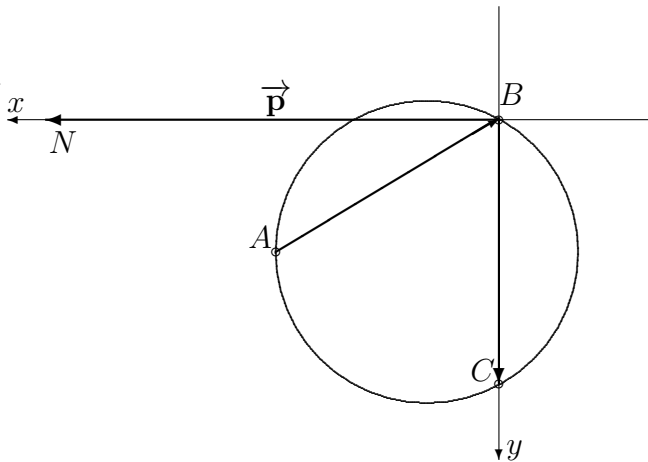
$$\vec{p} (3, 0), \overrightarrow{BC} (0, \sqrt{3})$$

$$A \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \overrightarrow{AB} \left(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC},$$

$$\left\{ \right.$$

Получаем равенство для первой координаты вектора $\vec{p}$...



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\vec{BC}$ и образует тупой угол с $\vec{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{AB}$ и $\vec{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

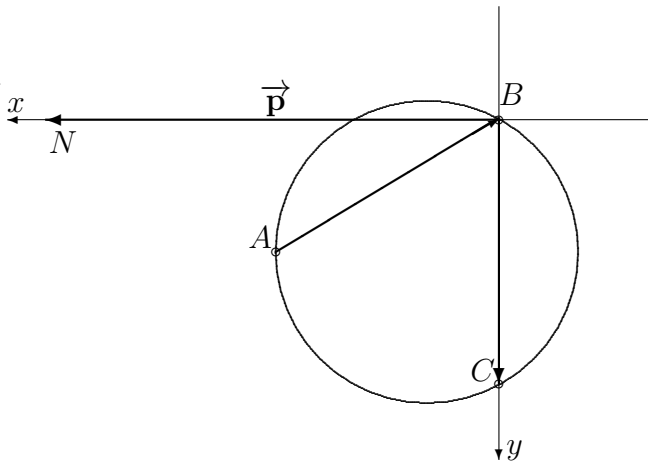
$$\vec{p} (3, 0), \vec{BC} (0, \sqrt{3})$$

$$A \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \vec{AB} \left(-\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\vec{p} = \lambda \vec{AB} + \mu \vec{BC},$$

$$\begin{cases} 3 = -\frac{3}{2}\lambda + 0\mu, \\ \end{cases}$$

Получаем равенство для первой координаты вектора $\vec{p}$...



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\vec{BC}$ и образует тупой угол с $\vec{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{AB}$ и $\vec{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

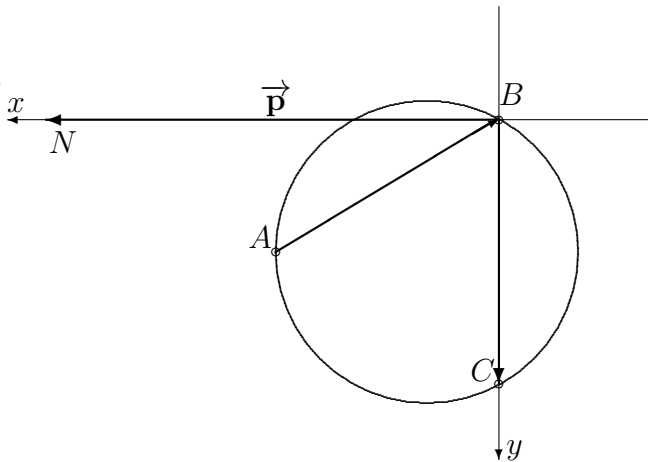
$$\vec{p} (3, 0), \vec{BC} (0, \sqrt{3})$$

$$A \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \vec{AB} \left(-\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\vec{p} = \lambda \vec{AB} + \mu \vec{BC},$$

$$\begin{cases} 3 = -\frac{3}{2}\lambda + 0\mu, \\ \end{cases}$$

Получаем равенство для второй координаты вектора $\vec{p}$...



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем координатную модель.

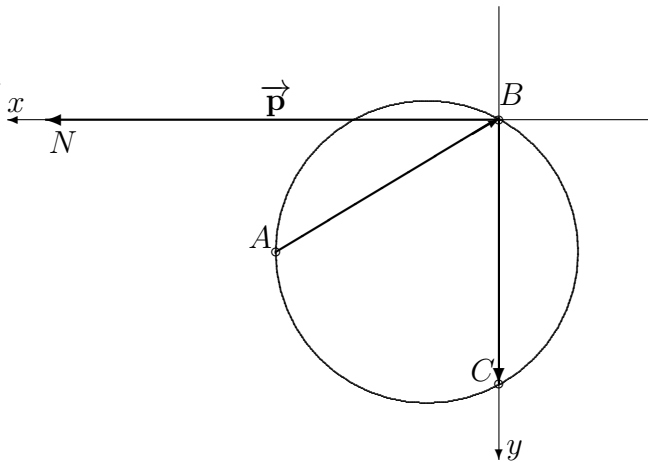
$$\vec{p} (3, 0), \overrightarrow{BC} (0, \sqrt{3})$$

$$A \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \overrightarrow{AB} \left(-\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC},$$

$$\begin{cases} 3 = -\frac{3}{2}\lambda + 0\mu, \\ 0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda + \sqrt{3}\mu. \end{cases}$$

Получаем равенство для второй координаты вектора $\vec{p}$...



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

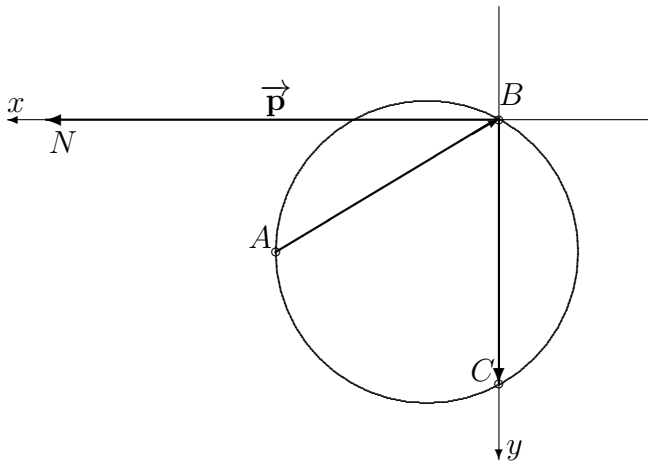
$$\vec{p} (3, 0), \overrightarrow{BC} (0, \sqrt{3})$$

$$A \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \overrightarrow{AB} \left(-\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC},$$

$$\begin{cases} 3 = -\frac{3}{2}\lambda + 0\mu, \\ 0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda + \sqrt{3}\mu. \end{cases}$$

Решая полученную систему уравнений, получаем уже знакомый ответ:



Задача 15. Окружность радиуса 1 разделена на три равные части точками A, B, C (перечисление в порядке «по часовой стрелке»). Вектор $\vec{p}$ ортогонален к $\overrightarrow{BC}$ и образует тупой угол с $\overrightarrow{AB}$, $|\vec{p}| = 3$. Найдите разложение $\vec{p}$ в линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической**, **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. Используем **координатную модель**.

$$\vec{p} (3, 0), \overrightarrow{BC} (0, \sqrt{3})$$

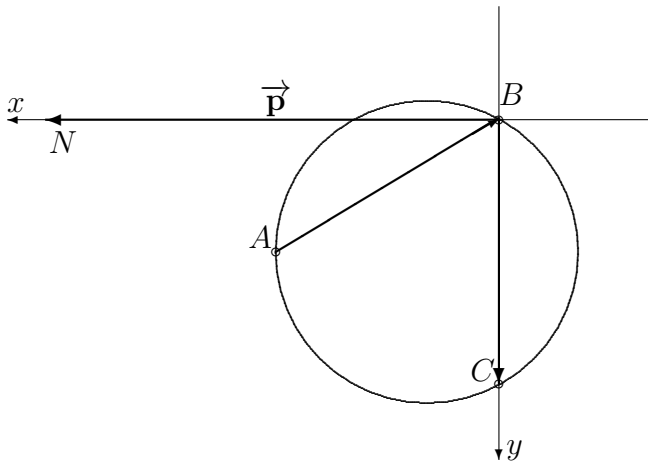
$$A \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \overrightarrow{AB} \left(-\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\vec{p} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{BC},$$

$$\begin{cases} 3 = -\frac{3}{2}\lambda + 0\mu, \\ 0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda + \sqrt{3}\mu. \end{cases}$$

Решая полученную систему уравнений, получаем уже знакомый ответ:

$$\vec{p} = -2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}.$$



Решение задачи 16.

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной** моделей.

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

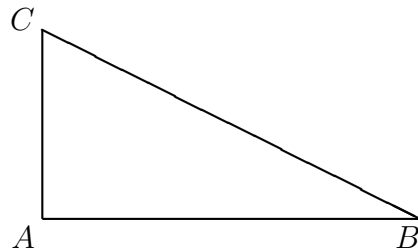
Ответ.

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.
Выполним чертеж.

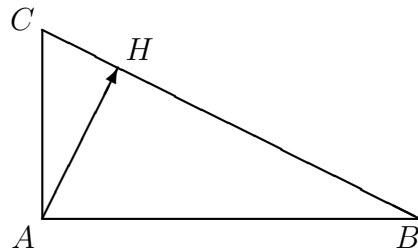
Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.
Выполним чертёж.



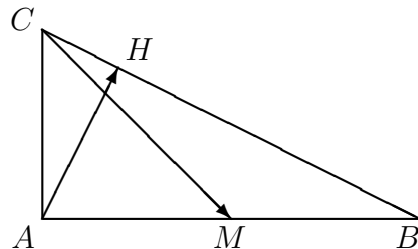
Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.
Выполним чертеж.



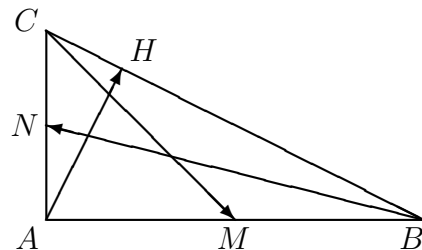
Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.
Выполним чертеж.



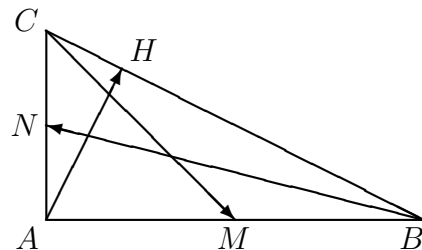
Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.
Выполним чертеж.



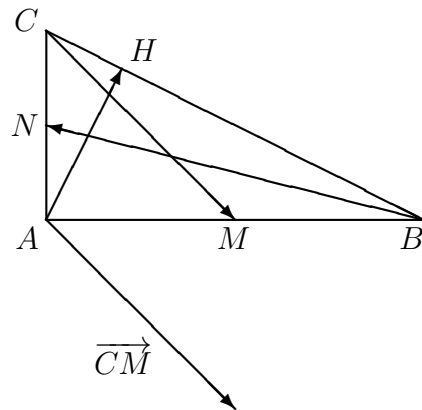
Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.
Отложим интересующие нас векторы
от точки A .



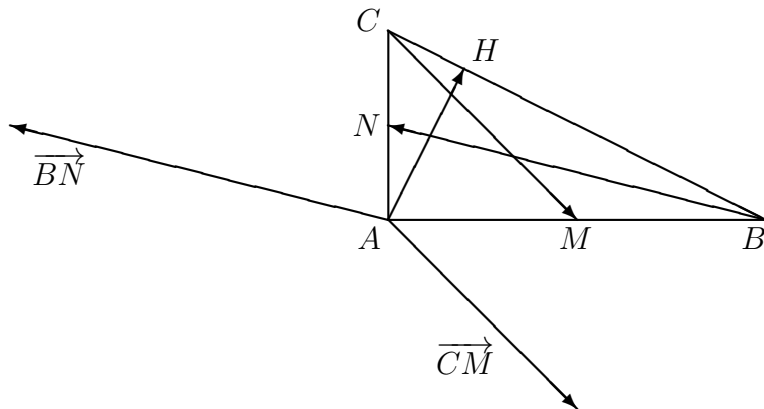
Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.
Отложим интересующие нас векторы от точки A .



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.
Отложим интересующие нас векторы от точки A .

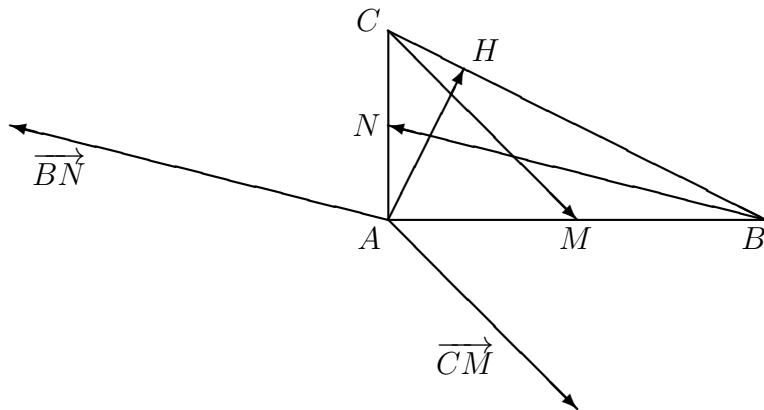


Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.

Отложим интересующие нас векторы от точки A .

Построим параллелограмм со сторонами, параллельными отрезкам $\overrightarrow{BN}$ и $\overrightarrow{CM}$ или продолжающими их.

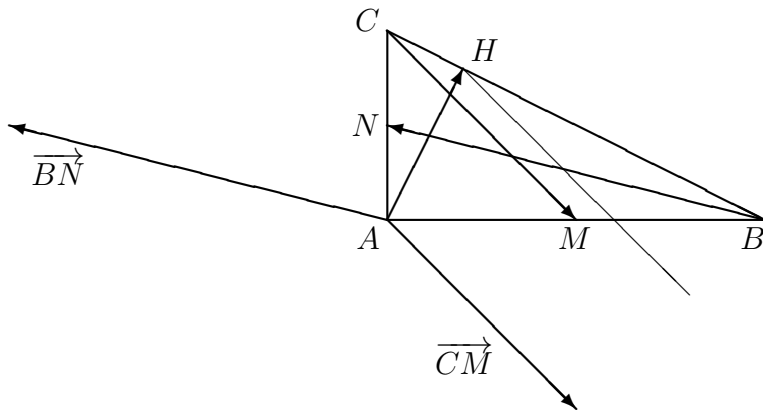


Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.

Отложим интересующие нас векторы от точки A .

Построим параллелограмм со сторонами, параллельными отрезкам $\overrightarrow{BN}$ и $\overrightarrow{CM}$ или продолжающими их.

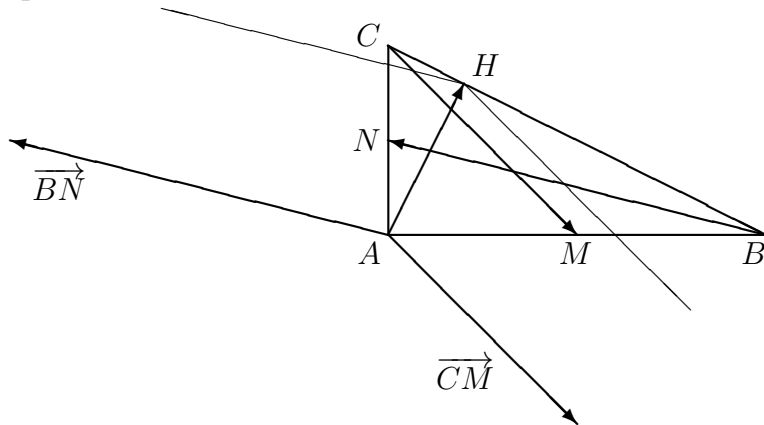


Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.

Отложим интересующие нас векторы от точки A .

Построим параллелограмм со сторонами, параллельными отрезкам $\overrightarrow{BN}$ и $\overrightarrow{CM}$ или продолжающими их.

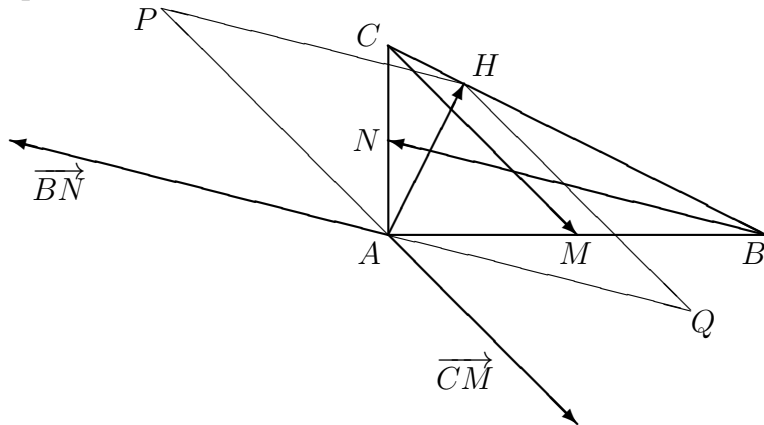


Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.

Отложим интересующие нас векторы от точки A .

Построим параллелограмм со сторонами, параллельными отрезкам $\overrightarrow{BN}$ и $\overrightarrow{CM}$ или продолжающими их.



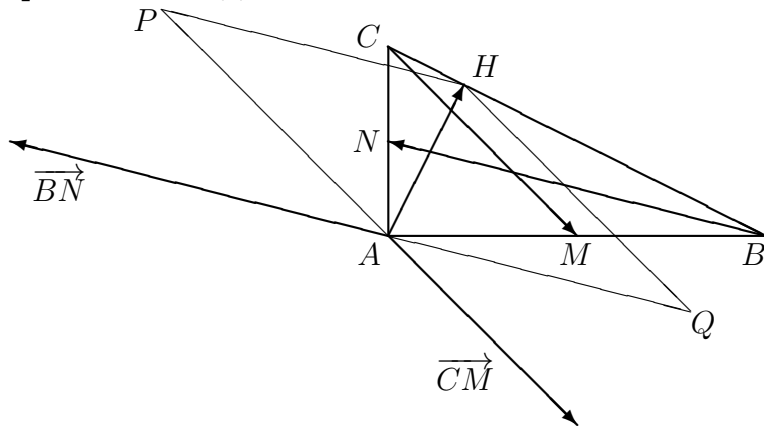
Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.

Отложим интересующие нас векторы от точки A .

Построим параллелограмм со сторонами, параллельными отрезкам $\overrightarrow{BN}$ и $\overrightarrow{CM}$ или продолжающими их.

Из рисунка видно, что $|\overrightarrow{AP}|$ немного больше, чем $|\overrightarrow{CM}|$,



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.

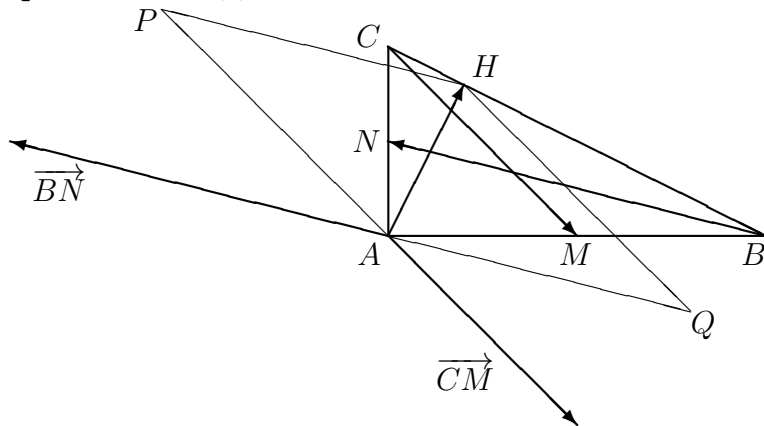
Отложим интересующие нас векторы от точки A .

Построим параллелограмм со сторонами, параллельными отрезкам $\overrightarrow{BN}$ и $\overrightarrow{CM}$ или продолжающими их.

Из рисунка видно, что $|\overrightarrow{AP}|$ немного

больше, чем $|\overrightarrow{CM}|$,

и что $|\overrightarrow{AQ}|$ немного меньше, чем $|\overrightarrow{BN}|$.



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.

Отложим интересующие нас векторы от точки A .

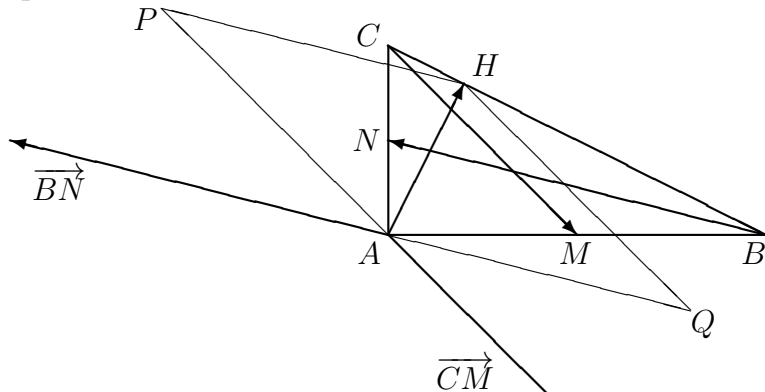
Построим параллелограмм со сторонами, параллельными отрезкам $\overrightarrow{BN}$ и $\overrightarrow{CM}$ или продолжающими их.

Из рисунка видно, что $|\overrightarrow{AP}|$ немного

больше, чем $|\overrightarrow{CM}|$,

и что $|\overrightarrow{AQ}|$ немного меньше, чем $|\overrightarrow{BN}|$.

Значит, в равенстве $\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}$ имеем $\alpha < 0$, $\frac{1}{2} < |\alpha| < 1$, $\beta < 0$, $1 < |\beta| < \frac{3}{2}$.



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-геометрической модели.

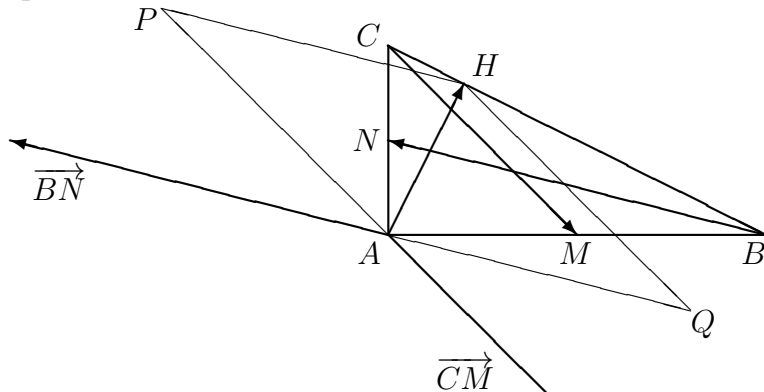
Отложим интересующие нас векторы от точки A .

Построим параллелограмм со сторонами, параллельными отрезкам $\overrightarrow{BN}$ и $\overrightarrow{CM}$ или продолжающими их.

Из рисунка видно, что $|\overrightarrow{AP}|$ немного

больше, чем $|\overrightarrow{CM}|$,

и что $|\overrightarrow{AQ}|$ немного меньше, чем $|\overrightarrow{BN}|$.



Значит, в равенстве $\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}$ имеем $\alpha < 0$, $\frac{1}{2} < |\alpha| < 1$, $\beta < 0$, $1 < |\beta| < \frac{3}{2}$.

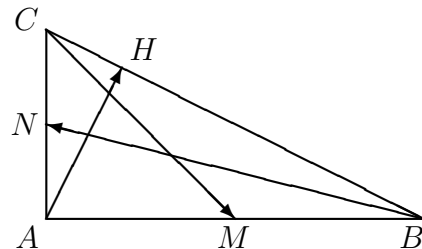
Более точный ответ в рамках векторно-геометрической модели получить можно, но это весьма затруднительно.

Целесообразно получить требуемые значения с помощью **векторно-символической** или **координатной модели**.

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

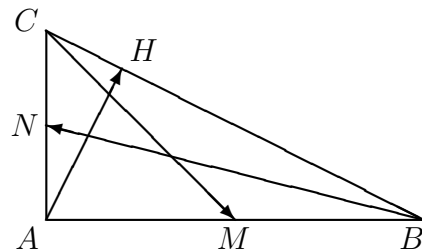
$$\left| \overrightarrow{AB} \right|^2 =$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

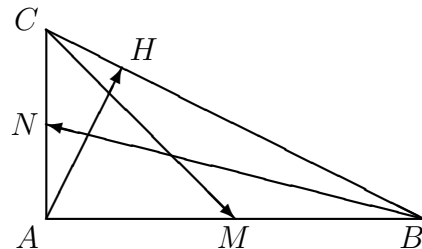
$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 =$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

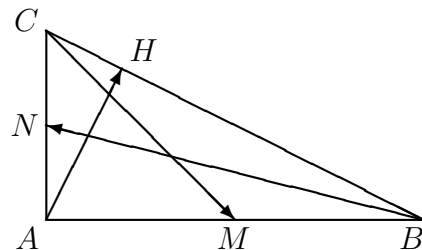
$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2,$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

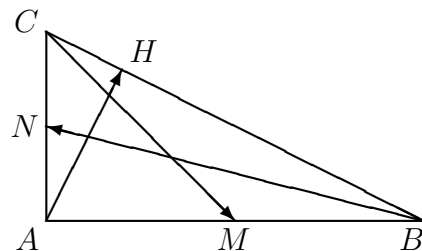
$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \left\{ \right.$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

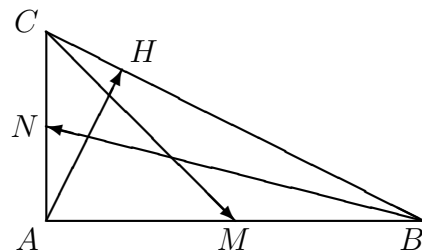
$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \end{array} \right.$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$

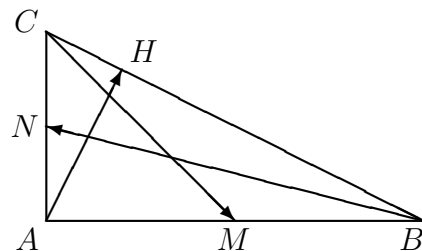


Применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$



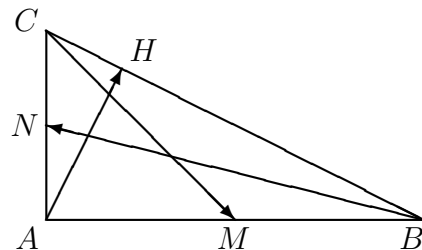
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$



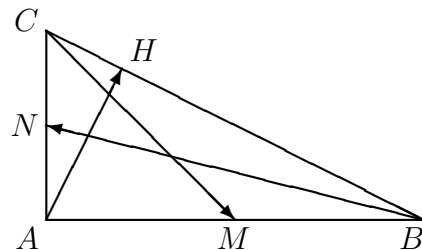
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Разложение вектора.

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$



Применим **стратегию составления уравнений**.

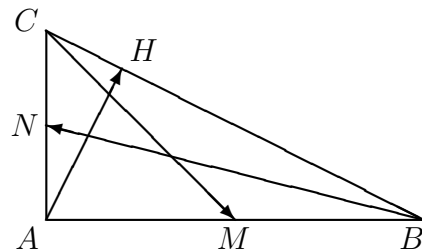
Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ?

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$



Применим **стратегию составления уравнений**.

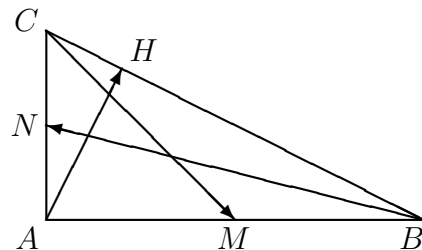
Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? Как линейную комбинацию.

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$



Введём переменные.

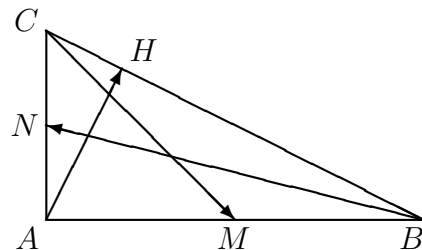
Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? Как линейную комбинацию.

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$



Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами:

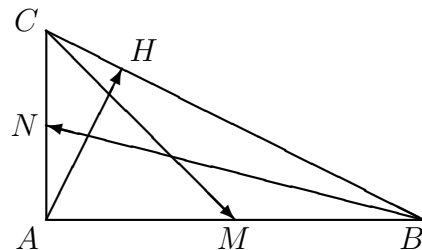
Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? Как линейную комбинацию.

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$



Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\vec{AH} = \alpha \vec{BN} + \beta \vec{CM}$.

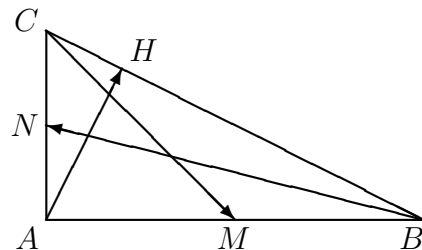
Что надо найти? Разложение вектора.

В каком виде представим ответ? Как линейную комбинацию.

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$

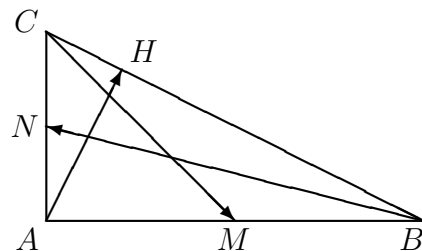


Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\vec{AH} = \alpha \vec{BN} + \beta \vec{CM}$.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$



Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\vec{AH} = \alpha \vec{BN} + \beta \vec{CM}$.

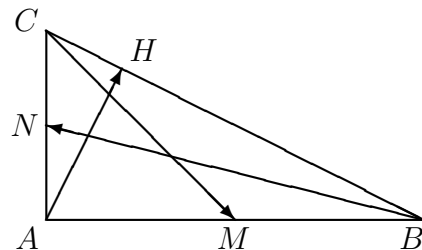
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Вектор $\vec{AH}$ ортогонален к BC , значит, можно двумя способами вычислить $(\vec{AH}, \vec{BC})$:

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$



Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\vec{AH} = \alpha \vec{BN} + \beta \vec{CM}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

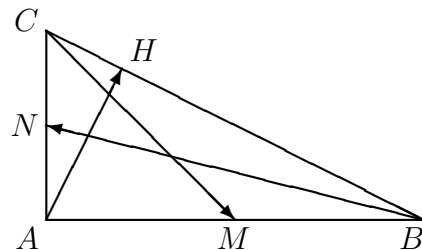
Вектор $\vec{AH}$ ортогонален к BC , значит, можно двумя способами вычислить $(\vec{AH}, \vec{BC})$:

$$\left(\alpha \left(-\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC} \right) + \beta \left(\frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC} \right), \vec{AC} - \vec{AB} \right) = 0 \Rightarrow$$

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$



Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\vec{AH} = \alpha \vec{BN} + \beta \vec{CM}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Вектор $\vec{AH}$ ортогонален к BC , значит, можно двумя способами вычислить $(\vec{AH}, \vec{BC})$:

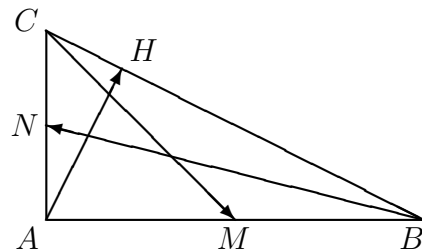
$$\begin{aligned} & \left(\alpha \left(-\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC} \right) + \beta \left(\frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC} \right), \vec{AC} - \vec{AB} \right) = 0 \Rightarrow \\ & \Rightarrow \alpha \left(|\vec{AB}|^2 + \frac{1}{2} |\vec{AC}|^2 \right) + \beta \left(-\frac{1}{2} |\vec{AB}|^2 - |\vec{AC}|^2 \right) = 0. \end{aligned}$$

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$\left| \overrightarrow{AB} \right|^2 = 2^2 \left| \overrightarrow{AC} \right|^2 = 4 \left| \overrightarrow{AC} \right|^2, \quad \begin{cases} \overrightarrow{BN} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \\ \overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}, \end{cases}$$

$$\left\{ \right.$$



Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Вектор $\overrightarrow{AH}$ ортогонален к BC , значит, можно двумя способами вычислить $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BC})$:

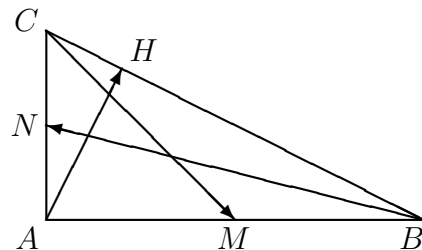
$$\left(\alpha \left(-\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \right) + \beta \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \right), \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha \left(\left| \overrightarrow{AB} \right|^2 + \frac{1}{2} \left| \overrightarrow{AC} \right|^2 \right) + \beta \left(-\frac{1}{2} \left| \overrightarrow{AB} \right|^2 - \left| \overrightarrow{AC} \right|^2 \right) = 0.$$

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$\begin{cases} |\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \\ \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases} \\ 3\alpha - 2\beta = 0, \end{cases}$$



Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\vec{AH} = \alpha \vec{BN} + \beta \vec{CM}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Вектор $\vec{AH}$ ортогонален к BC , значит, можно двумя способами вычислить $(\vec{AH}, \vec{BC})$:

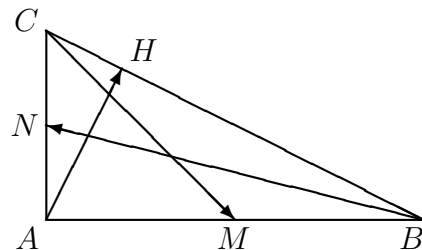
$$\begin{aligned} & \left(\alpha \left(-\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC} \right) + \beta \left(\frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC} \right), \vec{AC} - \vec{AB} \right) = 0 \Rightarrow \\ & \Rightarrow \alpha \left(|\vec{AB}|^2 + \frac{1}{2} |\vec{AC}|^2 \right) + \beta \left(-\frac{1}{2} |\vec{AB}|^2 - |\vec{AC}|^2 \right) = 0. \end{aligned}$$

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$\left| \overrightarrow{AB} \right|^2 = 2^2 \left| \overrightarrow{AC} \right|^2 = 4 \left| \overrightarrow{AC} \right|^2, \quad \begin{cases} \overrightarrow{BN} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \\ \overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 0, \end{cases}$$



Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}$.

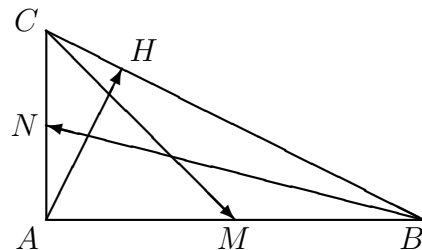
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Вычислим удвоенную площадь $\triangle ABC$:

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$\begin{cases} |\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \\ \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases} \\ 3\alpha - 2\beta = 0, \end{cases}$$



Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\vec{AH} = \alpha \vec{BN} + \beta \vec{CM}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Вычислим удвоенную площадь $\triangle ABC$:

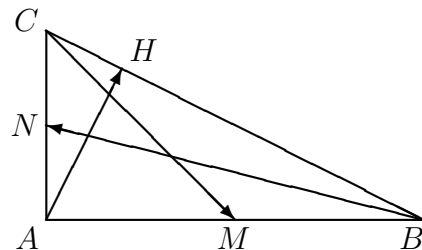
$$|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| = \left| \alpha \left(-\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC} \right) + \beta \left(\frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC} \right) \right| \cdot \sqrt{|\vec{AB}|^2 + |\vec{AC}|^2},$$

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$\left| \overrightarrow{AB} \right|^2 = 2^2 \left| \overrightarrow{AC} \right|^2 = 4 \left| \overrightarrow{AC} \right|^2, \quad \begin{cases} \overrightarrow{BN} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \\ \overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 0, \end{cases}$$



Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Вычислим удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$\left| \overrightarrow{AB} \right| \cdot \left| \overrightarrow{AC} \right| = \left| \alpha \left(-\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \right) + \beta \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \right) \right| \cdot \sqrt{\left| \overrightarrow{AB} \right|^2 + \left| \overrightarrow{AC} \right|^2},$$

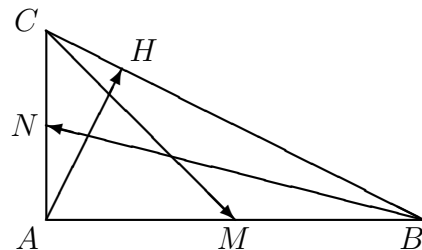
$$2 \left| \overrightarrow{AC} \right|^2 = \sqrt{\left(-\alpha + \frac{\beta}{2} \right)^2 \left| \overrightarrow{AB} \right|^2 + \left(\frac{\alpha}{2} - \beta \right)^2 \left| \overrightarrow{AC} \right|^2} \cdot \left| \overrightarrow{AC} \right| \sqrt{2^2 + 1},$$

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$\left| \overrightarrow{AB} \right|^2 = 2^2 \left| \overrightarrow{AC} \right|^2 = 4 \left| \overrightarrow{AC} \right|^2, \quad \begin{cases} \overrightarrow{BN} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \\ \overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 0, \end{cases}$$



Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Вычислим удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$\left| \overrightarrow{AB} \right| \cdot \left| \overrightarrow{AC} \right| = \left| \alpha \left(-\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \right) + \beta \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \right) \right| \cdot \sqrt{\left| \overrightarrow{AB} \right|^2 + \left| \overrightarrow{AC} \right|^2},$$

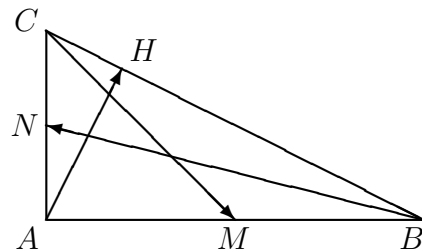
$$2 \left| \overrightarrow{AC} \right|^2 = \sqrt{\left(-\alpha + \frac{\beta}{2} \right)^2 \left| \overrightarrow{AB} \right|^2 + \left(\frac{\alpha}{2} - \beta \right)^2 \left| \overrightarrow{AC} \right|^2} \cdot \left| \overrightarrow{AC} \right| \sqrt{2^2 + 1}, \quad 2 = \sqrt{\frac{17}{4}\alpha^2 - 5\alpha\beta + 2\beta^2} \sqrt{5}.$$

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 0, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 20\alpha\beta + 8\beta^2} = 4, \end{cases}$$



Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\vec{AH} = \alpha\vec{BN} + \beta\vec{CM}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Вычислим удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| = \left| \alpha \left(-\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC} \right) + \beta \left(\frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC} \right) \right| \cdot \sqrt{|\vec{AB}|^2 + |\vec{AC}|^2},$$

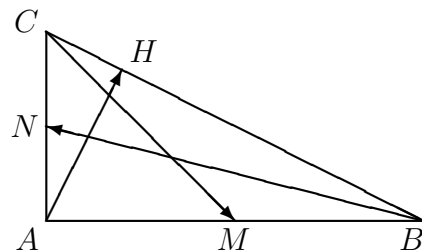
$$2 |\vec{AC}|^2 = \sqrt{\left(-\alpha + \frac{\beta}{2} \right)^2 |\vec{AB}|^2 + \left(\frac{\alpha}{2} - \beta \right)^2 |\vec{AC}|^2} \cdot |\vec{AC}| \sqrt{2^2 + 1}, \quad 2 = \sqrt{\frac{17}{4}\alpha^2 - 5\alpha\beta + 2\beta^2} \sqrt{5}.$$

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 0, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 20\alpha\beta + 8\beta^2} = 4, \\ \beta = \frac{3}{2}\alpha, \end{cases}$$



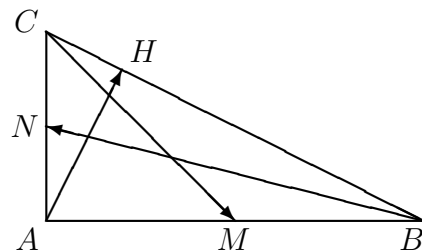
Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\vec{AH} = \alpha\vec{BN} + \beta\vec{CM}$.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 0, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 20\alpha\beta + 8\beta^2} = 4, \\ \beta = \frac{3}{2}\alpha, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 30\alpha^2 + 18\alpha^2} = 4, \end{cases}$$



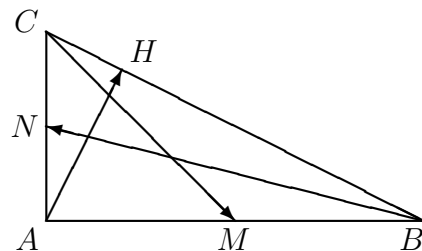
Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\vec{AH} = \alpha\vec{BN} + \beta\vec{CM}$.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 0, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 20\alpha\beta + 8\beta^2} = 4, \\ \beta = \frac{3}{2}\alpha, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 30\alpha^2 + 18\alpha^2} = 4, \end{cases} \quad \left\{ \right.$$



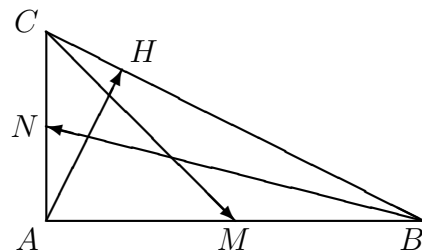
Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\vec{AH} = \alpha\vec{BN} + \beta\vec{CM}$.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 0, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 20\alpha\beta + 8\beta^2} = 4, \\ \beta = \frac{3}{2}\alpha, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 30\alpha^2 + 18\alpha^2} = 4, \end{cases} \quad \begin{cases} \beta = \frac{3}{2}\alpha, \end{cases}$$



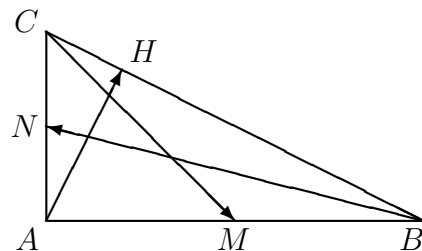
Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\vec{AH} = \alpha\vec{BN} + \beta\vec{CM}$.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 0, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 20\alpha\beta + 8\beta^2} = 4, \\ \beta = \frac{3}{2}\alpha, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 30\alpha^2 + 18\alpha^2} = 4, \end{cases} \quad \begin{cases} \beta = \frac{3}{2}\alpha, \\ 5\alpha = -4, \end{cases}$$



Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\vec{AH} = \alpha\vec{BN} + \beta\vec{CM}$.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

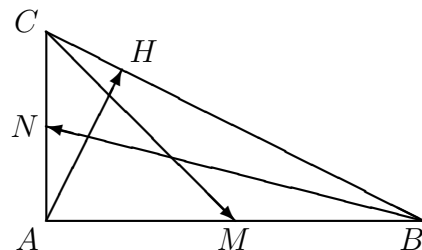
Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке векторно-символической модели.

$$|\vec{AB}|^2 = 2^2 |\vec{AC}|^2 = 4 |\vec{AC}|^2, \quad \begin{cases} \vec{BN} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}, \\ \vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 0, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 20\alpha\beta + 8\beta^2} = 4, \\ \beta = \frac{3}{2}\alpha, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 30\alpha^2 + 18\alpha^2} = 4, \end{cases} \quad \begin{cases} \beta = \frac{3}{2}\alpha, \\ 5\alpha = -4, \end{cases}$$

Ответ. $\boxed{\begin{cases} \beta = -\frac{6}{5}, \\ \alpha = -\frac{4}{5}. \end{cases}}$

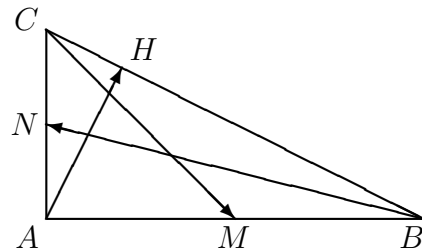


Введём переменные. Обозначим искомые коэффициенты буквами: $\vec{AH} = \alpha\vec{BN} + \beta\vec{CM}$.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

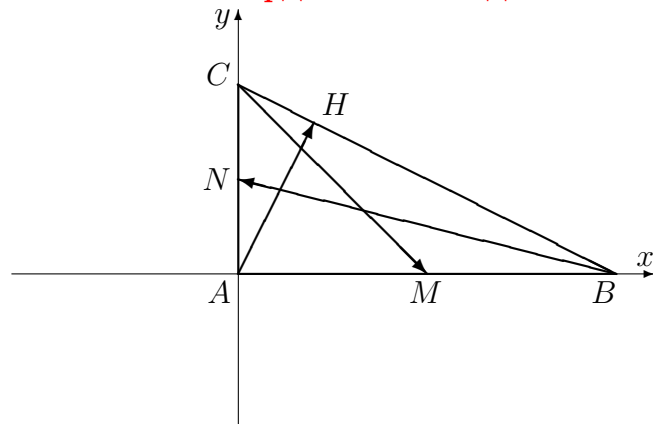
$\overrightarrow{AB}(\quad),$



Введем систему координат. Например, таким образом.

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

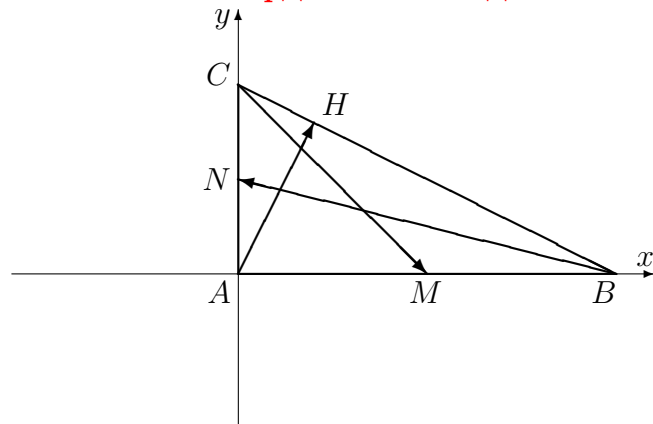
Ответ. На языке координатной модели.
 $\overrightarrow{AB}(\quad),$



Введем систему координат. Например, таким образом.

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

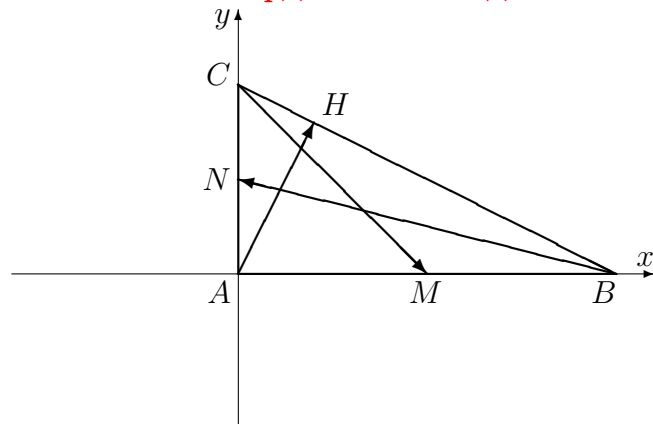
Ответ. На языке координатной модели.
 $\overrightarrow{AB}(4p, 0),$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

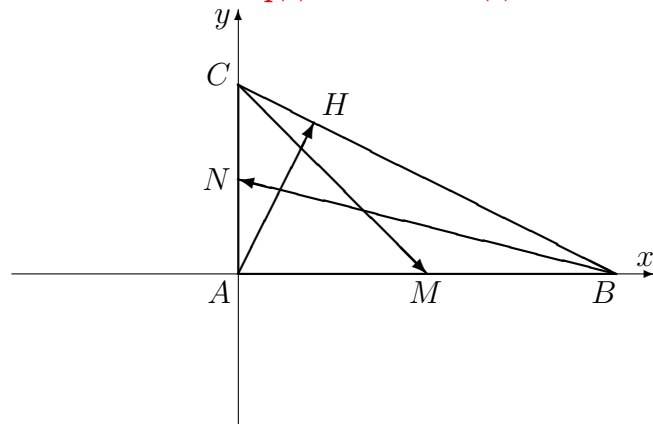
$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(\quad),$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

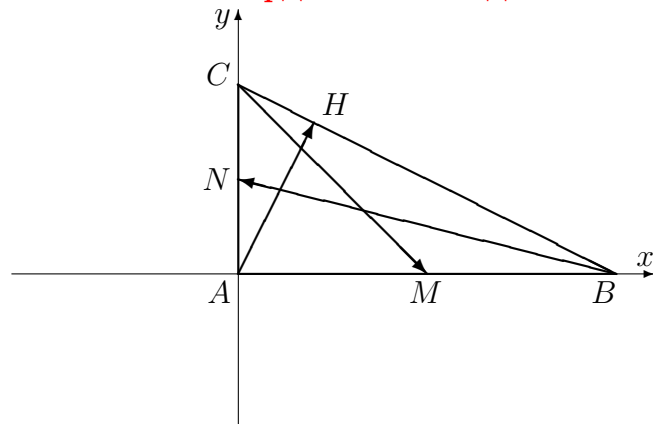
$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p),$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

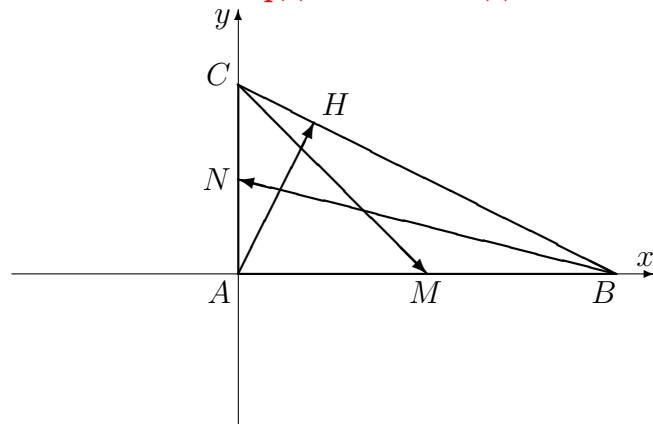
$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(\quad),$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

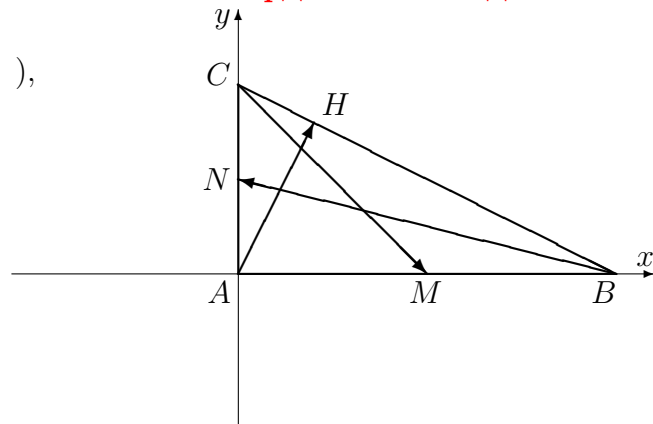
$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p),$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

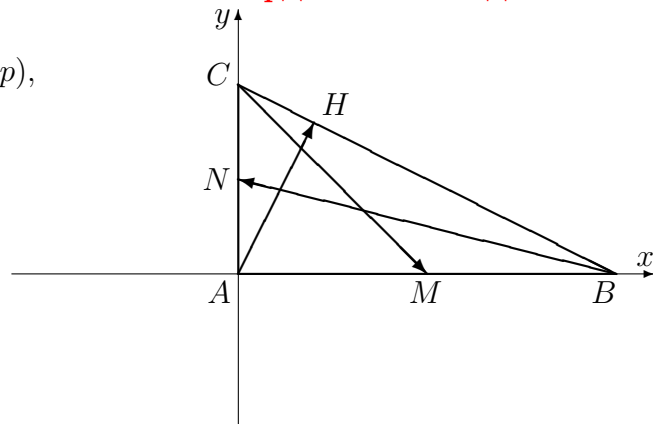
$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(\quad),$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

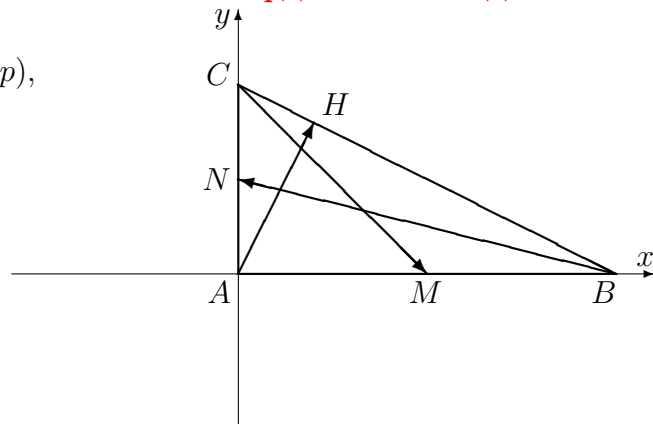


Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

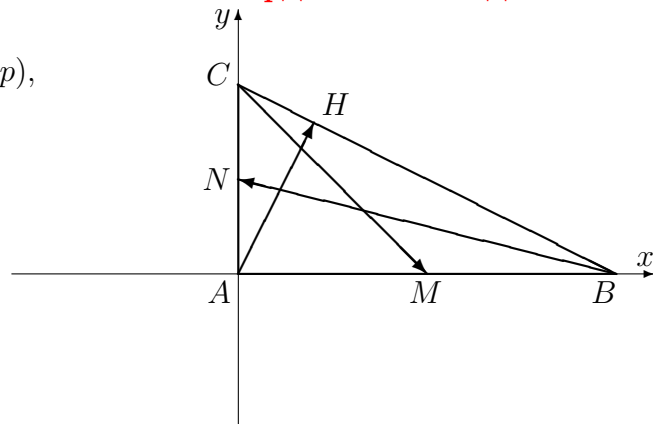
$$\overrightarrow{BC}(\quad),$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p), \\ \overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$



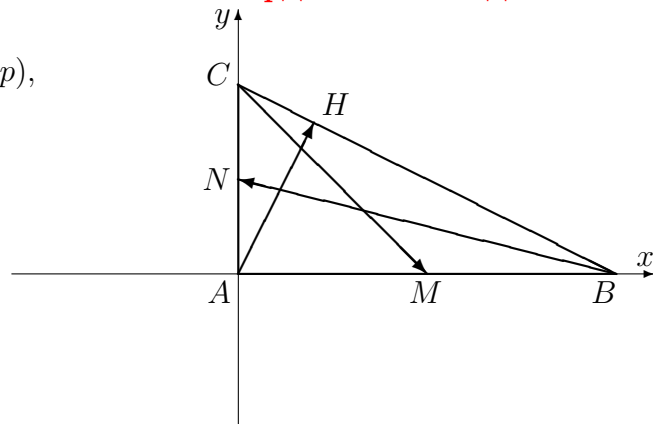
Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} =$$



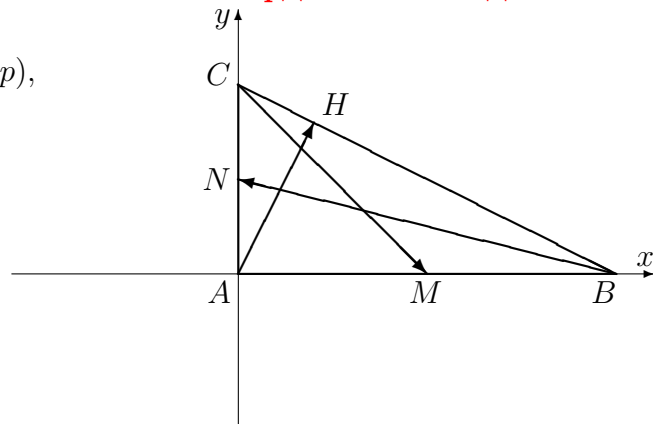
Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}$$



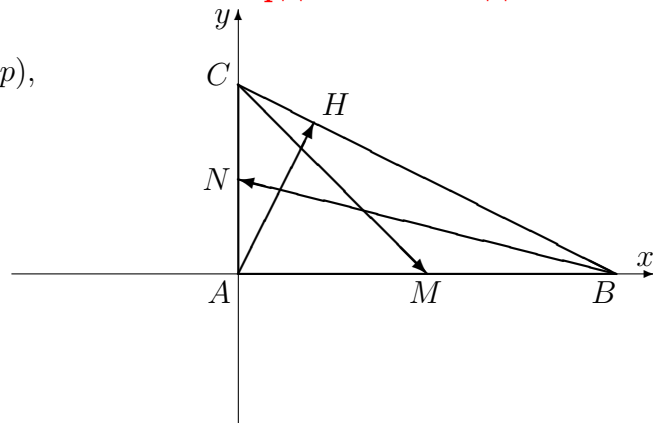
Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(\quad, \quad).$$



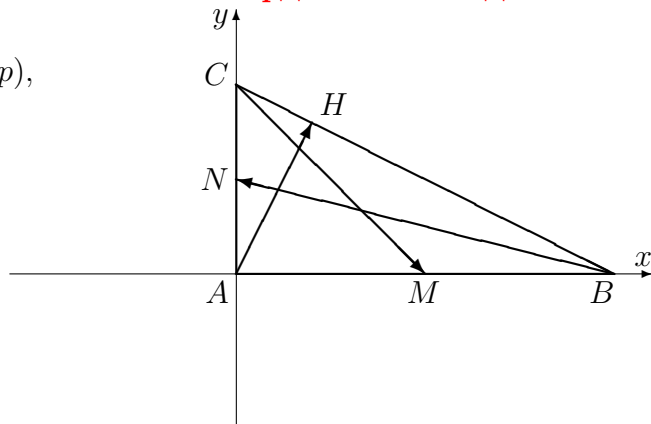
Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$



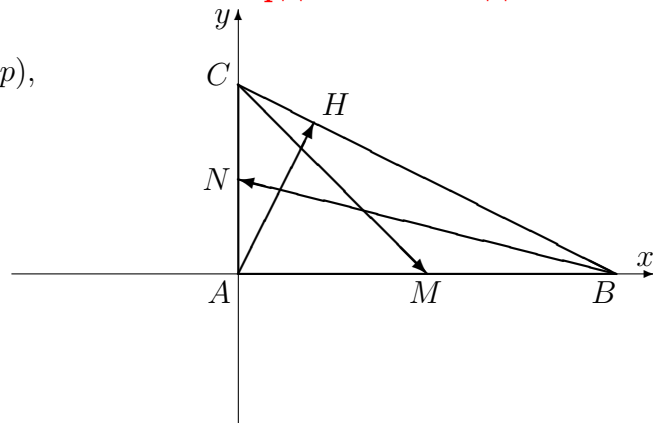
Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$

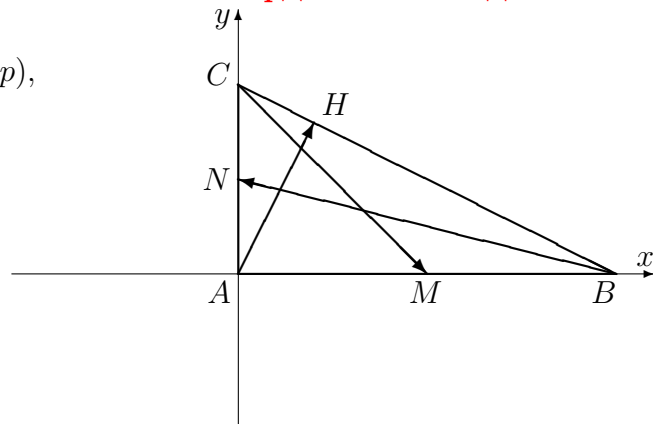


$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AH} \end{pmatrix}$$

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p), \\ \overrightarrow{BC}(-4p, 2p), \\ \overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta). \end{aligned}$$



$$-4p(-4p\alpha + 2p\beta) + 2p(p\alpha - 2p\beta) \begin{pmatrix} \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AH} \end{pmatrix} =$$

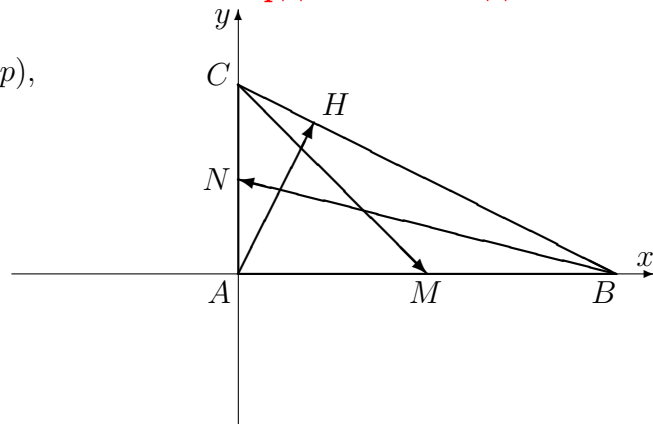
Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$



$$-4p(-4p\alpha + 2p\beta) + 2p(p\alpha - 2p\beta) \stackrel{(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AH})}{=} 0,$$

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

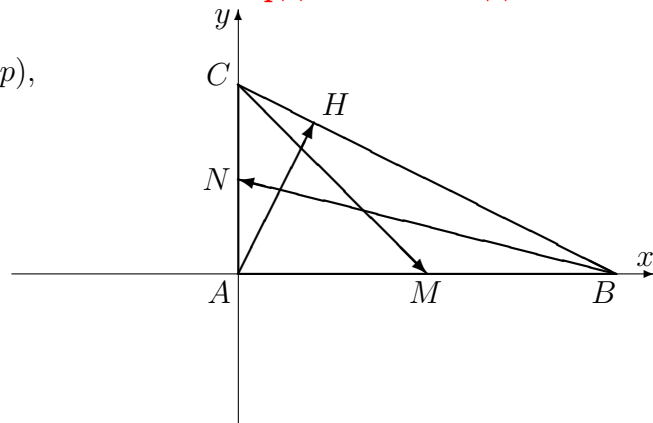
Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$

{



$$-4p(-4p\alpha + 2p\beta) + 2p(p\alpha - 2p\beta) \stackrel{(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AH})}{=} 0,$$

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

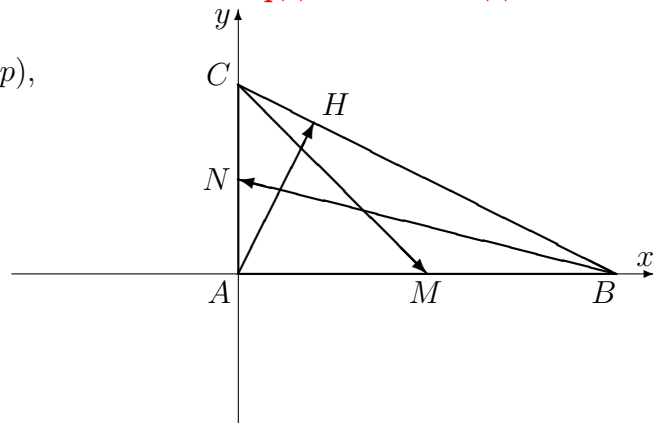
$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$

$$\begin{cases} 18\alpha - 12\beta = 0, \\ \end{cases}$$

$$-4p(-4p\alpha + 2p\beta) + 2p(p\alpha - 2p\beta) \stackrel{(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AH})}{=} 0,$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

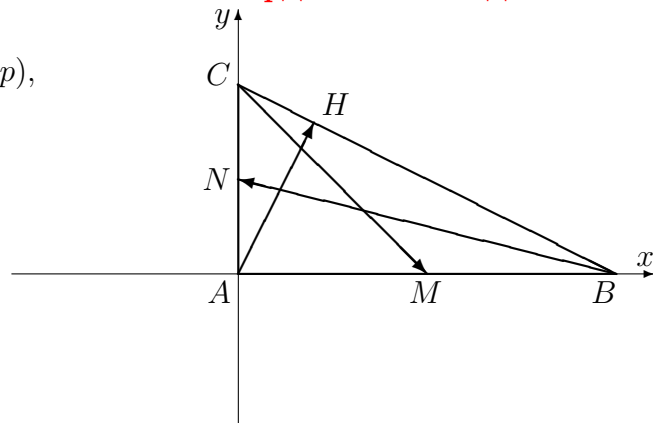
$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$

$$\begin{cases} 18\alpha - 12\beta = 0, \end{cases}$$

$$\underbrace{-4p(-4p\alpha + 2p\beta) + 2p(p\alpha - 2p\beta)}_{2S_{\triangle ABC}} \stackrel{(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AH})}{=} 0,$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

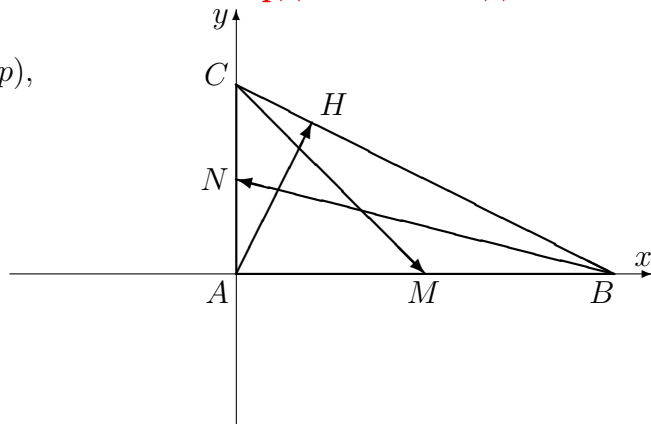
$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$

$$\begin{cases} 18\alpha - 12\beta = 0, \\ \end{cases}$$

$$-4p(-4p\alpha + 2p\beta) + 2p(p\alpha - 2p\beta) \stackrel{(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AH})}{=} 0,$$

$$4p \cdot 2p \stackrel{2S_{\triangle ABC}}{=}$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

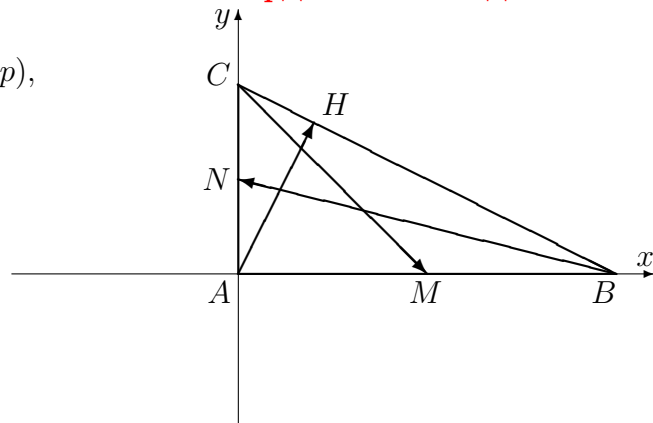
Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$

$$\begin{cases} 18\alpha - 12\beta = 0, \end{cases}$$



$$-4p(-4p\alpha + 2p\beta) + 2p(p\alpha - 2p\beta) \stackrel{(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AH})}{=} 0,$$

$$4p \cdot 2p \stackrel{2S_{\triangle ABC}}{=} \sqrt{(-4p)^2 + (2p)^2} \sqrt{(-4p\alpha + 2p\beta)^2 + (p\alpha - 2p\beta)^2}.$$

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

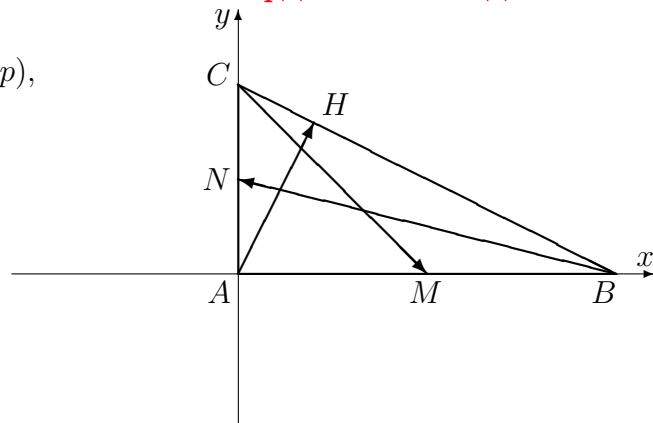
Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$

$$\begin{cases} 18\alpha - 12\beta = 0, \\ 8 = \sqrt{20}\sqrt{17\alpha^2 - 20\alpha\beta + 8\beta^2}, \end{cases}$$



$$-4p(-4p\alpha + 2p\beta) + 2p(p\alpha - 2p\beta) \stackrel{(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AH})}{=} 0,$$

$$4p \cdot 2p \stackrel{2S_{\triangle ABC}}{=} \sqrt{(-4p)^2 + (2p)^2} \sqrt{(-4p\alpha + 2p\beta)^2 + (p\alpha - 2p\beta)^2}.$$

Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

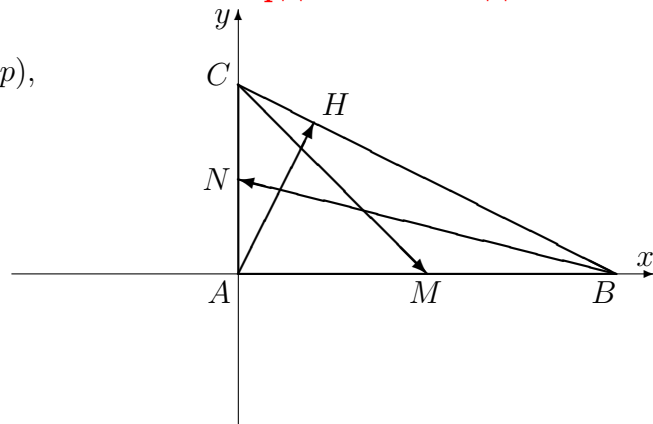
$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$

$$\begin{cases} 18\alpha - 12\beta = 0, \\ 8 = \sqrt{20}\sqrt{17\alpha^2 - 20\alpha\beta + 8\beta^2}, \end{cases}$$

$$\begin{cases}$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

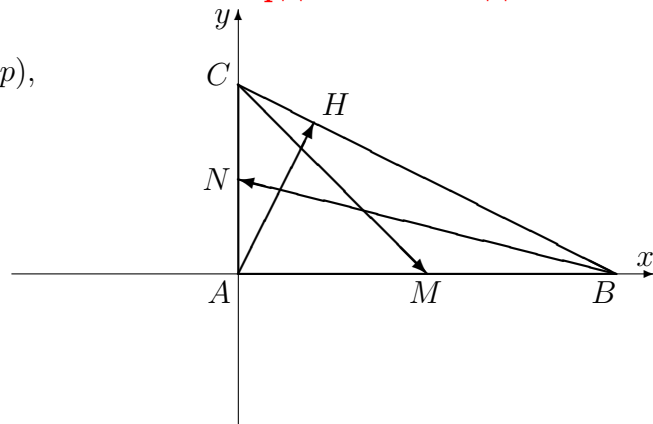
Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$

$$\begin{cases} 18\alpha - 12\beta = 0, \\ 8 = \sqrt{20}\sqrt{17\alpha^2 - 20\alpha\beta + 8\beta^2}, \\ \beta = \frac{3}{2}\alpha, \end{cases}$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

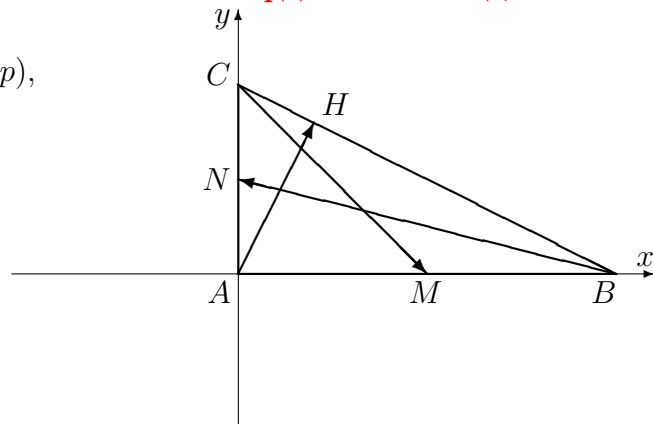
Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$

$$\begin{cases} 18\alpha - 12\beta = 0, \\ 8 = \sqrt{20}\sqrt{17\alpha^2 - 20\alpha\beta + 8\beta^2}, \\ \beta = \frac{3}{2}\alpha, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 30\alpha^2 + 18\alpha^2} = 4, \end{cases}$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

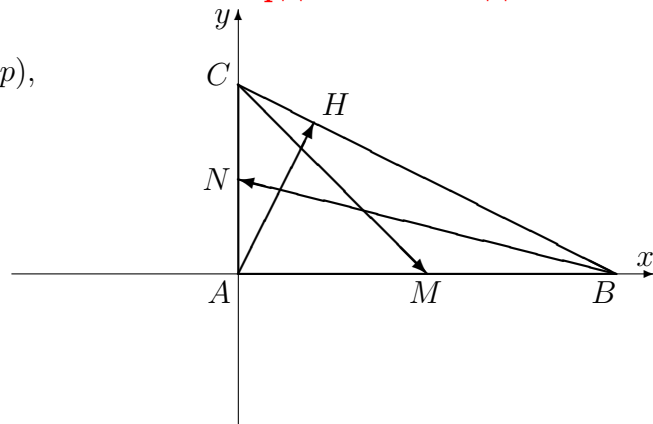
Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$

$$\begin{cases} 18\alpha - 12\beta = 0, \\ 8 = \sqrt{20}\sqrt{17\alpha^2 - 20\alpha\beta + 8\beta^2}, \\ \beta = \frac{3}{2}\alpha, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 30\alpha^2 + 18\alpha^2} = 4, \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta = -\frac{6}{5}, \end{array} \right.$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

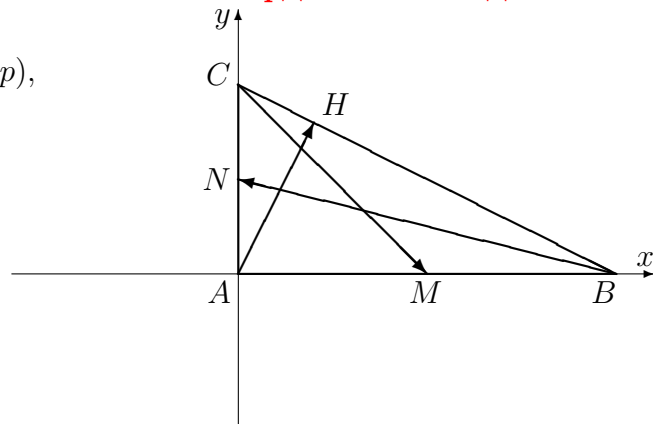
Ответ. На языке координатной модели.

$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$

$$\begin{cases} 18\alpha - 12\beta = 0, \\ 8 = \sqrt{20}\sqrt{17\alpha^2 - 20\alpha\beta + 8\beta^2}, \\ \beta = \frac{3}{2}\alpha, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 30\alpha^2 + 18\alpha^2} = 4, \end{cases} \quad \begin{cases} \beta = -\frac{6}{5}, \\ \alpha = -\frac{4}{5}. \end{cases}$$



Задача 16. В прямоугольном треугольнике один катет в два раза длиннее другого. Найдите разложение высоты, опущенной из прямого угла, в линейную комбинацию медиан, проведенных из вершин к катетам, в терминах трёх **основных моделей**: **векторно-геометрической** (получить приближённый ответ), **векторно-символической** и **координатной моделей**.

Ответ. На языке координатной модели.

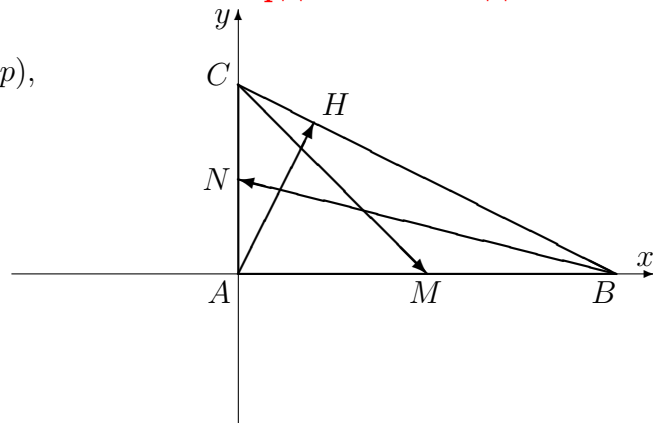
$$\overrightarrow{AB}(4p, 0), \quad \overrightarrow{AC}(0, 2p), \quad \overrightarrow{BN}(-4p, p), \quad \overrightarrow{CM}(2p, -2p),$$

$$\overrightarrow{BC}(-4p, 2p),$$

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{BN} + \beta \overrightarrow{CM}(-4p\alpha + 2p\beta, p\alpha - 2p\beta).$$

$$\begin{cases} 18\alpha - 12\beta = 0, \\ 8 = \sqrt{20}\sqrt{17\alpha^2 - 20\alpha\beta + 8\beta^2}, \\ \beta = \frac{3}{2}\alpha, \\ \sqrt{5}\sqrt{17\alpha^2 - 30\alpha^2 + 18\alpha^2} = 4, \end{cases} \quad \begin{cases} \beta = -\frac{6}{5}, \\ \alpha = -\frac{4}{5}. \end{cases}$$

Итак, $\overrightarrow{AH} = -\frac{6}{5}\overrightarrow{BN} - \frac{4}{5}\overrightarrow{CM}.$



Решение задачи 17.

Задача 17. Вычислите:

- а) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}), [\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}];$
- б) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}), [\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}];$
- в) $(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}), [2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}];$
- г) $(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}), [3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}];$
- д) $(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k})(\vec{i} - \vec{k})(2\vec{i} - 2\vec{j});$
- е) $[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; [\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}]];$
- ё) $[[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}]; 2\vec{i} - 2\vec{j}];$
- ж) $[2\vec{i} - \vec{j}; [2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}]].$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right) = 1 \cdot 3 + (-2) \cdot 1 = 1;$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right) = 1 \cdot 3 + (-2) \cdot 1 = 1;$

Согласно **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$\left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right] =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j})$, $[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}]$;
б) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k})$, $[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}]$;
в) $(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$, $[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}]$;
г) $(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j})$, $[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}]$;
д) $(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k})(\vec{i} - \vec{k})(2\vec{i} - 2\vec{j})$;
е) $[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; [\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}]]$;
ё) $[[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}]; 2\vec{i} - 2\vec{j}]$;
ж) $[2\vec{i} - \vec{j}; [2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}]]$.

Ответ. а) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}) = 1 \cdot 3 + (-2) \cdot 1 = 1$;

Согласно **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j})$, $[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}]$;
б) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k})$, $[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}]$;
в) $(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$, $[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}]$;
г) $(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j})$, $[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}]$;
д) $(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k})(\vec{i} - \vec{k})(2\vec{i} - 2\vec{j})$;
е) $[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; [\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}]]$;
ё) $[[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}]; 2\vec{i} - 2\vec{j}]$;
ж) $[2\vec{i} - \vec{j}; [2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}]]$.

Ответ. а) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}) = 1 \cdot 3 + (-2) \cdot 1 = 1$;

Согласно **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 7\vec{k};$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
- б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
- в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
- г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
- д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
- е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
- ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
- ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right) = 3 + (-2) \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 3,$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right) = 3 + (-2) \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 3,$

$$\left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right] =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right) = 3 + (-2) \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 3,$

$$\left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right) = 3 + (-2) \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 3,$

$$\left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -2\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k};$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j})$, $[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}]$;
б) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k})$, $[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}]$;
в) $(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$, $[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}]$;
г) $(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j})$, $[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}]$;
д) $(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k})(\vec{i} - \vec{k})(2\vec{i} - 2\vec{j})$;
е) $[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; [\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}]]$;
ё) $[[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}]; 2\vec{i} - 2\vec{j}]$;
ж) $[2\vec{i} - \vec{j}; [2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}]]$.

Ответ. б) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}) = 3 + (-2) \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 3$,

$$[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -2\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k};$$

Проверка: $(\vec{i} - 2\vec{j}; -2\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}) = 0$,

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right) = 3 + (-2) \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 3,$

$$\left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -2\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}.$$

Проверка: $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; -2\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}\right) = 0,$

$$\left(3\vec{i} + \vec{k}; -2\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}\right) = 0.$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right) = 6 + 2 + 1 = 9,$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right) = 6 + 2 + 1 = 9,$

$$\left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right] =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right) = 6 + 2 + 1 = 9,$

$$\left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right) = 6 + 2 + 1 = 9,$

$$\left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}.$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right) = 6 + 2 + 1 = 9,$

$$\left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}.$$

Проверка: $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}\right) = 0,$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right) = 6 + 2 + 1 = 9,$

$$\left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}.$$

Проверка: $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}\right) = 0,$

$$\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}\right) = 0.$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
- б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
- в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
- г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
- д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
- е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
- ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
- ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right) = 3p + 2q,$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right) = 3p + 2q,$

$$\left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right] =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right) = 3p + 2q,$

$$\left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -2 & 1 \\ p & -q & 0 \end{vmatrix} =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right) = 3p + 2q,$

$$\left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -2 & 1 \\ p & -q & 0 \end{vmatrix} = q\vec{i} + p\vec{j} + (-3q + 2p)\vec{k}.$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right) = 3p + 2q,$

$$\left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -2 & 1 \\ p & -q & 0 \end{vmatrix} = q\vec{i} + p\vec{j} + (-3q + 2p)\vec{k}.$$

Проверка: $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; q\vec{i} + p\vec{j} + (-3q + 2p)\vec{k}\right) = 0,$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right) = 3p + 2q,$

$$\left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -2 & 1 \\ p & -q & 0 \end{vmatrix} = q\vec{i} + p\vec{j} + (-3q + 2p)\vec{k}.$$

Проверка: $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; q\vec{i} + p\vec{j} + (-3q + 2p)\vec{k}\right) = 0,$

$$\left(p\vec{i} - q\vec{j}; q\vec{i} + p\vec{j} + (-3q + 2p)\vec{k}\right) = 0.$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
- б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
- в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
- г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
- д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
- е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
- ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
- ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right) =$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right) = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right) = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 2;$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right] =$

По формуле «бац—цаб»...

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right] =$
 $= \left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right) - \left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right)\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right) =$

По **формуле «бац—цаб»**...

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right] =$
 $= \left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right) - \left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right)\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right) =$
 $= 8\left(\vec{i} - \vec{k}\right) - 0\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right) =$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right] =$
 $= \left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right) - \left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right)\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right) =$
 $= 8\left(\vec{i} - \vec{k}\right) - 0\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right) = 8\vec{i} - 8\vec{k};$

Можно и «по-честному»...

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right] = 8\vec{i} - 8\vec{k}$

Можно и «по-честному»:

$$\left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right] = 8\vec{i} - 8\vec{k}$

Можно и «по-честному»:

$$\left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right] = 8\vec{i} - 8\vec{k}$

Можно и «по-честному»:

$$\left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}.$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right] = 8\vec{i} - 8\vec{k}$

Можно и «по-честному»:

$$\left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}.$$

Проверка: $\left(\vec{i} - \vec{k}; -2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}\right) = 0,$

Задача 17. Вычислите:

- а) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j})$, $[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}]$;
б) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k})$, $[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}]$;
в) $(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$, $[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}]$;
г) $(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j})$, $[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}]$;
д) $(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k})(\vec{i} - \vec{k})(2\vec{i} - 2\vec{j})$;
е) $[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; [\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}]]$;
ё) $[[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}]; 2\vec{i} - 2\vec{j}]$;
ж) $[2\vec{i} - \vec{j}; [2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}]]$.

Ответ. е) $[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; [\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}]] = 8\vec{i} - 8\vec{k}$

Можно и «по-честному»:

$$[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}.$$

Проверка: $(\vec{i} - \vec{k}; -2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}) = 0$,

$(2\vec{i} - 2\vec{j}; -2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}) = 0$.

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right] = 8\vec{i} - 8\vec{k}$

Можно и «по-честному»: $\left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = -2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k},$

$$\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; -2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}\right] =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right] = 8\vec{i} - 8\vec{k}$

Можно и «по-честному»: $\left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = -2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k},$

$$\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; -2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \end{vmatrix} =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right] = 8\vec{i} - 8\vec{k}$

Можно и «по-честному»: $\left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = -2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k},$

$$\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; -2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 8\vec{i} - 8\vec{k}.$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
- б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
- в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
- г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
- д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right) \left(\vec{i} - \vec{k}\right) \left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
- е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
- ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
- ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] =$

По **свойству антикоммутативности векторного произведения...**

Задача 17. Вычислите:

а) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}), [\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}];$

б) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}), [\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}];$

в) $(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}), [2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}];$

г) $(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}), [3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}];$

д) $(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k})(\vec{i} - \vec{k})(2\vec{i} - 2\vec{j});$

е) $[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; [\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}]];$

ё) $[[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}]; 2\vec{i} - 2\vec{j}];$

ж) $[2\vec{i} - \vec{j}; [2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}]].$

Ответ. ё) $[[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}]; 2\vec{i} - 2\vec{j}] = -[2\vec{i} - 2\vec{j}; [\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}]] =$

По **свойству антикоммутативности векторного произведения...**

Задача 17. Вычислите:

а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j} \right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j} \right];$

б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k} \right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k} \right];$

в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} \right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} \right];$

г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j} \right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j} \right];$

д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \right) \left(\vec{i} - \vec{k} \right) \left(2\vec{i} - 2\vec{j} \right);$

е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j} \right] \right];$

ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k} \right]; 2\vec{i} - 2\vec{j} \right];$

ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k} \right] \right].$

Ответ. ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k} \right]; 2\vec{i} - 2\vec{j} \right] = - \left[2\vec{i} - 2\vec{j}; \left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k} \right] \right] =$

=

По формуле «бац—цаб»...

Задача 17. Вычислите:

а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$

б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$

в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$

г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$

д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right) \left(\vec{i} - \vec{k}\right) \left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$

е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$

ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$

ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = -\left[2\vec{i} - 2\vec{j}; \left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]\right] =$
 $= -\left(\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right) \left(2\vec{i} - 2\vec{j}; \vec{i} - \vec{k}\right) - \left(\vec{i} - \vec{k}\right) \left(2\vec{i} - 2\vec{j}; \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\right) =$

По формуле «бац—цаб»...

Задача 17. Вычислите:

а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$

б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$

в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$

г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$

д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$

е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$

ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$

ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = -\left[2\vec{i} - 2\vec{j}; \left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]\right] =$
 $= -\left(\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}; \vec{i} - \vec{k}\right) - \left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}; \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\right) =$
 $= -\left(2\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right) - 8\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\right) =$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = -\left[2\vec{i} - 2\vec{j}; \left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]\right] =$
 $= -\left(\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}; \vec{i} - \vec{k}\right) - \left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}; \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\right) =$
 $= -\left(2\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right) - 8\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\right) = 6\vec{i} + 6\vec{j} - 10\vec{k}.$

Можно и «честно вычислить»...

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = 6\vec{i} + 6\vec{j} - 10\vec{k}.$

Можно и «честно вычислить»:

$$\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right] =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = 6\vec{i} + 6\vec{j} - 10\vec{k}.$

Можно и «честно вычислить»:

$$\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = 6\vec{i} + 6\vec{j} - 10\vec{k}.$

Можно и «честно вычислить»:

$$\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}.$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = 6\vec{i} + 6\vec{j} - 10\vec{k}.$

Можно и «честно вычислить»: $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right] = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k},$

$$\left[3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = 6\vec{i} + 6\vec{j} - 10\vec{k}.$

Можно и «честно вычислить»: $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right] = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k},$

$$\left[3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = 6\vec{i} + 6\vec{j} - 10\vec{k}.$

Можно и «честно вычислить»: $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right] = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k},$

$$\left[3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 6\vec{i} + 6\vec{j} - 10\vec{k}.$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] =$

=

По формуле «бац—цаб»...

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] =$
 $= \left(2\vec{i} - \vec{j}\right)\left(2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right) - \left(2\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{j}\right) =$

По **формуле «бац—цаб»...**

Задача 17. Вычислите:

- а) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}), [\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}];$
б) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}), [\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}];$
в) $(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}), [2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}];$
г) $(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}), [3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}];$
д) $(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k})(\vec{i} - \vec{k})(2\vec{i} - 2\vec{j});$
е) $[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; [\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}]];$
ё) $[[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}]; 2\vec{i} - 2\vec{j}];$
ж) $[2\vec{i} - \vec{j}; [2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}]].$

Ответ. ж) $[2\vec{i} - \vec{j}; [2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}]] =$
 $= (2\vec{i} - \vec{j})(2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}) - (2\vec{i} - \vec{k})(2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{j}) =$
 $= 4(2\vec{i} - \vec{j}) - 5(2\vec{i} - \vec{k}) =$

Задача 17. Вычислите:

- а) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j})$, $[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}]$;
б) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k})$, $[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}]$;
в) $(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$, $[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}]$;
г) $(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j})$, $[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}]$;
д) $(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k})(\vec{i} - \vec{k})(2\vec{i} - 2\vec{j})$;
е) $[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; [\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}]]$;
ё) $[[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}]; 2\vec{i} - 2\vec{j}]$;
ж) $[2\vec{i} - \vec{j}; [2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}]]$.

Ответ. ж) $[2\vec{i} - \vec{j}; [2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}]] =$
 $= (2\vec{i} - \vec{j})(2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}) - (2\vec{i} - \vec{k})(2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{j}) =$
 $= 4(2\vec{i} - \vec{j}) - 5(2\vec{i} - \vec{k}) = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}.$

Задача 17. Вычислите:

- а) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j})$, $[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}]$;
б) $(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k})$, $[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}]$;
в) $(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$, $[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}]$;
г) $(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j})$, $[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}]$;
д) $(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k})(\vec{i} - \vec{k})(2\vec{i} - 2\vec{j})$;
е) $[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; [\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}]]$;
ё) $[[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}]; 2\vec{i} - 2\vec{j}]$;
ж) $[2\vec{i} - \vec{j}; [2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}]]$.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. ж)} & [2\vec{i} - \vec{j}; [2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}]] = \\ & = (2\vec{i} - \vec{j})(2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}) - (2\vec{i} - \vec{k})(2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{j}) = \\ & = 4(2\vec{i} - \vec{j}) - 5(2\vec{i} - \vec{k}) = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}. \end{aligned}$$

А если «вычислить честно»?

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}.$

«Честные вычисления»:

$$\left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right] =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}.$

«Честные вычисления»:

$$\left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix} =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}.$

«Честные вычисления»:

$$\left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}.$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}.$

«Честные вычисления»: $\left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right] = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k},$

$$\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}.$

«Честные вычисления»: $\left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right] = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k},$
 $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] = \left[2\vec{i} - \vec{j}; \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}\right] =$

$$\left[2\vec{i} - \vec{j}; \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}\right] =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}.$

«Честные вычисления»: $\left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right] = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k},$
 $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] = \left[2\vec{i} - \vec{j}; \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}\right] =$

$$\left[2\vec{i} - \vec{j}; \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}.$

«Честные вычисления»: $\left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right] = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k},$

$$\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] = \left[2\vec{i} - \vec{j}; \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}\right] =$$

$$\left[2\vec{i} - \vec{j}; \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}.$$

Задача 17. Вычислите:

- а) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{j}\right];$
б) $\left(\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right), \quad \left[\vec{i} - 2\vec{j}; 3\vec{i} + \vec{k}\right];$
в) $\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right), \quad \left[2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}; 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}\right];$
г) $\left(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right), \quad \left[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}; p\vec{i} - q\vec{j}\right];$
д) $\left(\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\right)\left(\vec{i} - \vec{k}\right)\left(2\vec{i} - 2\vec{j}\right);$
е) $\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \left[\vec{i} - \vec{k}; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right]\right];$
ё) $\left[\left[\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}; \vec{i} - \vec{k}\right]; 2\vec{i} - 2\vec{j}\right];$
ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right].$

Ответ. ж) $\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}.$

«Честные вычисления»: $\left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right] = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k},$

$$\left[2\vec{i} - \vec{j}; \left[2\vec{i} - \vec{j}; 2\vec{i} - \vec{k}\right]\right] = \left[2\vec{i} - \vec{j}; \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}\right] = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}.$$

Решение задачи 18.

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;
б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p \vec{a} + q \vec{b} + r \vec{c}$.

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ.

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[\right] =$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right], \quad \left[\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right] =$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + \right. , \left. \right] =$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), \right] =$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= [(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k})] =$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = \left[3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k} \right] =$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = \left[3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k} \right] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} =$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} +$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} +$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}.$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}.$

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \right.$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}.$

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} 4 = \end{array} \right.$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}.$

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2\alpha + \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}.$

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2\alpha + \beta + \\ \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}.$

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} 4 = 2\alpha + \beta + 3\gamma, \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}.$

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2\alpha + \beta + 3\gamma, \\ = \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}.$

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2\alpha + \beta + 3\gamma, \\ 6 = \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}.$

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2\alpha + \beta + 3\gamma, \\ 6 = -3\alpha - \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}.$

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2\alpha + \beta + 3\gamma, \\ 6 = -3\alpha - \gamma, \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[\left(2\vec{i} - 3\vec{j} \right) + \left(\vec{i} + \vec{k} \right), \left(3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k} \right) \right] = \left[3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k} \right] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}.$

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2\alpha + \beta + 3\gamma, \\ 6 = -3\alpha - \gamma, \\ = \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}.$

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2\alpha + \beta + 3\gamma, \\ 6 = -3\alpha - \gamma, \\ 6 = \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}.$

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2\alpha + \beta + 3\gamma, \\ 6 = -3\alpha - \gamma, \\ 6 = \beta - \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. а) $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] =$
 $= \left[(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (\vec{i} + \vec{k}), (3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \right] = [3\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}.$

$$[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2\alpha + \beta + 3\gamma, \\ 6 = -3\alpha - \gamma, \\ 6 = \beta - \gamma. \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б)

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] =$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} =$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} +$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} +$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}.$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}.$

$$[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \Leftrightarrow \left\{ \right.$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}.$

$$[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}.$

$$[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2p + \\ \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}.$

$$[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2p + q + \\ \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}.$

$$[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2p + q + 3r, \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}.$

$$[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2p + q + 3r, \\ = \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}.$

$$[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2p + q + 3r, \\ 2 = \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}.$

$$[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2p + q + 3r, \\ 2 = -3p - \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}.$

$$[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2p + q + 3r, \\ 2 = -3p - r, \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}.$

$$[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2p + q + 3r, \\ 2 = -3p - r, \\ = \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}.$

$$[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2p + q + 3r, \\ 2 = -3p - r, \\ 7 = \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}.$

$$[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2p + q + 3r, \\ 2 = -3p - r, \\ 7 = q - \end{cases}$$

Задача 18. $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} (1; 0; 1)$, $\vec{c} (3; -1; -1)$. Составьте систему числовых уравнений, соответствующих векторным равенствам: **а)** $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$;

б) $[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$.

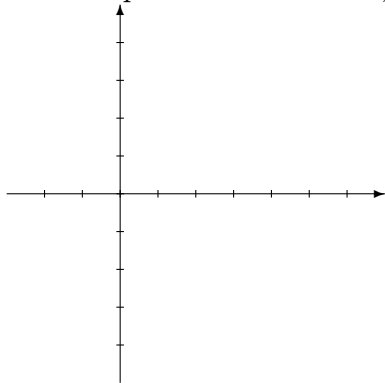
Ответ. б) $[\vec{a}, \vec{c}] = [2\vec{i} - 3\vec{j}, 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}] =$
 $= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}.$

$$[\vec{a}, \vec{c}] = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2p + q + 3r, \\ 2 = -3p - r, \\ 7 = q - r. \end{cases}$$

Решение задачи 19.

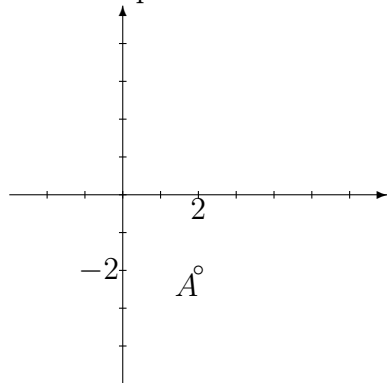
Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.

Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



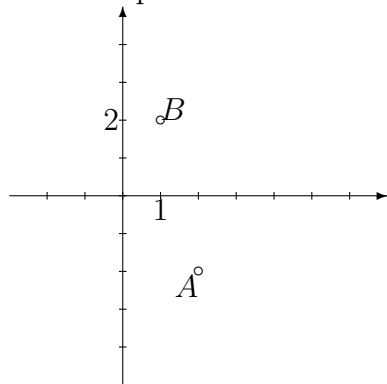
Ответ.

Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



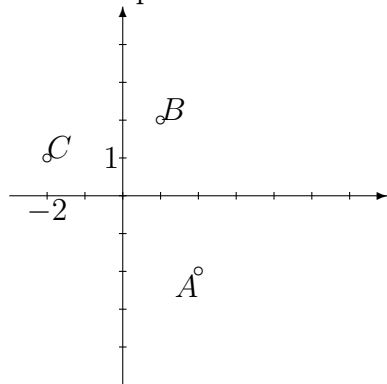
Ответ.

Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



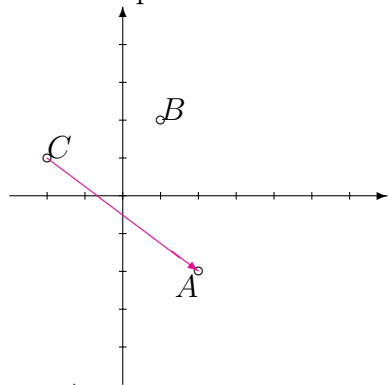
Ответ.

Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



Ответ.

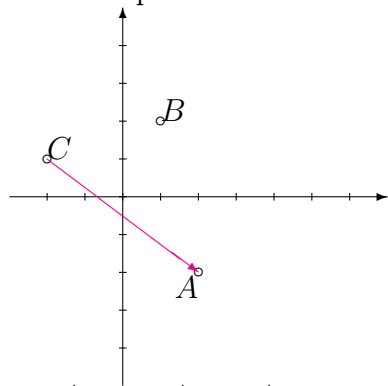
Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



Ответ.

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} =$$

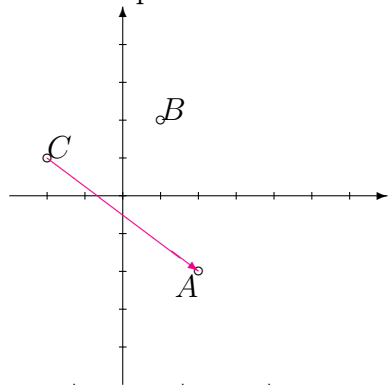
Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



Ответ.

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = (2\vec{i} - 2\vec{j}) - (-2\vec{i} + \vec{j}) =$$

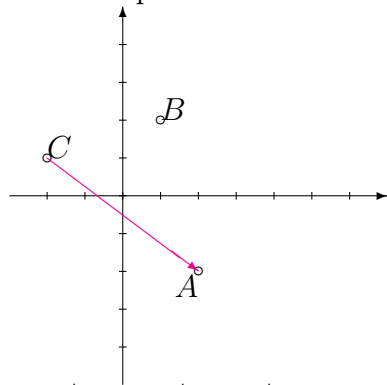
Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



Ответ.

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = (2\vec{i} - 2\vec{j}) - (-2\vec{i} + \vec{j}) = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.

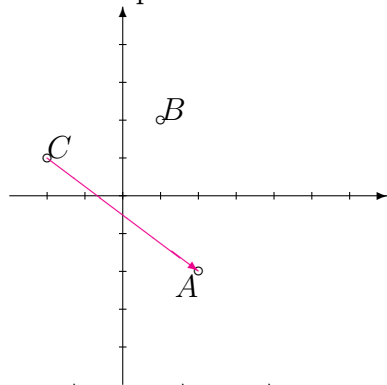


Ответ.

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = (2\vec{i} - 2\vec{j}) - (-2\vec{i} + \vec{j}) = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

На «языке координат»:

Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



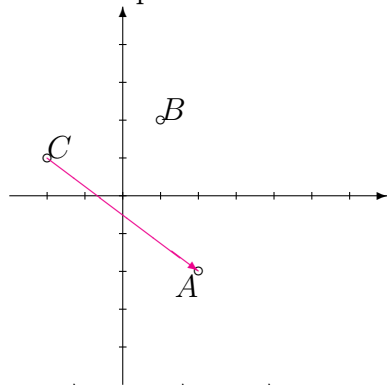
Ответ.

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = (2\vec{i} - 2\vec{j}) - (-2\vec{i} + \vec{j}) = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

На «языке координат»:

$$(2; -2) - (-2; 1) =$$

Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



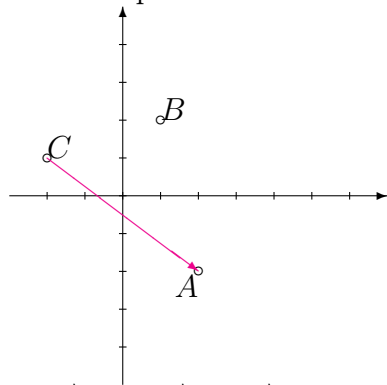
Ответ.

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = (2\vec{i} - 2\vec{j}) - (-2\vec{i} + \vec{j}) = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

На «языке координат»:

$$(2; -2) - (-2; 1) = (4; -3).$$

Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



Ответ.

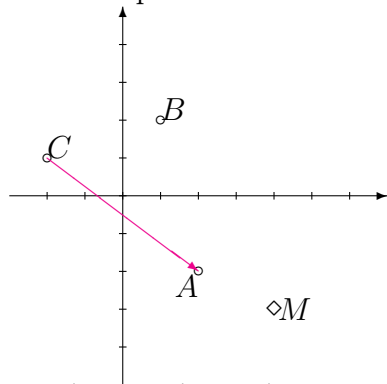
$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = (2\vec{i} - 2\vec{j}) - (-2\vec{i} + \vec{j}) = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

На «языке координат»:

$$(2; -2) - (-2; 1) = (4; -3).$$

Построим точку M .

Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



Ответ.

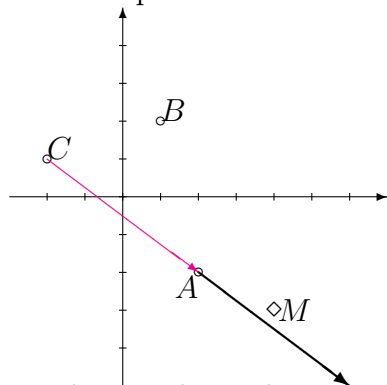
$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = (2\vec{i} - 2\vec{j}) - (-2\vec{i} + \vec{j}) = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

На «языке координат»:

$$(2; -2) - (-2; 1) = (4; -3).$$

Построим точку M .

Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



Ответ.

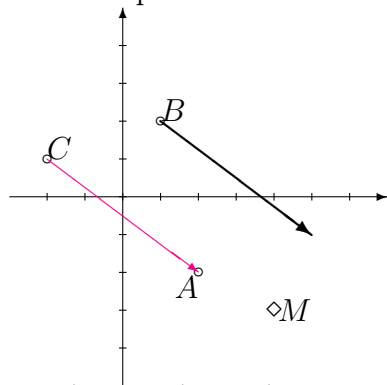
$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = (2\vec{i} - 2\vec{j}) - (-2\vec{i} + \vec{j}) = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

На «языке координат»:

$$(2; -2) - (-2; 1) = (4; -3).$$

Отложили $\overrightarrow{CA}$ от A .

Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



Ответ.

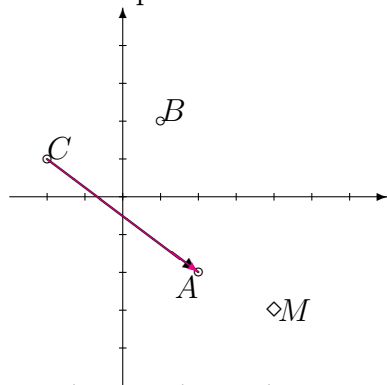
$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = (2\vec{i} - 2\vec{j}) - (-2\vec{i} + \vec{j}) = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

На «языке координат»:

$$(2; -2) - (-2; 1) = (4; -3).$$

Отложили $\overrightarrow{CA}$ от B .

Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



Ответ.

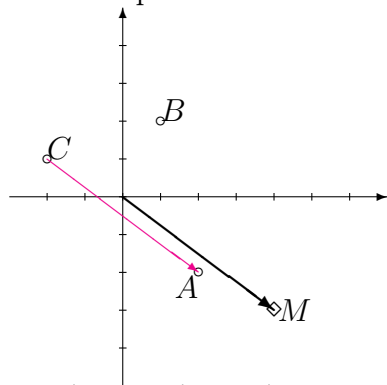
$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = (2\vec{i} - 2\vec{j}) - (-2\vec{i} + \vec{j}) = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

На «языке координат»:

$$(2; -2) - (-2; 1) = (4; -3).$$

Отложили $\overrightarrow{CA}$ от C .

Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



Ответ.

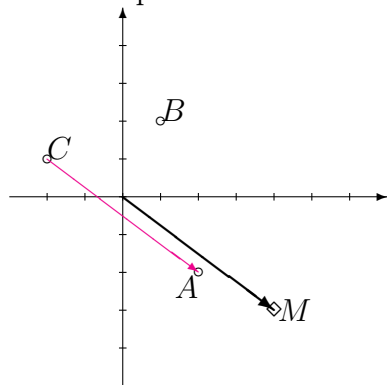
$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = (2\vec{i} - 2\vec{j}) - (-2\vec{i} + \vec{j}) = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

На «языке координат»:

$$(2; -2) - (-2; 1) = (4; -3).$$

Отложили $\overrightarrow{CA}$ от начала координат.

Задача 19. Пусть $A(2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(-2; 1)$. Найдите точку M , координаты которой совпадают с координатами вектора $\overrightarrow{CA}$. Найдите конец направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от точек A , B , C и начала координат.



Ответ.

Таким образом, подтвержден тот факт, что M — это координаты конца направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{CA}$ от начала координат.

Решение задачи 20.

Задача 20. Выясните, лежат ли точки $P(1; 1)$, $Q(-2; -5)$, $R(-1; -3)$ на одной прямой.

Задача 20. Выясните, лежат ли точки $P(1; 1)$, $Q(-2; -5)$, $R(-1; -3)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда коллинеарны векторы, соединяющие эти точки.

Задача 20. Выясните, лежат ли точки $P(1; 1)$, $Q(-2; -5)$, $R(-1; -3)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда коллинеарны векторы, соединяющие эти точки.

$\overrightarrow{PQ}$

Задача 20. Выясните, лежат ли точки $P(1; 1)$, $Q(-2; -5)$, $R(-1; -3)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда коллинеарны векторы, соединяющие эти точки.
 $\overrightarrow{PQ}(-3; -6)$,

Задача 20. Выясните, лежат ли точки $P(1; 1)$, $Q(-2; -5)$, $R(-1; -3)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда коллинеарны векторы, соединяющие эти точки.
 $\overrightarrow{PQ}(-3; -6)$, $\overrightarrow{QR}$

Задача 20. Выясните, лежат ли точки $P(1; 1)$, $Q(-2; -5)$, $R(-1; -3)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда коллинеарны векторы, соединяющие эти точки.
 $\overrightarrow{PQ}(-3; -6)$, $\overrightarrow{QR}(1; 2)$.

Задача 20. Выясните, лежат ли точки $P(1; 1)$, $Q(-2; -5)$, $R(-1; -3)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда коллинеарны векторы, соединяющие эти точки.

$\overrightarrow{PQ}(-3; -6)$, $\overrightarrow{QR}(1; 2)$.

$$\frac{-3}{1} =$$

Задача 20. Выясните, лежат ли точки $P(1; 1)$, $Q(-2; -5)$, $R(-1; -3)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда коллинеарны векторы, соединяющие эти точки.

$$\overrightarrow{PQ}(-3; -6), \quad \overrightarrow{QR}(1; 2).$$
$$\frac{-3}{1} \quad \frac{-6}{2},$$

Задача 20. Выясните, лежат ли точки $P(1; 1)$, $Q(-2; -5)$, $R(-1; -3)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда коллинеарны векторы, соединяющие эти точки.

$\overrightarrow{PQ}(-3; -6)$, $\overrightarrow{QR}(1; 2)$.

$$\frac{-3}{1} = -3 = \frac{-6}{2},$$

Задача 20. Выясните, лежат ли точки $P(1; 1)$, $Q(-2; -5)$, $R(-1; -3)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда коллинеарны векторы, соединяющие эти точки.

$$\overrightarrow{PQ}(-3; -6), \quad \overrightarrow{QR}(1; 2).$$

$$\frac{-3}{1} = -3 = \frac{-6}{2},$$

$$\text{значит, } \overrightarrow{PQ} = (-3)\overrightarrow{QR}.$$

Задача 20. Выясните, лежат ли точки $P(1; 1)$, $Q(-2; -5)$, $R(-1; -3)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда коллинеарны векторы, соединяющие эти точки.

$$\overrightarrow{PQ}(-3; -6), \quad \overrightarrow{QR}(1; 2).$$

$$\frac{-3}{1} = -3 = \frac{-6}{2},$$

$$\text{значит, } \overrightarrow{PQ} = (-3)\overrightarrow{QR}.$$

Следовательно, точки P, Q, R лежат на одной прямой.

Решение задачи 21.

Задача 21. Найти орт вектора $\vec{v}(-6; 2; -3)$.

Задача 21. Найти орт вектора $\vec{v}(-6; 2; -3)$.

Ответ. Орт вектора $\vec{v}$ — это вектор единичной длины, коллинеарный вектору $\vec{v}$ и сонаправленный с ним.

Задача 21. Найти орт вектора $\vec{v}(-6; 2; -3)$.

Ответ. Орт вектора $\vec{v}$ — это вектор единичной длины, коллинеарный вектору $\vec{v}$ и сонаправленный с ним.

Значит, для орта $\vec{w}$ справедливо $\vec{w} = \lambda \vec{v}$.

Задача 21. Найти орт вектора $\vec{v}(-6; 2; -3)$.

Ответ. Орт вектора $\vec{v}$ — это вектор единичной длины, коллинеарный вектору $\vec{v}$ и сонаправленный с ним.

Значит, для орта $\vec{w}$ справедливо $\vec{w} = \lambda \vec{v}$, где $\lambda > 0$.

Вычисляя двумя способами длину орта, получаем уравнение

$$= |\vec{w}| =$$

Задача 21. Найти орт вектора $\vec{v}(-6; 2; -3)$.

Ответ. Орт вектора $\vec{v}$ — это вектор единичной длины, коллинеарный вектору $\vec{v}$ и сонаправленный с ним.

Значит, для орта $\vec{w}$ справедливо $\vec{w} = \lambda \vec{v}$, где $\lambda > 0$.

Вычисляя двумя способами длину орта, получаем уравнение

$$1 = |\vec{w}| =$$

Задача 21. Найти орт вектора $\vec{v}(-6; 2; -3)$.

Ответ. Орт вектора $\vec{v}$ — это вектор единичной длины, коллинеарный вектору $\vec{v}$ и сонаправленный с ним.

Значит, для орта $\vec{w}$ справедливо $\vec{w} = \lambda \vec{v}$, где $\lambda > 0$.

Вычисляя двумя способами длину орта, получаем уравнение

$$1 = |\vec{w}| = |\lambda \vec{v}| =$$

Задача 21. Найти орт вектора $\vec{v}(-6; 2; -3)$.

Ответ. Орт вектора $\vec{v}$ — это вектор единичной длины, коллинеарный вектору $\vec{v}$ и сонаправленный с ним.

Значит, для орта $\vec{w}$ справедливо $\vec{w} = \lambda \vec{v}$, где $\lambda > 0$.

Вычисляя двумя способами длину орта, получаем уравнение

$$1 = |\vec{w}| = |\lambda \vec{v}| = |\lambda| \sqrt{(-6)^2 + 2^2 + (-3)^2}.$$

Задача 21. Найти орт вектора $\vec{v}(-6; 2; -3)$.

Ответ. Орт вектора $\vec{v}$ — это вектор единичной длины, коллинеарный вектору $\vec{v}$ и сонаправленный с ним.

Значит, для орта $\vec{w}$ справедливо $\vec{w} = \lambda \vec{v}$, где $\lambda > 0$.

Вычисляя двумя способами длину орта, получаем уравнение

$$1 = |\vec{w}| = |\lambda \vec{v}| = |\lambda| \sqrt{(-6)^2 + 2^2 + (-3)^2}.$$

Значит, $\vec{w} =$

Задача 21. Найти орт вектора $\vec{v}(-6; 2; -3)$.

Ответ. Орт вектора $\vec{v}$ — это вектор единичной длины, коллинеарный вектору $\vec{v}$ и сонаправленный с ним.

Значит, для орта $\vec{w}$ справедливо $\vec{w} = \lambda \vec{v}$, где $\lambda > 0$.

Вычисляя двумя способами длину орта, получаем уравнение

$$1 = |\vec{w}| = |\lambda \vec{v}| = |\lambda| \sqrt{(-6)^2 + 2^2 + (-3)^2}.$$

Значит, $\vec{w} = \frac{1}{|\vec{v}|} \vec{v} =$

Задача 21. Найти орт вектора $\vec{v}(-6; 2; -3)$.

Ответ. Орт вектора $\vec{v}$ — это вектор единичной длины, коллинеарный вектору $\vec{v}$ и сонаправленный с ним.

Значит, для орта $\vec{w}$ справедливо $\vec{w} = \lambda \vec{v}$, где $\lambda > 0$.

Вычисляя двумя способами длину орта, получаем уравнение

$$1 = |\vec{w}| = |\lambda \vec{v}| = |\lambda| \sqrt{(-6)^2 + 2^2 + (-3)^2}.$$

Значит, $\vec{w} = \frac{1}{|\vec{v}|} \vec{v} = \frac{1}{7} \vec{v} =$

Задача 21. Найти орт вектора $\vec{v}(-6; 2; -3)$.

Ответ. Орт вектора $\vec{v}$ — это вектор единичной длины, коллинеарный вектору $\vec{v}$ и сонаправленный с ним.

Значит, для орта $\vec{w}$ справедливо $\vec{w} = \lambda \vec{v}$, где $\lambda > 0$.

Вычисляя двумя способами длину орта, получаем уравнение

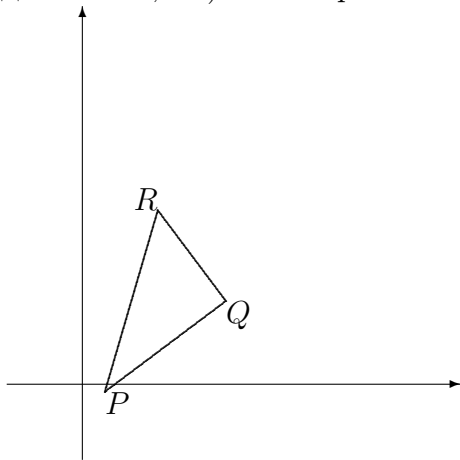
$$1 = |\vec{w}| = |\lambda \vec{v}| = |\lambda| \sqrt{(-6)^2 + 2^2 + (-3)^2}.$$

Значит, $\vec{w} = \frac{1}{|\vec{v}|} \vec{v} = \frac{1}{7} \vec{v} = \frac{-6}{7} \vec{i} + \frac{2}{7} \vec{j} - \frac{3}{7} \vec{k}.$

Решение задачи 22.

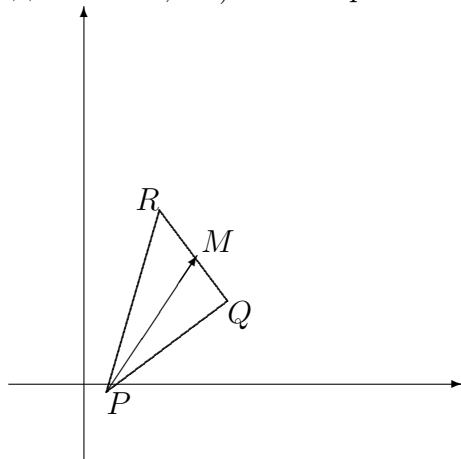
Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .

Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

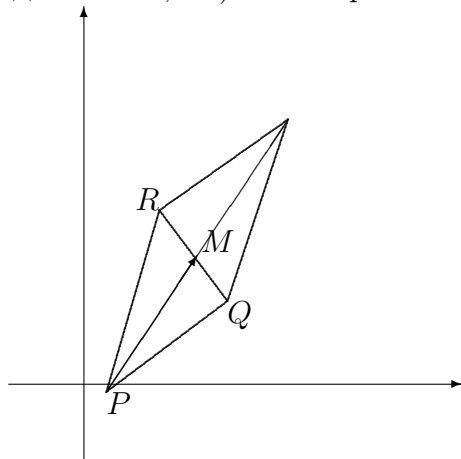
Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

Медиану PM можно рассматривать как

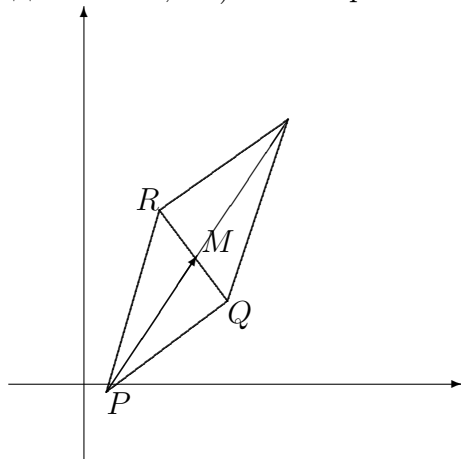
Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

Медиану PM можно рассматривать как

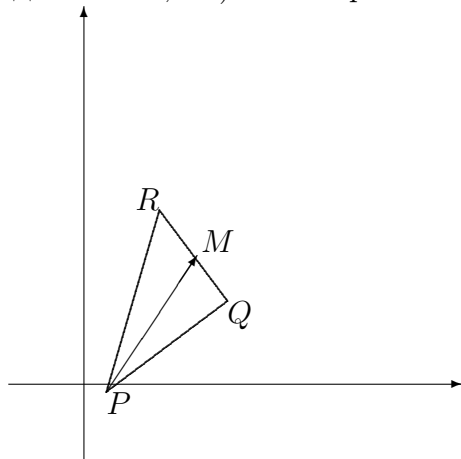
Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

Медиану PM можно рассматривать как половину диагонали параллелепипеда.

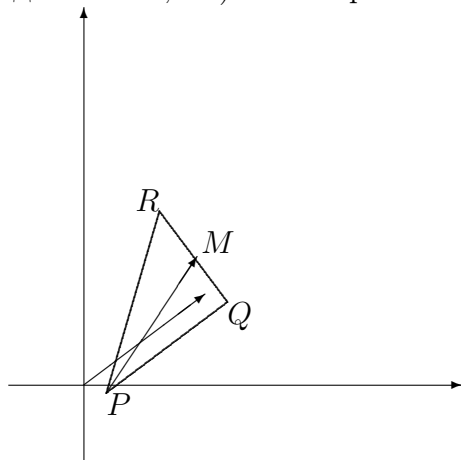
Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

Медиану PM можно рассматривать как половину диагонали параллелепипеда. Сначала найдем координаты векторов $\overrightarrow{PQ}$ () и $\overrightarrow{PR}$ ()

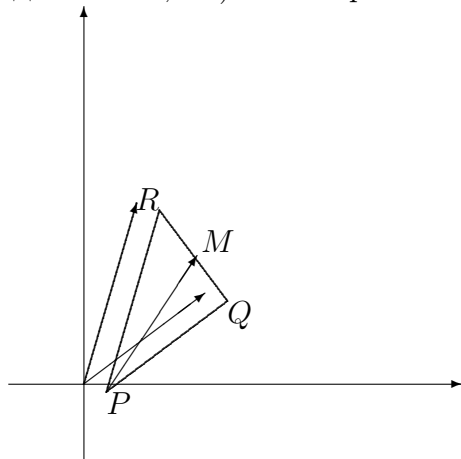
Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

Медиану PM можно рассматривать как половину диагонали параллелепипеда. Сначала найдем координаты векторов $\overrightarrow{PQ}(16; 12)$ и $\overrightarrow{PR}(\quad)$.

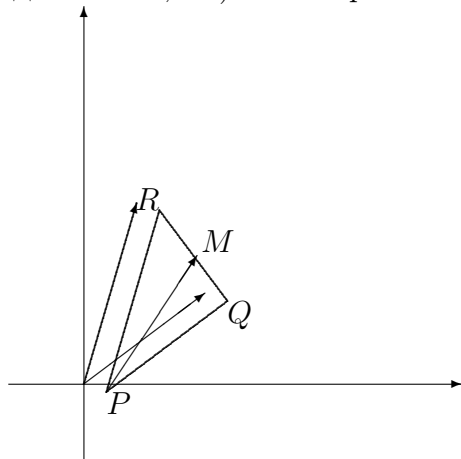
Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

Медиану PM можно рассматривать как половину диагонали параллелепипеда. Сначала найдем координаты векторов $\overrightarrow{PQ}(16; 12)$ и $\overrightarrow{PR}(\quad)$.

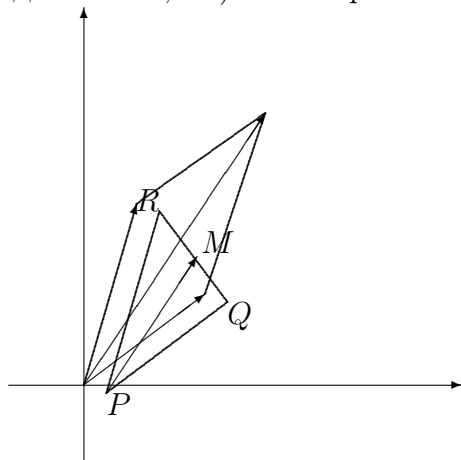
Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

Медиану PM можно рассматривать как половину диагонали параллелепипеда. Сначала найдем координаты векторов $\overrightarrow{PQ}(16; 12)$ и $\overrightarrow{PR}(7; 24)$.

Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



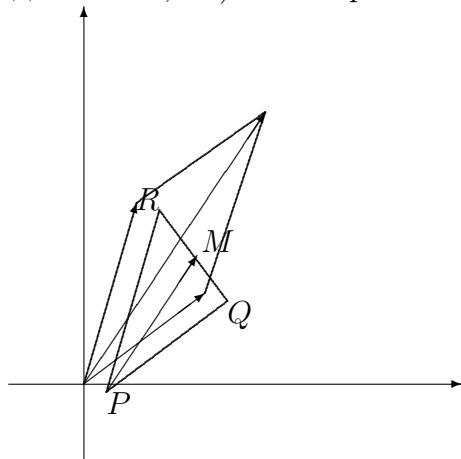
Ответ.

Медиану PM можно рассматривать как половину диагонали параллелепипеда.

Сначала найдем координаты векторов $\overrightarrow{PQ}(16; 12)$ и $\overrightarrow{PR}(7; 24)$.

Наконец, в качестве вектора, коллинеарного $\overrightarrow{PM}$, можно взять

Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

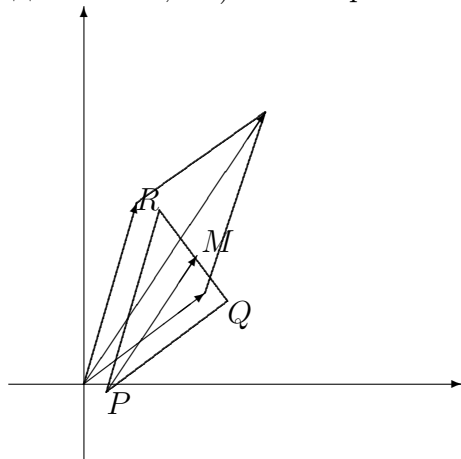
Медиану PM можно рассматривать как половину диагонали параллелепипеда.

Сначала найдем координаты векторов $\overrightarrow{PQ}(16; 12)$ и $\overrightarrow{PR}(7; 24)$.

Наконец, в качестве вектора, коллинеарного $\overrightarrow{PM}$, можно взять

$$\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PR} =$$

Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

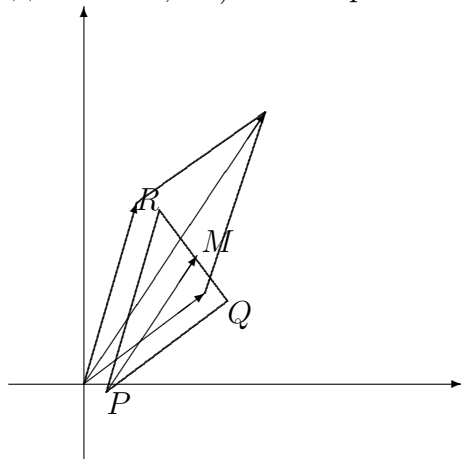
Медиану PM можно рассматривать как половину диагонали параллелепипеда.

Сначала найдем координаты векторов $\overrightarrow{PQ}(16; 12)$ и $\overrightarrow{PR}(7; 24)$.

Наконец, в качестве вектора, коллинеарного $\overrightarrow{PM}$, можно взять

$$\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PR} = (16\vec{i} + 12\vec{j}) + (7\vec{i} + 24\vec{j}) =$$

Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

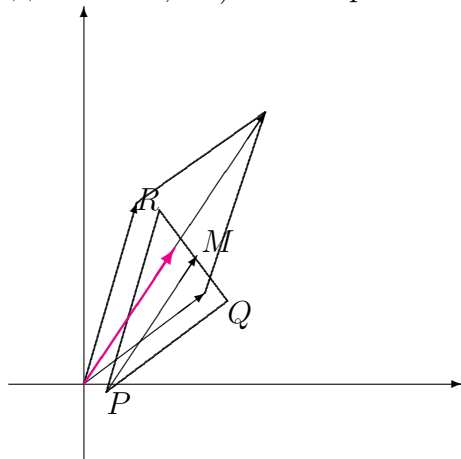
Медиану PM можно рассматривать как половину диагонали параллелепипеда.

Сначала найдем координаты векторов $\overrightarrow{PQ}(16; 12)$ и $\overrightarrow{PR}(7; 24)$.

Наконец, в качестве вектора, коллинеарного $\overrightarrow{PM}$, можно взять

$$\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PR} = (16\vec{i} + 12\vec{j}) + (7\vec{i} + 24\vec{j}) = 23\vec{i} + 36\vec{j}.$$

Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

Медиану PM можно рассматривать как половину диагонали параллелепипеда.

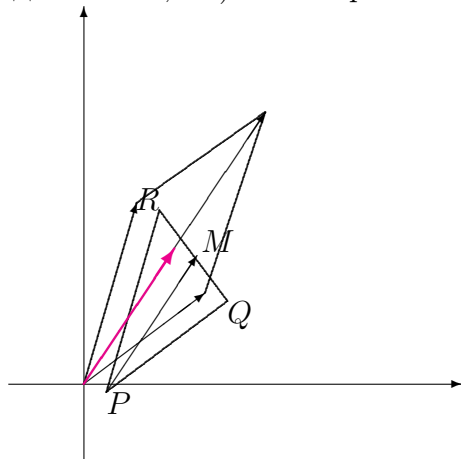
Сначала найдем координаты векторов $\overrightarrow{PQ}(16; 12)$ и $\overrightarrow{PR}(7; 24)$.

Наконец, в качестве вектора, коллинеарного $\overrightarrow{PM}$, можно взять $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PR} = 23\vec{i} + 36\vec{j}$.

Для медианы имеем

$$\overrightarrow{PM} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PR}) =$$

Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

Медиану PM можно рассматривать как половину диагонали параллелепипеда.

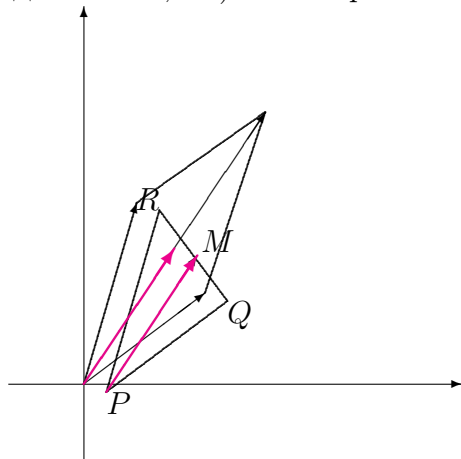
Сначала найдем координаты векторов $\overrightarrow{PQ}(16; 12)$ и $\overrightarrow{PR}(7; 24)$.

Наконец, в качестве вектора, коллинеарного $\overrightarrow{PM}$, можно взять $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PR} = 23\vec{i} + 36\vec{j}$.

Для медианы имеем

$$\overrightarrow{PM} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PR}) = \frac{23}{2}\vec{i} + 18\vec{j}.$$

Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

Медиану PM можно рассматривать как половину диагонали параллелепипеда.

Сначала найдем координаты векторов $\overrightarrow{PQ}(16; 12)$ и $\overrightarrow{PR}(7; 24)$.

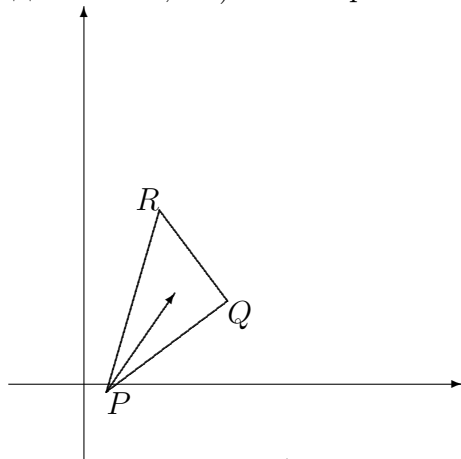
Наконец, в качестве вектора, коллинеарного $\overrightarrow{PM}$, можно взять $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PR} = 23\vec{i} + 36\vec{j}$.

Для медианы имеем $\overrightarrow{PM} = \frac{23}{2}\vec{i} + 18\vec{j}$.

Вектор $\overrightarrow{PM}$ можно отложить от любой точки.

$\left(\frac{23}{2}; 18\right)$ — это координаты конца направленного отрезка, полученного откладыванием вектора $\overrightarrow{PM}$ от начала координат.

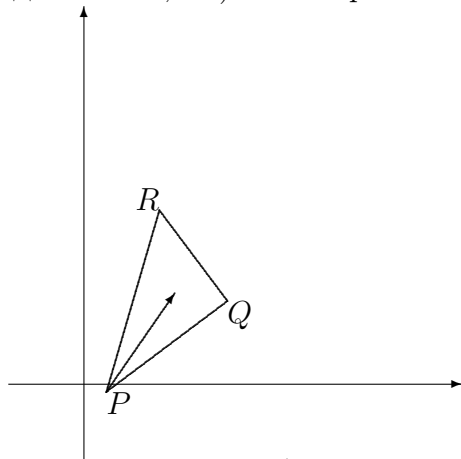
Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

Для задания биссектрисы $\overrightarrow{PM}$ надо, чтобы

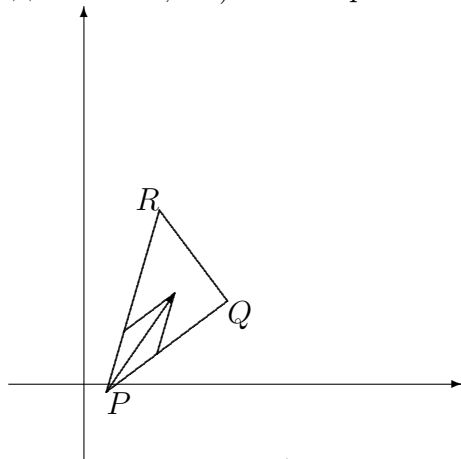
Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

Для задания биссектрисы $\overrightarrow{PM}$ надо, чтобы суммируемые векторы имели одинаковую длину.

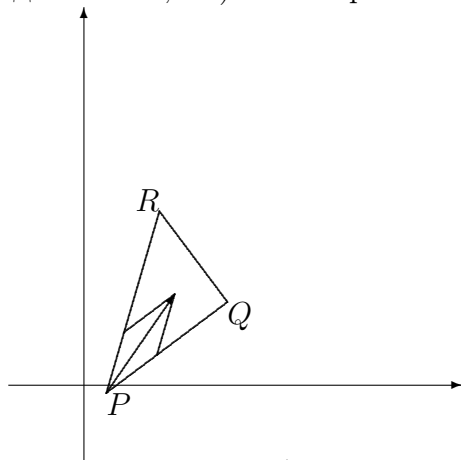
Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

Для задания биссектрисы $\overrightarrow{PM}$ надо, чтобы суммируемые векторы имели одинаковую длину. Например, для получения вектора, коллинеарного биссектрисе, можно суммировать

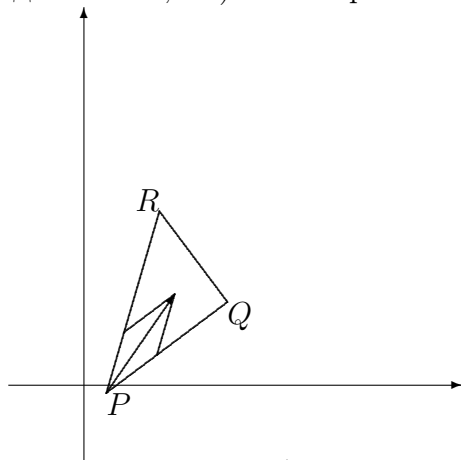
Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

Для задания биссектрисы $\overrightarrow{PM}$ надо, чтобы суммируемые векторы имели одинаковую длину. Например, *для получения вектора, коллинеарного биссектрисе, можно суммировать орты векторов $\overrightarrow{PQ}$ и $\overrightarrow{PR}$:*

Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .

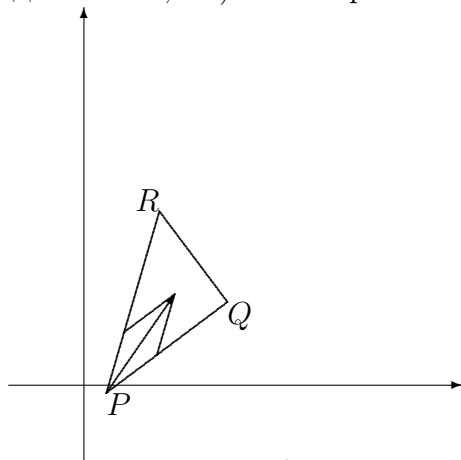


Ответ.

Для задания биссектрисы $\overrightarrow{PB}$ надо, чтобы суммируемые векторы имели одинаковую длину. Например, *для получения вектора, коллинеарного биссектрисе, можно суммировать орты векторов $\overrightarrow{PQ}$ и $\overrightarrow{PR}$:*

$$\frac{1}{|\overrightarrow{PQ}|} \overrightarrow{PQ} + \frac{1}{|\overrightarrow{PR}|} \overrightarrow{PR} =$$

Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .

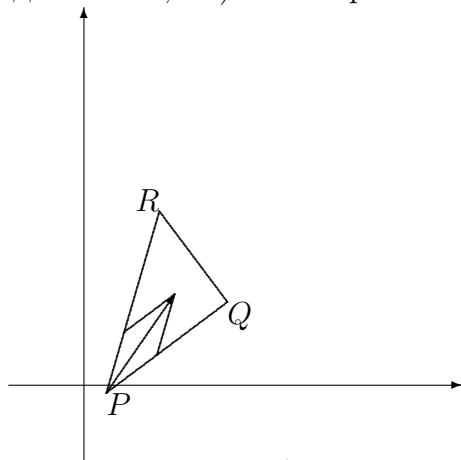


Ответ.

Для задания биссектрисы $\overrightarrow{PM}$ надо, чтобы суммируемые векторы имели одинаковую длину. Например, *для получения вектора, коллинеарного биссектрисе, можно суммировать орты векторов $\overrightarrow{PQ}$ и $\overrightarrow{PR}$:*

$$\frac{1}{|\overrightarrow{PQ}|} \overrightarrow{PQ} + \frac{1}{|\overrightarrow{PR}|} \overrightarrow{PR} = \frac{1}{\sqrt{16^2 + 12^2}} (16 \vec{i} + 12 \vec{j}) + \frac{1}{\sqrt{7^2 + 24^2}} (7 \vec{i} + 24 \vec{j}) =$$

Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .

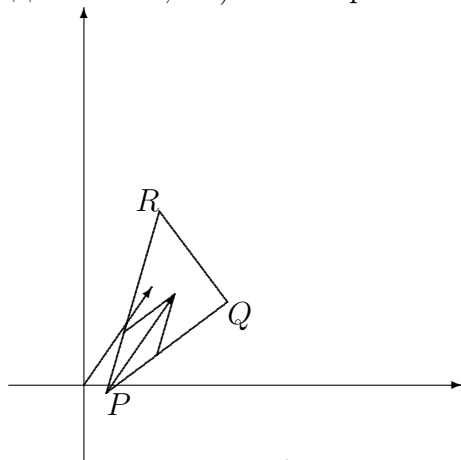


Ответ.

Для задания биссектрисы $\overrightarrow{PM}$ надо, чтобы суммируемые векторы имели одинаковую длину. Например, *для получения вектора, коллинеарного биссектрисе, можно суммировать орты векторов $\overrightarrow{PQ}$ и $\overrightarrow{PR}$:*

$$\begin{aligned} \frac{1}{|\overrightarrow{PQ}|} \overrightarrow{PQ} + \frac{1}{|\overrightarrow{PR}|} \overrightarrow{PR} &= \frac{1}{\sqrt{16^2 + 12^2}} (16 \vec{i} + 12 \vec{j}) + \frac{1}{\sqrt{7^2 + 24^2}} (7 \vec{i} + 24 \vec{j}) = \\ &= \left(\frac{4}{5} + \frac{7}{25} \right) \vec{i} + \left(\frac{3}{5} + \frac{24}{25} \right) \vec{j} = \end{aligned}$$

Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .

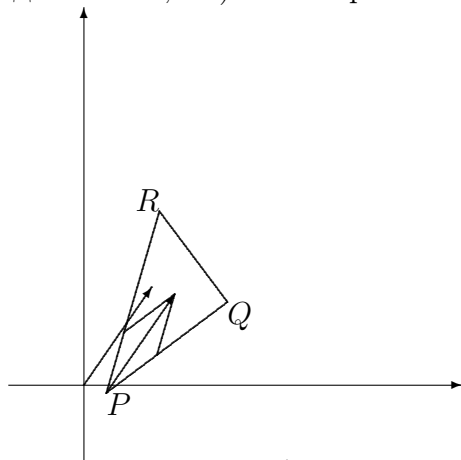


Ответ.

Для задания биссектрисы $\overrightarrow{PM}$ надо, чтобы суммируемые векторы имели одинаковую длину. Например, *для получения вектора, коллинеарного биссектрисе, можно суммировать орты векторов $\overrightarrow{PQ}$ и $\overrightarrow{PR}$:*

$$\begin{aligned} \frac{1}{|\overrightarrow{PQ}|} \overrightarrow{PQ} + \frac{1}{|\overrightarrow{PR}|} \overrightarrow{PR} &= \frac{1}{\sqrt{16^2 + 12^2}} (16 \vec{i} + 12 \vec{j}) + \frac{1}{\sqrt{7^2 + 24^2}} (7 \vec{i} + 24 \vec{j}) = \\ &= \left(\frac{4}{5} + \frac{7}{25} \right) \vec{i} + \left(\frac{3}{5} + \frac{24}{25} \right) \vec{j} = \frac{27}{25} \vec{i} + \frac{39}{25} \vec{j}. \end{aligned}$$

Задача 22. Пусть $P(3; -1)$, $Q(19; 11)$, $R(10; 23)$. Найти какие-либо векторы, коллинеарные а) медиане $\overrightarrow{PM}$; б) биссектрисе $\overrightarrow{PB}$ треугольника PQR .



Ответ.

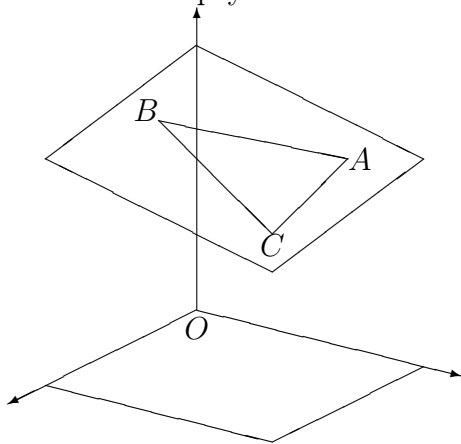
Для задания биссектрисы $\overrightarrow{PM}$ надо, чтобы суммируемые векторы имели одинаковую длину. Например, *для получения вектора, коллинеарного биссектрисе, можно суммировать орты векторов $\overrightarrow{PQ}$ и $\overrightarrow{PR}$:*

$$\frac{1}{|\overrightarrow{PQ}|} \overrightarrow{PQ} + \frac{1}{|\overrightarrow{PR}|} \overrightarrow{PR} = \frac{27}{25} \vec{i} + \frac{39}{25} \vec{j}.$$

Решение задачи 23.

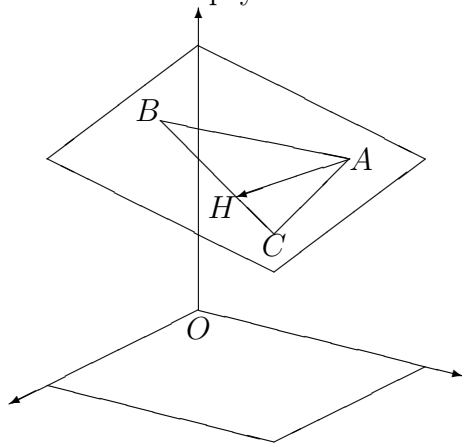
Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

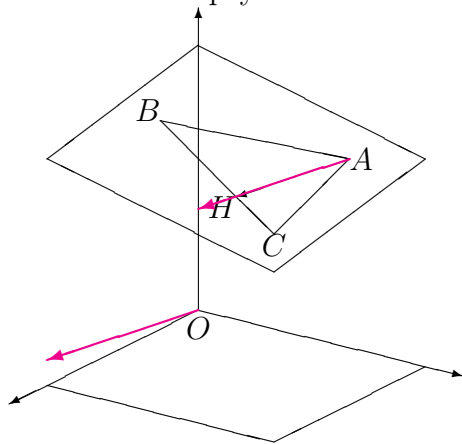
Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

Ясно, что искомый вектор определяется неоднозначно.

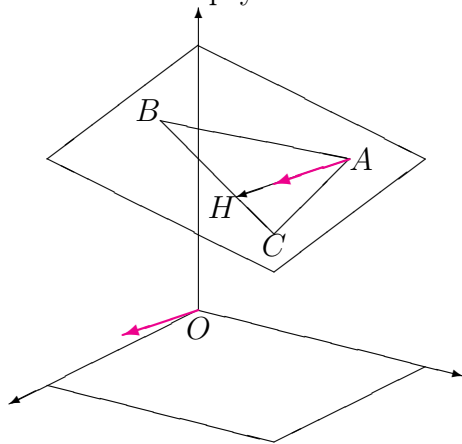
Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

Ясно, что искомый вектор определяется неоднозначно.

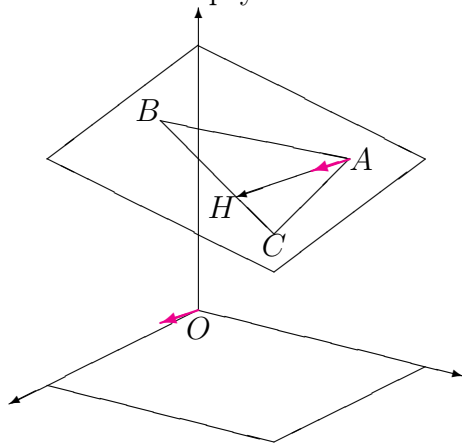
Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

Ясно, что искомый вектор определяется неоднозначно.

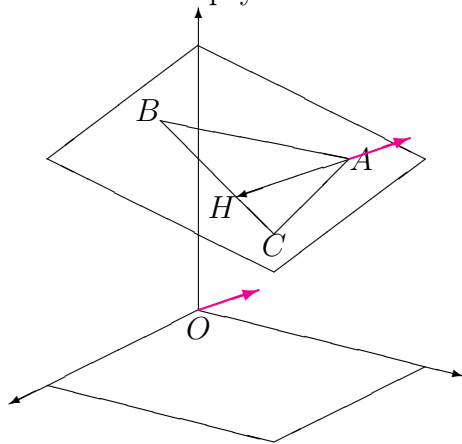
Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

Ясно, что искомый вектор определяется неоднозначно.

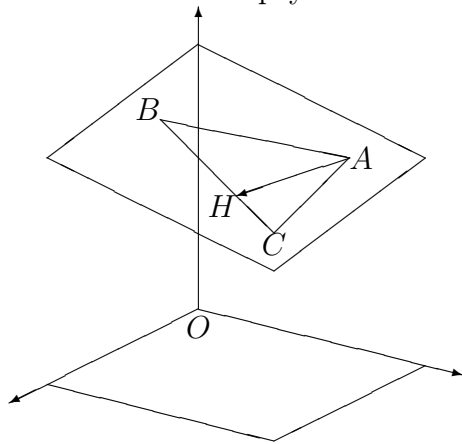
Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

Ясно, что искомый вектор определяется неоднозначно.

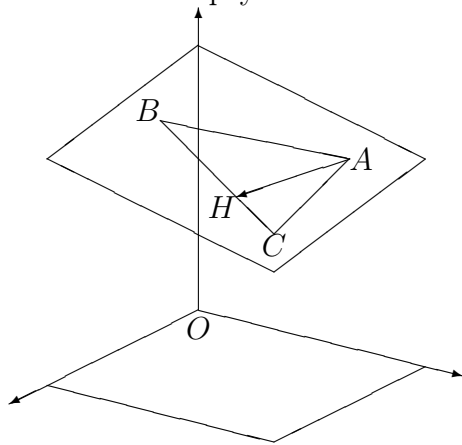
Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AN треугольника ABC .



Ответ.

Искомый вектор можно получить либо с помощью **стратегии составления уравнений**,

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .

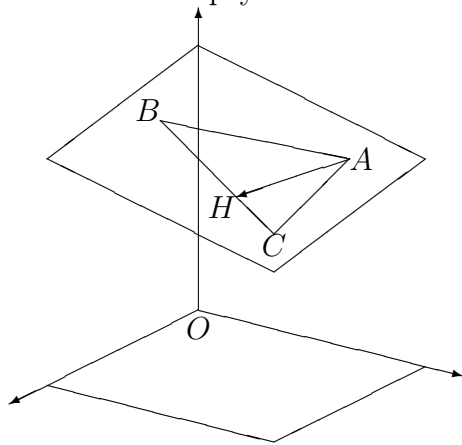


Ответ.

Искомый вектор можно получить либо с помощью **стратегии составления уравнений**,

Представить искомый вектор в виде линейной комбинации известных векторов, например:

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

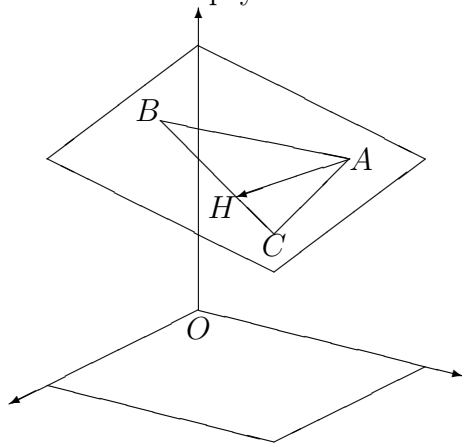
Искомый вектор можно получить либо с помощью **стратегии составления уравнений**,

Представить искомый вектор в виде линейной комбинации известных векторов, например:

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$$

с последующим получением уравнений:

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

Искомый вектор можно получить либо с помощью **стратегии составления уравнений**,

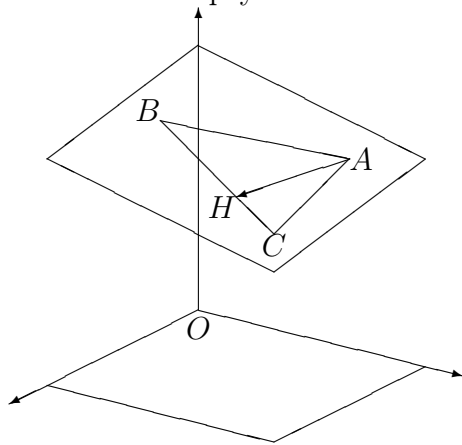
Представить искомый вектор в виде линейной комбинации известных векторов, например:

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$$

с последующим получением уравнений:

ортогональность к $\overrightarrow{BC}$ (одно уравнение),

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

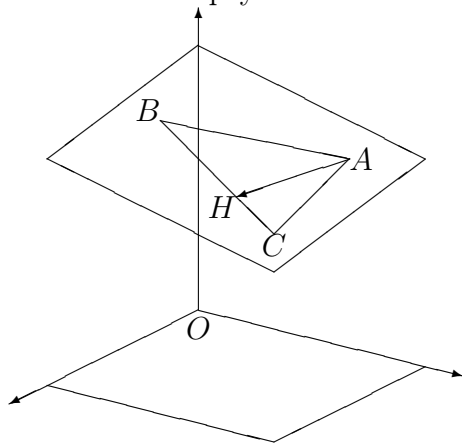
Искомый вектор можно получить либо с помощью **стратегии составления уравнений**,

Представить искомый вектор в виде линейной комбинации известных векторов, например:

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$$

с последующим получением уравнений: ортогональность к $\overrightarrow{BC}$ (одно уравнение), коллинеарность $\overrightarrow{BH}$ и $\overrightarrow{BC}$ (_____).

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

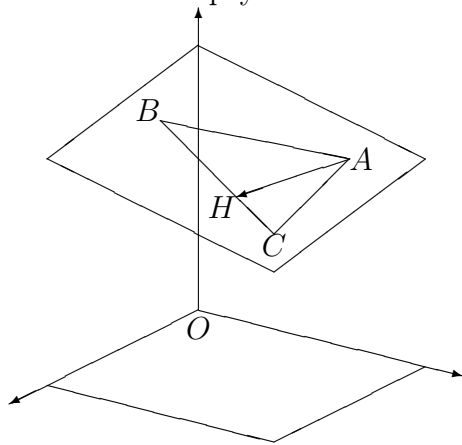
Искомый вектор можно получить либо с помощью **стратегии составления уравнений**,

Представить искомый вектор в виде линейной комбинации известных векторов, например:

$$\overrightarrow{AH} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$$

с последующим получением уравнений: ортогональность к $\overrightarrow{BC}$ (одно уравнение), коллинеарность $\overrightarrow{BH}$ и $\overrightarrow{BC}$ (два уравнения).

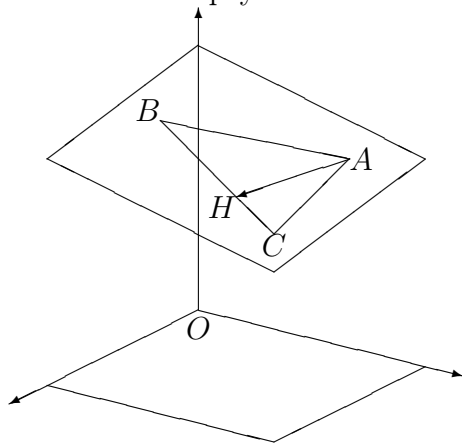
Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

Искомый вектор можно получить либо с помощью стратегии составления уравнений, либо конструктивно, методом восходящего анализа.

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .

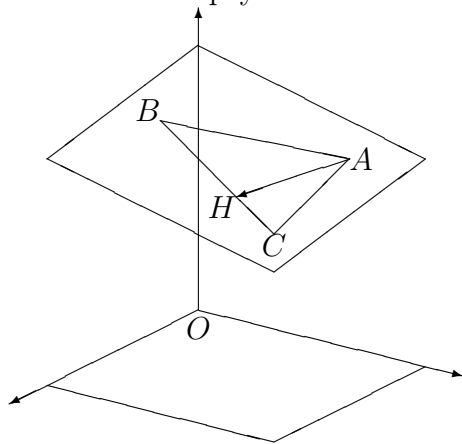


Ответ.

Применим метод восходящего анализа.

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обращаем внимание на векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AH}$ и ортогональные к нему.

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



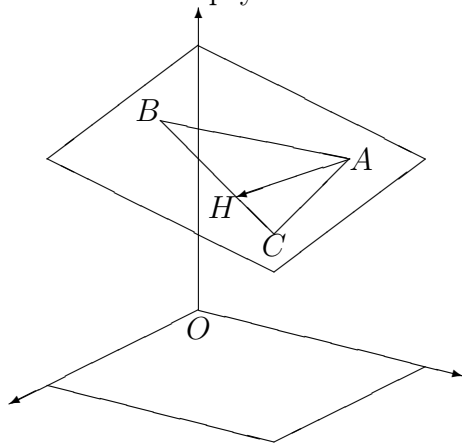
Ответ.

Применим метод восходящего анализа.

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обращаем внимание на векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AH}$ и ортогональные к нему.

Ясно, что $\overrightarrow{BC}$ ортогонален к $\overrightarrow{AH}$. Если найти еще один вектор, ортогональный к $\overrightarrow{AH}$, то искомый вектор можно представить в виде **векторного произведения**.

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

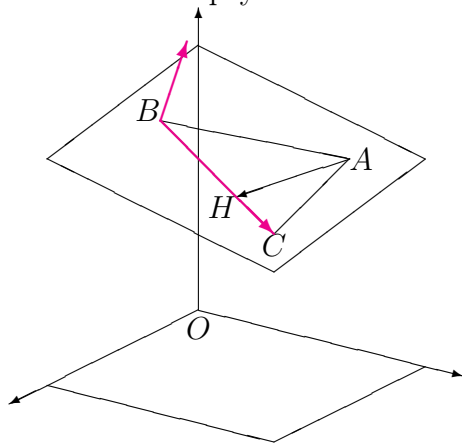
Применим метод восходящего анализа.

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обращаем внимание на векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AH}$ и ортогональные к нему.

Ясно, что $\overrightarrow{BC}$ ортогонален к $\overrightarrow{AH}$. Если найти еще один вектор, ортогональный к $\overrightarrow{AH}$, то иско-
мый вектор можно представить в виде **векторного произведения**.

Среди векторов, ортогональных к $\overrightarrow{AH}$, наиболее перспективен вектор,

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

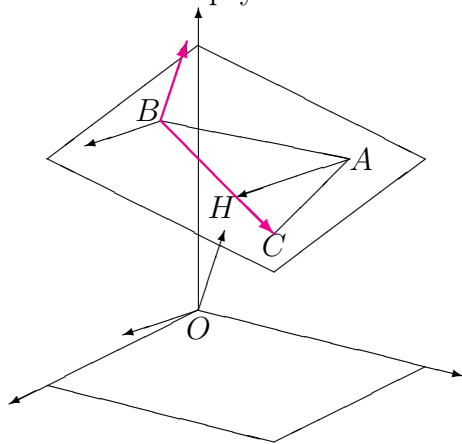
Применим метод восходящего анализа.

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обращаем внимание на векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AH}$ и ортогональные к нему.

Ясно, что $\overrightarrow{BC}$ ортогонален к $\overrightarrow{AH}$. Если найти еще один вектор, ортогональный к $\overrightarrow{AH}$, то иско-мый вектор можно представить в виде **векторного произведения**.

Среди векторов, ортогональных к $\overrightarrow{AH}$, наиболее перспективен вектор,

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

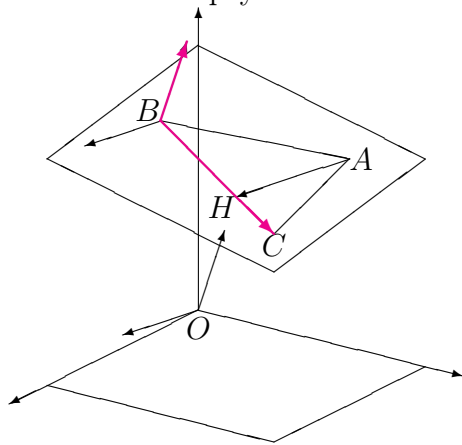
Применим метод восходящего анализа.

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обращаем внимание на векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AH}$ и ортогональные к нему.

Ясно, что $\overrightarrow{BC}$ ортогонален к $\overrightarrow{AH}$. Если найти еще один вектор, ортогональный к $\overrightarrow{AH}$, то искомым вектор можно представить в виде **векторного произведения**.

Среди векторов, ортогональных к $\overrightarrow{AH}$, наиболее перспективен вектор,

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

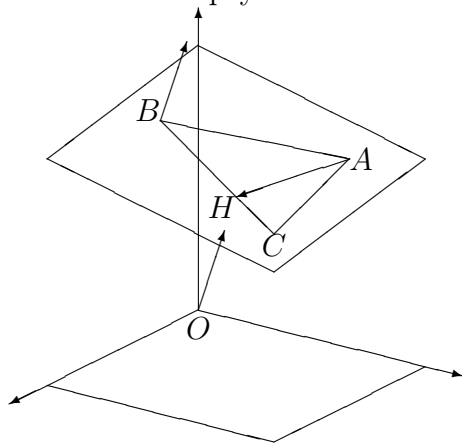
Применим метод восходящего анализа.

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обращаем внимание на векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AH}$ и ортогональные к нему.

Ясно, что $\overrightarrow{BC}$ ортогонален к $\overrightarrow{AH}$. Если найти еще один вектор, ортогональный к $\overrightarrow{AH}$, то искомый вектор можно представить в виде **векторного произведения**.

Среди векторов, ортогональных к $\overrightarrow{AH}$, наиболее перспективен вектор, ортогональный к плоскости треугольника ABC (нормаль в плоскости).

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



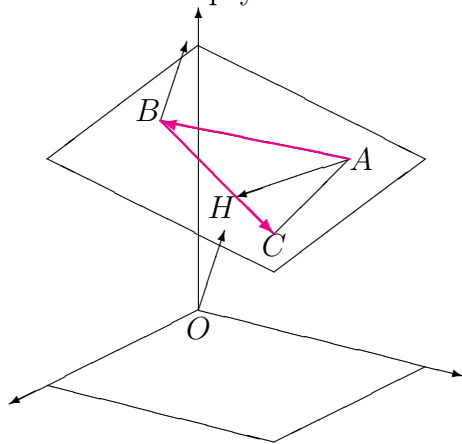
Ответ.

Применим метод восходящего анализа.

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обращаем внимание на векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AH}$ и ортогональные к нему.

Ясно, что $\overrightarrow{BC}$ ортогонален к $\overrightarrow{AH}$. Нормаль к плоскости треугольника ABC можно, в свою очередь, получить в виде

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



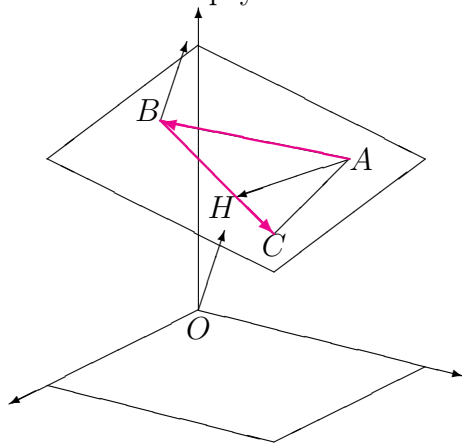
Ответ.

Применим метод восходящего анализа.

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обращаем внимание на векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AH}$ и ортогональные к нему.

Ясно, что $\overrightarrow{BC}$ ортогонален к $\overrightarrow{AH}$. Нормаль к плоскости треугольника ABC можно, в свою очередь, получить в виде

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



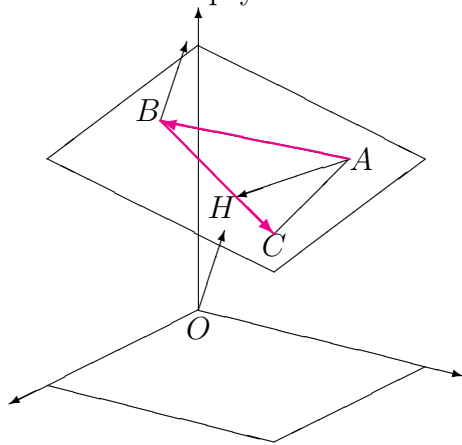
Ответ.

Применим метод восходящего анализа.

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обращаем внимание на векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AH}$ и ортогональные к нему.

Ясно, что $\overrightarrow{BC}$ ортогонален к $\overrightarrow{AH}$. Нормаль к плоскости треугольника ABC можно, в свою очередь, получить в виде **векторного произведения**, например, векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$.

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .

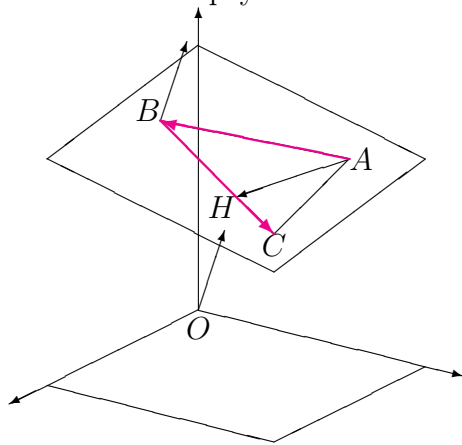


Ответ.

Согласно **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$[\vec{AB}, \vec{BC}] =$$

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .

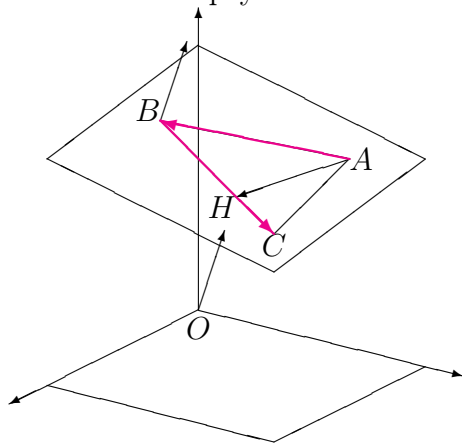


Ответ.

Согласно **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1-2 & 1-(-3) & 3-1 \\ 5-(-1) & -2-1 & -3-3 \end{vmatrix} =$$

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .

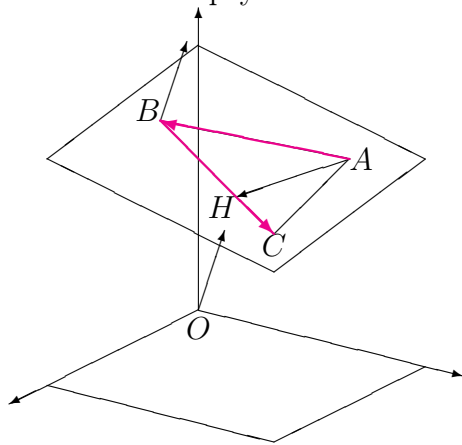


Ответ.

Согласно **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1-2 & 1-(-3) & 3-1 \\ 5-(-1) & -2-1 & -3-3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & 4 & 2 \\ 6 & -3 & -6 \end{vmatrix} =$$

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .

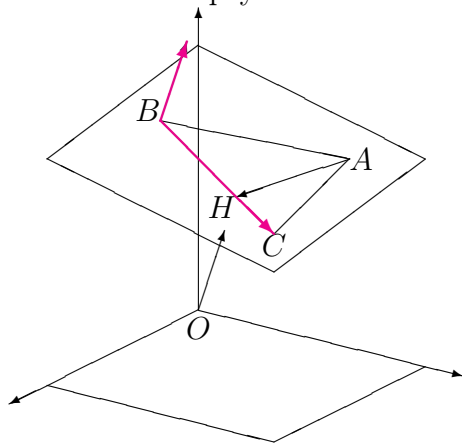


Ответ.

Согласно **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1-2 & 1-(-3) & 3-1 \\ 5-(-1) & -2-1 & -3-3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & 4 & 2 \\ 6 & -3 & -6 \end{vmatrix} = -18\vec{i} - 6\vec{j} - 15\vec{k}.$$

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .

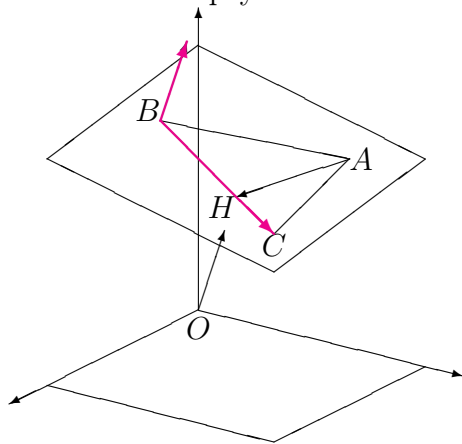


Ответ.

Получили $[\vec{AB}, \vec{BC}] = -3(6\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k})$.

Теперь найдем искомый вектор с помощью **теоремы о вычислении векторного произведения с помощью координат**:

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



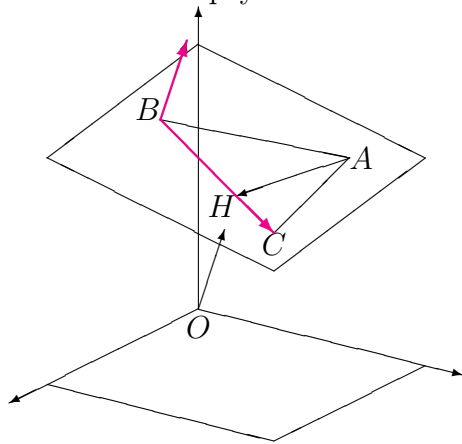
Ответ.

Получили $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = -3(6\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k})$.

Теперь найдем искомый вектор с помощью **теоремы о вычислении векторного произведения с помощью координат**:

$$[\overrightarrow{BC}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = 3 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 6 & -3 & -6 \\ 6 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 3(-3\vec{i} - 66\vec{j} + 30\vec{k}) = -9(\vec{i} + 22\vec{j} - 10\vec{k}).$$

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.

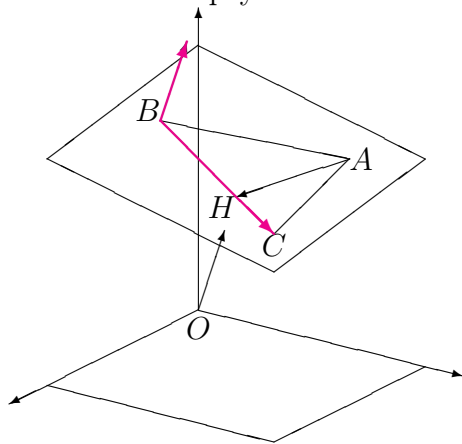
Получили $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = -3(6\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k})$.

Теперь найдем искомый вектор с помощью **теоремы о вычислении векторного произведения с помощью координат**:

$$[\overrightarrow{BC}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = 3 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 6 & -3 & -6 \\ 6 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 3(-3\vec{i} - 66\vec{j} + 30\vec{k}) = -9(\vec{i} + 22\vec{j} - 10\vec{k}).$$

Учитывая неоднозначность результата, ответ представим в виде $\vec{i} + 22\vec{j} - 10\vec{k}$. Но можно проще...

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .

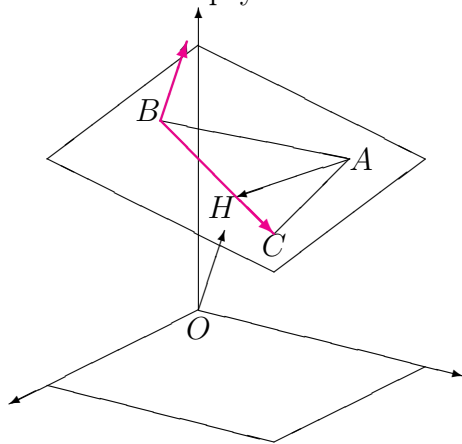


Ответ.
 $\overrightarrow{AB} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = 6\vec{i} - 3\vec{j} - 6\vec{k}$

По формуле «бац—цаб»:

$$\left[\overrightarrow{BC}, \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] \right] =$$

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .

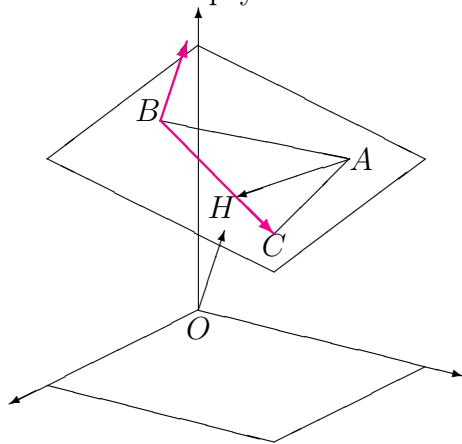


Ответ.
 $\overrightarrow{AB} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = 6\vec{i} - 3\vec{j} - 6\vec{k}$

По формуле «бац—цаб»:

$$[\overrightarrow{BC}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = \overrightarrow{AB} (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BC}) - \overrightarrow{BC} (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AB}) =$$

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .

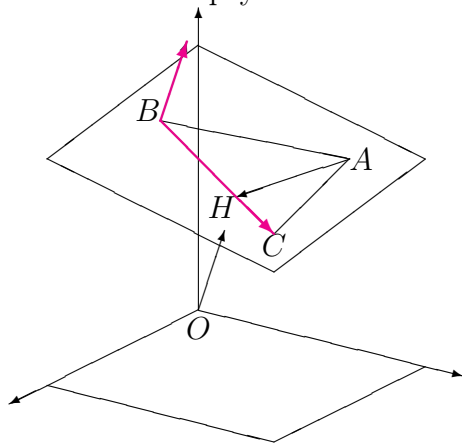


Ответ.
 $\overrightarrow{AB} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = 6\vec{i} - 3\vec{j} - 6\vec{k}$

По формуле «бац—цаб»:

$$\begin{aligned} [\overrightarrow{BC}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] &= \overrightarrow{AB} (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BC}) - \overrightarrow{BC} (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AB}) = \\ &= (-3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}) (36 + 9 + 36) - (6\vec{i} - 3\vec{j} - 6\vec{k}) (-18 - 12 - 12) = \end{aligned}$$

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .

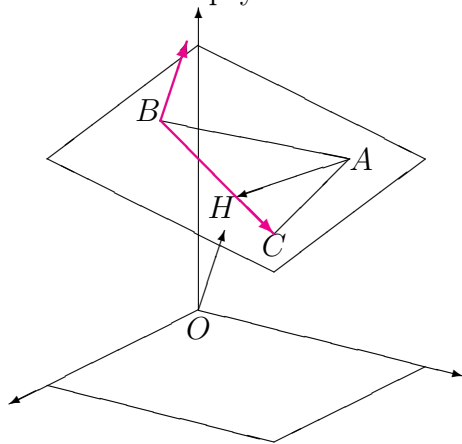


Ответ.
 $\overrightarrow{AB} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = 6\vec{i} - 3\vec{j} - 6\vec{k}$

По формуле «бац—цаб»:

$$\begin{aligned} & \left[\overrightarrow{BC}, \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] \right] = \overrightarrow{AB} \left(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BC} \right) - \overrightarrow{BC} \left(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AB} \right) = \\ & = \left(-3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \right) (36 + 9 + 36) - \left(6\vec{i} - 3\vec{j} - 6\vec{k} \right) (-18 - 12 - 12) = 9\vec{i} + 198\vec{j} - 90\vec{k} = \end{aligned}$$

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .

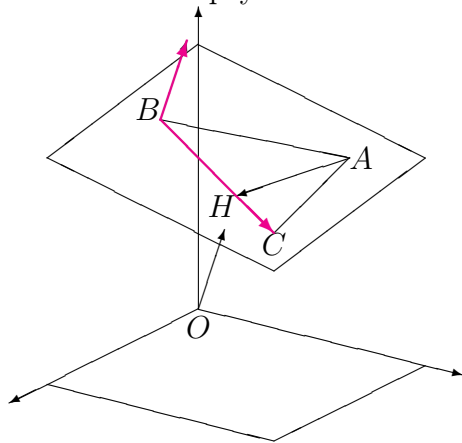


Ответ.
 $\overrightarrow{AB} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = 6\vec{i} - 3\vec{j} - 6\vec{k}$

По формуле «бац—цаб»:

$$\begin{aligned}
 [\overrightarrow{BC}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] &= \overrightarrow{AB} (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BC}) - \overrightarrow{BC} (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AB}) = \\
 &= (-3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}) (36 + 9 + 36) - (6\vec{i} - 3\vec{j} - 6\vec{k}) (-18 - 12 - 12) = 9\vec{i} + 198\vec{j} - 90\vec{k} = \\
 &= -9 (\vec{i} + 22\vec{j} - 10\vec{k}) =
 \end{aligned}$$

Задача 23. Пусть $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(5; -2; -3)$. Найдите какой-либо вектор, коллинеарный высоте AH треугольника ABC .



Ответ.
 $\overrightarrow{AB} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = 6\vec{i} - 3\vec{j} - 6\vec{k}$

По формуле «бац—цаб»:

$$\begin{aligned} [\overrightarrow{BC}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] &= \overrightarrow{AB} (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BC}) - \overrightarrow{BC} (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AB}) = \\ &= -9 (\vec{i} + 22\vec{j} - 10\vec{k}) = \end{aligned}$$

Учитывая неоднозначность результата, ответ представим в виде $\vec{i} + 22\vec{j} - 10\vec{k}$.

Решение задачи 24.

Задача 24. Найдите площадь треугольника ABC , если $A(1; -2; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-1; 1; 2)$.

Задача 24. Найдите площадь треугольника ABC , если $A(1; -2; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-1; 1; 2)$.

Ответ. Согласно **определению векторного произведения** искомая площадь равна

Задача 24. Найдите площадь треугольника ABC , если $A(1; -2; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-1; 1; 2)$.

Ответ. Согласно **определению векторного произведения** искомая площадь равна

$$\frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] \right|.$$

Задача 24. Найдите площадь треугольника ABC , если $A(1; -2; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-1; 1; 2)$.

Ответ. Согласно **определению векторного произведения** искомая площадь равна

$$\frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] \right|.$$

В силу **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

Задача 24. Найдите площадь треугольника ABC , если $A(1; -2; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-1; 1; 2)$.

Ответ. Согласно **определению векторного произведения** искомая площадь равна

$$\frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] \right|.$$

В силу **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] =$$

Задача 24. Найдите площадь треугольника ABC , если $A(1; -2; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-1; 1; 2)$.

Ответ. Согласно **определению векторного произведения** искомая площадь равна

$$\frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] \right|.$$

В силу **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 2-1 & 3-(-2) & 1-(-1) \\ -1-2 & 1-3 & 2-1 \end{vmatrix} =$$

Задача 24. Найдите площадь треугольника ABC , если $A(1; -2; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-1; 1; 2)$.

Ответ. Согласно **определению векторного произведения** искомая площадь равна

$$\frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{BC}] \right|.$$

В силу **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$[\vec{AB}, \vec{BC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2-1 & 3-(-2) & 1-(-1) \\ -1-2 & 1-3 & 2-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 5 & 2 \\ -3 & -2 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 24. Найдите площадь треугольника ABC , если $A(1; -2; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-1; 1; 2)$.

Ответ. Согласно **определению векторного произведения** искомая площадь равна

$$\frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{BC}] \right|.$$

В силу **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$[\vec{AB}, \vec{BC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2-1 & 3-(-2) & 1-(-1) \\ -1-2 & 1-3 & 2-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 5 & 2 \\ -3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 9\vec{i} - 7\vec{j} + 13\vec{k}.$$

Задача 24. Найдите площадь треугольника ABC , если $A(1; -2; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-1; 1; 2)$.

Ответ. Согласно **определению векторного произведения** искомая площадь равна

$$\frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{BC}] \right|.$$

В силу **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$[\vec{AB}, \vec{BC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2-1 & 3-(-2) & 1-(-1) \\ -1-2 & 1-3 & 2-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 5 & 2 \\ -3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 9\vec{i} - 7\vec{j} + 13\vec{k}.$$

Значит, $S_{\triangle ABC} =$

Задача 24. Найдите площадь треугольника ABC , если $A(1; -2; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-1; 1; 2)$.

Ответ. Согласно **определению векторного произведения** искомая площадь равна

$$\frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{BC}] \right|.$$

В силу **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$[\vec{AB}, \vec{BC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2-1 & 3-(-2) & 1-(-1) \\ -1-2 & 1-3 & 2-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 5 & 2 \\ -3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 9\vec{i} - 7\vec{j} + 13\vec{k}.$$

$$\text{Значит, } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{BC}] \right| =$$

Задача 24. Найдите площадь треугольника ABC , если $A(1; -2; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-1; 1; 2)$.

Ответ. Согласно **определению векторного произведения** искомая площадь равна

$$\frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] \right|.$$

В силу **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2-1 & 3-(-2) & 1-(-1) \\ -1-2 & 1-3 & 2-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 5 & 2 \\ -3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 9\vec{i} - 7\vec{j} + 13\vec{k}.$$

$$\text{Значит, } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{9^2 + (-7)^2 + 13^2} =$$

Задача 24. Найдите площадь треугольника ABC , если $A(1; -2; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-1; 1; 2)$.

Ответ. Согласно **определению векторного произведения** искомая площадь равна

$$\frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] \right|.$$

В силу **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2-1 & 3-(-2) & 1-(-1) \\ -1-2 & 1-3 & 2-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 5 & 2 \\ -3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 9\vec{i} - 7\vec{j} + 13\vec{k}.$$

$$\text{Значит, } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{9^2 + (-7)^2 + 13^2} = \sqrt{299}.$$

Решение задачи 25.

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда, например, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны.

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда, например, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны.

$$\overrightarrow{AB} =$$

В обозначениях векторно-символической модели имеем...

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда, например, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} =$$

Переходя к разложению по базису, получим...

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда, например, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (-1 - 2)\vec{i} + (1 - (-3))\vec{j} + (3 - 1)\vec{k} =$$

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда, например, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (-1 - 2)\vec{i} + (1 - (-3))\vec{j} + (3 - 1)\vec{k} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k},$$

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда, например, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (-1 - 2)\vec{i} + (1 - (-3))\vec{j} + (3 - 1)\vec{k} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} =$$

В обозначениях векторно-символической модели...

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда, например, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (-1 - 2)\vec{i} + (1 - (-3))\vec{j} + (3 - 1)\vec{k} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} =$$

Переходя к разложению по базису...

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда, например, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (-1 - 2)\vec{i} + (1 - (-3))\vec{j} + (3 - 1)\vec{k} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = (11 - (-1))\vec{i} + (-15 - 1)\vec{j} + (-5 - 3)\vec{k} =$$

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда, например, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (-1 - 2)\vec{i} + (1 - (-3))\vec{j} + (3 - 1)\vec{k} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = (11 - (-1))\vec{i} + (-15 - 1)\vec{j} + (-5 - 3)\vec{k} = 12\vec{i} - 16\vec{j} - 8\vec{k},$$

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда, например, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (-1 - 2)\vec{i} + (1 - (-3))\vec{j} + (3 - 1)\vec{k} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = (11 - (-1))\vec{i} + (-15 - 1)\vec{j} + (-5 - 3)\vec{k} = 12\vec{i} - 16\vec{j} - 8\vec{k},$$
$$\underline{12} \quad \underline{-16} \quad \underline{-8}.$$

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда, например, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (-1 - 2)\vec{i} + (1 - (-3))\vec{j} + (3 - 1)\vec{k} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = (11 - (-1))\vec{i} + (-15 - 1)\vec{j} + (-5 - 3)\vec{k} = 12\vec{i} - 16\vec{j} - 8\vec{k},$$

$$\frac{12}{-3} \quad \frac{-16}{4} \quad \frac{-8}{2}.$$

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда, например, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (-1 - 2)\vec{i} + (1 - (-3))\vec{j} + (3 - 1)\vec{k} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = (11 - (-1))\vec{i} + (-15 - 1)\vec{j} + (-5 - 3)\vec{k} = 12\vec{i} - 16\vec{j} - 8\vec{k},$$

$$\frac{12}{-3} = \frac{-16}{4} = \frac{-8}{2}.$$

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда, например, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (-1 - 2)\vec{i} + (1 - (-3))\vec{j} + (3 - 1)\vec{k} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = (11 - (-1))\vec{i} + (-15 - 1)\vec{j} + (-5 - 3)\vec{k} = 12\vec{i} - 16\vec{j} - 8\vec{k},$$

$$\frac{12}{-3} = \frac{-16}{4} = \frac{-8}{2}.$$

Значит, $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AB}$, следовательно,

Задача 25. Проверьте, лежат ли точки $A(2; -3; 1)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(11; -15; -5)$ на одной прямой.

Ответ. Эти точки лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда, например, векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (-1 - 2)\vec{i} + (1 - (-3))\vec{j} + (3 - 1)\vec{k} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = (11 - (-1))\vec{i} + (-15 - 1)\vec{j} + (-5 - 3)\vec{k} = 12\vec{i} - 16\vec{j} - 8\vec{k},$$

$$\frac{12}{-3} = \frac{-16}{4} = \frac{-8}{2}.$$

Значит, $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AB}$, следовательно, точки A, B, C лежат на одной прямой.

Решение задачи 26.

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Для того чтобы доказать прямоугольность треугольника $\triangle ABC$, достаточно проверить, что какие-то два вектора из множества $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}\}$ перпендикулярны друг другу.

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = \quad \quad \quad \overrightarrow{BC} = \quad \quad \quad \overrightarrow{AC} =$$

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = \quad \quad \quad \overrightarrow{AC} =$$

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} =$$

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = \\ (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}) = \\ (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \end{array} \right.$$

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; -\vec{i} + 2\vec{j}) = \\ (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}) = (-\vec{i} + 2\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = \\ (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = \end{array} \right.$$

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; -\vec{i} + 2\vec{j}) = 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 0, \\ (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}) = (-\vec{i} + 2\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 5, \\ (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = 6 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 45. \end{array} \right.$$

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; -\vec{i} + 2\vec{j}) = 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 0, \\ (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}) = (-\vec{i} + 2\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 5, \\ (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = 6 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 45. \end{array} \right.$$

Таким образом, треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, причем отрезки, соответствующие векторам $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$, — его катеты.

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; -\vec{i} + 2\vec{j}) = 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 0, \\ (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}) = (-\vec{i} + 2\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 5, \\ (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = 6 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 45. \end{array} \right.$$

Таким образом, треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, причем отрезки, соответствующие векторам $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$, — его катеты.

Площадь этого треугольника равна половине произведения длин катетов, то есть

$$S_{\triangle ABC} =$$

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; -\vec{i} + 2\vec{j}) = 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 0, \\ (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}) = (-\vec{i} + 2\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 5, \\ (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = 6 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 45. \end{array} \right.$$

Таким образом, треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, причем отрезки, соответствующие векторам $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$, — его катеты.

Площадь этого треугольника равна половине произведения длин катетов, то есть

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{6^2 + 3^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 2^2} =$$

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; -\vec{i} + 2\vec{j}) = 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 0, \\ (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}) = (-\vec{i} + 2\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 5, \\ (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = 6 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 45. \end{array} \right.$$

Таким образом, треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, причем отрезки, соответствующие векторам $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$, — его катеты.

Площадь этого треугольника равна половине произведения длин катетов, то есть

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{6^2 + 3^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \frac{15}{2}.$$

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; -\vec{i} + 2\vec{j}) = 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 0, \\ (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}) = (-\vec{i} + 2\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 5, \\ (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = 6 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 45. \end{array} \right.$$

Таким образом, треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, причем отрезки, соответствующие векторам $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$, — его катеты.

Можно найти площадь с помощью векторного произведения:

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; -\vec{i} + 2\vec{j}) = 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 0, \\ (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}) = (-\vec{i} + 2\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 5, \\ (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = 6 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 45. \end{array} \right.$$

Таким образом, треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, причем отрезки, соответствующие векторам $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$, — его катеты.

Можно найти площадь с помощью векторного произведения:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}] \right| =$$

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; -\vec{i} + 2\vec{j}) = 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 0, \\ (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}) = (-\vec{i} + 2\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 5, \\ (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = 6 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 45. \end{array} \right.$$

Таким образом, треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, причем отрезки, соответствующие векторам $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$, — его катеты.

Можно найти площадь с помощью векторного произведения:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}] \right| =$$

$$[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}] =$$

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; -\vec{i} + 2\vec{j}) = 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 0, \\ (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}) = (-\vec{i} + 2\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 5, \\ (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = 6 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 45. \end{array} \right.$$

Таким образом, треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, причем отрезки, соответствующие векторам $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$, — его катеты.

Можно найти площадь с помощью векторного произведения:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}] \right| =$$
$$[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 6 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} =$$

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; -\vec{i} + 2\vec{j}) = 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 0, \\ (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}) = (-\vec{i} + 2\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 5, \\ (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = 6 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 45. \end{array} \right.$$

Таким образом, треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, причем отрезки, соответствующие векторам $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$, — его катеты.

Можно найти площадь с помощью векторного произведения:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}] \right| =$$
$$[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 6 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 15\vec{k},$$

Задача 26. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, если $A(1, 2)$, $B(7, 5)$, $C(6, 7)$. Найдите его площадь.

Ответ. Критерий перпендикулярности — равенство нулю скалярного произведения. Имеем

$$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \overrightarrow{AC} = 5\vec{i} + 5\vec{j},$$

следовательно,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; -\vec{i} + 2\vec{j}) = 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 0, \\ (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AC}) = (-\vec{i} + 2\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 5, \\ (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = (6\vec{i} + 3\vec{j}; 5\vec{i} + 5\vec{j}) = 6 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 45. \end{array} \right.$$

Таким образом, треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный, причем отрезки, соответствующие векторам $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$, — его катеты.

Можно найти площадь с помощью векторного произведения:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}] \right| = \frac{15}{2}.$$

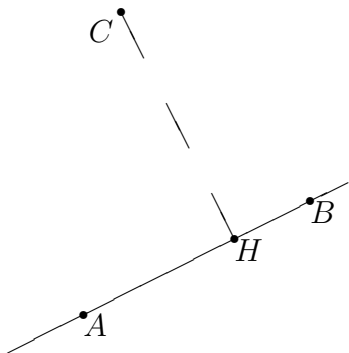
$$[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 6 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 15\vec{k},$$

Решение задачи 27.

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

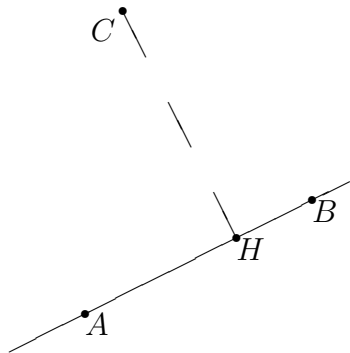
Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

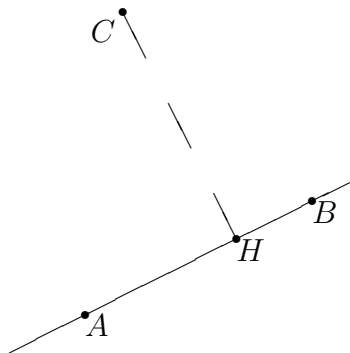


Ответ.

Что надо найти?

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

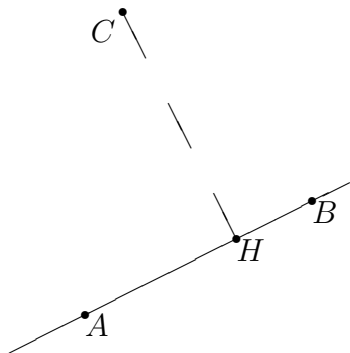


Ответ.

Что надо найти? Точку.

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



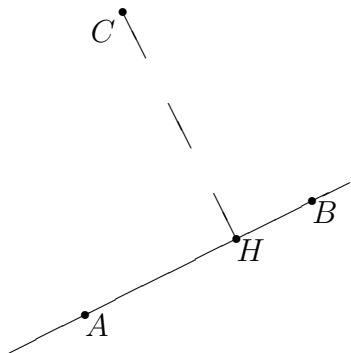
Ответ.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ?

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



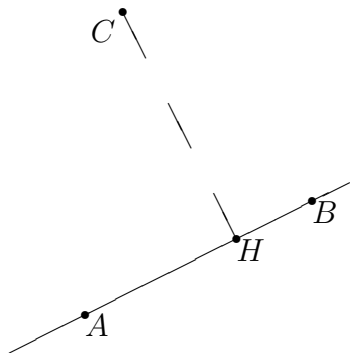
Ответ.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? С помощью координат.

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

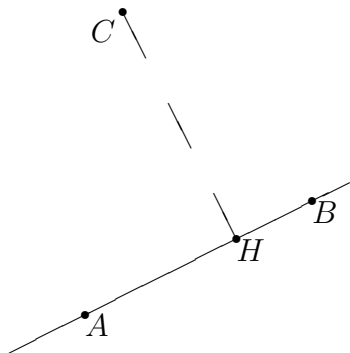
Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? С помощью координат.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Что надо найти? Точку.

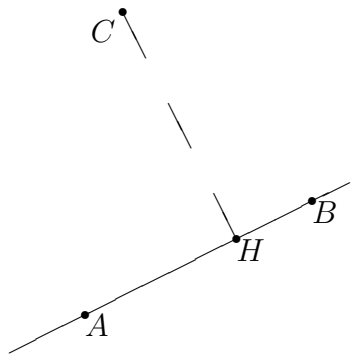
В каком виде представим ответ? С помощью координат.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные.

Обозначим буквами координаты искомой проекции H , то есть будем считать, что ее координаты равны $(x; y; z)$.

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? С помощью координат.

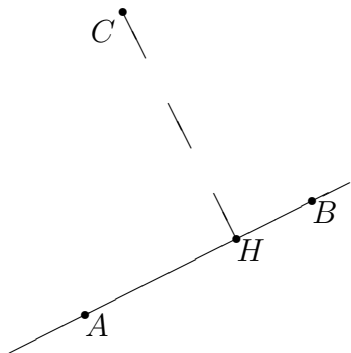
Сведем к числовым параметрам и введем переменные.

Обозначим буквами координаты искомой проекции H , то есть будем считать, что ее координаты равны $(x; y; z)$.

Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами?

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



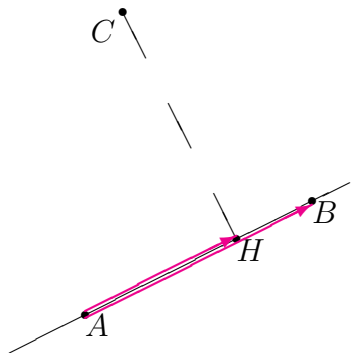
Ответ.

Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? Точки A , B , H лежат на одной прямой. В терминах ортогональности-коллинерности получаем, например, что

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



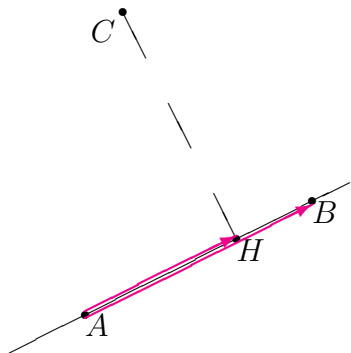
Ответ.

Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? Точки A , B , H лежат на одной прямой. В терминах ортогональности-коллинерности получаем, например, что

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



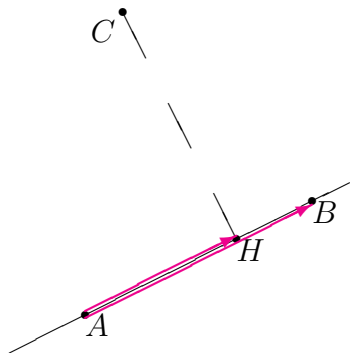
Ответ.

Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? Точки A , B , H лежат на одной прямой. В терминах ортогональности-коллинерности получаем, например, что $\overrightarrow{AH}$ и $\overrightarrow{AB}$ коллинеарны.

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

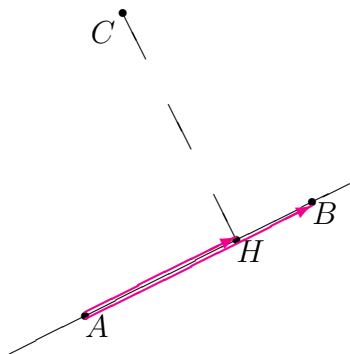
Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? Точки A , B , H лежат на одной прямой. В терминах ортогональности-коллинерности получаем, например, что $\overrightarrow{AH}$ и $\overrightarrow{AB}$ коллинеарны.

Это переводится на язык равенств стандартным образом: $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Имеем $\frac{\overrightarrow{AH}}{\overrightarrow{AB}} =$, $\overrightarrow{AH} =$, поэтому из сравнения координат векторов в левой и правой частях последнего равенства, получаем систему уравнений

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

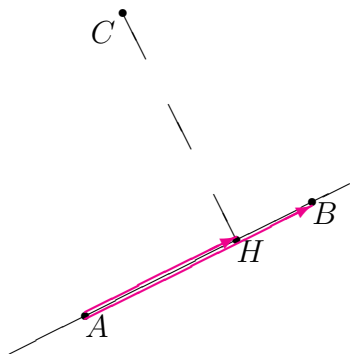
Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? Точки A , B , H лежат на одной прямой. В терминах ортогональности-коллинерности получаем, например, что $\overrightarrow{AH}$ и $\overrightarrow{AB}$ коллинеарны.

Это переводится на язык равенств стандартным образом: $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Имеем $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\overrightarrow{AH} =$, поэтому из сравнения координат векторов в левой и правой частях последнего равенства, получаем систему уравнений

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

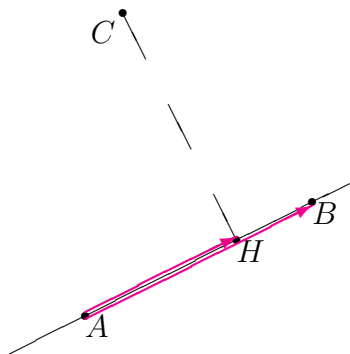
Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? Точки A , B , H лежат на одной прямой. В терминах ортогональности-коллинерности получаем, например, что $\overrightarrow{AH}$ и $\overrightarrow{AB}$ коллинеарны.

Это переводится на язык равенств стандартным образом: $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Имеем $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\overrightarrow{AH} = (x - 3)\vec{i} + (y + 1)\vec{j} + (z - 1)\vec{k}$, поэтому из сравнения координат векторов в левой и правой частях последнего равенства, получаем систему уравнений

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Пусть $H(x; y; z)$.

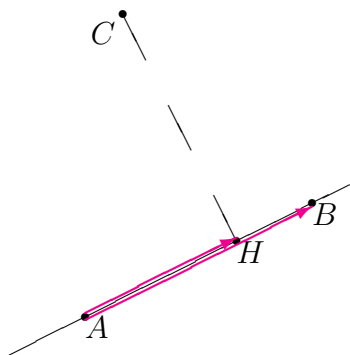
Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? Точки A , B , H лежат на одной прямой. В терминах ортогональности-коллинерности получаем, например, что $\overrightarrow{AH}$ и $\overrightarrow{AB}$ коллинеарны.

Это переводится на язык равенств стандартным образом: $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Имеем $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\overrightarrow{AH} = (x - 3)\vec{i} + (y + 1)\vec{j} + (z - 1)\vec{k}$, поэтому из сравнения координат векторов в левой и правой частях последнего равенства, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} x - 3 = 2\lambda, \\ \end{cases}$$

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Пусть $H(x; y; z)$.

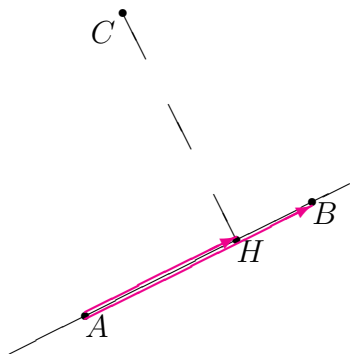
Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? Точки A , B , H лежат на одной прямой. В терминах ортогональности-коллинерности получаем, например, что $\overrightarrow{AH}$ и $\overrightarrow{AB}$ коллинеарны.

Это переводится на язык равенств стандартным образом: $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Имеем $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\overrightarrow{AH} = (x - 3)\vec{i} + (y + 1)\vec{j} + (z - 1)\vec{k}$, поэтому из сравнения координат векторов в левой и правой частях последнего равенства, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} x - 3 = 2\lambda, \\ y + 1 = 2\lambda, \end{cases}$$

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Пусть $H(x; y; z)$.

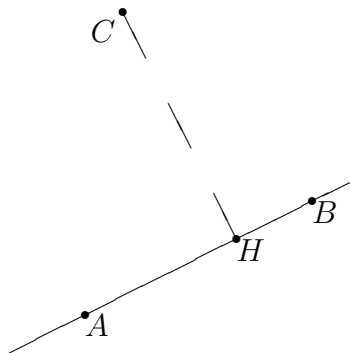
Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? Точки A , B , H лежат на одной прямой. В терминах ортогональности-коллинерности получаем, например, что $\overrightarrow{AH}$ и $\overrightarrow{AB}$ коллинеарны.

Это переводится на язык равенств стандартным образом: $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Имеем $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\overrightarrow{AH} = (x - 3)\vec{i} + (y + 1)\vec{j} + (z - 1)\vec{k}$, поэтому из сравнения координат векторов в левой и правой частях последнего равенства, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} x - 3 = 2\lambda, \\ y + 1 = 2\lambda, \\ z - 1 = \lambda. \end{cases}$$

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Пусть $H(x; y; z)$.

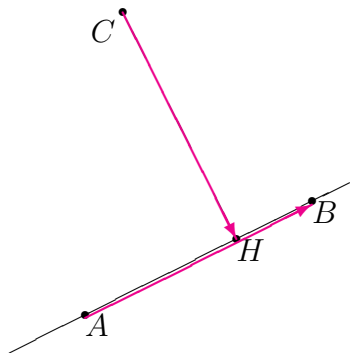
Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$,

$$\overrightarrow{AH} = (x - 3)\vec{i} + (y + 1)\vec{j} + (z - 1)\vec{k}, \quad \begin{cases} x - 3 = 2\lambda, \\ y + 1 = 2\lambda, \\ z - 1 = \lambda. \end{cases}$$

В данном случае необходимо получить еще одно уравнение.

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$,

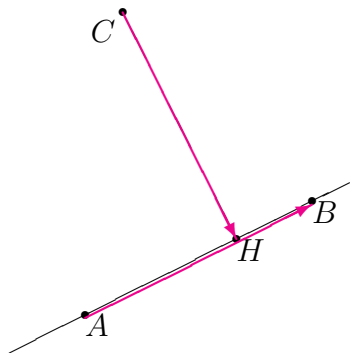
$$\overrightarrow{AH} = (x - 3)\vec{i} + (y + 1)\vec{j} + (z - 1)\vec{k}, \quad \begin{cases} x - 3 = 2\lambda, \\ y + 1 = 2\lambda, \\ z - 1 = \lambda. \end{cases}$$

В данном случае необходимо получить еще одно уравнение.

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обратим внимание на тот факт, что, по определению проекции,

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$,

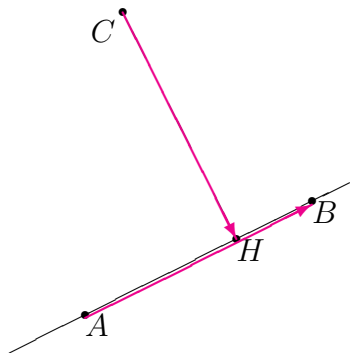
$$\overrightarrow{AH} = (x - 3)\vec{i} + (y + 1)\vec{j} + (z - 1)\vec{k}, \quad \begin{cases} x - 3 = 2\lambda, \\ y + 1 = 2\lambda, \\ z - 1 = \lambda. \end{cases}$$

В данном случае необходимо получить еще одно уравнение.

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обратим внимание на тот факт, что, по определению проекции, $\overrightarrow{AB}$ ортогонален вектору $\overrightarrow{CH}$. Перевод на язык равенств осуществляется с помощью критерия ортогональности векторов: их скалярное произведение должно быть равно 0. Имеем $\overrightarrow{CH} =$, $\overrightarrow{AB} =$

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$,

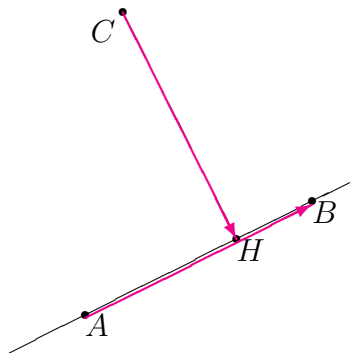
$$\overrightarrow{AH} = (x - 3)\vec{i} + (y + 1)\vec{j} + (z - 1)\vec{k}, \quad \begin{cases} x - 3 = 2\lambda, \\ y + 1 = 2\lambda, \\ z - 1 = \lambda. \end{cases}$$

В данном случае необходимо получить еще одно уравнение.

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обратим внимание на тот факт, что, по определению проекции, $\overrightarrow{AB}$ ортогонален вектору $\overrightarrow{CH}$. Перевод на язык равенств осуществляется с помощью критерия ортогональности векторов: их скалярное произведение должно быть равно 0. Имеем $\overrightarrow{CH} = (x - 12)\vec{i} + (y - 3)\vec{j} + (z - 2)\vec{k}$, $\overrightarrow{AB} =$

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$,

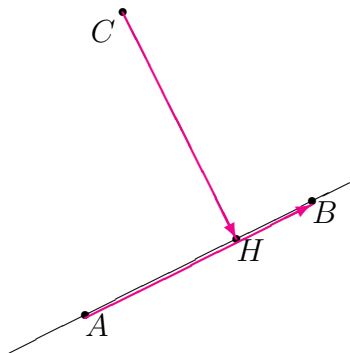
$$\overrightarrow{AH} = (x - 3)\vec{i} + (y + 1)\vec{j} + (z - 1)\vec{k}, \quad \begin{cases} x - 3 = 2\lambda, \\ y + 1 = 2\lambda, \\ z - 1 = \lambda. \end{cases}$$

В данном случае необходимо получить еще одно уравнение.

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обратим внимание на тот факт, что, по определению проекции, $\overrightarrow{AB}$ ортогонален вектору $\overrightarrow{CH}$. Перевод на язык равенств осуществляется с помощью критерия ортогональности векторов: их скалярное произведение должно быть равно 0. Имеем $\overrightarrow{CH} = (x - 12)\vec{i} + (y - 3)\vec{j} + (z - 2)\vec{k}$, $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнения. Какую величину вычислим разными способами? $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$,

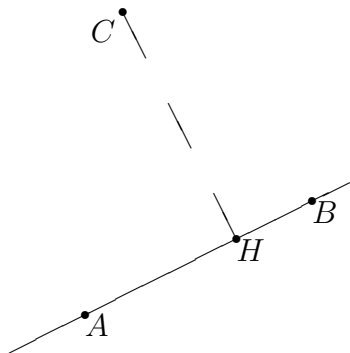
$$\overrightarrow{AH} = (x - 3)\vec{i} + (y + 1)\vec{j} + (z - 1)\vec{k}, \quad \begin{cases} x - 3 = 2\lambda, \\ y + 1 = 2\lambda, \\ z - 1 = \lambda. \end{cases}$$

В данном случае необходимо получить еще одно уравнение.

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обратим внимание на тот факт, что, по определению проекции, $\overrightarrow{AB}$ ортогонален вектору $\overrightarrow{CH}$. Перевод на язык равенств осуществляется с помощью критерия ортогональности векторов: их скалярное произведение должно быть равно 0. Имеем $\overrightarrow{CH} = (x - 12)\vec{i} + (y - 3)\vec{j} + (z - 2)\vec{k}$, $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$. Следовательно, $2(x - 12) + 2(y - 3) + (z - 2) = 0$.

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

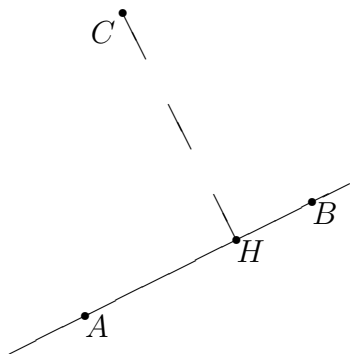
Пусть $H(x; y; z)$.

В итоге получили

$$\begin{cases} x - 3 = 2\lambda, \\ y + 1 = 2\lambda, \\ z - 1 = \lambda, \\ 2(x - 12) + 2(y - 3) + (z - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

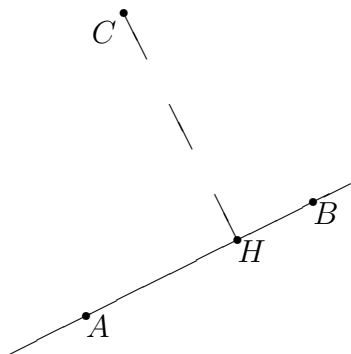
Пусть $H(x; y; z)$.

В итоге получили

$$\begin{cases} x - 3 = 2\lambda, \\ y + 1 = 2\lambda, \\ z - 1 = \lambda, \\ 2(x - 12) + 2(y - 3) + (z - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + 2\lambda, \\ y = -1 + 2\lambda, \\ z = 1 + \lambda, \\ 2x + 2y + z - 32 = 0. \end{cases}$$

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

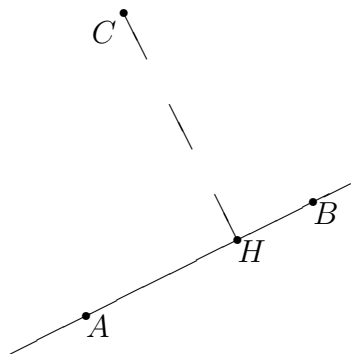
Пусть $H(x; y; z)$.

В итоге получили

$$\begin{cases} x - 3 = 2\lambda, \\ y + 1 = 2\lambda, \\ z - 1 = \lambda, \\ 2(x - 12) + 2(y - 3) + (z - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + 2\lambda, \\ y = -1 + 2\lambda, \\ z = 1 + \lambda, \\ 2x + 2y + z - 32 = 0. \end{cases}$$

Таким образом, $2(3 + 2\lambda) + 2(-1 + 2\lambda) + (1 + \lambda) - 32 = 0$, откуда $\lambda =$

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

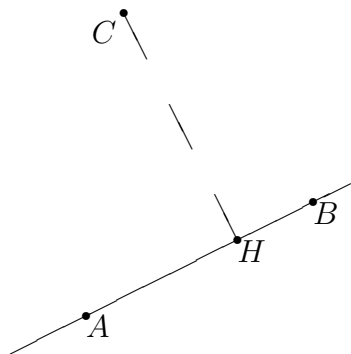
Пусть $H(x; y; z)$.

В итоге получили

$$\begin{cases} x - 3 = 2\lambda, \\ y + 1 = 2\lambda, \\ z - 1 = \lambda, \\ 2(x - 12) + 2(y - 3) + (z - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + 2\lambda, \\ y = -1 + 2\lambda, \\ z = 1 + \lambda, \\ 2x + 2y + z - 32 = 0. \end{cases}$$

Таким образом, $2(3 + 2\lambda) + 2(-1 + 2\lambda) + (1 + \lambda) - 32 = 0$, откуда $\lambda = 3$.

Задача 27. Найдите проекцию точки C на прямую AB , если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(12; 3; 2)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Пусть $H(x; y; z)$.

В итоге получили

$$\begin{cases} x - 3 = 2\lambda, \\ y + 1 = 2\lambda, \\ z - 1 = \lambda, \\ 2(x - 12) + 2(y - 3) + (z - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + 2\lambda, \\ y = -1 + 2\lambda, \\ z = 1 + \lambda, \\ 2x + 2y + z - 32 = 0. \end{cases}$$

Таким образом, $2(3 + 2\lambda) + 2(-1 + 2\lambda) + (1 + \lambda) - 32 = 0$, откуда $\lambda = 3$.

Ответ. Искомая проекция имеет координаты $(x; y; z) = (9; 5; 4)$.

Решение задачи 28.

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right|$.

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right|.$

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] =$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right|$.

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 5-3 & 1-(-1) & 2-1 \\ -3-5 & -3-1 & 10-2 \end{vmatrix} =$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right|$.

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 5-3 & 1-(-1) & 2-1 \\ -3-5 & -3-1 & 10-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 2 & 2 & 1 \\ -8 & -4 & 8 \end{vmatrix} =$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right|$.

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 5-3 & 1-(-1) & 2-1 \\ -3-5 & -3-1 & 10-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 2 & 2 & 1 \\ -8 & -4 & 8 \end{vmatrix} = 20\overrightarrow{\mathbf{i}} - 24\overrightarrow{\mathbf{j}} + 8\overrightarrow{\mathbf{k}} =$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right|$.

$$\begin{aligned} [\vec{AB}, \vec{BC}] &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5-3 & 1-(-1) & 2-1 \\ -3-5 & -3-1 & 10-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 2 & 1 \\ -8 & -4 & 8 \end{vmatrix} = 20\vec{i} - 24\vec{j} + 8\vec{k} = \\ &= 4(5\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}). \end{aligned}$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right|$.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 5-3 & 1-(-1) & 2-1 \\ -3-5 & -3-1 & 10-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\mathbf{i}} & \overrightarrow{\mathbf{j}} & \overrightarrow{\mathbf{k}} \\ 2 & 2 & 1 \\ -8 & -4 & 8 \end{vmatrix} = 20\overrightarrow{\mathbf{i}} - 24\overrightarrow{\mathbf{j}} + 8\overrightarrow{\mathbf{k}} =$$

$$= 4 \left(5\overrightarrow{\mathbf{i}} - 6\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\overrightarrow{\mathbf{k}} \right).$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right| =$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right|$.

$$\begin{aligned} [\vec{AB}, \vec{BC}] &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5-3 & 1-(-1) & 2-1 \\ -3-5 & -3-1 & 10-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 2 & 1 \\ -8 & -4 & 8 \end{vmatrix} = 20\vec{i} - 24\vec{j} + 8\vec{k} = \\ &= 4(5\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}). \end{aligned}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{5^2 + 6^2 + 2^2} =$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right|$.

$$\begin{aligned} [\vec{AB}, \vec{BC}] &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5-3 & 1-(-1) & 2-1 \\ -3-5 & -3-1 & 10-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 2 & 1 \\ -8 & -4 & 8 \end{vmatrix} = 20\vec{i} - 24\vec{j} + 8\vec{k} = \\ &= 4(5\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}). \end{aligned}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{5^2 + 6^2 + 2^2} = 2\sqrt{65}.$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right|$.

$$\begin{aligned} \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right] &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5-3 & 1-(-1) & 2-1 \\ -3-5 & -3-1 & 10-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 2 & 1 \\ -8 & -4 & 8 \end{vmatrix} = 20\vec{i} - 24\vec{j} + 8\vec{k} = \\ &= 4 \left(5\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k} \right). \end{aligned}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right| = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{5^2 + 6^2 + 2^2} = 2\sqrt{65}.$$

Можно было решить задачу «на школьном уровне».

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. Как в принципе можно найти площадь треугольника?

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. *Как в принципе можно найти площадь треугольника?*

Нам известны координаты всех его вершин, поэтому нетрудно найти длины его сторон, что позволяет воспользоваться, например, формулой Герона.

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. *Как в принципе можно найти площадь треугольника?*

Нам известны координаты всех его вершин, поэтому нетрудно найти длины его сторон, что позволяет воспользоваться, например, формулой Герона.

$$\overrightarrow{AB} =$$

$$\overrightarrow{AC} =$$

$$\overrightarrow{BC} =$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. *Как в принципе можно найти площадь треугольника?*

Нам известны координаты всех его вершин, поэтому нетрудно найти длины его сторон, что позволяет воспользоваться, например, формулой Герона.

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{AC} = \quad \overrightarrow{BC} =$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. *Как в принципе можно найти площадь треугольника?*

Нам известны координаты всех его вершин, поэтому нетрудно найти длины его сторон, что позволяет воспользоваться, например, формулой Герона.

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{AC} = -6\vec{i} - 2\vec{j} + 9\vec{k}, \quad \overrightarrow{BC} =$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. *Как в принципе можно найти площадь треугольника?*

Нам известны координаты всех его вершин, поэтому нетрудно найти длины его сторон, что позволяет воспользоваться, например, формулой Герона.

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{AC} = -6\vec{i} - 2\vec{j} + 9\vec{k}, \quad \overrightarrow{BC} = -8\vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}.$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. Как в принципе можно найти площадь треугольника?

Нам известны координаты всех его вершин, поэтому нетрудно найти длины его сторон, что позволяет воспользоваться, например, формулой Герона.

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{AC} = -6\vec{i} - 2\vec{j} + 9\vec{k}, \quad \overrightarrow{BC} = -8\vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}.$$

Поэтому

$$AB =$$

$$AC =$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. *Как в принципе можно найти площадь треугольника?*

Нам известны координаты всех его вершин, поэтому нетрудно найти длины его сторон, что позволяет воспользоваться, например, формулой Герона.

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{AC} = -6\vec{i} - 2\vec{j} + 9\vec{k}, \quad \overrightarrow{BC} = -8\vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}.$$

Поэтому

$$AB = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3, \quad AC =$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. Как в принципе можно найти площадь треугольника?

Нам известны координаты всех его вершин, поэтому нетрудно найти длины его сторон, что позволяет воспользоваться, например, формулой Герона.

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{AC} = -6\vec{i} - 2\vec{j} + 9\vec{k}, \quad \overrightarrow{BC} = -8\vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}.$$

Поэтому

$$AB = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3, \quad AC = \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2 + 9^2} = 11,$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. Как в принципе можно найти площадь треугольника?

Нам известны координаты всех его вершин, поэтому нетрудно найти длины его сторон, что позволяет воспользоваться, например, формулой Герона.

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{AC} = -6\vec{i} - 2\vec{j} + 9\vec{k}, \quad \overrightarrow{BC} = -8\vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}.$$

Поэтому

$$AB = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3, \quad AC = \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2 + 9^2} = 11,$$

$$BC = \sqrt{(-8)^2 + (-4)^2 + 8^2} = 12.$$

Задача 28. Найдите площадь $\triangle ABC$, если $A(3; -1; 1)$, $B(5; 1; 2)$, $C(-3; -3; 10)$.

Ответ. Как в принципе можно найти площадь треугольника?

Нам известны координаты всех его вершин, поэтому нетрудно найти длины его сторон, что позволяет воспользоваться, например, формулой Герона.

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{AC} = -6\vec{i} - 2\vec{j} + 9\vec{k}, \quad \overrightarrow{BC} = -8\vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}.$$

Поэтому

$$AB = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3, \quad AC = \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2 + 9^2} = 11,$$

$$BC = \sqrt{(-8)^2 + (-4)^2 + 8^2} = 12.$$

Следовательно, $p = \frac{3+11+12}{2} = 13$. Таким образом, согласно формуле Герона, площадь $\triangle ABC$ равна

$$\sqrt{13(13-3)(13-11)(13-12)} = 2\sqrt{65}.$$

Решение задачи 29.

Задача 29. Найдите точку пересечения медиан треугольника ABC , если $A(-5; -4)$, $B(3; -2)$, $C(-7; 3)$.

Задача 29. Найдите точку пересечения медиан треугольника ABC , если $A(-5; -4)$, $B(3; -2)$, $C(-7; 3)$.

Ответ. Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины треугольника. Обозначим через M искомую точку, D — середина стороны BC . Тогда

Задача 29. Найдите точку пересечения медиан треугольника ABC , если $A(-5; -4)$, $B(3; -2)$, $C(-7; 3)$.

Ответ. Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины треугольника. Обозначим через M искомую точку, D — середина стороны BC . Тогда

$$\overrightarrow{OM} =$$

Задача 29. Найдите точку пересечения медиан треугольника ABC , если $A(-5; -4)$, $B(3; -2)$, $C(-7; 3)$.

Ответ. Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины треугольника. Обозначим через M искомую точку, D — середина стороны BC . Тогда

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM} =$$

Задача 29. Найдите точку пересечения медиан треугольника ABC , если $A(-5; -4)$, $B(3; -2)$, $C(-7; 3)$.

Ответ. Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины треугольника. Обозначим через M искомую точку, D — середина стороны BC . Тогда

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} =$$

Задача 29. Найдите точку пересечения медиан треугольника ABC , если $A(-5; -4)$, $B(3; -2)$, $C(-7; 3)$.

Ответ. Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины треугольника. Обозначим через M искомую точку, D — середина стороны BC . Тогда

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) =$$

Задача 29. Найдите точку пересечения медиан треугольника ABC , если $A(-5; -4)$, $B(3; -2)$, $C(-7; 3)$.

Ответ. Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины треугольника. Обозначим через M искомую точку, D — середина стороны BC . Тогда

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \\ &= -5\vec{i} - 4\vec{j} + \frac{1}{3} \left((3+5)\vec{i} + (-2+4)\vec{j} + (-7+5)\vec{i} + (3+4)\vec{j} \right) =\end{aligned}$$

Задача 29. Найдите точку пересечения медиан треугольника ABC , если $A(-5; -4)$, $B(3; -2)$, $C(-7; 3)$.

Ответ. Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины треугольника. Обозначим через M искомую точку, D — середина стороны BC . Тогда

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \\ &= -5\vec{i} - 4\vec{j} + \frac{1}{3} \left((3+5)\vec{i} + (-2+4)\vec{j} + (-7+5)\vec{i} + (3+4)\vec{j} \right) = -3\vec{i} - \vec{j}.\end{aligned}$$

Задача 29. Найдите точку пересечения медиан треугольника ABC , если $A(-5; -4)$, $B(3; -2)$, $C(-7; 3)$.

Ответ. Точка пересечения медиан делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины треугольника. Обозначим через M искомую точку, D — середина стороны BC . Тогда

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \\ &= -5\vec{i} - 4\vec{j} + \frac{1}{3} \left((3+5)\vec{i} + (-2+4)\vec{j} + (-7+5)\vec{i} + (3+4)\vec{j} \right) = -3\vec{i} - \vec{j}.\end{aligned}$$

Ответ: $M(-3; -1)$.

Решение задачи 30.

Задача 30. Найти координаты точки H , если AH — высота треугольника ABC , если $A(-2; -2)$, $B(6; 2)$, $C(1; 7)$.

Задача 30. Найти координаты точки H , если AH — высота треугольника ABC , если $A(-2; -2)$, $B(6; 2)$, $C(1; 7)$.

Ответ. $H(4; 4)$.

Решение задачи 31.

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти? Точку.

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде запишем ответ?

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде запишем ответ? Строкой ее координат.

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде запишем ответ? Строкой ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде запишем ответ? Строкой ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Пусть $H(x; y; z)$.

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде запишем ответ? Строкой ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами?

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде запишем ответ? Строкой ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» отмечаем, что по условию $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC}$. Поэтому двумя способами найдем скалярное произведение этих векторов:

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде запишем ответ? Строкой ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» отмечаем, что по условию $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC}$. Поэтому двумя способами найдем скалярное произведение этих векторов:

$$(2 - 6)(x - 1) + (6 - (-2))(y - 2) + (-9 - (-1))(z - 1) = 0 \Leftrightarrow$$

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде запишем ответ? Строкой ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» отмечаем, что по условию $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC}$. Поэтому двумя способами найдем скалярное произведение этих векторов:

$$(2 - 6)(x - 1) + (6 - (-2))(y - 2) + (-9 - (-1))(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z + 1 = 0.$$

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде запишем ответ? Строкой ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» отмечаем, что по условию $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC}$. Поэтому двумя способами найдем скалярное произведение этих векторов:

$$(2 - 6)(x - 1) + (6 - (-2))(y - 2) + (-9 - (-1))(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z + 1 = 0.$$

«Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир» подсказывает, что векторы $\overrightarrow{BH}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны. В соответствии с критерием коллинеарности получаем $\overrightarrow{BH} = \lambda \overrightarrow{BC}$, откуда, сравнивая соответствующие координаты в левой и правой частях этого векторного уравнения, получаем

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде запишем ответ? Строкой ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» отмечаем, что по условию $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC}$. Поэтому двумя способами найдем скалярное произведение этих векторов:

$$(2 - 6)(x - 1) + (6 - (-2))(y - 2) + (-9 - (-1))(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z + 1 = 0.$$

«Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир» подсказывает, что векторы $\overrightarrow{BH}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны. В соответствии с критерием коллинеарности получаем $\overrightarrow{BH} = \lambda \overrightarrow{BC}$, откуда, сравнивая соответствующие координаты в левой и правой частях этого векторного уравнения, получаем

$$\begin{cases} x - 6 = \lambda(2 - 6), \\ y - (-2) = \lambda(6 - (-2)), \\ z - (-1) = \lambda(-9 - (-1)). \end{cases}$$

Решим полученную систему

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде запишем ответ? Строкой ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» отмечаем, что по условию $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC}$. Поэтому двумя способами найдем скалярное произведение этих векторов:

$$(2 - 6)(x - 1) + (6 - (-2))(y - 2) + (-9 - (-1))(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z + 1 = 0.$$

«Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир» подсказывает, что векторы $\overrightarrow{BH}$ и $\overrightarrow{BC}$ коллинеарны. В соответствии с критерием коллинеарности получаем $\overrightarrow{BH} = \lambda \overrightarrow{BC}$, откуда, сравнивая соответствующие координаты в левой и правой частях этого векторного уравнения, получаем

$$\begin{cases} x - 6 = \lambda(2 - 6), \\ y - (-2) = \lambda(6 - (-2)), \\ z - (-1) = \lambda(-9 - (-1)). \end{cases}$$

Решим полученную систему

$$\begin{cases} x = 6 - 4\lambda, \\ y = -2 + 8\lambda, \\ z = -1 - 8\lambda, \\ x - 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Пусть $H(x; y; z)$. Решим полученную систему

$$\begin{cases} x = 6 - 4\lambda, \\ y = -2 + 8\lambda, \\ z = -1 - 8\lambda, \\ x - 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow (6 - 4\lambda) - 2(-2 + 8\lambda) + 2(-1 - 8\lambda) + 1 = 0 \Rightarrow$$

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Пусть $H(x; y; z)$. Решим полученную систему

$$\begin{cases} x = 6 - 4\lambda, \\ y = -2 + 8\lambda, \\ z = -1 - 8\lambda, \\ x - 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow (6 - 4\lambda) - 2(-2 + 8\lambda) + 2(-1 - 8\lambda) + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{4}.$$

Задача 31. Найти точку H , если AH — высота $\triangle ABC$, где $A(1; 2; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; 6; -9)$.

Ответ. Пусть $H(x; y; z)$. Решим полученную систему

$$\begin{cases} x = 6 - 4\lambda, \\ y = -2 + 8\lambda, \\ z = -1 - 8\lambda, \\ x - 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow (6 - 4\lambda) - 2(-2 + 8\lambda) + 2(-1 - 8\lambda) + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{4}.$$

Поэтому $\begin{cases} x = 5, \\ y = 0, \\ z = -3. \end{cases}$

Ответ. Точка H имеет координаты $(5; 0; -3)$.

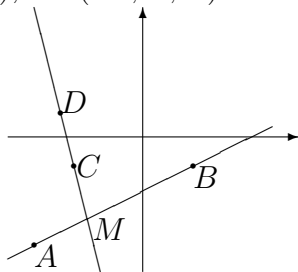
Решение задачи 32.

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

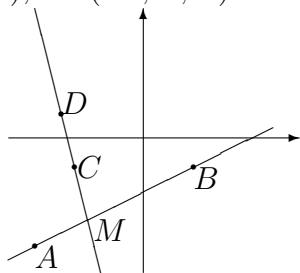
Ответ.



Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти?

Ответ.

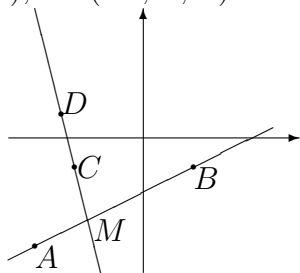


Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.

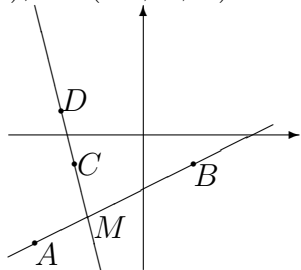
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

Ответ.



Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



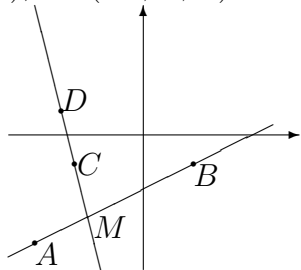
Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ?

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



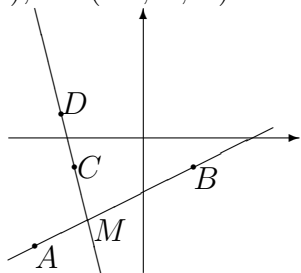
Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Ответ.

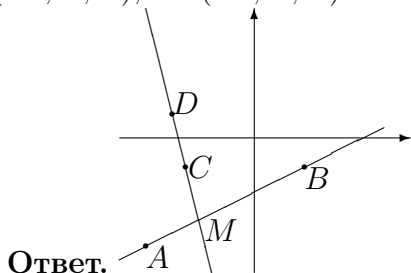
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



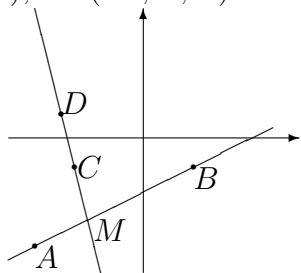
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Ответ.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами?

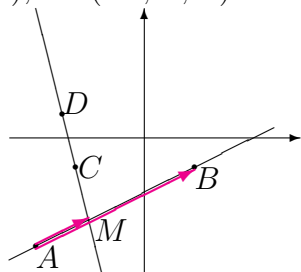
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

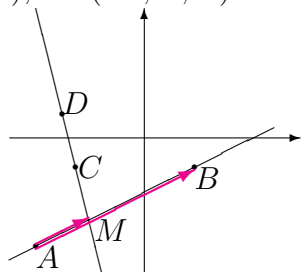
В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой.

Получаем

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

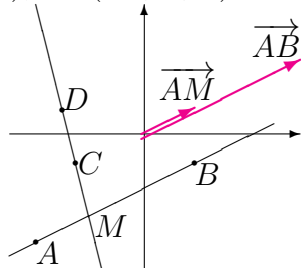
В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой.

Получаем $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$:

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

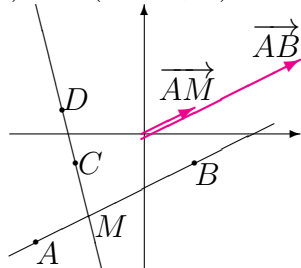
В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой.

Получаем $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$:

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

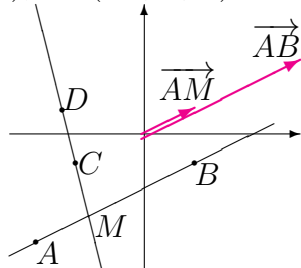
Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой.

Получаем $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x-3)\vec{i} + (y+1)\vec{j} + (z-3)\vec{k} = \overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB} = \mu(-2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$(x-3)\vec{i} + (y+1)\vec{j} + (z-3)\vec{k} = \overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB} = \mu(-2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}).$$

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

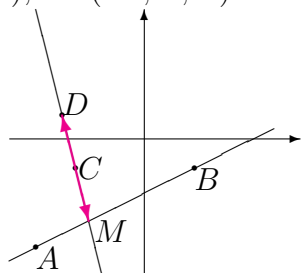
Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой.

Получаем $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$:

$$\begin{cases} x - 3 = -2\lambda, \\ y + 1 = \lambda, \\ z - 3 = -\lambda, \end{cases} \Rightarrow$$

$$(x - 3)\vec{i} + (y + 1)\vec{j} + (z - 3)\vec{k} = \overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB} = \mu (-2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}).$$

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

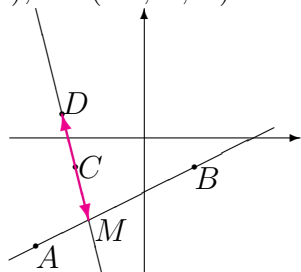
Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой.

Получаем $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$,

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3 = -2\lambda, \\ y + 1 = \lambda, \\ z - 3 = -\lambda, \end{array} \right. \Rightarrow$$

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

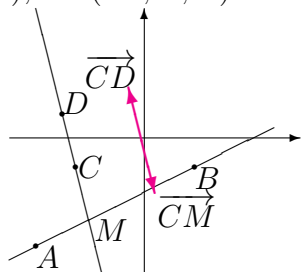
Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой.

Получаем $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CM} = \mu \overrightarrow{CD}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3 = -2\lambda, \\ y + 1 = \lambda, \\ z - 3 = -\lambda, \end{array} \right. \Rightarrow$$

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

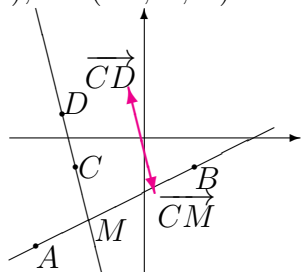
Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой.

Получаем $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CM} = \mu \overrightarrow{CD}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3 = -2\lambda, \\ y + 1 = \lambda, \\ z - 3 = -\lambda, \end{array} \right. \Rightarrow$$

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

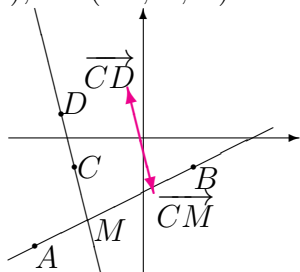
Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой.

Получаем $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CM} = \mu \overrightarrow{CD}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3 = -2\lambda, \\ y + 1 = \lambda, \\ z - 3 = -\lambda, \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$(x + 2)\vec{i} + y\vec{j} + (z - 5)\vec{k} = \overrightarrow{CM} = \mu \overrightarrow{CD} = \mu(-\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}).$$

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

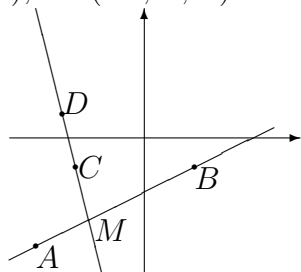
Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой.

Получаем $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CM} = \mu \overrightarrow{CD}$:

$$\begin{cases} x - 3 = -2\lambda, \\ y + 1 = \lambda, \\ z - 3 = -\lambda, \\ x + 2 = -\mu, \\ y = \mu, \\ z - 5 = -2\mu \end{cases} \Rightarrow$$

$$(x + 2)\vec{i} + y\vec{j} + (z - 5)\vec{k} = \overrightarrow{CM} = \mu \overrightarrow{CD} = \mu(-\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}).$$

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

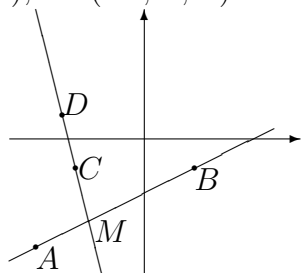
Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой.

Получаем $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CM} = \mu \overrightarrow{CD}$:

$$\begin{cases} x - 3 = -2\lambda, \\ y + 1 = \lambda, \\ z - 3 = -\lambda, \\ x + 2 = -\mu, \\ y = \mu, \\ z - 5 = -2\mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = -2(y + 1), \\ z - 3 = -(y + 1), \\ x + 2 = -y, \\ z - 5 = -2y \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

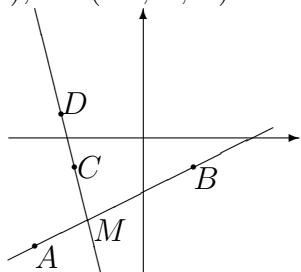
Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой.

Получаем $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CM} = \mu \overrightarrow{CD}$:

$$\begin{cases} x - 3 = -2\lambda, \\ y + 1 = \lambda, \\ z - 3 = -\lambda, \\ x + 2 = -\mu, \\ y = \mu, \\ z - 5 = -2\mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = -2(y + 1), \\ z - 3 = -(y + 1), \\ x + 2 = -y, \\ z - 5 = -2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - 2y, \\ z = 2 - y, \\ 1 - 2y + 2 = -y, \\ 2 - y - 5 = -2y. \end{cases}$$

Задача 32. Найдите точку пересечения прямых AB и CD , если $A(3; -1; 3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(-2; 0; 5)$, $D(-3; 1; 3)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки M буквами: $M(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой.

Получаем $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CM} = \mu \overrightarrow{CD}$:

$$\begin{cases} x - 3 = -2\lambda, \\ y + 1 = \lambda, \\ z - 3 = -\lambda, \\ x + 2 = -\mu, \\ y = \mu, \\ z - 5 = -2\mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = -2(y + 1), \\ z - 3 = -(y + 1), \\ x + 2 = -y, \\ z - 5 = -2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - 2y, \\ z = 2 - y, \\ 1 - 2y + 2 = -y, \\ 2 - y - 5 = -2y. \end{cases}$$

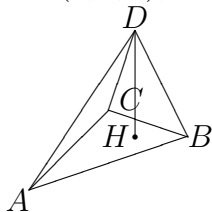
Ответ. $M(-5; 3; -1)$.

Решение задачи 33.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1);$
 $B(-4; 7; 2); \quad C(2; 1; 2); \quad D(-3; 2; 4).$

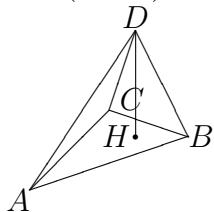
Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.

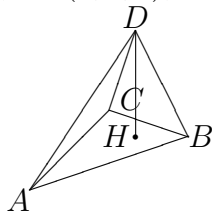


Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Ответ.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.

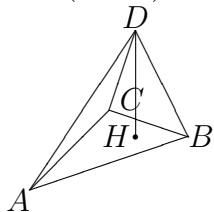


Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

Ответ.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



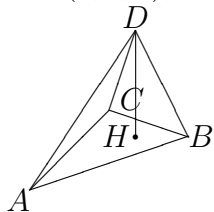
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ?

Ответ.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



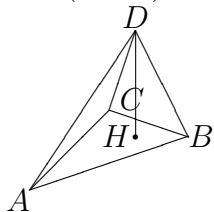
Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



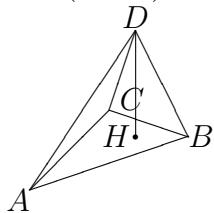
Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



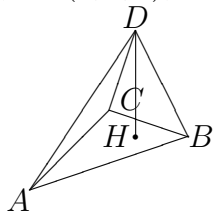
Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



Ответ.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

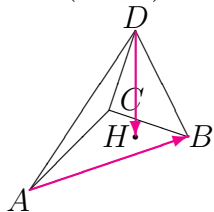
Вектор $\overrightarrow{DH}$ ортогонален векторам $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AH}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



Ответ.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

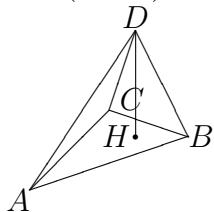
$$(x + 3) \vec{i} + (y - 2) \vec{j} + (z - 4) \vec{k} = \overrightarrow{DH} \perp \overrightarrow{AB} = \quad :$$

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



Ответ.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

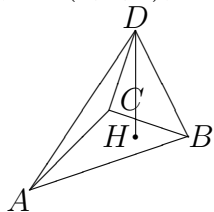
$$(x + 3) \vec{i} + (y - 2) \vec{j} + (z - 4) \vec{k} = \overrightarrow{DH} \perp \overrightarrow{AB} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}:$$

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



Ответ.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$(x + 3) \vec{i} + (y - 2) \vec{j} + (z - 4) \vec{k} = \overrightarrow{DH} \perp \overrightarrow{AB} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}:$$

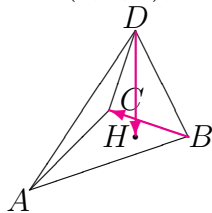
$$\left\{ \begin{array}{l} -(x + 3) + 2(y - 2) + (z - 4) = 0, \end{array} \right.$$

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



Ответ.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$(x + 3) \vec{i} + (y - 2) \vec{j} + (z - 4) \vec{k} = \overrightarrow{DH} \perp \overrightarrow{BC} = \quad :$$

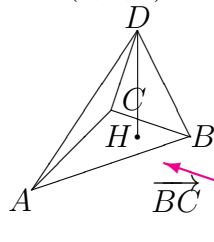
$$\left\{ \begin{array}{l} -(x + 3) + 2(y - 2) + (z - 4) = 0, \end{array} \right.$$

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



Ответ.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$(x + 3) \vec{i} + (y - 2) \vec{j} + (z - 4) \vec{k} = \overrightarrow{DH} \perp \overrightarrow{BC} = 6 \vec{i} - 6 \vec{j}:$$

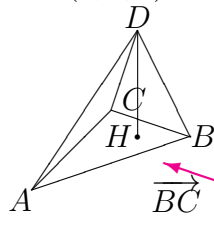
$$\left\{ \begin{array}{l} -(x + 3) + 2(y - 2) + (z - 4) = 0, \end{array} \right.$$

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



Ответ.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$(x + 3) \vec{i} + (y - 2) \vec{j} + (z - 4) \vec{k} = \overrightarrow{DH} \perp \overrightarrow{BC} = 6 \vec{i} - 6 \vec{j}:$$

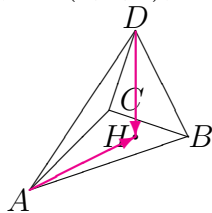
$$\begin{cases} -(x + 3) + 2(y - 2) + (z - 4) = 0, \\ 6(x + 3) - 6(y - 2) + 0(z - 4) = 0, \end{cases}$$

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



Ответ.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$(x + 3) \vec{i} + (y - 2) \vec{j} + (z - 4) \vec{k} = \overrightarrow{DH} \perp \overrightarrow{AH} =$$

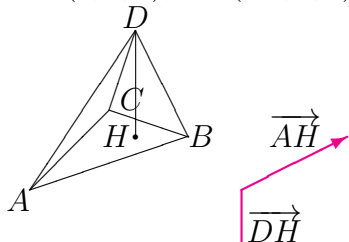
$$\begin{cases} -(x + 3) + 2(y - 2) + (z - 4) = 0, \\ 6(x + 3) - 6(y - 2) + 0(z - 4) = 0, \end{cases}$$

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

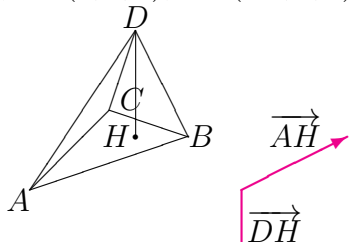
Ответ.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$(x+3)\vec{i} + (y-2)\vec{j} + (z-4)\vec{k} = \overrightarrow{DH} \perp \overrightarrow{AH} = (x+3)\vec{i} + (y-2)\vec{j} + (z-4)\vec{k}:$$

$$\begin{cases} -(x+3) + 2(y-2) + (z-4) = 0, \\ 6(x+3) - 6(y-2) + 0(z-4) = 0, \end{cases}$$

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



Ответ.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$(x+3)\vec{i} + (y-2)\vec{j} + (z-4)\vec{k} = \overrightarrow{DH} \perp \overrightarrow{AH} = (x+3)\vec{i} + (y-2)\vec{j} + (z-4)\vec{k}:$$

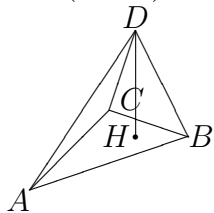
$$\begin{cases} -(x+3) + 2(y-2) + (z-4) = 0, \\ 6(x+3) - 6(y-2) + 0(z-4) = 0, \\ (x+3)(x+3) + (y-5)(y-2) + (z-1)(z-4) = 0. \end{cases}$$

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

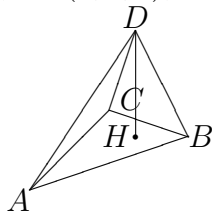
Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

$$\begin{cases} -(x+3) + 2(y-2) + (z-4) = 0, \\ 6(x+3) - 6(y-2) + 0(z-4) = 0, \\ (x+3)(x+3) + (y-5)(y-2) + (z-1)(z-4) = 0. \end{cases}$$

Решая эту систему, получаем $y = x + 5$, $z = 1 - x$. Подставляя эти выражения в последнее уравнение системы, получаем, что либо $x = -1$, либо $x = -3$.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

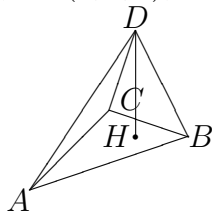
В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

$$\begin{cases} -(x+3) + 2(y-2) + (z-4) = 0, \\ 6(x+3) - 6(y-2) + 0(z-4) = 0, \\ (x+3)(x+3) + (y-5)(y-2) + (z-1)(z-4) = 0. \end{cases}$$

Решая эту систему, получаем $y = x + 5$, $z = 1 - x$. Подставляя эти выражения в последнее уравнение системы, получаем, что либо $x = -1$, либо $x = -3$.

Следовательно, получаем 2 точки, координаты которых равны $(-1; 4; 2)$ или $(-3; 2; 4)$.

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

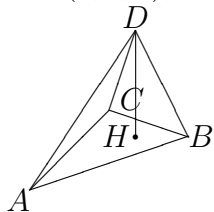
$$\begin{cases} -(x+3) + 2(y-2) + (z-4) = 0, \\ 6(x+3) - 6(y-2) + 0(z-4) = 0, \\ (x+3)(x+3) + (y-5)(y-2) + (z-1)(z-4) = 0. \end{cases}$$

Решая эту систему, получаем $y = x + 5$, $z = 1 - x$. Подставляя эти выражения в последнее уравнение системы, получаем, что либо $x = -1$, либо $x = -3$.

Следовательно, получаем 2 точки, координаты которых равны $(-1; 4; 2)$ или $(-3; 2; 4)$.

Но последняя точка совпадает с D .

Задача 33. Найдите основание H высоты DH пирамиды $ABCD$, если $A(-3; 5; 1)$; $B(-4; 7; 2)$; $C(2; 1; 2)$; $D(-3; 2; 4)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку.

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим искомые координаты буквами: пусть $H(x; y; z)$.

$$\begin{cases} -(x+3) + 2(y-2) + (z-4) = 0, \\ 6(x+3) - 6(y-2) + 0(z-4) = 0, \\ (x+3)(x+3) + (y-5)(y-2) + (z-1)(z-4) = 0. \end{cases}$$

Решая эту систему, получаем $y = x + 5$, $z = 1 - x$. Подставляя эти выражения в последнее уравнение системы, получаем, что либо $x = -1$, либо $x = -3$.

Следовательно, получаем 2 точки, координаты которых равны $(-1; 4; 2)$ или $(-3; 2; 4)$.

Но последняя точка совпадает с D .

Эта точка удовлетворяет условиям, на основании которых составлена система уравнений (так как вектор $\overrightarrow{DH}$ в этом случае — нулевой), но не является искомой точкой.

Ответ: $H(-1; 4; 2)$.

Решение задачи 34.

Задача 34. Найти координаты точки H , если AH — высота треугольника ABC , если $A(1; 0)$, $B(4; 6)$, $C(8; -1)$.

Задача 34. Найти координаты точки H , если AH — высота треугольника ABC , если $A(1; 0)$, $B(4; 6)$, $C(8; -1)$.

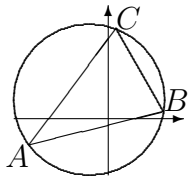
Ответ. $H(2; 2)$.

Решение задачи 35.

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.

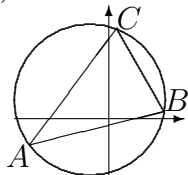
Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.

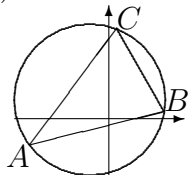


Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.

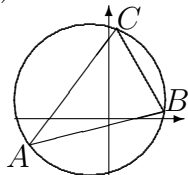


Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



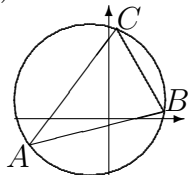
Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ?

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



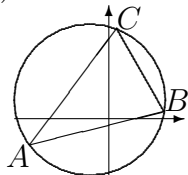
Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



Ответ.

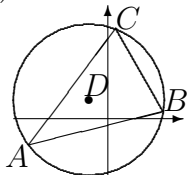
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



Ответ.

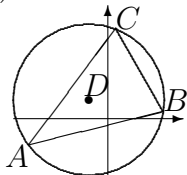
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $M(x; y)$.

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



Ответ.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами?

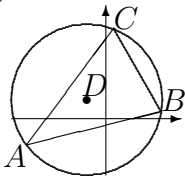
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $M(x; y)$.

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



Ответ.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Перепишем на языке равенств утверждение, что D — центр описанной окружности:

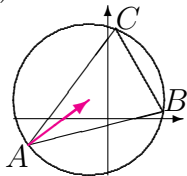
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $M(x; y)$.

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



Ответ.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Перепишем на языке равенств утверждение, что D — центр описанной окружности:

$$|\overrightarrow{AD}| =$$

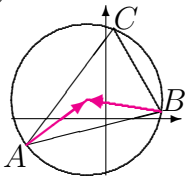
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $M(x; y)$.

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



Ответ.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Перепишем на языке равенств утверждение, что D — центр описанной окружности:

$$|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BD}| =$$

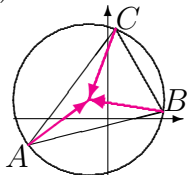
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $M(x; y)$.

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



Ответ.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Перепишем на языке равенств утверждение, что D — центр описанной окружности:

Применим **стратегию составления уравнений**.

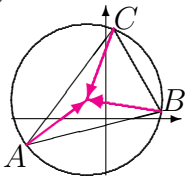
Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $M(x; y)$.

$$|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{CD}|.$$

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



Ответ.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Перепишем на языке равенств утверждение, что D — центр описанной окружности:

$$|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{CD}|.$$

Удобнее сравнить квадраты расстояний:

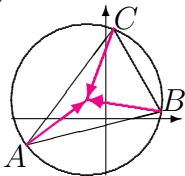
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $M(x; y)$.

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $M(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Перепишем на языке равенств утверждение, что D — центр описанной окружности:

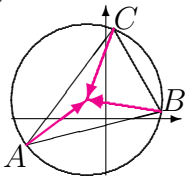
$$|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{CD}|.$$

Удобнее сравнить квадраты расстояний:

$$(x - 27)^2 + (y - 6)^2 = (x - 10)^2 + (y + 25)^2 = (x - 18)^2 + (y + 21)^2. \quad (34)$$

Отметим, что каждое из равенств (34) представляет собой уравнение

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $M(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Перепишем на языке равенств утверждение, что D — центр описанной окружности:

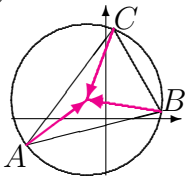
$$|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{CD}|.$$

Удобнее сравнить квадраты расстояний:

$$(x - 27)^2 + (y - 6)^2 = (x - 10)^2 + (y + 25)^2 = (x - 18)^2 + (y + 21)^2. \quad (34)$$

Отметим, что каждое из равенств (34) представляет собой уравнение серединного перпендикуляра к стороне.

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $M(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Перепишем на языке равенств утверждение, что D — центр описанной окружности:

$$|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{CD}|.$$

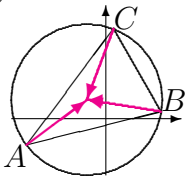
Удобнее сравнить квадраты расстояний:

$$(x - 27)^2 + (y - 6)^2 = (x - 10)^2 + (y + 25)^2 = (x - 18)^2 + (y + 21)^2. \quad (34)$$

Отметим, что каждое из равенств (34) представляет собой уравнение серединного перпендикуляра к стороне.

$$\begin{cases} 34x + 62y = 40, \\ 16x + 8y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $M(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Перепишем на языке равенств утверждение, что D — центр описанной окружности:

$$|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{CD}|.$$

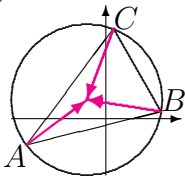
Удобнее сравнить квадраты расстояний:

$$(x - 27)^2 + (y - 6)^2 = (x - 10)^2 + (y + 25)^2 = (x - 18)^2 + (y + 21)^2. \quad (34)$$

Отметим, что каждое из равенств (34) представляет собой уравнение серединного перпендикуляра к стороне.

$$\begin{cases} 34x + 62y = 40, \\ 16x + 8y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17x + 31y = 20, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $M(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Перепишем на языке равенств утверждение, что D — центр описанной окружности:

$$|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{CD}|.$$

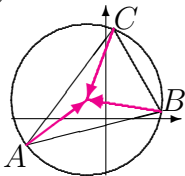
Удобнее сравнить квадраты расстояний:

$$(x - 27)^2 + (y - 6)^2 = (x - 10)^2 + (y + 25)^2 = (x - 18)^2 + (y + 21)^2. \quad (34)$$

Отметим, что каждое из равенств (34) представляет собой уравнение серединного перпендикуляра к стороне.

$$\begin{cases} 34x + 62y = 40, \\ 16x + 8y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17x + 31y = 20, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = -1. \end{cases}$$

Задача 35. Найдите центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, если $A(27; 6)$, $B(10; -25)$, $C(18; -21)$.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $M(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Перепишем на языке равенств утверждение, что D — центр описанной окружности:

$$|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{CD}|.$$

Удобнее сравнить квадраты расстояний:

$$(x - 27)^2 + (y - 6)^2 = (x - 10)^2 + (y + 25)^2 = (x - 18)^2 + (y + 21)^2. \quad (34)$$

Отметим, что каждое из равенств (34) представляет собой уравнение серединного перпендикуляра к стороне.

$$\begin{cases} 34x + 62y = 40, \\ 16x + 8y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17x + 31y = 20, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = -1. \end{cases}$$

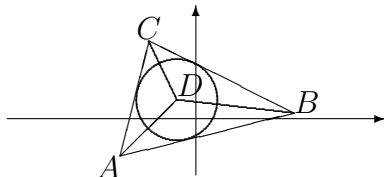
Ответ. $D(3; -1)$.

Решение задачи 36.

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.

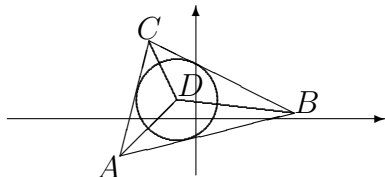
Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.

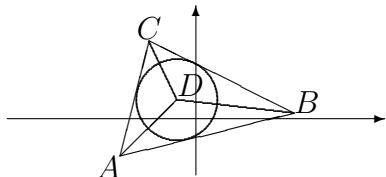


Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти?

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.

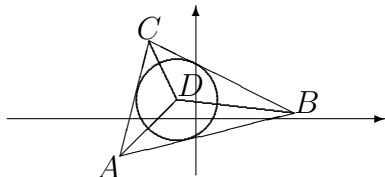


Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



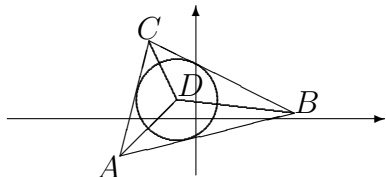
Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ?

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



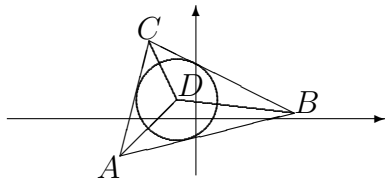
Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

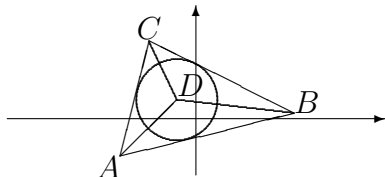
Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

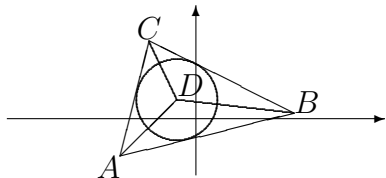
Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $D(x; y)$.

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

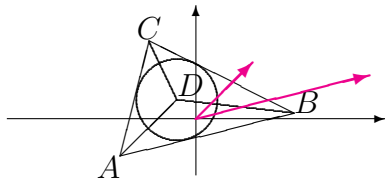
Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $D(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами?

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

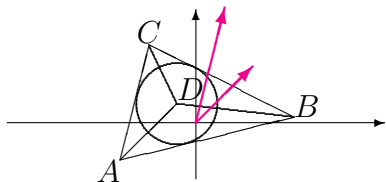
Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $D(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AC}$, получаем равенство

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

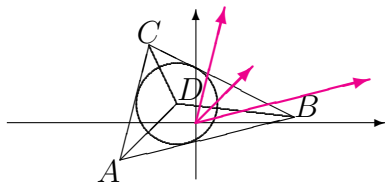
Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $D(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AC}$, получаем равенство

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

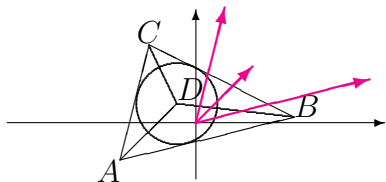
В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $D(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AC}$, получаем равенство

$$\frac{-10(x+7)+55(y+24)}{\sqrt{10^2+55^2}\sqrt{(x+7)^2+(y+24)^2}} = \frac{20(x+7)+40(y+24)}{\sqrt{20^2+40^2}\sqrt{(x+7)^2+(y+24)^2}},$$

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

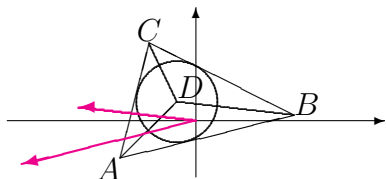
Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $D(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AC}$, получаем равенство

$$\frac{-10(x+7) + 55(y+24)}{\sqrt{10^2 + 55^2} \sqrt{(x+7)^2 + (y+24)^2}} = \frac{20(x+7) + 40(y+24)}{\sqrt{20^2 + 40^2} \sqrt{(x+7)^2 + (y+24)^2}},$$

$$-2x + 11y + 250 = 5x + 10y + 275 \Leftrightarrow 7x - y + 25 = 0.$$

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

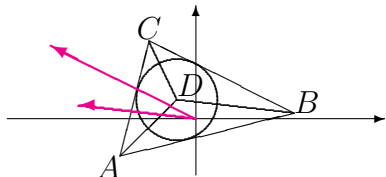
В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $D(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AC}$, получаем равенство $7x - y + 25 = 0$.

Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{BC}$, получаем равенство

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

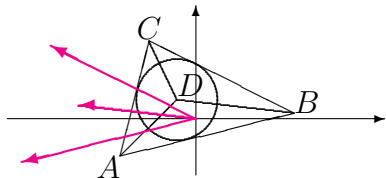
В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $D(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AC}$, получаем равенство $7x - y + 25 = 0$.

Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{BC}$, получаем равенство

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

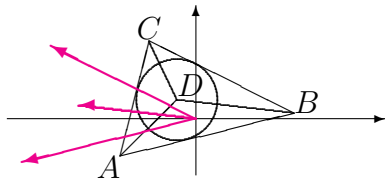
Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $D(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AC}$, получаем равенство $7x - y + 25 = 0$.

Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{BC}$, получаем равенство

$$\frac{10(x + 17) - 55(y - 31)}{\sqrt{10^2 + 55^2} \sqrt{(x + 17)^2 + (y - 31)^2}} = \frac{30(x + 17) - 15(y - 31)}{\sqrt{30^2 + 15^2} \sqrt{(x + 17)^2 + (y - 31)^2}},$$

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $D(x; y)$.

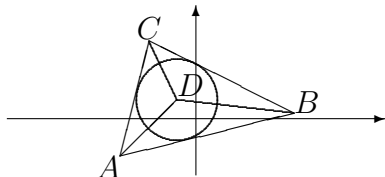
Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AC}$, получаем равенство $7x - y + 25 = 0$.

Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{BC}$, получаем равенство

$$\frac{10(x + 17) - 55(y - 31)}{\sqrt{10^2 + 55^2} \sqrt{(x + 17)^2 + (y - 31)^2}} = \frac{30(x + 17) - 15(y - 31)}{\sqrt{30^2 + 15^2} \sqrt{(x + 17)^2 + (y - 31)^2}},$$

$$2x - 11y + 375 = 10x - 5y + 325 \Leftrightarrow 8x + 6y - 50 = 0.$$

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

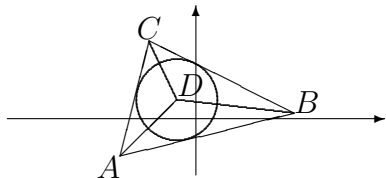
Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $D(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AC}$, получаем равенство $7x - y + 25 = 0$.

Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{BC}$, получаем равенство $8x + 6y - 50 = 0$.

Решая полученную систему уравнений

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $D(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AC}$, получаем равенство $7x - y + 25 = 0$.

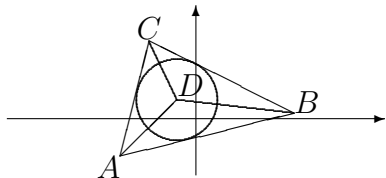
Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{BC}$, получаем равенство $8x + 6y - 50 = 0$.

Решая полученную систему уравнений

$$\begin{cases} 7x - y + 25 = 0; \\ 4x + 3y - 25 = 0, \end{cases}$$

получаем ответ.

Задача 36. Найдите центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, если $A(-7; -24)$, $B(-17; 31)$, $C(13; 16)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки D буквами: $D(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AC}$, получаем равенство $7x - y + 25 = 0$.

Вычисляя двумя способами косинус угла между векторами $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BD}$, равный косинусу угла между векторами $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{BC}$, получаем равенство $8x + 6y - 50 = 0$.

Решая полученную систему уравнений

$$\begin{cases} 7x - y + 25 = 0; \\ 8x + 6y - 50 = 0, \end{cases}$$

получаем ответ.

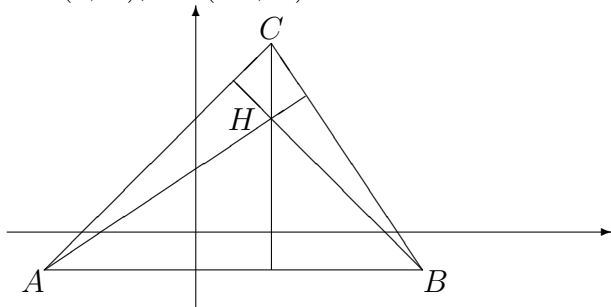
Ответ. $D(-2; 11)$.

Решение задачи 37.

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.

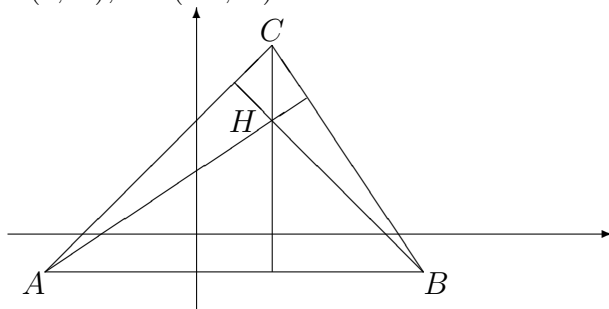
Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.

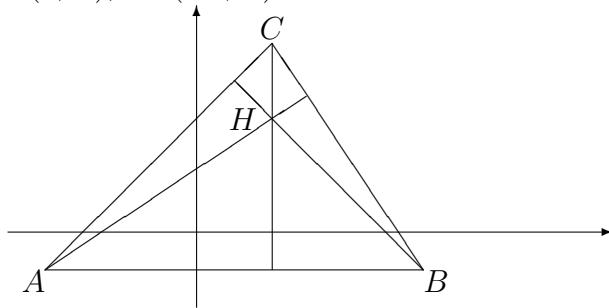


Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти?

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.

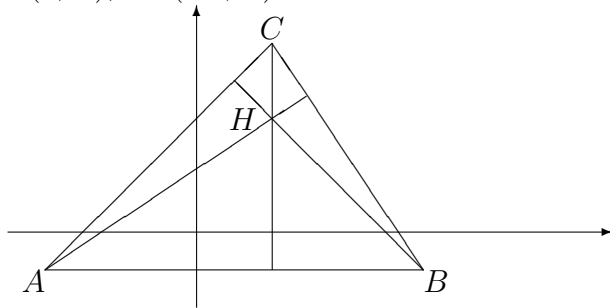


Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.



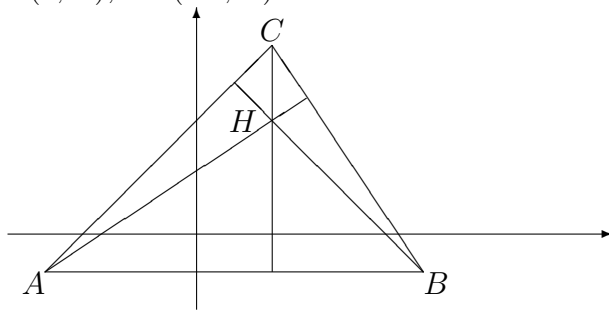
Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ?

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

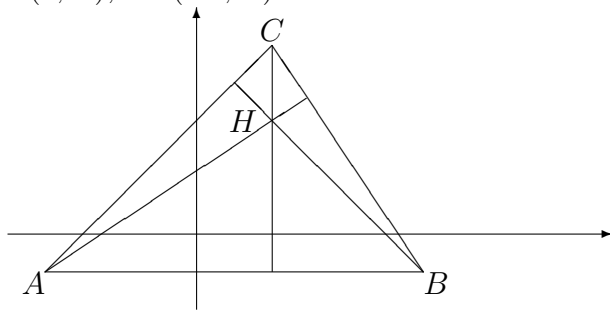
Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

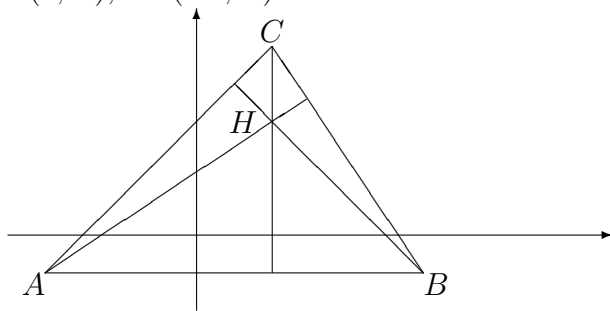
Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

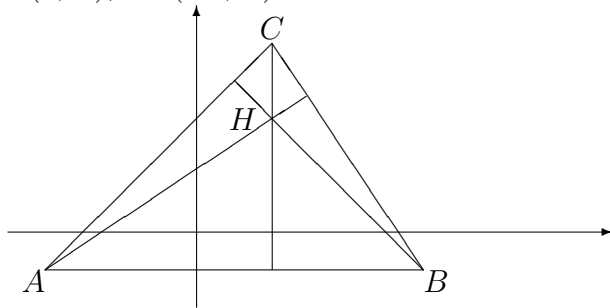
Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки H буквами: $H(x; y)$.

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

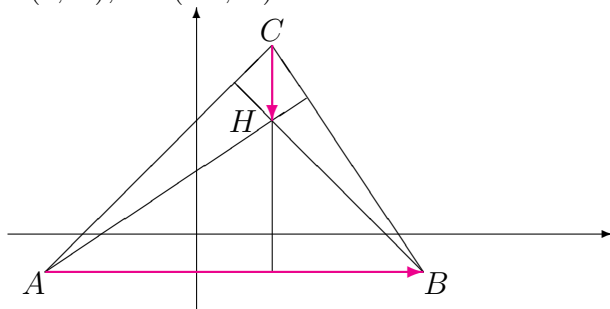
В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки H буквами: $H(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами?

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

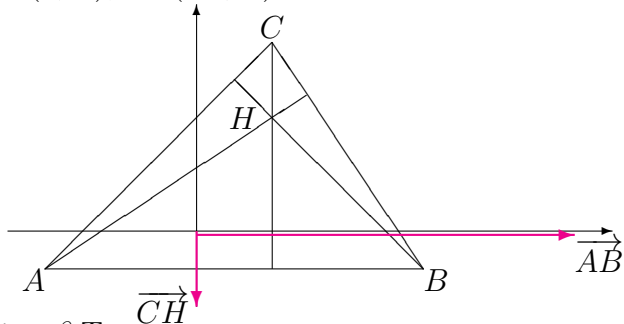
В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки H буквами: $H(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Три пары ортогональных векторов позволяют двумя способами вычислить скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$,

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

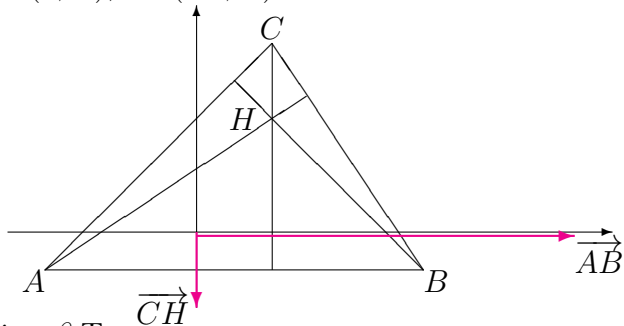
В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки H буквами: $H(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Три пары ортогональных векторов позволяют двумя способами вычислить скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$,

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

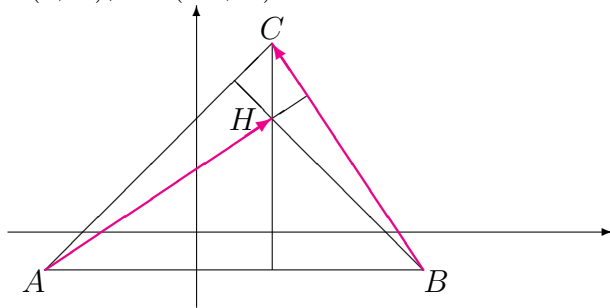
Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки H буквами: $H(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Три пары ортогональных векторов позволяют двумя способами вычислить скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$,

$$\begin{cases} 8(x + 4) + 4(y - 5) = 0; \\ \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

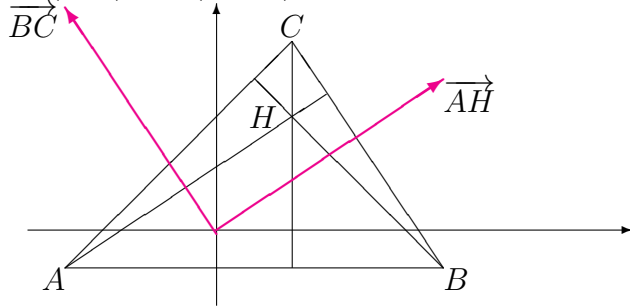
Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки H буквами: $H(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Три пары ортогональных векторов позволяют двумя способами вычислить скалярное произведение векторов

$\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AH}$,

$$\begin{cases} 8(x + 4) + 4(y - 5) = 0; \\ \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

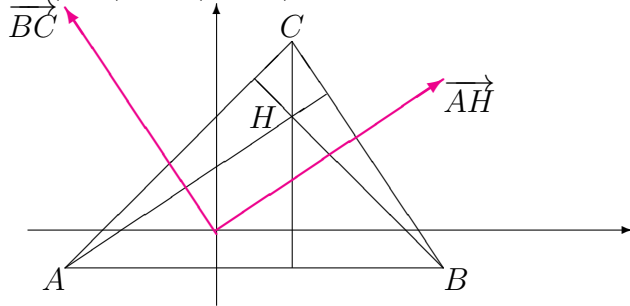
Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки H буквами: $H(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Три пары ортогональных векторов позволяют двумя способами вычислить скалярное произведение векторов

$\vec{AB}$ и $\vec{CH}$, $\vec{BC}$ и $\vec{AH}$,

$$\begin{cases} 8(x + 4) + 4(y - 5) = 0; \\ \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки H буквами: $H(x; y)$.

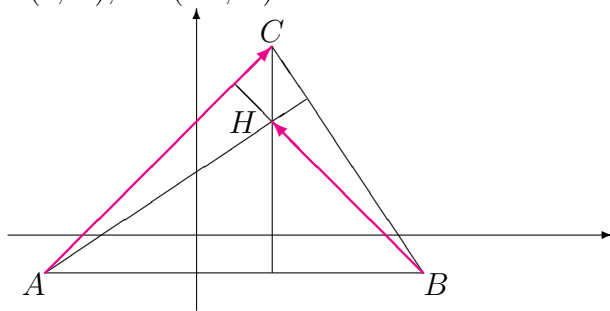
Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Три пары ортогональных векторов позволяют двумя способами вычислить скалярное произведение векторов

$\vec{AB}$ и $\vec{CH}$, $\vec{BC}$ и $\vec{AH}$,

$$\begin{cases} 8(x + 4) + 4(y - 5) = 0; \\ -9(x + 3) + 3(y + 2) = 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.

Применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

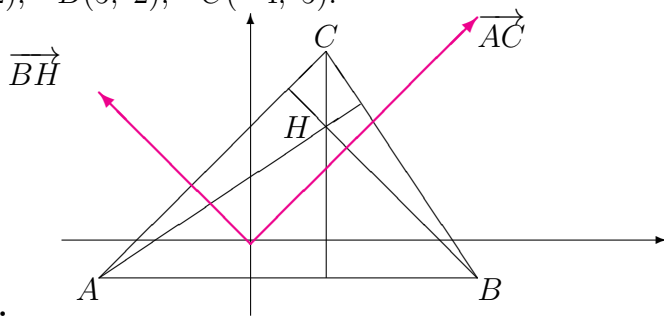
В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки H буквами: $H(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Три пары ортогональных векторов позволяют двумя способами вычислить скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BH}$:

$$\begin{cases} 8(x + 4) + 4(y - 5) = 0; \\ -9(x + 3) + 3(y + 2) = 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

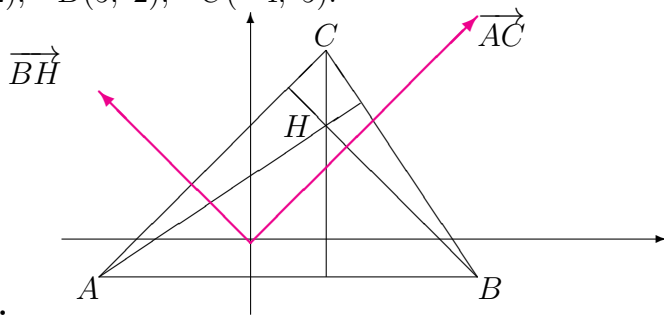
В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки H буквами: $H(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Три пары ортогональных векторов позволяют двумя способами вычислить скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BH}$:

$$\begin{cases} 8(x + 4) + 4(y - 5) = 0; \\ -9(x + 3) + 3(y + 2) = 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

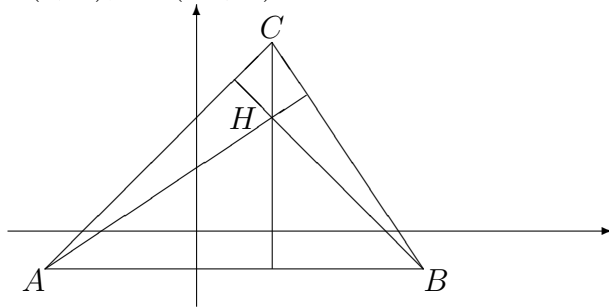
В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки H буквами: $H(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Три пары ортогональных векторов позволяют двумя способами вычислить скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BH}$:

$$\begin{cases} 8(x + 4) + 4(y - 5) = 0; \\ -9(x + 3) + 3(y + 2) = 0; \\ -(x - 5) + 7(y - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

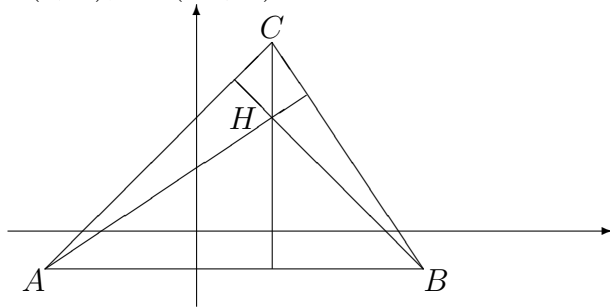
В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки H буквами: $H(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Три пары ортогональных векторов позволяют двумя способами вычислить скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BH}$:

$$\begin{cases} 8(x+4) + 4(y-5) = 0; \\ -9(x+3) + 3(y+2) = 0; \\ -(x-5) + 7(y-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y + 3 = 0; \\ -3x + y - 7 = 0; \\ -x + 7y - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

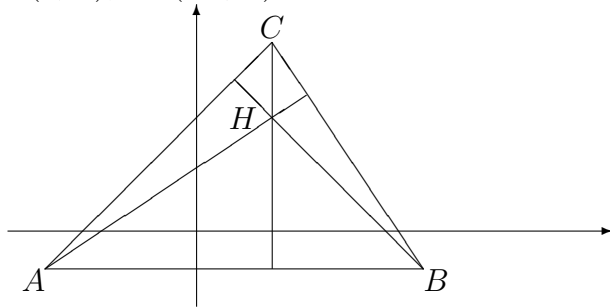
В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки H буквами: $H(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Три пары ортогональных векторов позволяют двумя способами вычислить скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BH}$:

$$\begin{cases} 8(x+4) + 4(y-5) = 0; \\ -9(x+3) + 3(y+2) = 0; \\ -(x-5) + 7(y-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y + 3 = 0; \\ -3x + y - 7 = 0; \\ -x + 7y - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2; \\ y = 1. \end{cases}$$

Задача 37. Найдите ортоцентр (точку пересечения высот) треугольника ABC , если $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-4; 5)$.



Применим **стратегию составления уравнений**.

Ответ.

Что надо найти? Точку на плоскости.

В каком виде запишем ответ? Укажем строку ее координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты искомой точки H буквами: $H(x; y)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами? Три пары ортогональных векторов позволяют двумя способами вычислить скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CH}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BH}$:

$$\begin{cases} 8(x+4) + 4(y-5) = 0; \\ -9(x+3) + 3(y+2) = 0; \\ -(x-5) + 7(y-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y + 3 = 0; \\ -3x + y - 7 = 0; \\ -x + 7y - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2; \\ y = 1. \end{cases}$$

Ответ: $H(-2; 1)$.

Решение задачи 38.

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти?

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти? Точку в пространстве.

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ?

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем ее координаты.

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем ее координаты.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем ее координаты.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$.

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем ее координаты.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами?

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем ее координаты.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами?

В первую очередь ищем векторы ортогональные и коллинеарные.

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем ее координаты.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами?

В первую очередь ищем векторы ортогональные и коллинеарные. Так как CH — высота, то $\overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$. Получаем

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем ее координаты.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами?

В первую очередь ищем векторы ортогональные и коллинеарные. Так как CH — высота, то $\overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$. Получаем

$$(7 - 1)(x - 6) + (8 - (-1))(y - 1) + (0 - 3)(z - 5) = 0 \Leftrightarrow$$

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку в пространстве.

В каком виде запишем ответ? Укажем ее координаты.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$.

Составим уравнение. Какую величину вычислим разными способами?

В первую очередь ищем векторы ортогональные и коллинеарные. Так как CH — высота, то $\overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$. Получаем

$$(7 - 1)(x - 6) + (8 - (-1))(y - 1) + (0 - 3)(z - 5) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - z - 10 = 0.$$

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$. Из ортогональности $\overrightarrow{CH}$ и $\overrightarrow{AB}$ имеем $2x + 3y - z - 10 = 0$.

В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой. Например, таковы точки A, H, B . Используя критерий коллинеарности векторов, получаем, что для некоторого числа λ имеет место равенство $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Переписывая это равенство в виде уравнений для координат, получаем, вычисляя двумя способами у вектора $\overrightarrow{AH}$ первую координату (первое уравнение)

{

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$. Из ортогональности $\overrightarrow{CH}$ и $\overrightarrow{AB}$ имеем $2x + 3y - z - 10 = 0$.

В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой. Например, таковы точки A, H, B . Используя критерий коллинеарности векторов, получаем, что для некоторого числа λ имеет место равенство $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Переписывая это равенство в виде уравнений для координат, получаем, вычисляя двумя способами у вектора $\overrightarrow{AH}$ первую координату (первое уравнение)

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3 = (7 - 1)\lambda, \\ \end{array} \right.$$

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$. Из ортогональности $\overrightarrow{CH}$ и $\overrightarrow{AB}$ имеем $2x + 3y - z - 10 = 0$.

В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой. Например, таковы точки A, H, B . Используя критерий коллинеарности векторов, получаем, что для некоторого числа λ имеет место равенство $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Переписывая это равенство в виде уравнений для координат, получаем, вычисляя двумя способами y вектора $\overrightarrow{AH}$ вторую координату (второе уравнение)

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3 = (7 - 1)\lambda, \\ \end{array} \right.$$

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$. Из ортогональности $\overrightarrow{CH}$ и $\overrightarrow{AB}$ имеем $2x + 3y - z - 10 = 0$.

В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой. Например, таковы точки A, H, B . Используя критерий коллинеарности векторов, получаем, что для некоторого числа λ имеет место равенство $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Переписывая это равенство в виде уравнений для координат, получаем, вычисляя двумя способами y вектора $\overrightarrow{AH}$ вторую координату (второе уравнение)

$$\begin{cases} x - 3 = (7 - 1)\lambda, \\ y + 1 = (8 - (-1))\lambda, \end{cases}$$

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$. Из ортогональности $\overrightarrow{CH}$ и $\overrightarrow{AB}$ имеем $2x + 3y - z - 10 = 0$.

В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой. Например, таковы точки A, H, B . Используя критерий коллинеарности векторов, получаем, что для некоторого числа λ имеет место равенство $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Переписывая это равенство в виде уравнений для координат, получаем, вычисляя двумя способами y вектора $\overrightarrow{AH}$ третью координату (третье уравнение)

$$\begin{cases} x - 3 = (7 - 1)\lambda, \\ y + 1 = (8 - (-1))\lambda, \end{cases}$$

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$. Из ортогональности $\overrightarrow{CH}$ и $\overrightarrow{AB}$ имеем $2x + 3y - z - 10 = 0$.

В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой. Например, таковы точки A, H, B . Используя критерий коллинеарности векторов, получаем, что для некоторого числа λ имеет место равенство $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Переписывая это равенство в виде уравнений для координат, получаем, вычисляя двумя способами y вектора $\overrightarrow{AH}$ третью координату (третье уравнение)

$$\begin{cases} x - 3 = (7 - 1)\lambda, \\ y + 1 = (8 - (-1))\lambda, \\ z - 3 = (0 - 3)\lambda. \end{cases}$$

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$. Из ортогональности $\overrightarrow{CH}$ и $\overrightarrow{AB}$ имеем $2x + 3y - z - 10 = 0$.

В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой. Например, таковы точки A, H, B . Используя критерий коллинеарности векторов, получаем, что для некоторого числа λ имеет место равенство $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Переписывая это равенство в виде уравнений для координат, получаем, вычисляя двумя способами y вектора $\overrightarrow{AH}$ третью координату (третье уравнение)

$$\begin{cases} x - 3 = (7 - 1)\lambda, \\ y + 1 = (8 - (-1))\lambda, \\ z - 3 = (0 - 3)\lambda. \end{cases}$$

Таким образом, получаем систему

$$\begin{cases} 2x + 3y - z - 10 = 0, \\ x = 6\lambda + 3, \\ y = 9\lambda - 1, \\ z = 3 - 3\lambda \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$. Из ортогональности $\overrightarrow{CH}$ и $\overrightarrow{AB}$ имеем $2x + 3y - z - 10 = 0$.

В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой. Например, таковы точки A, H, B . Используя критерий коллинеарности векторов, получаем, что для некоторого числа λ имеет место равенство $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Переписывая это равенство в виде уравнений для координат, получаем, вычисляя двумя способами y вектора $\overrightarrow{AH}$ третью координату (третье уравнение)

$$\begin{cases} x - 3 = (7 - 1)\lambda, \\ y + 1 = (8 - (-1))\lambda, \\ z - 3 = (0 - 3)\lambda. \end{cases}$$

Таким образом, получаем систему

$$\begin{cases} 2x + 3y - z - 10 = 0, \\ x = 6\lambda + 3, \\ y = 9\lambda - 1, \\ z = 3 - 3\lambda \end{cases} \Rightarrow 2(6\lambda + 3) + 3(9\lambda - 1) - (3 - 3\lambda) - 10 = 0.$$

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$. Из ортогональности $\overrightarrow{CH}$ и $\overrightarrow{AB}$ имеем $2x + 3y - z - 10 = 0$.

В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой. Например, таковы точки A, H, B . Используя критерий коллинеарности векторов, получаем, что для некоторого числа λ имеет место равенство $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Переписывая это равенство в виде уравнений для координат, получаем, вычисляя двумя способами y вектора $\overrightarrow{AH}$ третью координату (третье уравнение)

$$\begin{cases} x - 3 = (7 - 1)\lambda, \\ y + 1 = (8 - (-1))\lambda, \\ z - 3 = (0 - 3)\lambda. \end{cases}$$

Таким образом, получаем систему

$$\begin{cases} 2x + 3y - z - 10 = 0, \\ x = 6\lambda + 3, \\ y = 9\lambda - 1, \\ z = 3 - 3\lambda \end{cases} \Rightarrow 2(6\lambda + 3) + 3(9\lambda - 1) - (3 - 3\lambda) - 10 = 0.$$

Итак, $\lambda = \frac{1}{3}$.

Задача 38. В треугольнике ABC проведена высота CH , где точка H принадлежит прямой AB . Найдите H , если $A(1; -1; 3)$, $B(7; 8; 0)$, $C(6; 1; 5)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Обозначим координаты точки H буквами, то есть пусть $H(x; y; z)$. Из ортогональности $\overrightarrow{CH}$ и $\overrightarrow{AB}$ имеем $2x + 3y - z - 10 = 0$.

В поисках коллинеарных векторов обращаем особое внимание на точки, лежащие на одной прямой. Например, таковы точки A, H, B . Используя критерий коллинеарности векторов, получаем, что для некоторого числа λ имеет место равенство $\overrightarrow{AH} = \lambda \overrightarrow{AB}$. Переписывая это равенство в виде уравнений для координат, получаем, вычисляя двумя способами y вектора $\overrightarrow{AH}$ третью координату (третье уравнение)

$$\begin{cases} x - 3 = (7 - 1)\lambda, \\ y + 1 = (8 - (-1))\lambda, \\ z - 3 = (0 - 3)\lambda. \end{cases}$$

Таким образом, получаем систему

$$\begin{cases} 2x + 3y - z - 10 = 0, \\ x = 6\lambda + 3, \\ y = 9\lambda - 1, \\ z = 3 - 3\lambda \end{cases} \Rightarrow 2(6\lambda + 3) + 3(9\lambda - 1) - (3 - 3\lambda) - 10 = 0.$$

Итак, $\lambda = \frac{1}{3}$.

Ответ. $H(3; 2; 2)$.

Решение задачи 39.

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ.

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор.

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор.

В каком виде представим ответ?

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор.

В каком виде представим ответ? Вектор можно задать координатами,

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор.

В каком виде представим ответ? Вектор можно задать координатами, разложением в линейную комбинацию других векторов,

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор.

В каком виде представим ответ? Вектор можно задать координатами, разложением в линейную комбинацию других векторов, указанием его длины и направления.

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор.

В каком виде представим ответ? Вектор можно задать координатами, разложением в линейную комбинацию других векторов, указанием его длины и направления.

Укажем вектор с помощью

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор.

В каком виде представим ответ? Вектор можно задать координатами, разложением в линейную комбинацию других векторов, указанием его длины и направления.

Укажем вектор с помощью его координат.

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор.

В каком виде представим ответ? Вектор можно задать координатами, разложением в линейную комбинацию других векторов, указанием его длины и направления.

Укажем вектор с помощью его координат.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор.

В каком виде представим ответ? Вектор можно задать координатами, разложением в линейную комбинацию других векторов, указанием его длины и направления.

Укажем вектор с помощью его координат.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим буквами искомые координаты.

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} =$

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор.

В каком виде представим ответ? Вектор можно задать координатами, разложением в линейную комбинацию других векторов, указанием его длины и направления.

Укажем вектор с помощью его координат.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим буквами искомые координаты.

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вектор.

В каком виде представим ответ? Вектор можно задать координатами, разложением в линейную комбинацию других векторов, указанием его длины и направления.

Укажем вектор с помощью его координат.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим буквами искомые координаты.

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

{

Вычислим скалярное произведение $(\vec{x}, \vec{a})$.

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

{

Вычислим скалярное произведение $(\vec{x}, \vec{a})$.

С помощью координат...

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \\ \\ \end{array} \right.$$

Вычислим скалярное произведение $(\vec{x}, \vec{a})$.

С помощью координат...

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \\ \\ \end{array} \right.$$

Вычислим скалярное произведение $(\vec{x}, \vec{a})$.

Геометрически, по **определению скалярного произведения...**

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \end{array} \right.$$

Вычислим скалярное произведение $(\vec{x}, \vec{a})$.

Геометрически, по **определению скалярного произведения...**

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \end{array} \right.$$

Согласно **формуле**

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \end{array} \right.$$

Согласно **формуле**

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \alpha & \beta & \gamma \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \end{array} \right.$$

Согласно **формуле**

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \alpha & \beta & \gamma \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -15\vec{i} +$$

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \beta + 2\gamma = -15, \end{cases}$$

Согласно **формуле**

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \alpha & \beta & \gamma \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -15\vec{i} +$$

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \beta + 2\gamma = -15, \end{cases}$$

Согласно **формуле**

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \alpha & \beta & \gamma \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -15\vec{i} + (-14)\vec{j} +$$

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \beta + 2\gamma = -15, \\ -\alpha + 2\gamma = -14, \end{cases}$$

Согласно **формуле**

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \alpha & \beta & \gamma \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -15\vec{i} + (-14)\vec{j} +$$

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \beta + 2\gamma = -15, \\ -\alpha + 2\gamma = -14, \end{cases}$$

Согласно **формуле**

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \alpha & \beta & \gamma \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -15\vec{i} + (-14)\vec{j} + 2\vec{k}.$$

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \beta + 2\gamma = -15, \\ -\alpha + 2\gamma = -14, \\ -2\alpha - 2\beta = 2 \end{cases}$$

Согласно **формуле**

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \alpha & \beta & \gamma \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -15\vec{i} + (-14)\vec{j} + 2\vec{k}.$$

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \beta + 2\gamma = -15, \\ -\alpha + 2\gamma = -14, \\ -2\alpha - 2\beta = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \frac{4\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}}{7}, \\ \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \end{cases}$$

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \beta + 2\gamma = -15, \\ -\alpha + 2\gamma = -14, \\ -2\alpha - 2\beta = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \frac{4\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}}{7}, \\ \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(14 + 2\gamma) - 2(-15 - 2\gamma) + \gamma = \frac{4\sqrt{(14 + 2\gamma)^2 + (-15 - 2\gamma)^2 + \gamma^2}}{7}, \\ \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \end{cases}$$

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \beta + 2\gamma = -15, \\ -\alpha + 2\gamma = -14, \\ -2\alpha - 2\beta = 2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \frac{4\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}}{7}, \\ \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2(14 + 2\gamma) - 2(-15 - 2\gamma) + \gamma = \frac{4\sqrt{(14 + 2\gamma)^2 + (-15 - 2\gamma)^2 + \gamma^2}}{7}, \\ \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \\ 7(9\gamma + 58) = 4\sqrt{9\gamma^2 + 116\gamma + 421}, \end{array} \right.$$

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \beta + 2\gamma = -15, \\ -\alpha + 2\gamma = -14, \\ -2\alpha - 2\beta = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \frac{4\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}}{7}, \\ \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(14 + 2\gamma) - 2(-15 - 2\gamma) + \gamma = \frac{4\sqrt{(14 + 2\gamma)^2 + (-15 - 2\gamma)^2 + \gamma^2}}{7}, \\ \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \\ 7(9\gamma + 58) = 4\sqrt{9\gamma^2 + 116\gamma + 421}, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \\ 3825\gamma^2 + 49300\gamma + 158100 = 0 \end{cases}$$

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \beta + 2\gamma = -15, \\ -\alpha + 2\gamma = -14, \\ -2\alpha - 2\beta = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \frac{4\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}}{7}, \\ \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(14 + 2\gamma) - 2(-15 - 2\gamma) + \gamma = \frac{4\sqrt{(14 + 2\gamma)^2 + (-15 - 2\gamma)^2 + \gamma^2}}{7}, \\ \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \\ 7(9\gamma + 58) = 4\sqrt{9\gamma^2 + 116\gamma + 421}, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \\ 3825\gamma^2 + 49300\gamma + 158100 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \\ \gamma \in \left\{ -6; -\frac{62}{9} \right\} \cap \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \beta + 2\gamma = -15, \\ -\alpha + 2\gamma = -14, \\ -2\alpha - 2\beta = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \frac{4\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}}{7}, \\ \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(14 + 2\gamma) - 2(-15 - 2\gamma) + \gamma = \frac{4\sqrt{(14 + 2\gamma)^2 + (-15 - 2\gamma)^2 + \gamma^2}}{7}, \\ \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \\ 7(9\gamma + 58) = 4\sqrt{9\gamma^2 + 116\gamma + 421}, \\ 3825\gamma^2 + 49300\gamma + 158100 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \\ \gamma \in \left\{-6; -\frac{62}{9}\right\} \cap \mathbb{Z}. \end{cases} \quad \vec{x} =$$

Задача 39. Найдите такой вектор $\vec{x}$ с целочисленными координатами, что для $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, имеем $\cos \widehat{\vec{x}, \vec{a}} = \frac{4}{21}$, $[\vec{x}, \vec{a}] = -15\vec{i} - 14\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ответ. $\vec{x} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \frac{4}{21}, \\ \beta + 2\gamma = -15, \\ -\alpha + 2\gamma = -14, \\ -2\alpha - 2\beta = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\alpha - 2\beta + \gamma = \frac{4\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}}{7}, \\ \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(14 + 2\gamma) - 2(-15 - 2\gamma) + \gamma = \frac{4\sqrt{(14 + 2\gamma)^2 + (-15 - 2\gamma)^2 + \gamma^2}}{7}, \\ \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \\ 7(9\gamma + 58) = 4\sqrt{9\gamma^2 + 116\gamma + 421}, \\ 3825\gamma^2 + 49300\gamma + 158100 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = 14 + 2\gamma, \\ \beta = -15 - 2\gamma, \\ \gamma \in \left\{-6; -\frac{62}{9}\right\} \cap \mathbb{Z}. \end{cases} \quad \vec{x} = \quad \quad \quad +(-6)\vec{k}.$$

Решение задачи 40.

Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.

Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

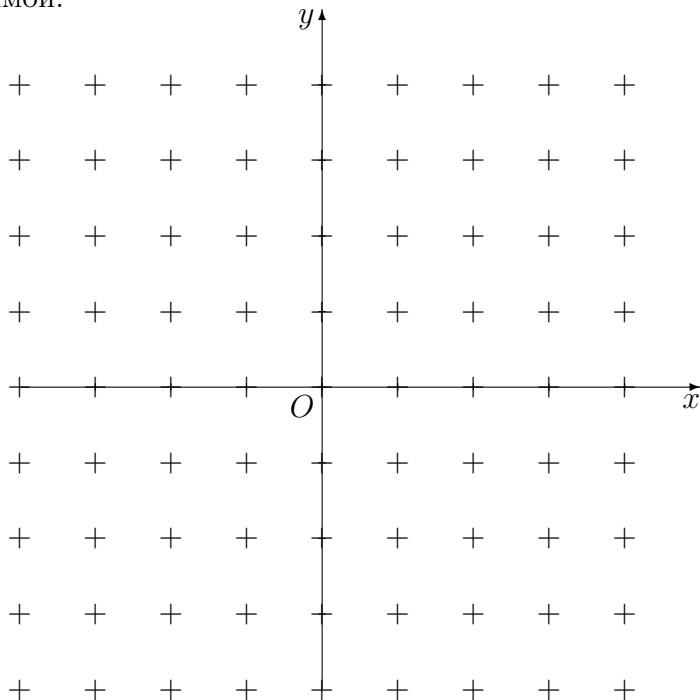
Ответ.

Изобразим координатную плоскость.

Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.

Изобразим координатную плоскость.

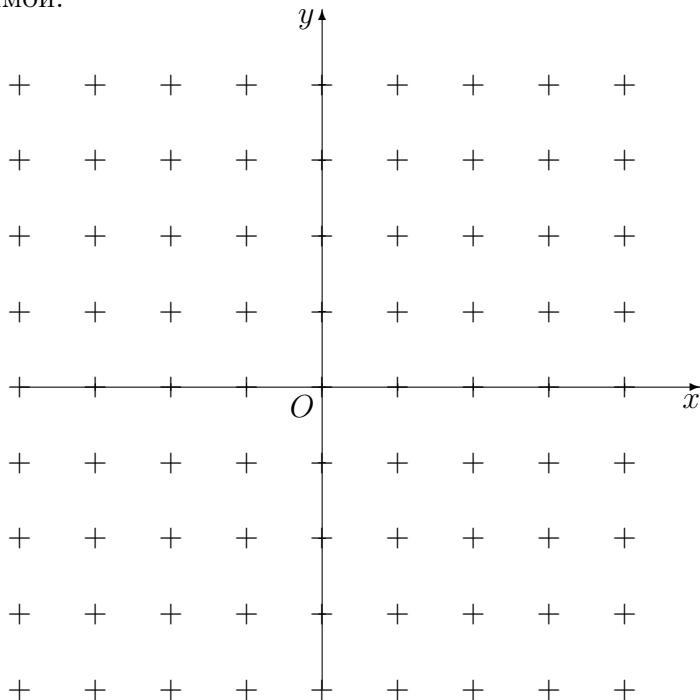


Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.

Изобразим координатную плоскость.

Теперь нарисуем треугольник.

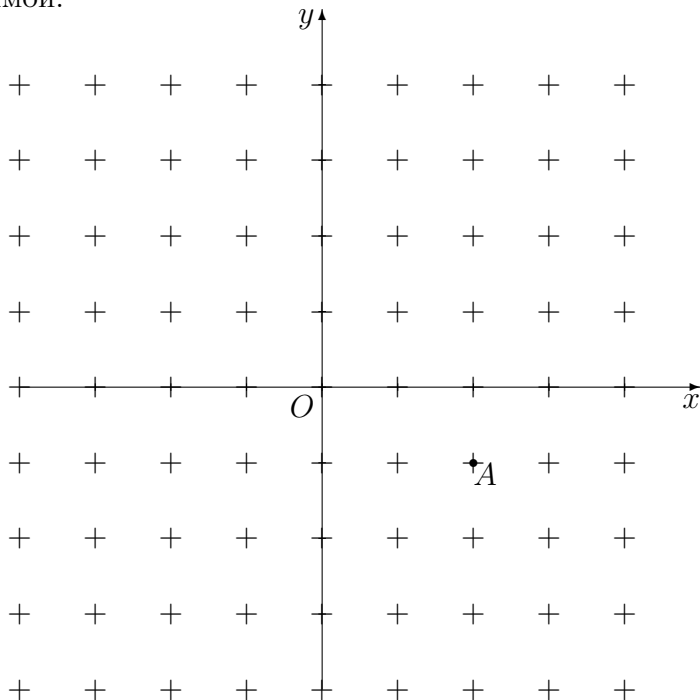


Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.

Изобразим координатную плоскость.

Теперь нарисуем треугольник.

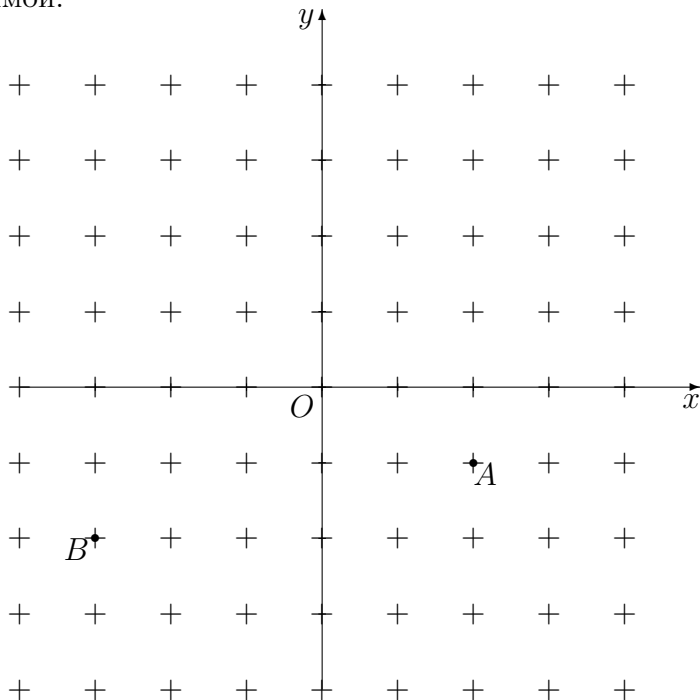


Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.

Изобразим координатную плоскость.

Теперь нарисуем треугольник.

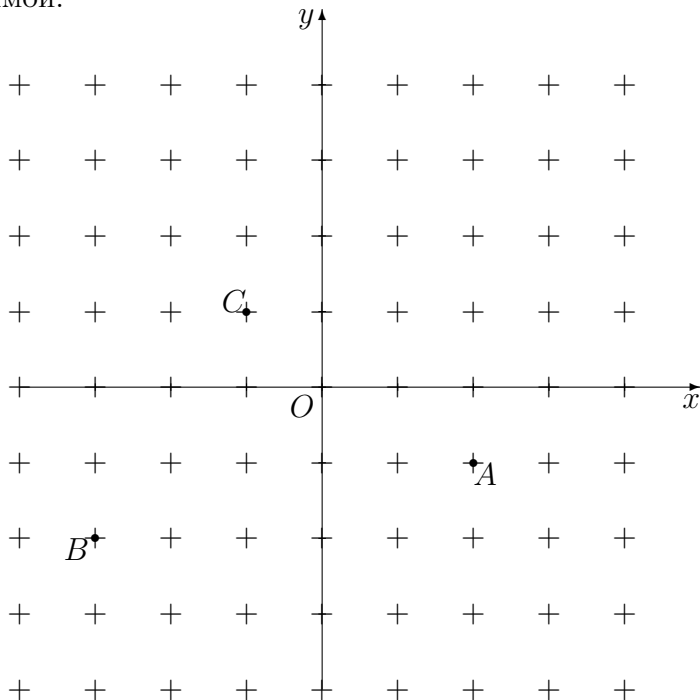


Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.

Изобразим координатную плоскость.

Теперь нарисуем треугольник.

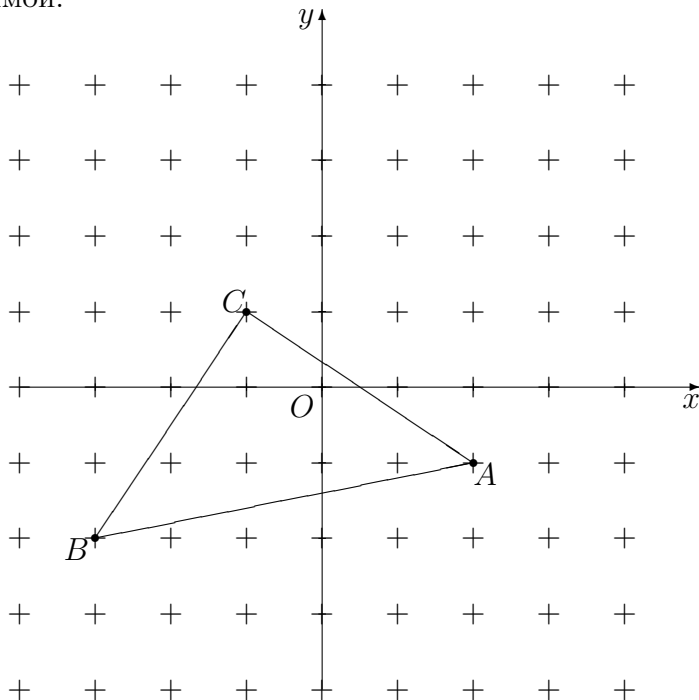


Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.

Изобразим координатную плоскость.

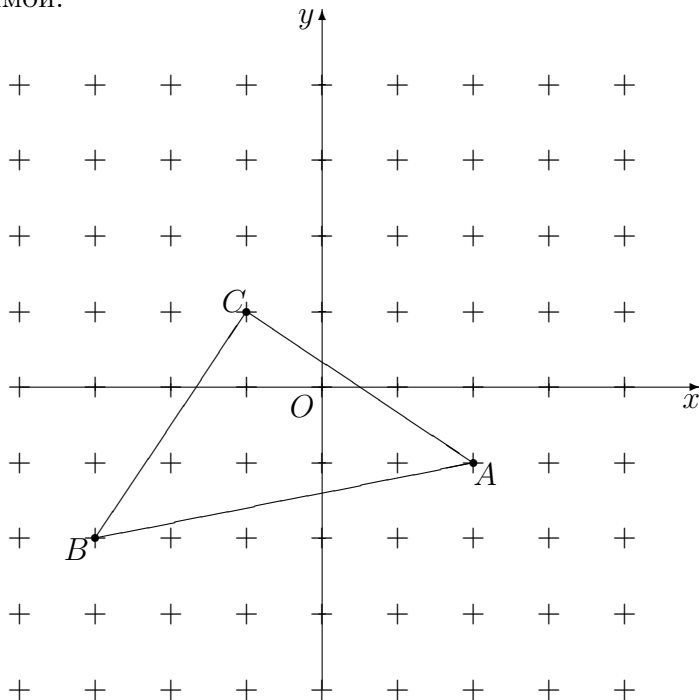
Теперь нарисуем треугольник.



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.

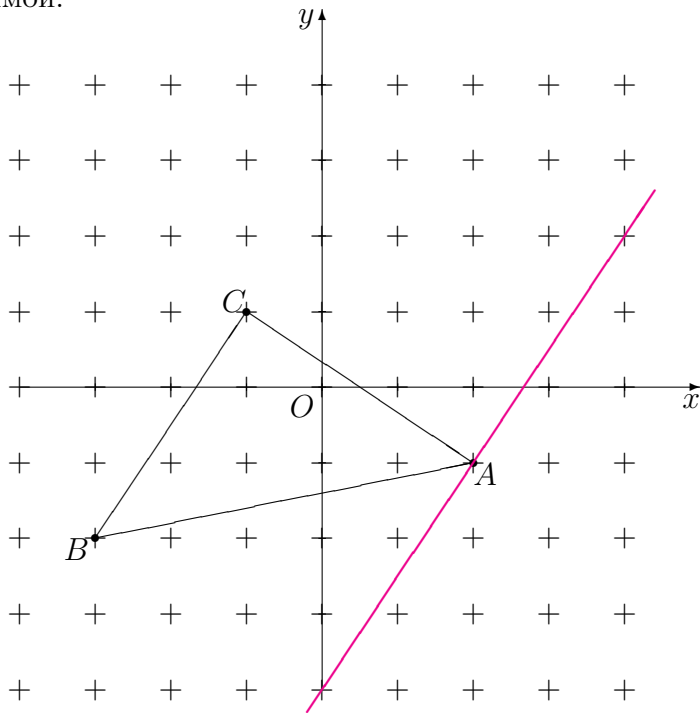
Надо построить следующую прямую.



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.

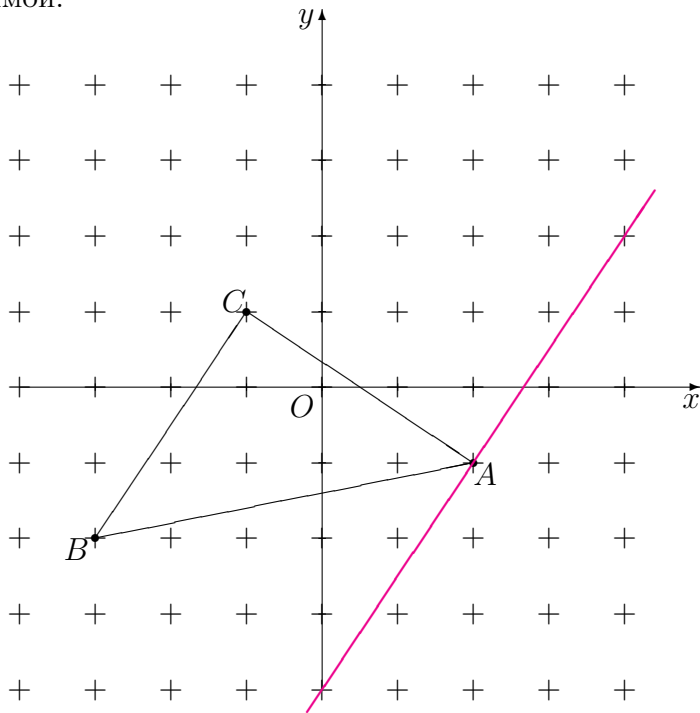
Надо построить следующую прямую.



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.

По условию она параллельна BC .



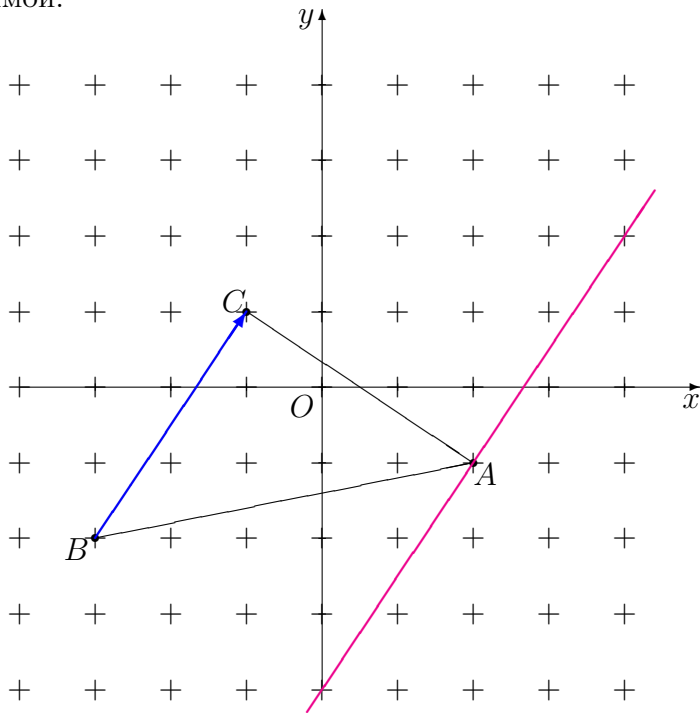
Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.

По условию она параллельна BC .

Значит, вектор $\overrightarrow{BC}$ можно взять в качестве направляющего?

нормального? вектора.



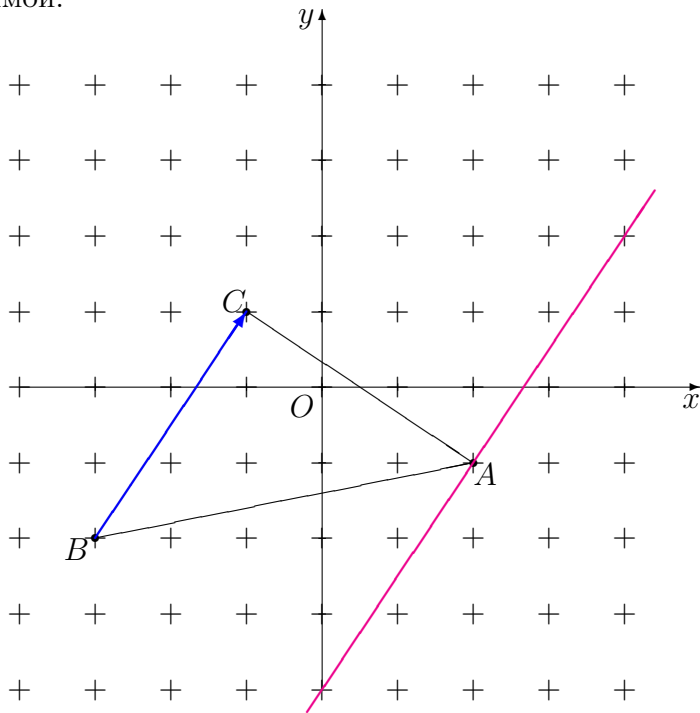
Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.

По условию она параллельна BC .

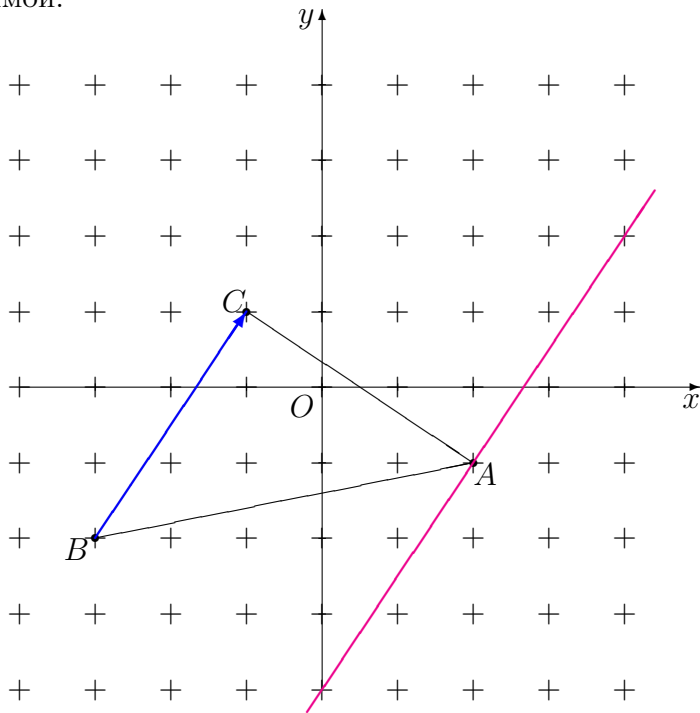
Значит, вектор $\overrightarrow{BC}$ можно взять в качестве

направляющего вектора.



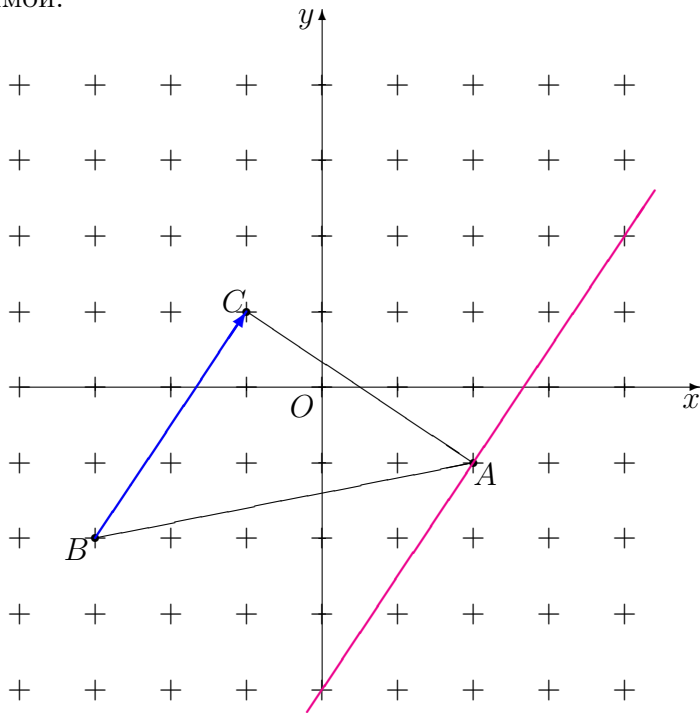
Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\vec{OC} = \quad + \vec{BC}$, значит,



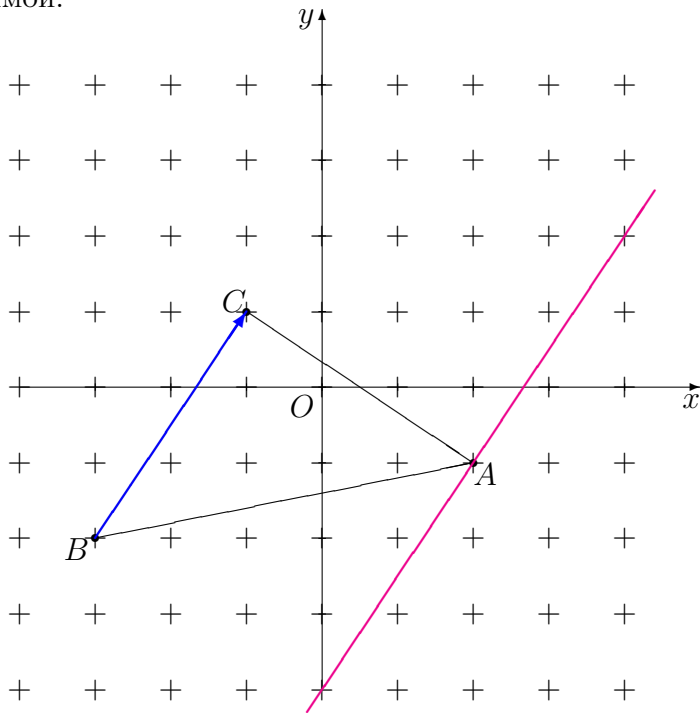
Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$, значит,



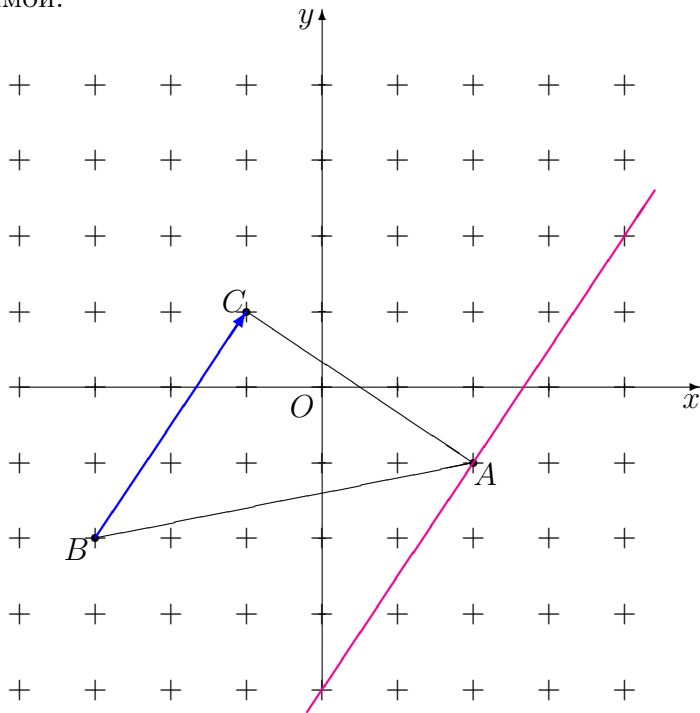
Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$, значит,
 $\overrightarrow{BC} =$



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

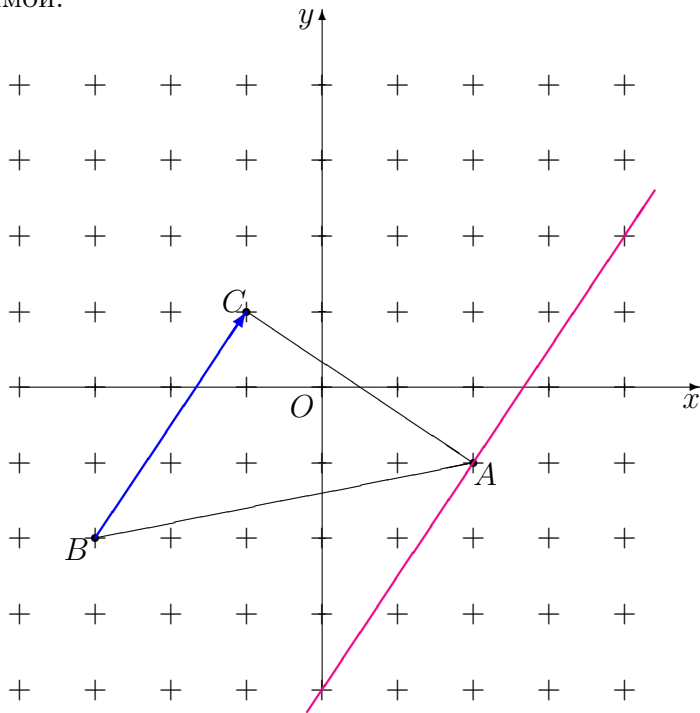
Ответ.
 $\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC}$, значит,
 $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}$.



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC}$, значит,
 $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}$.

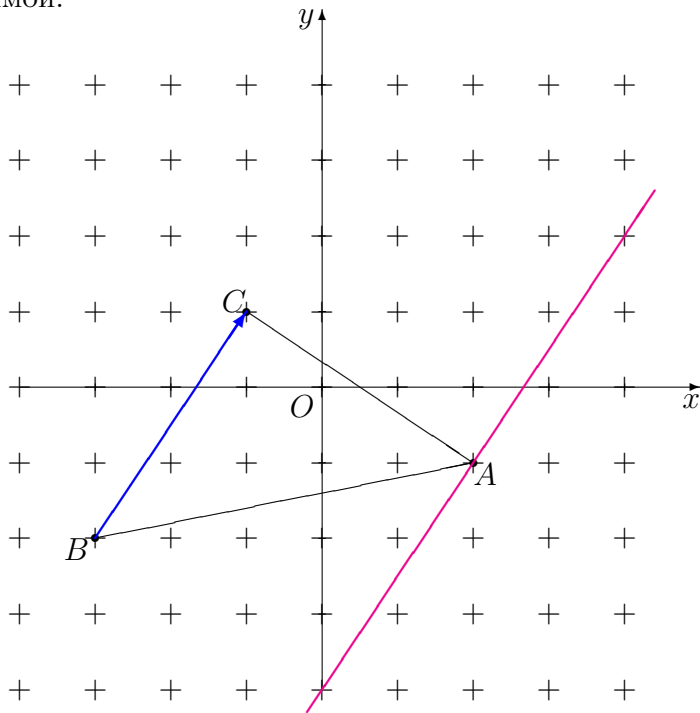
Что значит, что $\vec{OC}$ имеет координаты $(-1, 1)$?



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

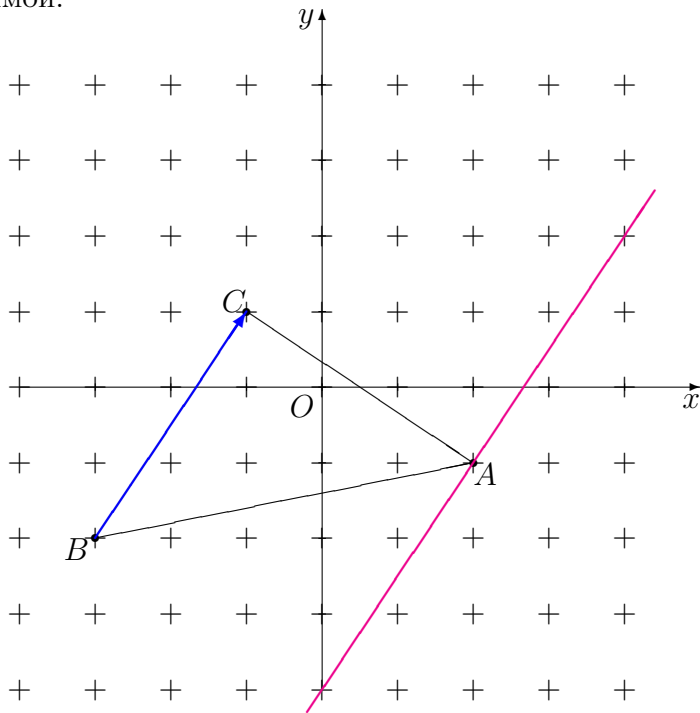
Ответ.
 $\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC}$, значит,
 $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}$.
 $\vec{OC} = -\mathbf{i} + \mathbf{j}$.

Что значит, что $\vec{OC}$ имеет координаты $(-1, 1)$?



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC}$, значит,
 $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}$.
 $\vec{OC} = -\mathbf{i} + \mathbf{j}$.
 $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} =$



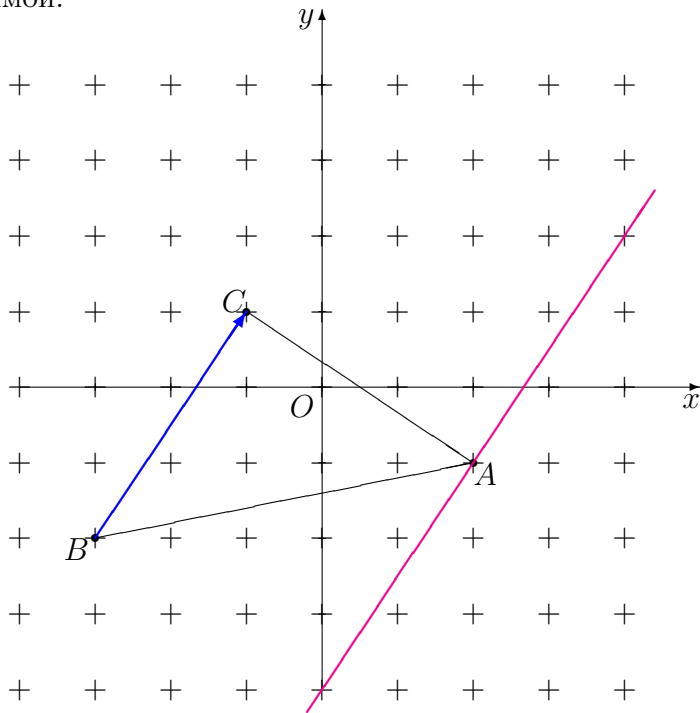
Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC}$, значит,

$$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}.$$

$$\vec{OC} = -\vec{i} + \vec{j}.$$

$$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - ($$

 $) =$


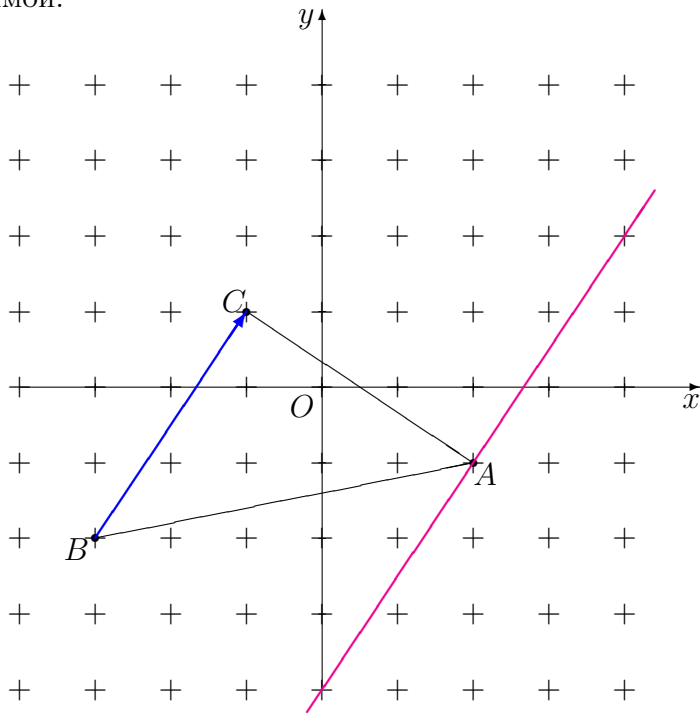
Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$, значит,

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}.$$

$$\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + \vec{j}.$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) =$$



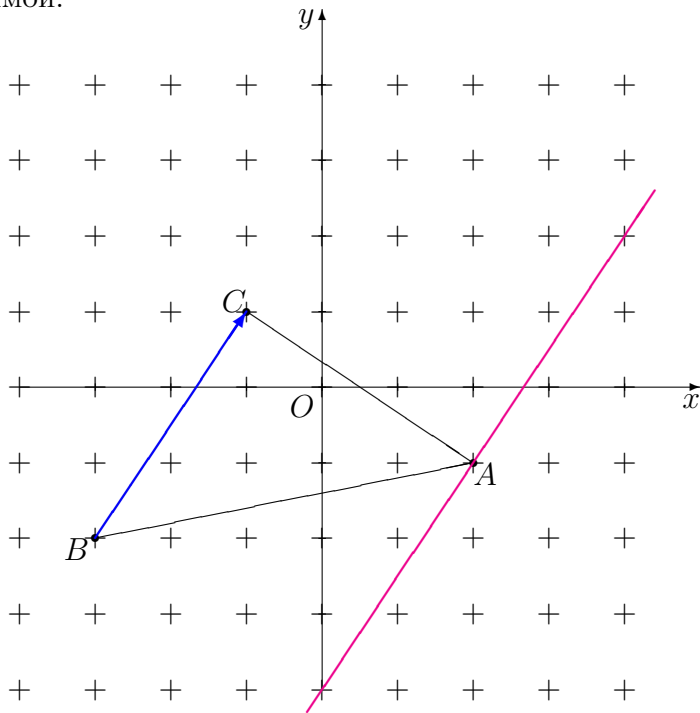
Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$, значит,

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}.$$

$$\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + \vec{j}.$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = \\ &= 2\vec{i} + 3\vec{j}.\end{aligned}$$



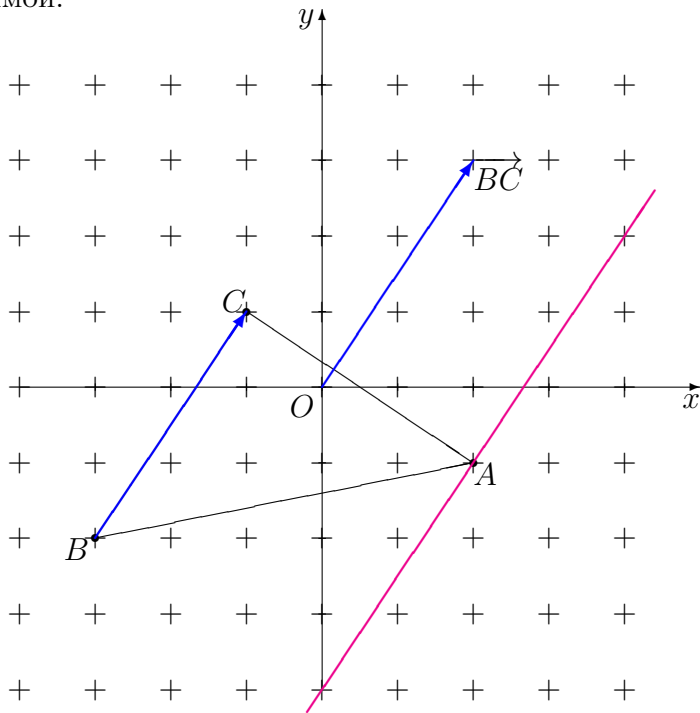
Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$, значит,

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}.$$

$$\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + \vec{j}.$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = \\ &= 2\vec{i} + 3\vec{j}.\end{aligned}$$



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

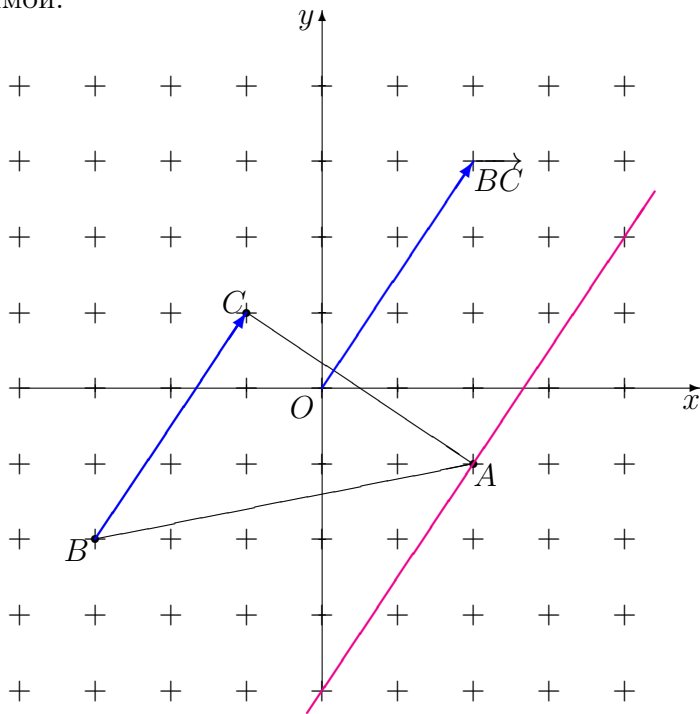
Ответ.
 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$, значит,

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}.$$

$$\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + \vec{j}.$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = \\ &= 2\vec{i} + 3\vec{j}.\end{aligned}$$

Уравнение линии — это

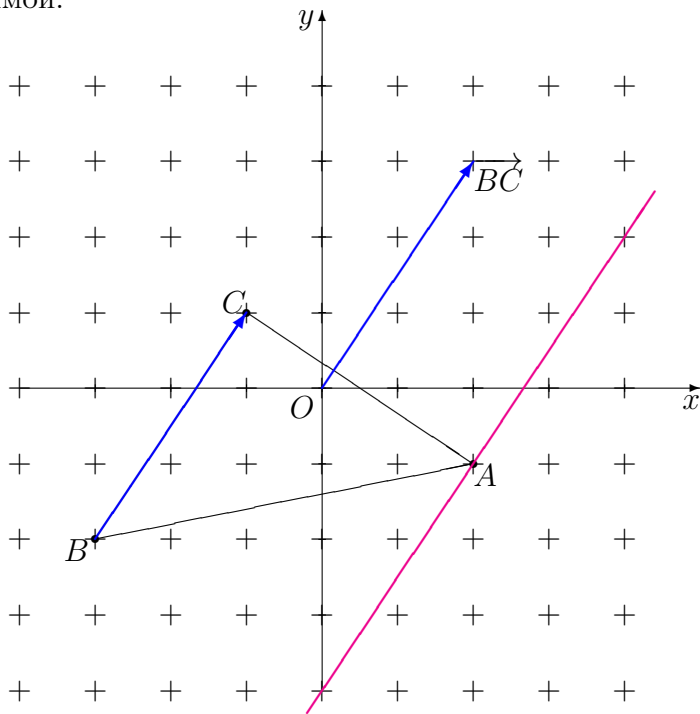


Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC}$, значит,
 $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}$.
 $\vec{OC} = -\vec{i} + \vec{j}$.

$$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = 2\vec{i} + 3\vec{j}.$$

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии.

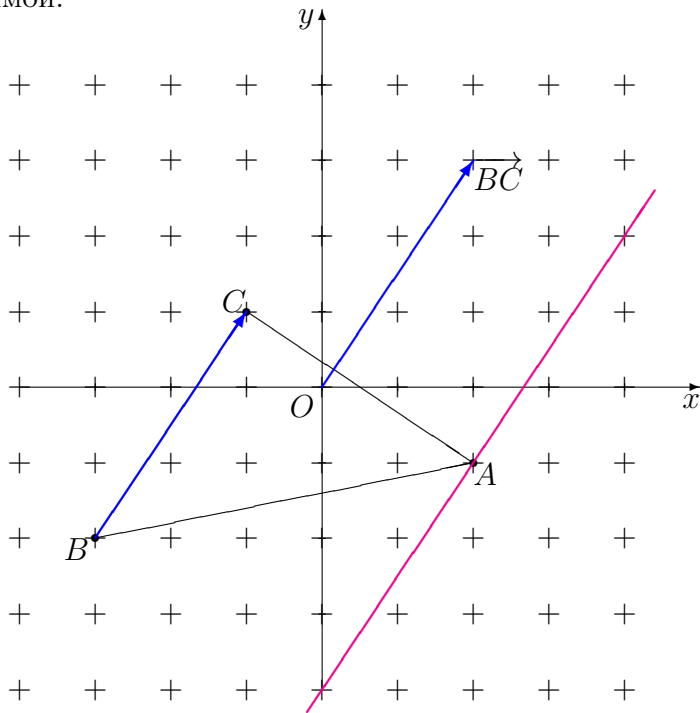


Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC}$, значит,
 $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}$.
 $\vec{OC} = -\vec{i} + \vec{j}$.

$$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = 2\vec{i} + 3\vec{j}.$$

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии. Возьмём произвольную точку $M(x, y)$ на прямой.

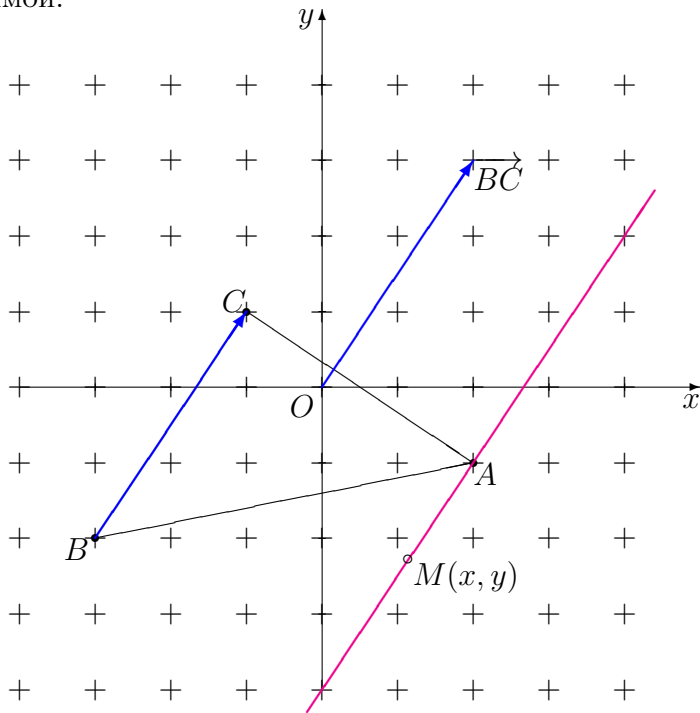


Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC}$, значит,
 $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}$.
 $\vec{OC} = -\vec{i} + \vec{j}$.

$$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = 2\vec{i} + 3\vec{j}.$$

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии. Возьмём произвольную точку $M(x, y)$ на прямой.

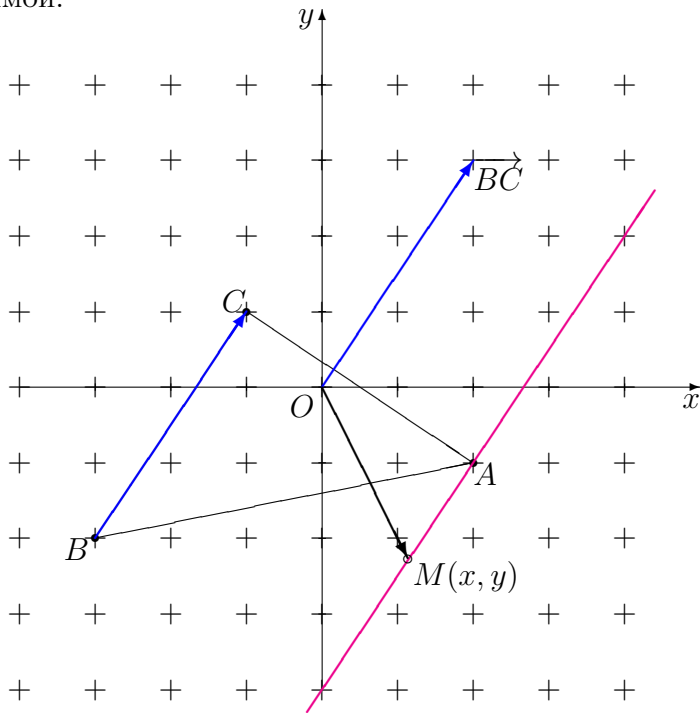


Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC}$, значит,
 $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}$.
 $\vec{OC} = -\vec{i} + \vec{j}$.

$$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = 2\vec{i} + 3\vec{j}.$$

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии. Возьмём произвольную точку $M(x, y)$ на прямой.

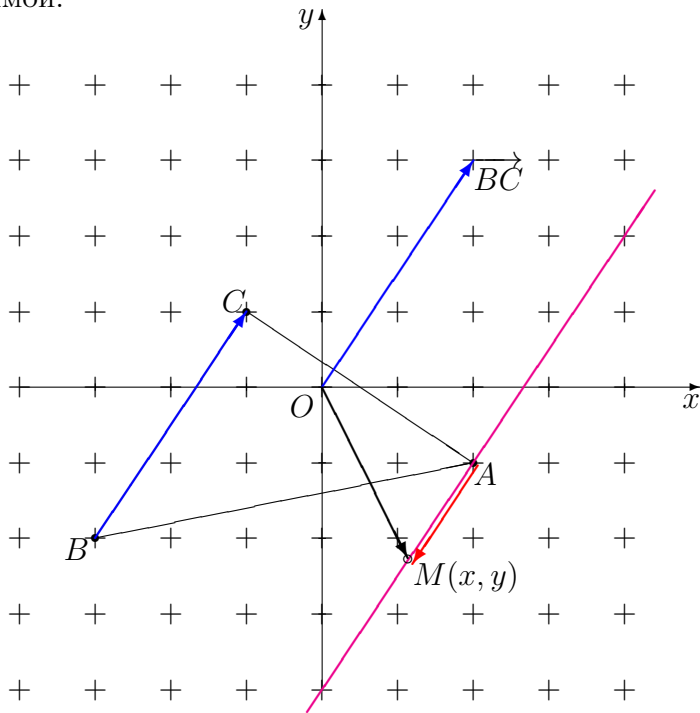


Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC}$, значит,
 $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}$.
 $\vec{OC} = -\vec{i} + \vec{j}$.

$$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = 2\vec{i} + 3\vec{j}.$$

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии. Возьмём произвольную точку $M(x, y)$ на прямой.

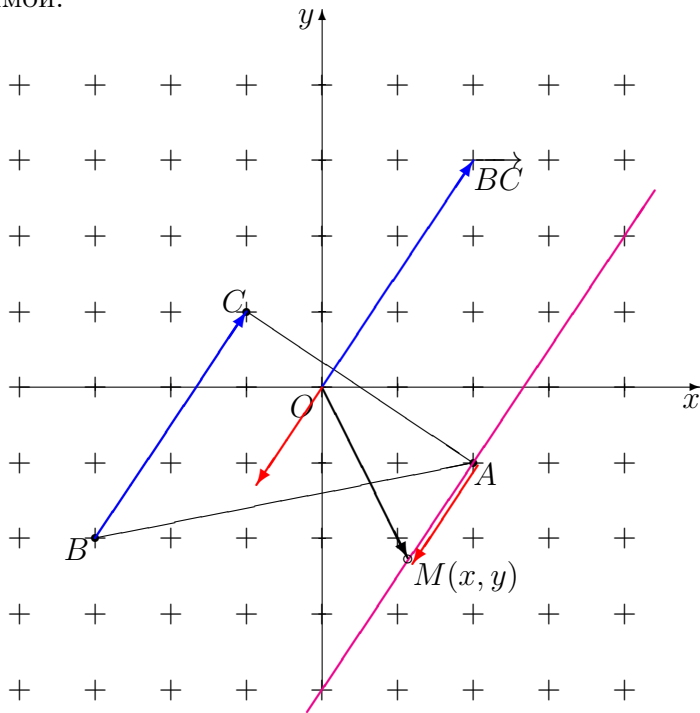


Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC}$, значит,
 $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}$.
 $\vec{OC} = -\vec{i} + \vec{j}$.

$$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = 2\vec{i} + 3\vec{j}.$$

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии. Возьмём произвольную точку $M(x, y)$ на прямой.



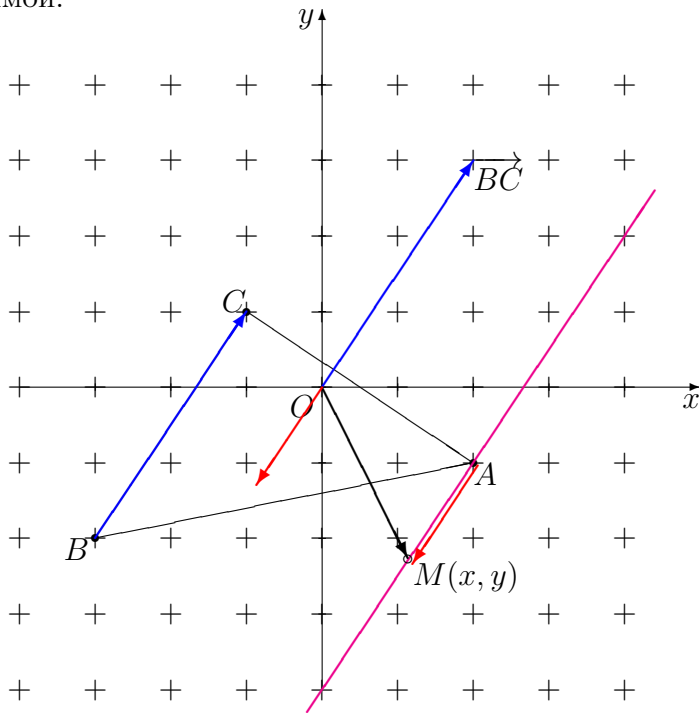
Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC}$, значит,
 $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}$.
 $\vec{OC} = -\vec{i} + \vec{j}$.

$$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = 2\vec{i} + 3\vec{j}.$$

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии. Возьмём произвольную точку $M(x, y)$ на прямой.

$$\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{AM},$$



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$, значит,

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}.$$

$$\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + \vec{j}.$$

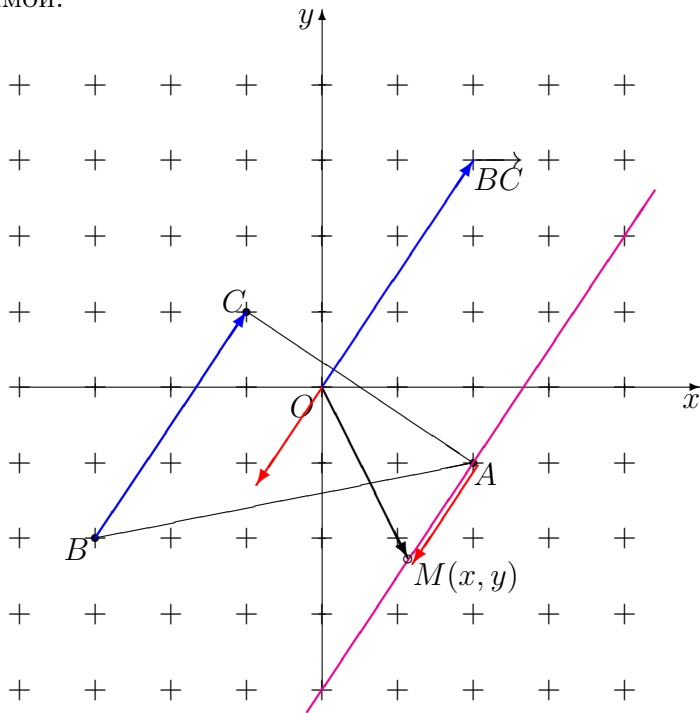
$$\begin{aligned}\overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = \\ &= 2\vec{i} + 3\vec{j}.\end{aligned}$$

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии.

Возьмём произвольную точку $M(x, y)$ на прямой.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM},$$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{BC},$$



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$, значит,

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}.$$

$$\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + \vec{j}.$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = \\ &= 2\vec{i} + 3\vec{j}.\end{aligned}$$

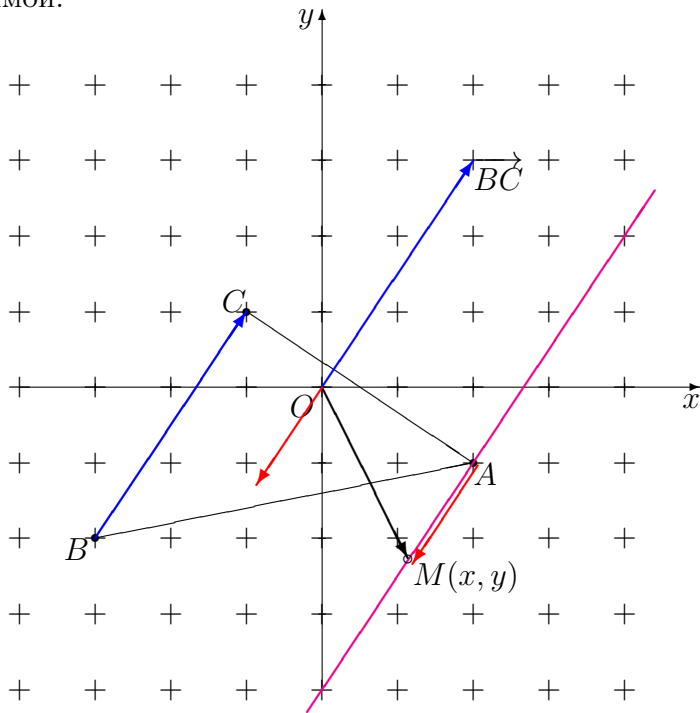
Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии.

Возьмём произвольную точку $M(x, y)$ на прямой.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM},$$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{BC},$$

$$x\vec{i} + y\vec{j} =$$



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$, значит,

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}.$$

$$\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + \vec{j}.$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = \\ &= 2\vec{i} + 3\vec{j}.\end{aligned}$$

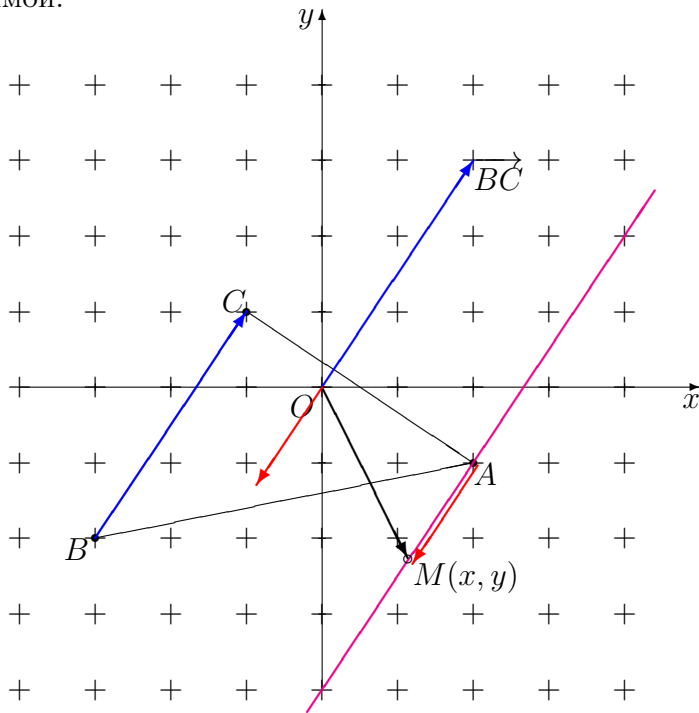
Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии.

Возьмём произвольную точку $M(x, y)$ на прямой.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM},$$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{BC},$$

$$x\vec{i} + y\vec{j} = 2\vec{i} - \vec{j} + t \left(\quad \right),$$



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$, значит,
 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}$.
 $\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + \vec{j}$.

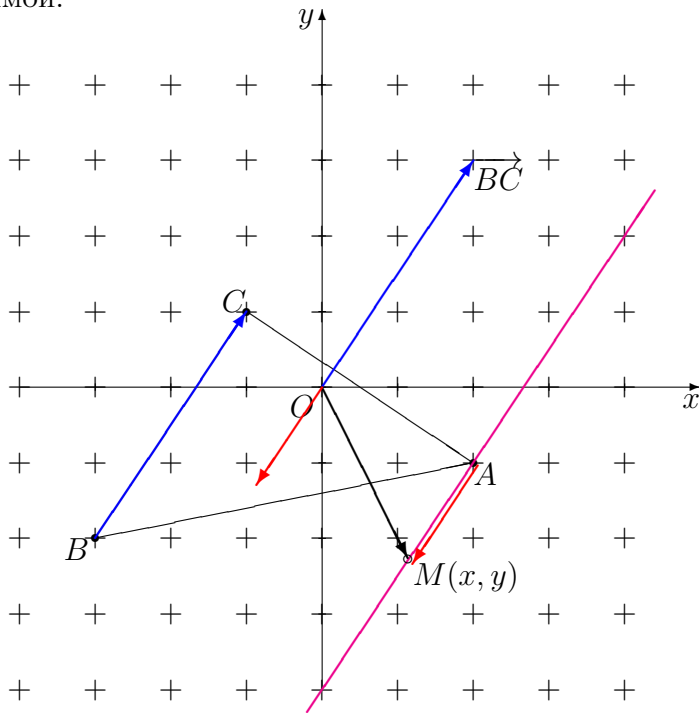
$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = 2\vec{i} + 3\vec{j}.$$

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии. Возьмём произвольную точку $M(x, y)$ на прямой.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM},$$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{BC},$$

$$x\vec{i} + y\vec{j} = 2\vec{i} - \vec{j} + t(2\vec{i} + 3\vec{j}),$$



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$, значит,
 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}$.
 $\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + \vec{j}$.

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = 2\vec{i} + 3\vec{j}.$$

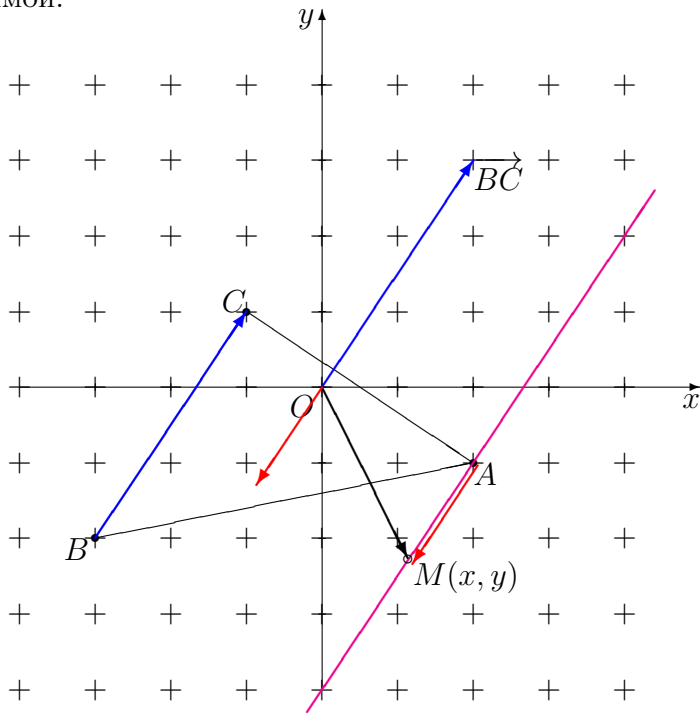
Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии. Возьмём произвольную точку $M(x, y)$ на прямой.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM},$$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{BC},$$

$$x\vec{i} + y\vec{j} = 2\vec{i} - \vec{j} + t(2\vec{i} + 3\vec{j}),$$

$$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC}$, значит,
 $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}$.
 $\vec{OC} = -\vec{i} + \vec{j}$.

$$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = 2\vec{i} + 3\vec{j}.$$

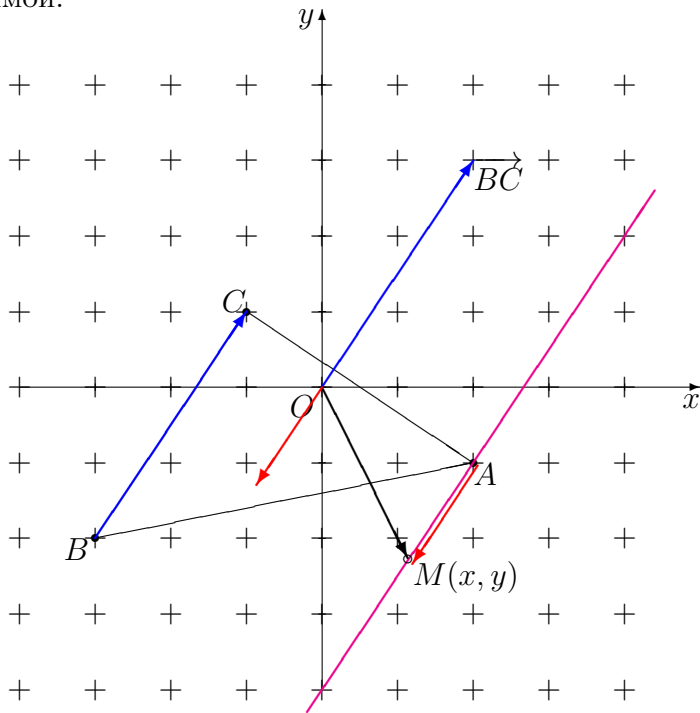
Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии. Возьмём произвольную точку $M(x, y)$ на прямой.

$$\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{AM},$$

$$\vec{OM} = \vec{OA} + t\vec{BC},$$

$$x\vec{i} + y\vec{j} = 2\vec{i} - \vec{j} + t(2\vec{i} + 3\vec{j}),$$

$$\begin{cases} x = 2 + \\ y = -1 + \end{cases}$$



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$, значит,

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}.$$

$$\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + \vec{j}.$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = \\ &= 2\vec{i} + 3\vec{j}.\end{aligned}$$

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии.

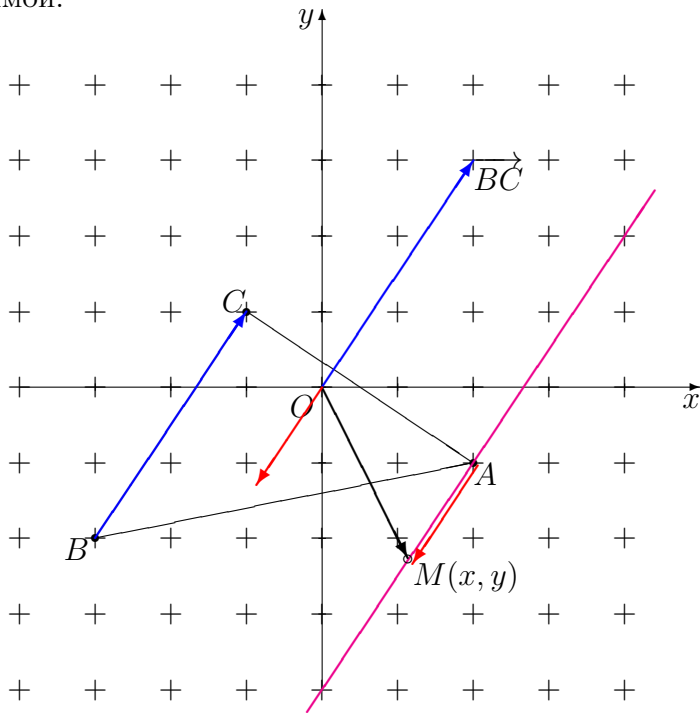
Возьмём произвольную точку $M(x, y)$ на прямой.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM},$$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{BC},$$

$$x\vec{i} + y\vec{j} = 2\vec{i} - \vec{j} + t(2\vec{i} + 3\vec{j}),$$

$$\begin{cases} x = 2 + 2t, \\ y = -1 + 3t. \end{cases}$$



Задача 40. Изобразите на координатной плоскости прямую, проходящую через $A(2, -1)$ параллельно основанию BC треугольника ABC , где $B(-3, -2)$, $C(-1, 1)$. Укажите, какой вектор следует взять в качестве направляющего или нормального вектора к этой прямой, найдите его координаты. Напишите уравнение искомой прямой.

Ответ.
 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$, значит,
 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}$.
 $\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + \vec{j}$.

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = -\vec{i} + \vec{j} - (-3\vec{i} - 2\vec{j}) = 2\vec{i} + 3\vec{j}.$$

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки на этой линии. Возьмём произвольную точку $M(x, y)$ на прямой.

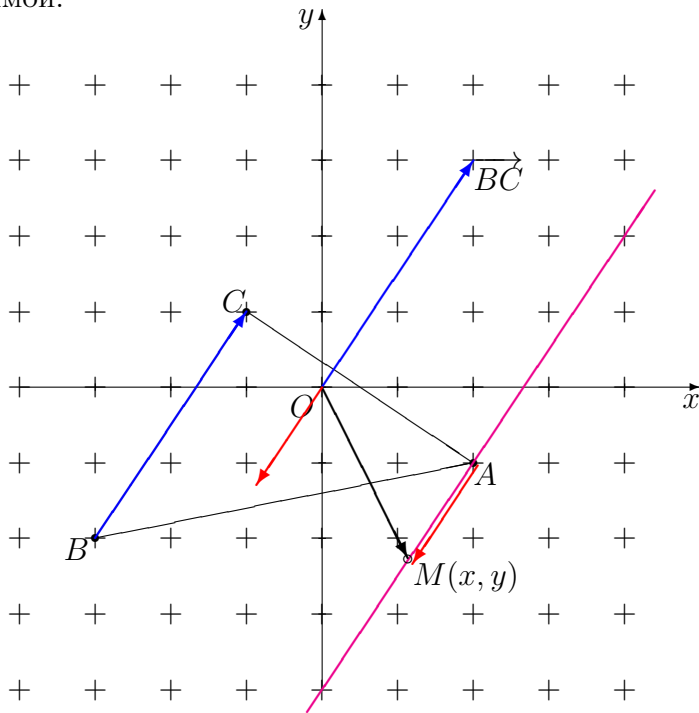
$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM},$$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{BC},$$

$$x\vec{i} + y\vec{j} = 2\vec{i} - \vec{j} + t(2\vec{i} + 3\vec{j}),$$

$$\begin{cases} x = 2 + 2t, \\ y = -1 + 3t. \end{cases}$$

Получили параметрические уравнения прямой.



Решение задачи 41.

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;
г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$
з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;
г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$
з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. а) $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0 \Leftrightarrow$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. а) $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{OM} - (3\vec{i} + \vec{j}); 2\vec{i} + 5\vec{j}) = 0$.

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;
г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$
з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. б) $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0 \Leftrightarrow$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. б) $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0 \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{OM} - (-\vec{i} + 6\vec{j}), -3\vec{i} - 2\vec{j} \right) = 0$.

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;
г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$
з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. в) $-(x + 2) - (y + 7) = 0 \Leftrightarrow$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. в) $-(x + 2) - (y + 7) = 0 \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{OM} - (-2\vec{i} - 7\vec{j}), -\vec{i} - \vec{j} \right) = 0$.

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. г) $4(x + 5) - y = 0 \Leftrightarrow$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. **г)** $4(x + 5) - y = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{OM} - (-5\vec{i}), 4\vec{i} - \vec{j}) = 0$.

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. д) $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t \end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. д) $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - \vec{j} + t(5\vec{i} + 3\vec{j}).$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. е) $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t \end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. е) $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = -4\vec{i} + 7\vec{j} + t(2\vec{i} + 3\vec{j}).$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. ё) $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. ё) $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = -4\vec{i} - \vec{j} + t\vec{i}.$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. ж) $\begin{cases} x = t, \\ y = t \end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. ж) $\begin{cases} x = t, \\ y = t \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = t \left(\vec{i} + \vec{j} \right).$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} =$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \vec{i} - 2\vec{j} + t(2\vec{i} + \vec{j}).$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. и) $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2} \Leftrightarrow$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. и) $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = 5\vec{i} + 7\vec{j} + t(3\vec{i} + 2\vec{j})$.

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. к) $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1} \Leftrightarrow$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. к) $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = -\vec{i} + 3\vec{j} + t(-\vec{i} + \vec{j})$.

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. л) $\frac{5 - x}{2} = y + 4 \Leftrightarrow$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. л) $\frac{5 - x}{2} = y + 4 \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = -5\vec{i} - 4\vec{j} + t(2\vec{i} + \vec{j})$.

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;
г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$
з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. м) $x - 4 = 2 - y \Leftrightarrow$

Задача 41. Уравнения прямой на плоскости перепишите в векторно-символической форме: **а)** $2(x - 3) + 5(y - 1) = 0$; **б)** $-3(x + 1) - 2(y - 6) = 0$; **в)** $-(x + 2) - (y + 7) = 0$;

г) $4(x + 5) - y = 0$; **д)** $\begin{cases} x = 2 + 5t, \\ y = -1 + 3t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 2t - 4, \\ y = 7 + 3t; \end{cases}$ **ё)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = -1; \end{cases}$ **ж)** $\begin{cases} x = t, \\ y = t; \end{cases}$

з) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t - 2; \end{cases}$ **и)** $\frac{x - 5}{3} = \frac{y - 7}{2}$; **к)** $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{1}$; **л)** $\frac{5 - x}{2} = y + 4$; **м)** $x - 4 = 2 - y$.

Ответ. м) $x - 4 = 2 - y \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + t(\vec{i} - \vec{j})$.

Решение задачи 42.

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$;

в) $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$;

ж) $4y - 3x - 7 = 0$.

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. а) $3x - 2y + 1 = 0$:

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. а) $3x - 2y + 1 = 0$: вектор $3\vec{i} - 2\vec{j}$ является нормальным (ортогональным, перпендикулярным) к прямой,

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. а) $3x - 2y + 1 = 0$: вектор $3\vec{i} - 2\vec{j}$ является нормальным (ортогональным, перпендикулярным) к прямой,
значит вектор $2\vec{i} + 3\vec{j}$ является направляющим для нее.

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. а) $3x - 2y + 1 = 0$: вектор $3\vec{i} - 2\vec{j}$ является нормальным (ортогональным, перпендикулярным) к прямой,
значит вектор $2\vec{i} + 3\vec{j}$ является направляющим для нее.
Дело в том, что вектор $(\beta\vec{i} - \alpha\vec{j})$ **ортогонален** вектору $(\alpha\vec{i} + \beta\vec{j})$.

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. а) $3x - 2y + 1 = 0$: вектор $3\vec{i} - 2\vec{j}$ является нормальным (ортогональным, перпендикулярным) к прямой,
 значит вектор $2\vec{i} + 3\vec{j}$ является направляющим для нее.
 Эту прямую можно задать параметрическими уравнениями (учитывая, что, например, точка $(1; 1)$ принадлежит этой прямой):

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. а) $3x - 2y + 1 = 0$: вектор $3\vec{i} - 2\vec{j}$ является нормальным (ортогональным, перпендикулярным) к прямой,
значит вектор $2\vec{i} + 3\vec{j}$ является направляющим для нее.
Эту прямую можно задать параметрическими уравнениями (учитывая, что, например, точка $(1; 1)$ принадлежит этой прямой): $\begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 1 + 3t. \end{cases}$

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. б) $4x + 5 = 0$:

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. б) $4x + 5 = 0$: вектор $4\vec{i}$ является нормальным (ортогональным, перпендикулярным) к прямой,

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. б) $4x + 5 = 0$: вектор $4\vec{i}$ является нормальным (ортогональным, перпендикулярным) к прямой, значит вектор $\vec{j}$ является направляющим для нее.

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. б) $4x + 5 = 0$: вектор $4\vec{i}$ является нормальным (ортогональным, перпендикулярным) к прямой, значит вектор $\vec{j}$ является направляющим для нее.

Эту прямую можно задать параметрическими уравнениями (учитывая, что, например, точка $\left(-\frac{5}{4}; 0\right)$ принадлежит этой прямой):

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. б) $4x + 5 = 0$: вектор $4\vec{i}$ является нормальным (ортогональным, перпендикулярным) к прямой, значит вектор $\vec{j}$ является направляющим для нее.

Эту прямую можно задать параметрическими уравнениями (учитывая, что, например, точка $\left(-\frac{5}{4}; 0\right)$ принадлежит этой прямой): $\begin{cases} x = -\frac{5}{4}, \\ y = t. \end{cases}$

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. в) $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. в) $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ вектор $-2\vec{i} + 5\vec{j}$ является направляющим для данной прямой,

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. в) $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ вектор $-2\vec{i} + 5\vec{j}$ является направляющим для данной прямой, значит вектор $5\vec{i} + 2\vec{j}$ является нормальным к ней, поскольку вектор $(\beta\vec{i} - \alpha\vec{j})$ **ортогонален** вектору $(\alpha\vec{i} + \beta\vec{j})$.

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. в) $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ вектор $-2\vec{i} + 5\vec{j}$ является направляющим для данной прямой, значит вектор $5\vec{i} + 2\vec{j}$ является нормальным к ней.
«Избавляясь от t » эту прямую можно задать общим уравнением

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. в) $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ вектор $-2\vec{i} + 5\vec{j}$ является направляющим для данной прямой, значит вектор $5\vec{i} + 2\vec{j}$ является нормальным к ней.
 «Избавляясь от t » эту прямую можно задать общим уравнением $5x + 2y - 13 = 0$.

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. г) $y - 6x + 4 = 0$:

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. г) $y - 6x + 4 = 0$: вектор $-6\vec{i} + \vec{j}$ является нормальным (ортогональным, перпендикулярным) к прямой,

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. г) $y - 6x + 4 = 0$: вектор $-6\vec{i} + \vec{j}$ является нормальным (ортогональным, перпендикулярным) к прямой, значит вектор $\vec{i} + 6\vec{j}$ является направляющим для нее.

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. г) $y - 6x + 4 = 0$: вектор $-6\vec{i} + \vec{j}$ является нормальным (ортогональным, перпендикулярным) к прямой, значит вектор $\vec{i} + 6\vec{j}$ является направляющим для нее. Эту прямую можно задать параметрическими уравнениями (учитывая, что, например, точка $(0; -4)$ принадлежит этой прямой):

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. г) $y - 6x + 4 = 0$: вектор $-6\vec{i} + \vec{j}$ является нормальным (ортогональным, перпендикулярным) к прямой, значит вектор $\vec{i} + 6\vec{j}$ является направляющим для нее. Эту прямую можно задать параметрическими уравнениями (учитывая, что, например, точка $(0; -4)$ принадлежит этой прямой): $\begin{cases} x = t, \\ y = -4 + 6t. \end{cases}$

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. д) $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t. \end{cases}$ Вектор $\vec{i} + 2\vec{j}$ является направляющим для данной прямой
 значит вектор $2\vec{i} - 2\vec{j}$ является нормальным к ней,
 поскольку вектор $(\beta\vec{i} - \alpha\vec{j})$ **ортогонален** вектору $(\alpha\vec{i} + \beta\vec{j})$.

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. д) $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t. \end{cases}$ Вектор $\vec{i} + 2\vec{j}$ является направляющим для данной прямой значит вектор $2\vec{i} - 2\vec{j}$ является нормальным к ней.
«Избавляясь от t » эту прямую можно задать общим уравнением

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. д) $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t. \end{cases}$ Вектор $\vec{i} + 2\vec{j}$ является направляющим для данной прямой значит вектор $2\vec{i} - 2\vec{j}$ является нормальным к ней.
«Избавляясь от t » эту прямую можно задать общим уравнением $2x - y + 11 = 0$.

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. е) $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t. \end{cases}$

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. е) $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t. \end{cases}$ Вектор $-2\vec{j}$ является направляющим, $\vec{i}$ — нормальным к данной прямой, ее можно задать общим уравнением

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. е) $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t. \end{cases}$ Вектор $-2\vec{j}$ является направляющим, $\vec{i}$ — нормальным к данной прямой, ее можно задать общим уравнением $x = 5$.

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. ё) $y = 5x + 3$;

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. ё) $y = 5x + 3$; $5x - y + 4 = 0$, вектор $5\vec{i} - \vec{j}$ — _____ этой прямой.

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. ё) $y = 5x + 3$; $5x - y + 4 = 0$, вектор $5\vec{i} - \vec{j}$ — нормальный к этой прямой.

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. ж) $4y - 3x - 7 = 0$: вектор $-3\vec{i} + 4\vec{j}$ — нормальный к этой прямой,

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. ж) $4y - 3x - 7 = 0$: вектор $-3\vec{i} + 4\vec{j}$ — нормальный к этой прямой, $4\vec{i} + 3\vec{j}$ — направляющий.

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. ж) $4y - 3x - 7 = 0$: вектор $-3\vec{i} + 4\vec{j}$ — нормальный к этой прямой, $4\vec{i} + 3\vec{j}$ — направляющий.

Эту прямую можно задать, например, следующими параметрическими уравнениями:

Задача 42. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямой на плоскости укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой, преобразуйте общее уравнение в параметрическое и наоборот: **а)** $3x - 2y + 1 = 0$; **б)** $4x + 5 = 0$; **в)** $\begin{cases} x = 3 - 2t, \\ y = -1 + 5t; \end{cases}$ **г)** $y - 6x + 4 = 0$; **д)** $\begin{cases} x = t - 4, \\ y = 3 + 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = 5, \\ y = -3 - 2t; \end{cases}$ **ё)** $y = 5x + 3$; **ж)** $4y - 3x - 7 = 0$.

Ответ. ж) $4y - 3x - 7 = 0$: вектор $-3\vec{i} + 4\vec{j}$ — нормальный к этой прямой, $4\vec{i} + 3\vec{j}$ — направляющий.

Эту прямую можно задать, например, следующими параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = -1 + 4t, \\ y = 1 + 3t. \end{cases}$$

Решение задачи 43.

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. а) $4x - 2y + 7z - 1 = 0$ — это

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. а) $4x - 2y + 7z - 1 = 0$ — это плоскость с нормальным (ортогональным к плоскости) вектором

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. а) $4x - 2y + 7z - 1 = 0$ — это плоскость с нормальным (ортогональным к плоскости) вектором $4\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$.

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t \end{cases}$ — это

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t \end{cases}$ — это прямая с

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t \end{cases}$ — это прямая с направляющим вектором $4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$.

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. в) $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ — это прямая, перпендикулярными к которой являются векторы $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ и $5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. в) $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ — это прямая, перпендикулярными к которой являются векторы $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ и $5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

В качестве направляющего вектора этой прямой можно взять

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. в) $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ — это прямая, перпендикулярными к которой являются векторы $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ и $5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

В качестве направляющего вектора этой прямой можно взять **векторное произведение**,

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. в) $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ — это прямая, перпендикулярными к которой являются векторы $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ и $5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

В качестве направляющего вектора этой прямой можно взять **векторное произведение**. Используем **теорему о вычислении векторного произведения с помощью координат**:

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. в) $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ — это прямая, перпендикулярными к которой являются векторы $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ и $5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

В качестве направляющего вектора этой прямой можно взять **векторное произведение**. Используем **теорему о вычислении векторного произведения с помощью координат**:

$$[2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}; 5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}] =$$

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. в) $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ — это прямая, перпендикулярными к которой являются векторы $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ и $5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

В качестве направляющего вектора этой прямой можно взять **векторное произведение**. Используем **теорему о вычислении векторного произведения с помощью координат**:

$$[2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}; 5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & -1 \\ 5 & -3 & 2 \end{vmatrix} =$$

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. в) $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ — это прямая, перпендикулярными к которой являются векторы $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ и $5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

В качестве направляющего вектора этой прямой можно взять **векторное произведение**. Используем **теорему о вычислении векторного произведения с помощью координат**:

$$[2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}; 5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & -1 \\ 5 & -3 & 2 \end{vmatrix} = -5\vec{i} - 9\vec{j} - \vec{k}.$$

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. в) $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ — это прямая, перпендикулярными к которой являются векторы $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ и $5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

Мы нашли направляющий вектор этой прямой: $-5\vec{i} - 9\vec{j} - \vec{k}$.

Зададим прямую с помощью параметрических и канонических уравнений:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & -1 \\ 5 & -3 & 2 & 6 \end{array} \right) \sim$$

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. в) $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ — это прямая, перпендикулярными к которой являются векторы $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ и $5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

Мы нашли направляющий вектор этой прямой: $-5\vec{i} - 9\vec{j} - \vec{k}$.

Зададим прямую с помощью параметрических и канонических уравнений:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & -1 \\ 5 & -3 & 2 & 6 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 8 \\ 2 & -1 & -1 & -1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & -9 & -17 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & -9 \\ 0 & 1 & -9 & -17 \end{array} \right)$$

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. в) $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ — это прямая, перпендикулярными к которой являются векторы $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ и $5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

Мы нашли направляющий вектор этой прямой: $-5\vec{i} - 9\vec{j} - \vec{k}$.

Зададим прямую с помощью параметрических и канонических уравнений:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & -1 \\ 5 & -3 & 2 & 6 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 8 \\ 2 & -1 & -1 & -1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & -9 & -17 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & -9 \\ 0 & 1 & -9 & -17 \end{array} \right)$$

Поэтому данную прямую можно задать параметрическими уравнениями

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. в) $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ — это прямая, перпендикулярными к которой являются векторы $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ и $5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

Мы нашли направляющий вектор этой прямой: $-5\vec{i} - 9\vec{j} - \vec{k}$.

Зададим прямую с помощью параметрических и канонических уравнений:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & -1 \\ 5 & -3 & 2 & 6 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 8 \\ 2 & -1 & -1 & -1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & -9 & -17 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & -9 \\ 0 & 1 & -9 & -17 \end{array} \right)$$

Поэтому данную прямую можно задать параметрическими уравнениями $\begin{cases} x = -9 + 5z, \\ y = -17 + 9z, \\ z = z, \end{cases}$

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. в) $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ — это прямая, перпендикулярными к которой являются векторы $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ и $5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

Мы нашли направляющий вектор этой прямой: $-5\vec{i} - 9\vec{j} - \vec{k}$.

Зададим прямую с помощью параметрических и канонических уравнений:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & -1 \\ 5 & -3 & 2 & 6 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 8 \\ 2 & -1 & -1 & -1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & -9 & -17 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & -9 \\ 0 & 1 & -9 & -17 \end{array} \right)$$

Поэтому данную прямую можно задать параметрическими уравнениями $\begin{cases} x = -9 + 5z, \\ y = -17 + 9z, \\ z = z, \end{cases}$

и каноническими уравнениями $\frac{x+9}{5} = \frac{y+17}{9} = \frac{z}{1}$.

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. г) $y - 2x + 1 = 0$ — уравнение

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. г) $y - 2x + 1 = 0$ — уравнение плоскости с нормальным вектором

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. г) $y - 2x + 1 = 0$ — уравнение плоскости с нормальным вектором $-2\vec{i} + \vec{j}$.

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. д) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$ — уравнение

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. д) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$ — уравнение прямой с направляющим вектором

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. д) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$ — уравнение прямой с направляющим вектором $3\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$.

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ — уравнения прямой, перпендикулярными к которой являются векторы $(\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ и $(\vec{j} + \vec{k})$.

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ — уравнения прямой, перпендикулярными к которой являются векторы $(\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ и $(\vec{j} + \vec{k})$.

Направляющий вектор прямой:

$$[\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}; \vec{j} + \vec{k}] =$$

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ — уравнения прямой, перпендикулярными к которой являются векторы $(\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ и $(\vec{j} + \vec{k})$.

Направляющий вектор прямой:

$$[\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}; \vec{j} + \vec{k}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ — уравнения прямой, перпендикулярными к которой являются векторы $(\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ и $(\vec{j} + \vec{k})$.

Направляющий вектор прямой:

$$[\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}; \vec{j} + \vec{k}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}.$$

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ — уравнения прямой, перпендикулярными к которой являются векторы $(\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ и $(\vec{j} + \vec{k})$.

Направляющий вектор прямой $[\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}; \vec{j} + \vec{k}] = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ — уравнения прямой, перпендикулярными к которой являются векторы $(\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ и $(\vec{j} + \vec{k})$.

Направляющий вектор прямой $[\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}; \vec{j} + \vec{k}] = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Зададим параметрическими и каноническими уравнениями:

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ — уравнения прямой, перпендикулярными к которой являются векторы $(\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ и $(\vec{j} + \vec{k})$.

Направляющий вектор прямой $[\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}; \vec{j} + \vec{k}] = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Зададим параметрическими и каноническими уравнениями:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right) \sim$$

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ — уравнения прямой, перпендикулярными к которой являются векторы $(\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ и $(\vec{j} + \vec{k})$.

Направляющий вектор прямой $[\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}; \vec{j} + \vec{k}] = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Зададим параметрическими и каноническими уравнениями:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right).$$

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ — уравнения прямой, перпендикулярными к которой являются векторы $(\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ и $(\vec{j} + \vec{k})$.

Направляющий вектор прямой $[\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}; \vec{j} + \vec{k}] = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Зададим параметрическими и каноническими уравнениями:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right).$$

Значит, исходная прямая может быть задана параметрическими уравнениями:

и каноническими уравнениями

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ — уравнения прямой, перпендикулярными к которой являются векторы $(\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ и $(\vec{j} + \vec{k})$.

Направляющий вектор прямой $[\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}; \vec{j} + \vec{k}] = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Зададим параметрическими и каноническими уравнениями:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right).$$

Значит, исходная прямая может быть задана параметрическими уравнениями: $\begin{cases} x = 3z - 2, \\ y = 2 - z, \\ z = z, \end{cases}$

и каноническими уравнениями

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ — уравнения прямой, перпендикулярными к которой являются векторы $(\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ и $(\vec{j} + \vec{k})$.

Направляющий вектор прямой $[\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}; \vec{j} + \vec{k}] = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Зададим параметрическими и каноническими уравнениями:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right).$$

Значит, исходная прямая может быть задана параметрическими уравнениями: $\begin{cases} x = 3z - 2, \\ y = 2 - z, \\ z = z, \end{cases}$

и каноническими уравнениями $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$.

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

Ответ. ё) $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$ — канонические уравнения прямой с направляющим вектором

Задача 43. Для каждого из уравнений и систем уравнений прямых и плоскостей в пространстве укажите векторы, параллельные или перпендикулярные соответствующей прямой или плоскости, причем прямые, заданные общими уравнениями, задайте параметрическими и каноническими уравнениями: **а)** $4x - 2y + 7z - 1 = 0$;

б) $\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t, \\ z = 3 + t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0, \\ 5x - 3y + 2z - 6 = 0; \end{cases}$ **г)** $y - 2x + 1 = 0$; **д)** $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{3} = \frac{2-z}{4}$;

е) $\begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ y + z - 2 = 0; \end{cases}$ **ё)** $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$.

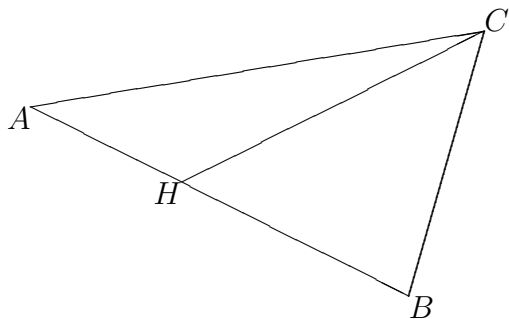
Ответ. ё) $x + 4 = 3 - y = \frac{z-1}{3}$ — канонические уравнения прямой с направляющим вектором $\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.

Решение задачи 44.

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

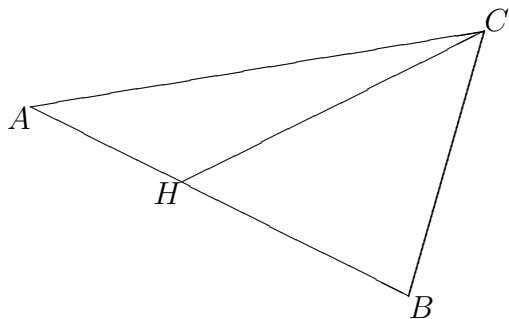
Ответ.



Во-первых, CH включается в плоскость

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Ответ.

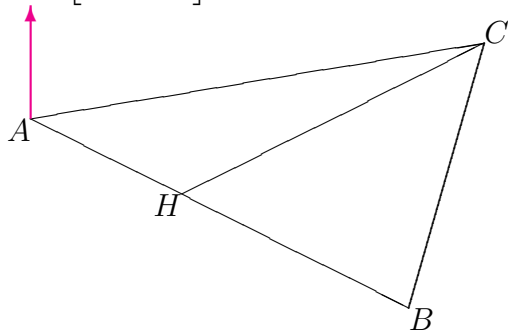


Во-первых, CH включается в плоскость треугольника ABC .

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Ответ.

$$\vec{p} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$$

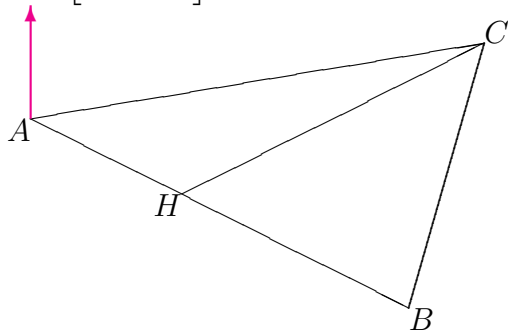


Во-первых, CH включается в плоскость треугольника ABC .

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Ответ.

$$\vec{p} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$$



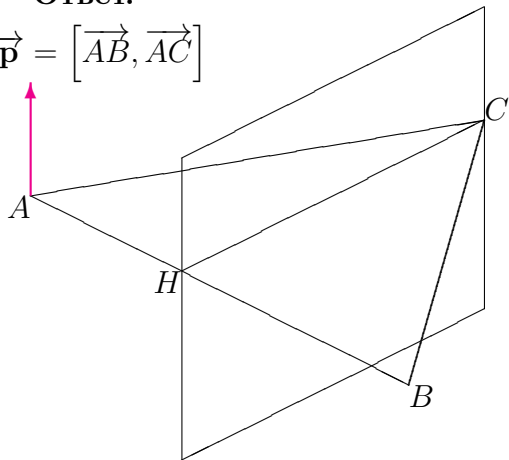
Во-первых, CH включается в плоскость треугольника ABC .

Во-вторых, CH включается в плоскость

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Ответ.

$$\vec{p} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$$



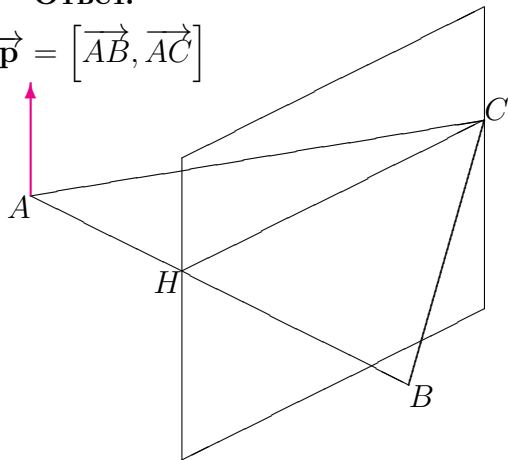
Во-первых, CH включается в плоскость треугольника ABC .

Во-вторых, CH включается в плоскость

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Ответ.

$$\vec{p} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$$



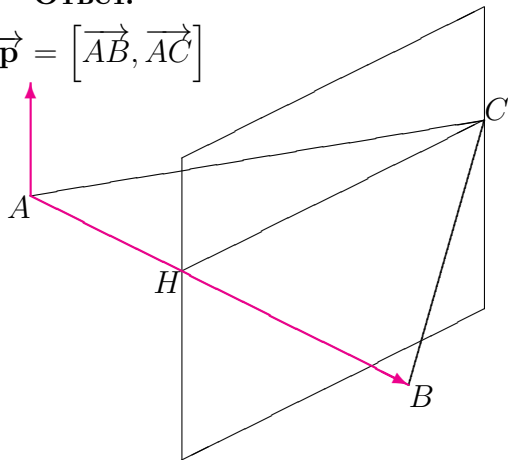
Во-первых, CH включается в плоскость треугольника ABC .

Во-вторых, CH включается в плоскость, проходящую перпендикулярно отрезку AB через точку C .

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Ответ.

$$\vec{p} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$$



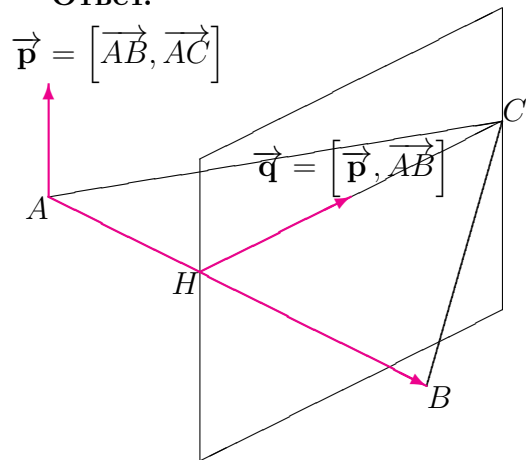
Во-первых, CH включается в плоскость треугольника ABC .

Во-вторых, CH включается в плоскость, проходящую перпендикулярно отрезку AB через точку C .

Кстати, нетрудно найти направляющий вектор высоты CH .

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Ответ.



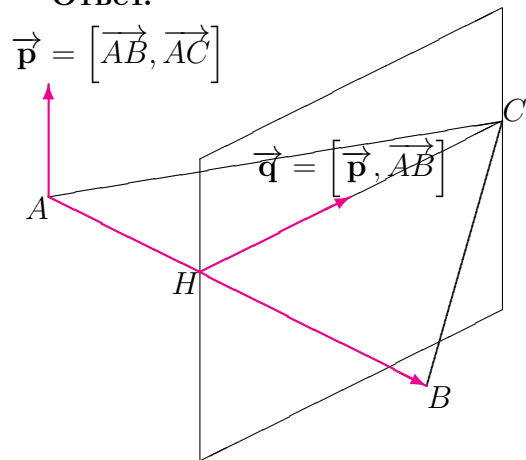
Во-первых, CH включается в плоскость треугольника ABC .

Во-вторых, CH включается в плоскость, проходящую перпендикулярно отрезку AB через точку C .

Кстати, нетрудно найти направляющий вектор высоты CH .

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Ответ.



Во-первых, CH включается в плоскость треугольника ABC .

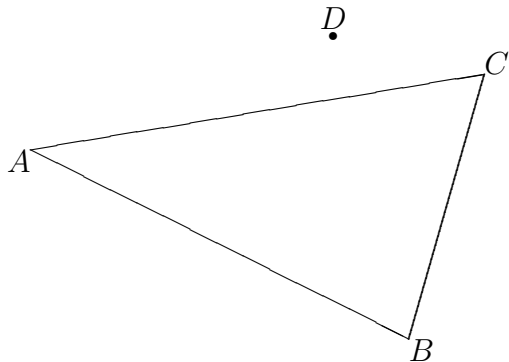
Во-вторых, CH включается в плоскость, проходящую перпендикулярно отрезку AB через точку C .

Кстати, нетрудно найти направляющий вектор высоты CH .

Удобно воспользоваться **формулой бац-минус-цаб**.

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

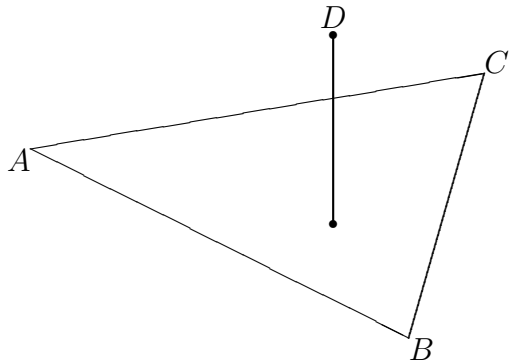
Ответ.



Задача не вполне корректна: условие осмысленно только в случае, когда

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

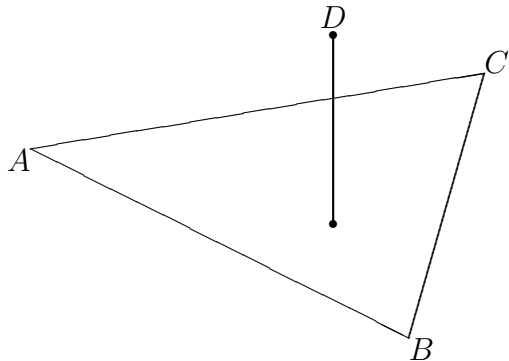
Ответ.



Задача не вполне корректна: условие осмысленно только в случае, когда D не принадлежит плоскости треугольника ABC .

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

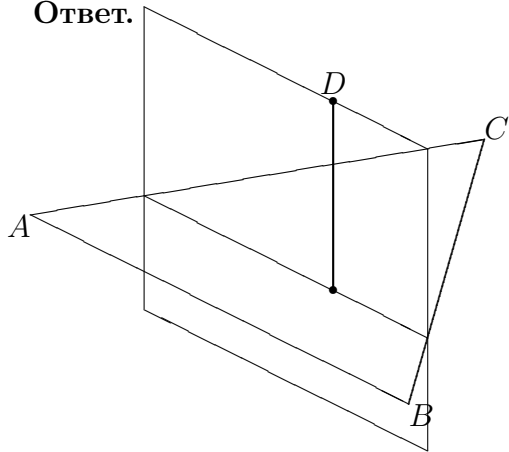
Ответ.



Требуемая прямая включается, например, в плоскость

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

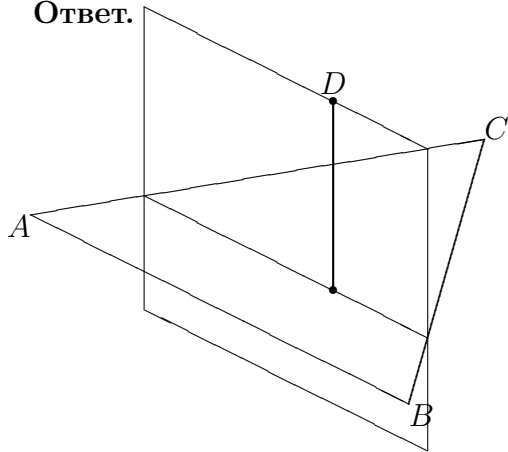
Ответ.



Требуемая прямая включается, например, в плоскость

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Ответ.

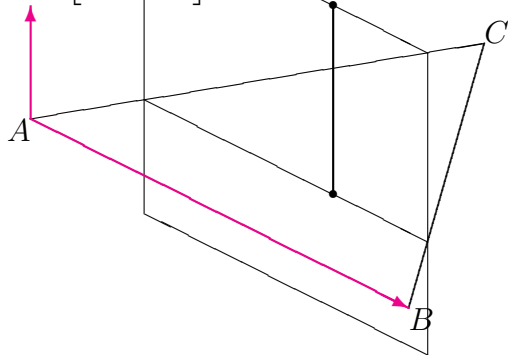


Требуемая прямая включается, например, в плоскость, проходящую через D перпендикулярно плоскости ABC и параллельно AB .

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Ответ.

$$\vec{p} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$$

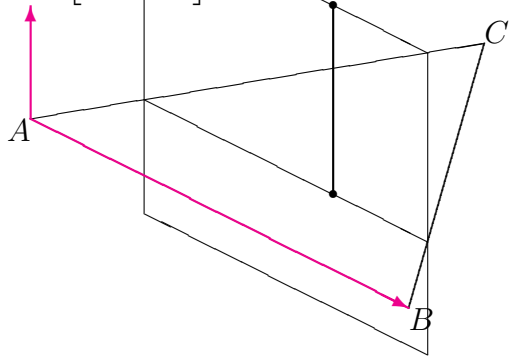


Требуемая прямая включается, например, в плоскость, проходящую через D перпендикулярно плоскости ABC и параллельно AB .

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Ответ.

$$\vec{p} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$$

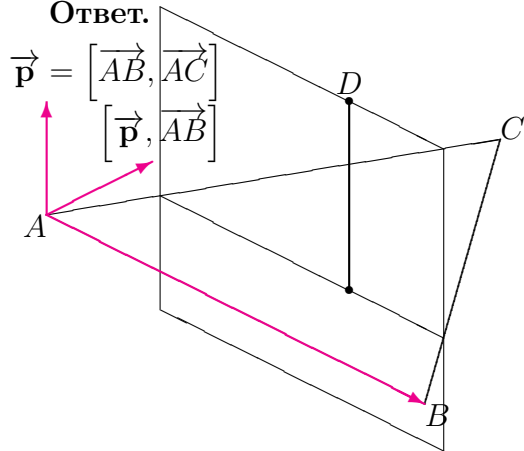


Требуемая прямая включается, например, в плоскость, проходящую через D перпендикулярно плоскости ABC и параллельно AB .

Найти нормальный к ней вектор нетрудно:

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Ответ.

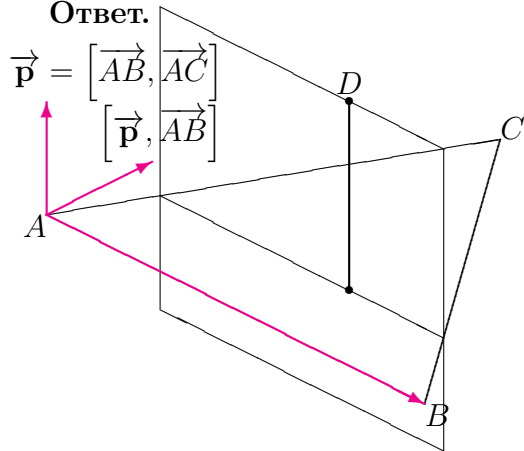


Требуемая прямая включается, например, в плоскость, проходящую через D перпендикулярно плоскости ABC и параллельно AB .

Найти нормальный к ней вектор нетрудно:

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Ответ.



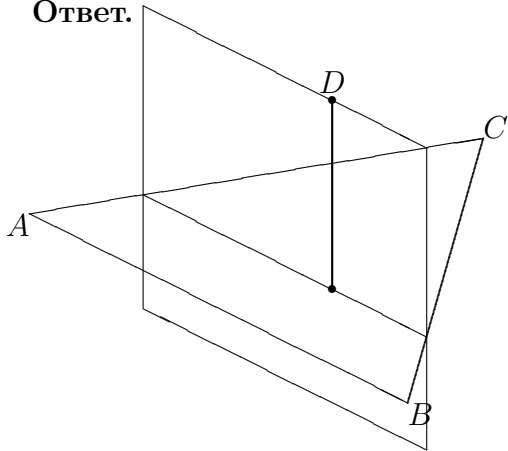
Требуемая прямая включается, например, в плоскость, проходящую через D перпендикулярно плоскости ABC и параллельно AB .

Найти нормальный к ней вектор нетрудно:

в качестве него можно взять $[\vec{p}, \vec{AB}]$.

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

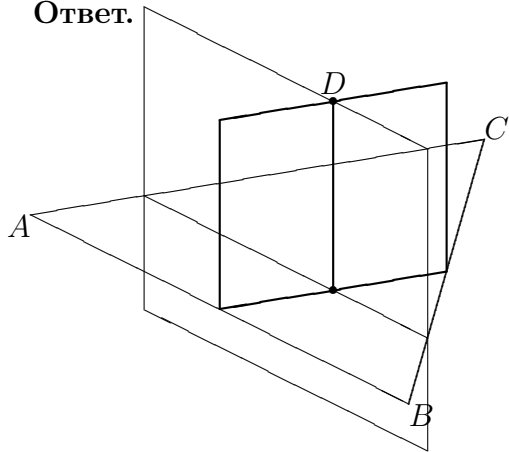
Ответ.



Аналогично можно построить еще две плоскости

Задача 44. В треугольнике ABC , рассматриваемого в пространстве, известны координаты все вершин. Укажите плоскости, пересечениями которых являются следующие прямые: а) высота CH ; б) прямая, проецирующая точку D на плоскость треугольника ABC .

Ответ.



Аналогично можно построить еще две плоскости (изображена плоскость, параллельная AC).

Решение задачи 45.

Задача 45. Пусть $A(-2; 3)$, $\vec{a}(4; 5)$. Запишите в векторно-символической и координатной формах уравнения прямых, проходящих через A : а) параллельно вектору $\vec{a}$; б) перпендикулярно вектору $\vec{a}$.

Задача 45. Пусть $A(-2; 3)$, $\vec{a}(4; 5)$. Запишите в векторно-символической и координатной формах уравнения прямых, проходящих через A : а) параллельно вектору $\vec{a}$; б) перпендикулярно вектору $\vec{a}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{OM} =$

Задача 45. Пусть $A(-2; 3)$, $\vec{a}(4; 5)$. Запишите в векторно-символической и координатной формах уравнения прямых, проходящих через A : а) параллельно вектору $\vec{a}$; б) перпендикулярно вектору $\vec{a}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\vec{a}$,

Задача 45. Пусть $A(-2; 3)$, $\vec{a}(4; 5)$. Запишите в векторно-символической и координатной формах уравнения прямых, проходящих через A : а) параллельно вектору $\vec{a}$; б) перпендикулярно вектору $\vec{a}$.

Ответ. а) $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\vec{a}$, $\begin{cases} x = -2 + 4t, \\ y = 3 + 5t. \end{cases}$

Задача 45. Пусть $A(-2; 3)$, $\vec{a}(4; 5)$. Запишите в векторно-символической и координатной формах уравнения прямых, проходящих через A : а) параллельно вектору $\vec{a}$; б) перпендикулярно вектору $\vec{a}$.

Ответ. б)

Задача 45. Пусть $A(-2; 3)$, $\vec{a}(4; 5)$. Запишите в векторно-символической и координатной формах уравнения прямых, проходящих через A : а) параллельно вектору $\vec{a}$; б) перпендикулярно вектору $\vec{a}$.

Ответ. б) $(\vec{OM} - \vec{OA}, \vec{a}) = 0$,

Задача 45. Пусть $A(-2; 3)$, $\vec{a}(4; 5)$. Запишите в векторно-символической и координатной формах уравнения прямых, проходящих через A : а) параллельно вектору $\vec{a}$; б) перпендикулярно вектору $\vec{a}$.

Ответ. б) $(\vec{OM} - \vec{OA}, \vec{a}) = 0$, $4(x + 2) + 5(y - 3) = 0 \Rightarrow$

Задача 45. Пусть $A(-2; 3)$, $\vec{a}(4; 5)$. Запишите в векторно-символической и координатной формах уравнения прямых, проходящих через A : а) параллельно вектору $\vec{a}$; б) перпендикулярно вектору $\vec{a}$.

Ответ. б) $(\vec{OM} - \vec{OA}, \vec{a}) = 0$, $4(x + 2) + 5(y - 3) = 0 \Rightarrow 4x + 5y - 7 = 0$.

Решение задачи 46.

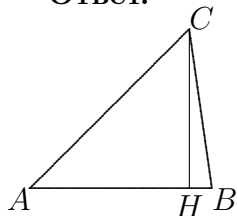
Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

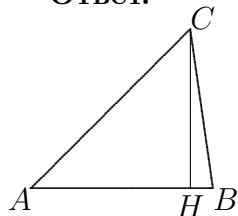


а)

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

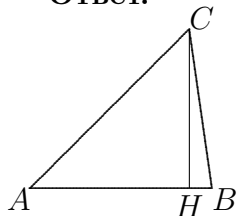


а) $M(x, y) \in CH \Leftrightarrow$

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

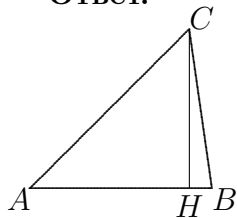


а) $M(x, y) \in CH \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}) = 0,$

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

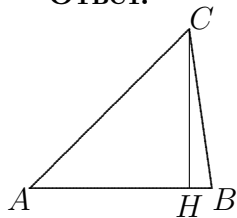


$$\begin{aligned} \text{а) } M(x, y) \in CH &\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}) = 0, \\ &((6-2)\vec{i} + (4-1)\vec{j}, (x+8)\vec{i} + (y-6)\vec{j}) = 0, \end{aligned}$$

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

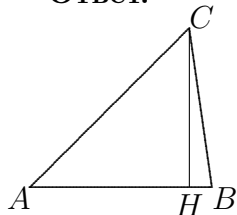


$$\begin{aligned}\text{а) } M(x, y) \in CH &\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}) = 0, \\ &((6-2)\vec{i} + (4-1)\vec{j}, (x+8)\vec{i} + (y-6)\vec{j}) = 0, \\ &4(x+8) + 3(y-6) = 0,\end{aligned}$$

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



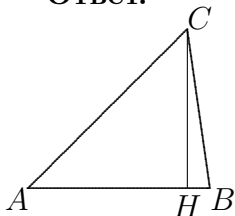
$$\begin{aligned} \text{а) } M(x, y) \in CH &\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}) = 0, \\ &((6-2)\vec{i} + (4-1)\vec{j}, (x+8)\vec{i} + (y-6)\vec{j}) = 0, \\ &4(x+8) + 3(y-6) = 0, \\ &\boxed{4x + 3y + 14 = 0;} \end{aligned}$$

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

б)

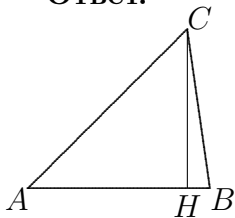


Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

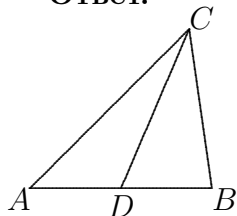
б) $H(-2; -2)$;



Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

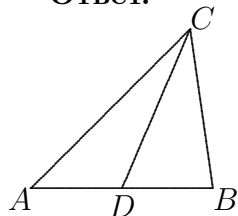


в)

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

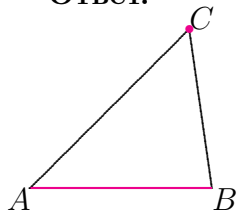


$$\text{в) } \begin{cases} x = 2 - 3t, \\ y = 1 + 4t; \end{cases}$$

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\vec{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

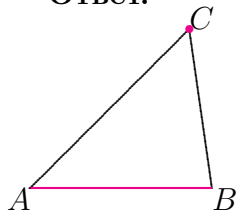


г) Для того, чтобы воспользоваться формулой **таблицы** надо иметь *общее* уравнение прямой AB .

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\vec{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

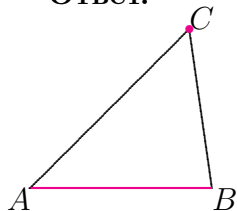


г) Для того, чтобы воспользоваться формулой **таблицы** надо иметь *общее* уравнение прямой AB . Нетрудно написать *параметрические уравнения* прямой AB :

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\vec{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

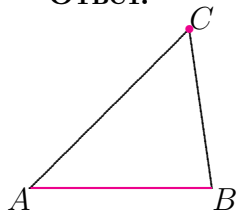


г) Для того, чтобы воспользоваться формулой **таблицы** надо иметь *общее* уравнение прямой AB . Нетрудно написать *параметрические уравнения* прямой AB : $\vec{OM} = \vec{OA} + t\vec{AB}$, то есть

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



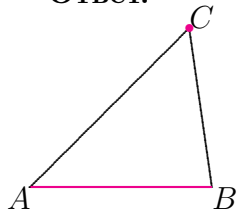
г) Для того, чтобы воспользоваться формулой **таблицы** надо иметь *общее* уравнение прямой AB . Нетрудно написать *параметрические уравнения* прямой AB : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AB}$, то есть

$$\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t. \end{cases}$$

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



г) Для того, чтобы воспользоваться формулой **таблицы** надо иметь *общее* уравнение прямой AB . Нетрудно написать *параметрические уравнения* прямой AB : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AB}$, то есть

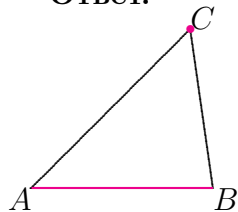
$$\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t. \end{cases}$$

Исключая из этой системы t , получаем необходимое общее уравнение (из утроенного первого уравнения вычитаем учетверенное второе) $3x - 4y - 2 = 0$ (для проверки следует подставить в последнее уравнение координаты точки A).

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



г) Для того, чтобы воспользоваться формулой **таблицы** надо иметь *общее* уравнение прямой AB . Нетрудно написать *параметрические уравнения* прямой AB : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AB}$, то есть

$$\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = 1 + 3t. \end{cases}$$

Исключая из этой системы t , получаем необходимое общее уравнение (из утроенного первого уравнения вычитаем учетверенное второе) $3x - 4y - 2 = 0$ (для проверки следует подставить в последнее уравнение координаты точки A).

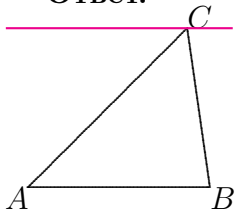
Значит, $|\overrightarrow{CH}| = \frac{|3 \cdot (-8) - 4 \cdot 6 - 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 10$;

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

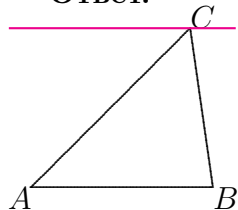
д)



Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\vec{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

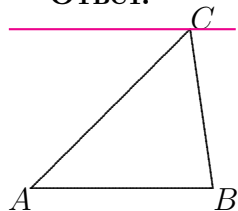


д) $3x - 4y + 48 = 0$, что равносильно

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

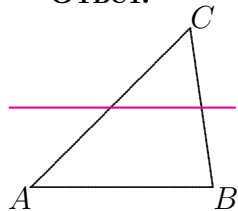


д) $3x - 4y + 48 = 0$, что равносильно $\begin{cases} x = -8 + 4t, \\ y = 6 + 3t; \end{cases}$

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\vec{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

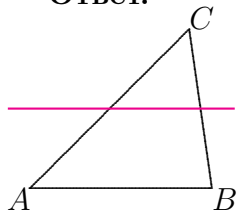


е) Эта прямая проходит через середину любого отрезка с концами на прямых AB и L .

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\vec{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



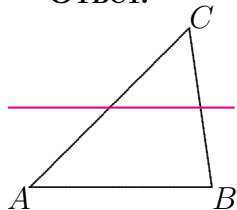
е) Эта прямая проходит через середину любого отрезка с концами на прямых AB и L .

Уравнение искомой прямой можно записать в виде

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\vec{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



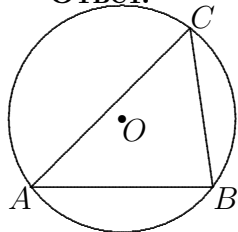
е) Эта прямая проходит через середину любого отрезка с концами на прямых AB и L .

Уравнение искомой прямой можно записать в виде $3x - 4y + 23 = 0$;

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.

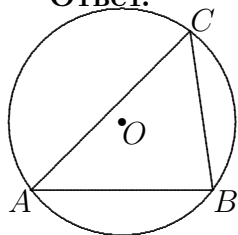


ё) Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам этого треугольника.

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



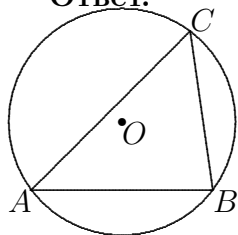
ё) Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам этого треугольника.

Уравнение серединного перпендикуляра к отрезку AB можно записать в виде

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\vec{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



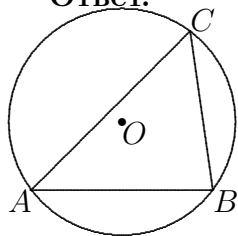
ё) Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам этого треугольника.

Уравнение серединного перпендикуляра к отрезку AB можно записать в виде $8x + 6y - 47 = 0$,

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\vec{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



ё) Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам этого треугольника.

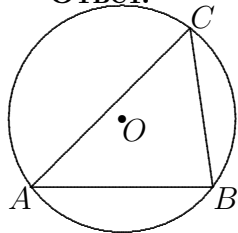
Уравнение серединного перпендикуляра к отрезку AB можно записать в виде $8x + 6y - 47 = 0$,

к отрезку AC — в виде

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\vec{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



ё) Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам этого треугольника.

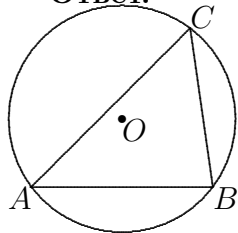
Уравнение серединного перпендикуляра к отрезку AB можно записать в виде $8x + 6y - 47 = 0$,

к отрезку AC — в виде $\begin{cases} x = -3 + t, \\ y = \frac{7}{2} + 2t, \end{cases}$

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\vec{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



ё) Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам этого треугольника.

Уравнение серединного перпендикуляра к отрезку AB можно записать в виде $8x + 6y - 47 = 0$,

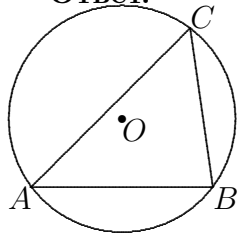
к отрезку AC — в виде $\begin{cases} x = -3 + t, \\ y = \frac{7}{2} + 2t, \end{cases}$

к отрезку BC — в виде

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



ё) Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам этого треугольника.

Уравнение серединного перпендикуляра к отрезку AB можно записать в виде $8x + 6y - 47 = 0$,

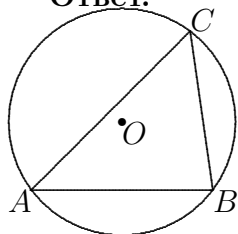
к отрезку AC — в виде $\begin{cases} x = -3 + t, \\ y = \frac{7}{2} + 2t, \end{cases}$

к отрезку BC — в виде $\begin{cases} x = -1 + \tau, \\ y = 5 + 7\tau. \end{cases}$

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



ё)

$$AB : 8x + 6y - 47 = 0, \quad AC : \begin{cases} x = -3 + t, \\ y = \frac{7}{2} + 2t, \end{cases}$$

$$BC : \begin{cases} x = -1 + \tau, \\ y = 5 + 7\tau. \end{cases}$$

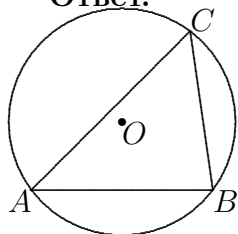
Поэтому искомые координаты удовлетворяют системе

$$\begin{cases} 8x + 6y - 47 = 0, \\ x = -1 + \tau, \\ y = 5 + 7\tau. \end{cases}$$

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



ё)

$$AB : 8x + 6y - 47 = 0, \quad AC : \begin{cases} x = -3 + t, \\ y = \frac{7}{2} + 2t, \end{cases}$$

$$BC : \begin{cases} x = -1 + \tau, \\ y = 5 + 7\tau. \end{cases}$$

Поэтому искомые координаты удовлетворяют системе

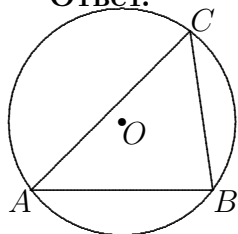
$$\begin{cases} 8x + 6y - 47 = 0, \\ x = -1 + \tau, \\ y = 5 + 7\tau. \end{cases}$$

$$\Rightarrow 8(-1 + \tau) + 6(5 + 7\tau) - 47 = 0 \Rightarrow$$

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



ё)

$$AB : 8x + 6y - 47 = 0, \quad AC : \begin{cases} x = -3 + t, \\ y = \frac{7}{2} + 2t, \end{cases}$$

$$BC : \begin{cases} x = -1 + \tau, \\ y = 5 + 7\tau. \end{cases}$$

Поэтому искомые координаты удовлетворяют системе

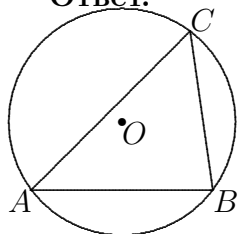
$$\begin{cases} 8x + 6y - 47 = 0, \\ x = -1 + \tau, \\ y = 5 + 7\tau. \end{cases}$$

$$\Rightarrow 8(-1 + \tau) + 6(5 + 7\tau) - 47 = 0 \Rightarrow 50\tau = 25 \Rightarrow$$

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



ё)

$$AB : 8x + 6y - 47 = 0, \quad AC : \begin{cases} x = -3 + t, \\ y = \frac{7}{2} + 2t, \end{cases}$$

$$BC : \begin{cases} x = -1 + \tau, \\ y = 5 + 7\tau. \end{cases}$$

Поэтому искомые координаты удовлетворяют системе

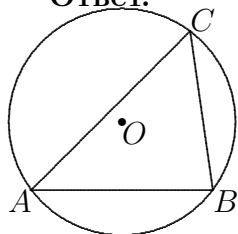
$$\begin{cases} 8x + 6y - 47 = 0, \\ x = -1 + \tau, \\ y = 5 + 7\tau. \end{cases}$$

$$\Rightarrow 8(-1 + \tau) + 6(5 + 7\tau) - 47 = 0 \Rightarrow 50\tau = 25 \Rightarrow \tau = \frac{1}{2}.$$

Задача 46. Известны координаты точек $A(2; 1)$, $B(6; 4)$, $C(-8; 6)$. Найти

- а) уравнение высоты CH ;
- б) координаты точки H на прямой AB ;
- в) уравнение медианы AD ;
- г) расстояние от C до AB с помощью формулы из **таблицы** и, с целью проверки, с помощью вычисления $|\overrightarrow{CH}|$;
- д) уравнение прямой L , проходящей через C параллельно прямой AB ;
- е) уравнение прямой, проходящей параллельно прямой AB на равном расстоянии от прямых AB и L ;
- ё) центр окружности, проходящей через точки A, B, C .

Ответ.



ё)

$$AB : 8x + 6y - 47 = 0, \quad AC : \begin{cases} x = -3 + t, \\ y = \frac{7}{2} + 2t, \end{cases}$$

$$BC : \begin{cases} x = -1 + \tau, \\ y = 5 + 7\tau. \end{cases}$$

Поэтому искомые координаты удовлетворяют системе

$$\begin{cases} 8x + 6y - 47 = 0, \\ x = -1 + \tau, \\ y = 5 + 7\tau. \end{cases}$$

$$\Rightarrow 8(-1 + \tau) + 6(5 + 7\tau) - 47 = 0 \Rightarrow 50\tau = 25 \Rightarrow \tau = \frac{1}{2}.$$

$$O\left(-\frac{1}{2}; \frac{17}{2}\right).$$

Решение задачи 47.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

- 1) уравнение плоскости ABC ;
- 2) уравнения прямой AD ;
- 3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;
- 4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);
- 5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;
- 6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ищем уравнение плоскости ABC .

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ищем уравнение плоскости ABC .

В каком виде представим ответ?

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ищем уравнение плоскости ABC .

В каком виде представим ответ? В **таблице** перечислены стандартные для аналитической геометрии виды уравнений плоскости, из которых для нас основным является общее уравнение плоскости.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ищем уравнение плоскости ABC .

В каком виде представим ответ? В **таблице** перечислены стандартные для аналитической геометрии виды уравнений плоскости, из которых для нас основным является общее уравнение плоскости.

Либо находим искомое уравнение конструктивно, либо вводим переменные.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ищем уравнение плоскости ABC .

В каком виде представим ответ? В **таблице** перечислены стандартные для аналитической геометрии виды уравнений плоскости, из которых для нас основным является общее уравнение плоскости.

Либо находим искомое уравнение конструктивно, либо вводим переменные.

В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ищем уравнение плоскости ABC .

В каком виде представим ответ? В **таблице** перечислены стандартные для аналитической геометрии виды уравнений плоскости, из которых для нас основным является общее уравнение плоскости.

Либо находим искомое уравнение конструктивно, либо вводим переменные.

В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

- 1) уравнение плоскости ABC ;
- 2) уравнения прямой AD ;
- 3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;
- 4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);
- 5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;
- 6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ищем уравнение плоскости ABC .

В каком виде представим ответ? В **таблице** перечислены стандартные для аналитической геометрии виды уравнений плоскости, из которых для нас основным является общее уравнение плоскости.

Либо находим искомое уравнение конструктивно, либо вводим переменные.

В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Координаты нормального вектора этой плоскости «по дешевке» найти не удастся.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC . Придется искать пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .
Вполне подходят любые два из трех векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$. Остановимся на паре $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

- 1) уравнение плоскости ABC ;
- 2) уравнения прямой AD ;
- 3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;
- 4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);
- 5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;
- 6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .
Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.
Теперь, в соответствии с **таблицей**, в качестве нормального вектора плоскости ABC можно взять вектор, коллинеарный $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

Согласно **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] =$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

Согласно **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & -2 \\ -3 & 9 & 6 \end{vmatrix} =$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

- 1) уравнение плоскости ABC ;
- 2) уравнения прямой AD ;
- 3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;
- 4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);
- 5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;
- 6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

Согласно **теореме о вычислении векторного произведения с помощью координат**

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & -2 \\ -3 & 9 & 6 \end{vmatrix} = 12\vec{i} - 6\vec{j} + 15\vec{k}.$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = 12\vec{i} - 6\vec{j} + 15\vec{k}$. Все коэффициенты кратны числу 3, поэтому в качестве нормального вектора возьмем «в три раза более короткий» вектор:

$$\vec{n}_{ABC} = \frac{1}{3} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] =$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = 12\vec{i} - 6\vec{j} + 15\vec{k}$. Все коэффициенты кратны числу 3, поэтому в качестве нормального вектора возьмем «в три раза более короткий» вектор:

$$\vec{n}_{ABC} = \frac{1}{3} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}.$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$\vec{n}_{ABC} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$\vec{n}_{ABC} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Проверка правильности вычисления вектора $\vec{n}_{ABC}$: вектор $\vec{n}_{ABC}$ с координатами $(4; -2; 5)$ ортогонален и вектору $\overrightarrow{AB}$:

$$(\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{ABC}) =$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$\vec{n}_{ABC} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Проверка правильности вычисления вектора $\vec{n}_{ABC}$: вектор $\vec{n}_{ABC}$ с координатами $(4; -2; 5)$ ортогонален и вектору $\overrightarrow{AB}$:

$$\left(\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{ABC} \right) = 2 \cdot 4 + (-1) \cdot (-2) + (-2) \cdot 5 =$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$\vec{n}_{ABC} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Проверка правильности вычисления вектора $\vec{n}_{ABC}$: вектор $\vec{n}_{ABC}$ с координатами $(4; -2; 5)$ ортогонален и вектору $\overrightarrow{AB}$:

$$\left(\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{ABC}\right) = 2 \cdot 4 + (-1) \cdot (-2) + (-2) \cdot 5 = 0,$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$\vec{n}_{ABC} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Проверка правильности вычисления вектора $\vec{n}_{ABC}$: вектор $\vec{n}_{ABC}$ с координатами $(4; -2; 5)$ ортогонален и вектору $\overrightarrow{AB}$ и вектору $\overrightarrow{BC}$:

$$(\overrightarrow{BC}, \vec{n}_{ABC}) =$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$\vec{n}_{ABC} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Проверка правильности вычисления вектора $\vec{n}_{ABC}$: вектор $\vec{n}_{ABC}$ с координатами $(4; -2; 5)$ ортогонален и вектору $\overrightarrow{AB}$ и вектору $\overrightarrow{BC}$:

$$(\overrightarrow{BC}, \vec{n}_{ABC}) = (-3) \cdot 4 + 9 \cdot (-2) + 6 \cdot 5 =$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$\vec{n}_{ABC} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Проверка правильности вычисления вектора $\vec{n}_{ABC}$: вектор $\vec{n}_{ABC}$ с координатами $(4; -2; 5)$ ортогонален и вектору $\overrightarrow{AB}$ и вектору $\overrightarrow{BC}$:

$$(\overrightarrow{BC}, \vec{n}_{ABC}) = (-3) \cdot 4 + 9 \cdot (-2) + 6 \cdot 5 = 0.$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$\vec{n}_{ABC} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Следовательно, уравнение плоскости ABC можно записать в виде

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$\vec{n}_{ABC} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Следовательно, уравнение плоскости ABC можно записать в виде

$$4(x - 2) - 2(y - (-1)) + 5(z - 3) = 0,$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$\vec{n}_{ABC} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Следовательно, уравнение плоскости ABC можно записать в виде

$4(x - 2) - 2(y - (-1)) + 5(z - 3) = 0$, что после естественных упрощений дает

$4x - 2y + 5z - 25 = 0$.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$\vec{n}_{ABC} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Следовательно, уравнение плоскости ABC можно записать в виде

$4(x - 2) - 2(y - (-1)) + 5(z - 3) = 0$, что после естественных упрощений дает

$4x - 2y + 5z - 25 = 0$.

Проверка: подставим в это уравнение координаты точек A, B, C . Получаем, как и ожидалось, тождества:

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$\vec{n}_{ABC} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Следовательно, уравнение плоскости ABC можно записать в виде

$4(x - 2) - 2(y - (-1)) + 5(z - 3) = 0$, что после естественных упрощений дает

$4x - 2y + 5z - 25 = 0$.

Проверка: подставим в это уравнение координаты точек A, B, C . Получаем, как и ожидалось, тождества:

$$4 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) + 5 \cdot 3 - 25 = 0,$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$\vec{n}_{ABC} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Следовательно, уравнение плоскости ABC можно записать в виде

$4(x - 2) - 2(y - (-1)) + 5(z - 3) = 0$, что после естественных упрощений дает

$4x - 2y + 5z - 25 = 0$.

Проверка: подставим в это уравнение координаты точек A, B, C . Получаем, как и ожидалось, тождества:

$$4 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) + 5 \cdot 3 - 25 = 0,$$

$$4 \cdot 4 - 2 \cdot (-2) + 5 \cdot 1 - 25 = 0,$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. В соответствии с **таблицей** для получения искомого уравнения надо найти точку на плоскости ABC («годится» любая из точек A, B, C) и либо вектор, перпендикулярный к плоскости, либо пару неколлинеарных векторов, параллельных плоскости ABC .

Имеем $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$.

$\vec{n}_{ABC} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Следовательно, уравнение плоскости ABC можно записать в виде

$4(x - 2) - 2(y - (-1)) + 5(z - 3) = 0$, что после естественных упрощений дает

$4x - 2y + 5z - 25 = 0$.

Проверка: подставим в это уравнение координаты точек A, B, C . Получаем, как и ожидалось, тождества:

$$4 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) + 5 \cdot 3 - 25 = 0,$$

$$4 \cdot 4 - 2 \cdot (-2) + 5 \cdot 1 - 25 = 0,$$

$$4 \cdot 1 - 2 \cdot 7 + 5 \cdot 7 - 25 = 0.$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 2) В соответствии с **таблицей**, для получения уравнений прямой AD ищем либо точку на этой прямой и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 2) В соответствии с **таблицей**, для получения уравнений прямой AD ищем либо точку на этой прямой и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае легко реализуется первый вариант: в качестве точки можно взять точку A , вектор $\overrightarrow{AD}$ параллелен искомой прямой.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 2) В соответствии с **таблицей**, для получения уравнений прямой AD ищем либо точку на этой прямой и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

Имеем $\overrightarrow{AD} = -3\vec{i} - \vec{j} - 7\vec{k}$. Следовательно, для любой точки M , лежащей на прямой AD справедливо векторное равенство $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AD}$ (для подходящего значения переменной t), что в координатной форме дает искомые параметрические уравнения прямой AD :

$$\begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 2) В соответствии с **таблицей**, для получения уравнений прямой AD ищем либо точку на этой прямой и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

Имеем $\overrightarrow{AD} = -3\vec{i} - \vec{j} - 7\vec{k}$. Следовательно, для любой точки M , лежащей на прямой AD справедливо векторное равенство $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AD}$ (для подходящего значения переменной t), что в координатной форме дает искомые параметрические уравнения прямой AD :

$$\begin{cases} x = 2 - \\ y = -1 - \\ z = 3 - \end{cases}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 2) В соответствии с **таблицей**, для получения уравнений прямой AD ищем либо точку на этой прямой и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

Имеем $\overrightarrow{AD} = -3\vec{i} - \vec{j} - 7\vec{k}$. Следовательно, для любой точки M , лежащей на прямой AD справедливо векторное равенство $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AD}$ (для подходящего значения переменной t), что в координатной форме дает искомые параметрические уравнения прямой AD :

$$\begin{cases} x = 2 - 3t, \\ y = -1 - t, \\ z = 3 - 7t. \end{cases}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 2) В соответствии с **таблицей**, для получения уравнений прямой AD ищем либо точку на этой прямой и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

Имеем $\overrightarrow{AD} = -3\vec{i} - \vec{j} - 7\vec{k}$. Следовательно, для любой точки M , лежащей на прямой AD справедливо векторное равенство $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AD}$ (для подходящего значения переменной t), что в координатной форме дает искомые параметрические уравнения прямой AD :

$$\begin{cases} x = 2 - 3t, \\ y = -1 - t, \\ z = 3 - 7t. \end{cases}$$

Выражая t в каждом из этих уравнений, получаем канонические уравнения прямой AD :

$$\underline{x - 2} = \underline{y + 1} = \underline{z - 3}.$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 2) В соответствии с **таблицей**, для получения уравнений прямой AD ищем либо точку на этой прямой и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

Имеем $\overrightarrow{AD} = -3\vec{i} - \vec{j} - 7\vec{k}$. Следовательно, для любой точки M , лежащей на прямой AD справедливо векторное равенство $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AD}$ (для подходящего значения переменной t), что в координатной форме дает искомые параметрические уравнения прямой AD :

$$\begin{cases} x = 2 - 3t, \\ y = -1 - t, \\ z = 3 - 7t. \end{cases}$$

Выражая t в каждом из этих уравнений, получаем канонические уравнения прямой AD :

$$\frac{x-2}{-3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-7}.$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 2) В соответствии с **таблицей**, для получения уравнений прямой AD ищем либо точку на этой прямой и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

Имеем $\overrightarrow{AD} = -3\vec{i} - \vec{j} - 7\vec{k}$. Следовательно, для любой точки M , лежащей на прямой AD справедливо векторное равенство $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AD}$ (для подходящего значения переменной t), что в координатной форме дает искомые параметрические уравнения прямой AD :

$$\begin{cases} x = 2 - 3t, \\ y = -1 - t, \\ z = 3 - 7t. \end{cases}$$

Выражая t в каждом из этих уравнений, получаем канонические уравнения прямой AD :

$$\frac{x-2}{-3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-7}.$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 3) Найдем уравнение высоты DH пирамиды $ABCD$. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на этой прямой и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

- 1) уравнение плоскости ABC ;
- 2) уравнения прямой AD ;
- 3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;
- 4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);
- 5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;
- 6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 3) Найдем уравнение высоты DH пирамиды $ABCD$. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на этой прямой и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае вновь проще воспользоваться первым вариантом: в качестве точки можно взять точку D , вектор $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$ ортогонален плоскости ABC , поэтому он параллелен искомой прямой DH . Координаты этого вектора мы нашли выше, поэтому сразу пишем канонические и параметрические уравнения высоты DH :

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 3) Найдем уравнение высоты DH пирамиды $ABCD$. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на этой прямой и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае вновь проще воспользоваться первым вариантом: в качестве точки можно взять точку D , вектор $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$ ортогонален плоскости ABC , поэтому он параллелен искомой прямой DH . Координаты этого вектора мы нашли выше, поэтому сразу пишем канонические и параметрические уравнения высоты DH :

$$\begin{cases} x = -1 + 12t, \\ y = -2 - 6t, \\ z = -4 + 15t, \end{cases}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 3) Найдем уравнение высоты DH пирамиды $ABCD$. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на этой прямой и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае вновь проще воспользоваться первым вариантом: в качестве точки можно взять точку D , вектор $[\vec{AB}, \vec{BC}]$ ортогонален плоскости ABC , поэтому он параллелен искомой прямой DH . Координаты этого вектора мы нашли выше, поэтому сразу пишем канонические и параметрические уравнения высоты DH :

$$\begin{cases} x = -1 + 12t, \\ y = -2 - 6t, \\ z = -4 + 15t, \end{cases} \quad \frac{x+1}{12} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+4}{15}. \text{ Разумеется, в качестве направляющего вектора}$$

прямой DH можно взять и «укороченный» вектор $\vec{n}_{ABC}$, тогда для прямой DH получили бы уравнения

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 3) Найдём уравнение высоты DH пирамиды $ABCD$. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на этой прямой и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае вновь проще воспользоваться первым вариантом: в качестве точки можно взять точку D , вектор $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$ ортогонален плоскости ABC , поэтому он параллелен искомой прямой DH . Координаты этого вектора мы нашли выше, поэтому сразу пишем канонические и параметрические уравнения высоты DH :

$$\begin{cases} x = -1 + 12t, \\ y = -2 - 6t, \\ z = -4 + 15t, \end{cases} \quad \frac{x+1}{12} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+4}{15}. \text{ Разумеется, в качестве направляющего вектора пря-}$$

мой DH можно взять и «укороченный» вектор $\vec{n}_{ABC}$, тогда для прямой DH получили бы уравнения

$$\begin{cases} x = -1 + 4\tau \\ y = -2 - 2\tau \\ z = -4 + 5\tau \end{cases}, \quad \frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+4}{5}.$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдем уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдем уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP .

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

- 1) уравнение плоскости ABC ;
- 2) уравнения прямой AD ;
- 3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;
- 4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);
- 5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;
- 6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдем уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP . С одной стороны, прямая AP лежит в плоскости ABC , уравнение которой нами уже получено. С другой стороны, прямая AP перпендикулярна ребру BC , то есть она перпендикулярна вектору $\overrightarrow{BC}$. Поэтому прямая AP включается в плоскость, проходящую через точку A перпендикулярно вектору $\overrightarrow{BC}$. Написать уравнение этой плоскости легко:

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдем уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP .

С одной стороны, прямая AP лежит в плоскости ABC , уравнение которой нами уже получено.

С другой стороны, прямая AP перпендикулярна ребру BC , то есть она перпендикулярна вектору $\overrightarrow{BC}$. Поэтому прямая AP включается в плоскость, проходящую через точку A перпендикулярно вектору $\overrightarrow{BC}$. Написать уравнение этой плоскости легко:

в качестве нормали к этой плоскости возьмем вектор $\overrightarrow{BC}$, получим уравнение $-3(x - 2) + 9(y - (-1)) + 6(z - 3) = 0$, то есть $-3x + 9y + 6z - 3 = 0$. Сокращая левую и правую части этого равенства на -3 , получаем $x - 3y - 2z + 1 = 0$. Таким образом, общие уравнения апофемы имеют вид (пересечение этих плоскостей):
$$\begin{cases} 4x - 2y + 5z - 25 = 0, \\ x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

- 1) уравнение плоскости ABC ;
- 2) уравнения прямой AD ;
- 3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;
- 4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);
- 5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;
- 6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдем уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP :

$$\begin{cases} 4x - 2y + 5z - 25 = 0, \\ x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases} \quad . \text{ Но нам надо получить параметрические и канонические уравнения.}$$

Параметрические уравнения сначала получим «по-честному»: решаем систему методом Гаусса

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдем уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP :

$$\begin{cases} 4x - 2y + 5z - 25 = 0, \\ x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases}$$
 Но нам надо получить параметрические и канонические уравнения.

Параметрические уравнения сначала получим «по-честному»: решаем систему методом Гаусса

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & 5 & 25 \\ 1 & -3 & -2 & -1 \end{array} \right) \sim$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдем уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP :

$$\begin{cases} 4x - 2y + 5z - 25 = 0, \\ x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases}$$
 Но нам надо получить параметрические и канонические уравнения.

Параметрические уравнения сначала получим «по-честному»: решаем систему методом Гаусса

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & 5 & 25 \\ 1 & -3 & -2 & -1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -2 & -1 \\ 4 & -2 & 5 & 25 \end{array} \right) \sim$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдем уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP :

$$\begin{cases} 4x - 2y + 5z - 25 = 0, \\ x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases}$$
 Но нам надо получить параметрические и канонические уравнения.

Параметрические уравнения сначала получим «по-честному»: решаем систему методом Гаусса

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & 5 & 25 \\ 1 & -3 & -2 & -1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -2 & -1 \\ 4 & -2 & 5 & 25 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -2 & -1 \\ 0 & 10 & 13 & 29 \end{array} \right) \sim$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдем уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP :

$$\begin{cases} 4x - 2y + 5z - 25 = 0, \\ x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases} \quad \text{Но нам надо получить параметрические и канонические уравнения.}$$

Параметрические уравнения сначала получим «по-честному»: решаем систему методом Гаусса

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & 5 & 25 \\ 1 & -3 & -2 & -1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -2 & -1 \\ 4 & -2 & 5 & 25 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -2 & -1 \\ 0 & 10 & 13 & 29 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1.9 & 7.7 \\ 0 & 1 & 1.3 & 2.9 \end{array} \right), \text{ поэтому}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдем уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP :

$$\begin{cases} 4x - 2y + 5z - 25 = 0, \\ x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases}$$
 Но нам надо получить параметрические и канонические уравнения.

Параметрические уравнения сначала получим «по-честному»: решаем систему методом Гаусса

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & -2 & 5 & 25 \\ 1 & -3 & -2 & -1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -2 & -1 \\ 4 & -2 & 5 & 25 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -2 & -1 \\ 0 & 10 & 13 & 29 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1.9 & 7.7 \\ 0 & 1 & 1.3 & 2.9 \end{array} \right), \text{ поэтому } \begin{cases} x = 7.7 - 1.9z, \\ y = 2.9 - 1.3z, \\ z = z. \end{cases}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдём уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP :

$$\begin{cases} 4x - 2y + 5z - 25 = 0, \\ x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x = 7.7 - 1.9z, \\ y = 2.9 - 1.3z, \\ z = z. \end{cases}$$

Если Вас сильно смущает последнее равенство, можно записать так $\begin{cases} x = 7.7 - 1.9t, \\ y = 2.9 - 1.3t, \\ z = t. \end{cases}$ Но...

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдём уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP :

$$\begin{cases} 4x - 2y + 5z - 25 = 0, \\ x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases}$$
 В данном случае параметрические уравнения можно было по-

лучить проще: нам известны координаты точки A на прямой AP . Найти вектор, параллельный этой прямой нетрудно, так как он ортогонален к нормальям плоскостей с уравнениями $4x - 2y + 5z - 25 = 0$, $x - 3y - 2z + 1 = 0$. Получить вектор, ортогональный двум данным векторам, нетрудно, достаточно вычислить их векторное произведение:

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -2 & 5 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix} =$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдем уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP :

$$\begin{cases} 4x - 2y + 5z - 25 = 0, \\ x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases}$$
 В данном случае параметрические уравнения можно было по-

лучить проще: нам известны координаты точки A на прямой AP . Найти вектор, параллельный этой прямой нетрудно, так как он ортогонален к нормальям плоскостей с уравнениями $4x - 2y + 5z - 25 = 0$, $x - 3y - 2z + 1 = 0$. Получить вектор, ортогональный двум данным векторам, нетрудно, достаточно вычислить их векторное произведение:

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -2 & 5 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix} = 19\vec{i} + 13\vec{j} - 10\vec{k}.$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдем уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP :

$$\begin{cases} 4x - 2y + 5z - 25 = 0, \\ x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases} \quad \text{В данном случае параметрические уравнения можно было получить}$$

проще: нам известны координаты точки A на прямой AP .

Мы нашли вектор, параллельный этой прямой: $19\vec{i} + 13\vec{j} - 10\vec{k}$. Получаем параметрические

уравнения прямой AP в виде
$$\begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдем уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP :

$$\begin{cases} 4x - 2y + 5z - 25 = 0, \\ x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases} \quad \text{В данном случае параметрические уравнения можно было получить}$$

проще: нам известны координаты точки A на прямой AP .

Мы нашли вектор, параллельный этой прямой: $19\vec{i} + 13\vec{j} - 10\vec{k}$. Получаем параметрические

уравнения прямой AP в виде
$$\begin{cases} x = 2 + \\ y = -1 + \\ z = 3 - \end{cases}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 4) Найдем уравнение апофемы AP грани ABC . Сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду. В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, содержащие искомую прямую AP :

$$\begin{cases} 4x - 2y + 5z - 25 = 0, \\ x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases} \quad \text{В данном случае параметрические уравнения можно было получить}$$

проще: нам известны координаты точки A на прямой AP .

Мы нашли вектор, параллельный этой прямой: $19\vec{i} + 13\vec{j} - 10\vec{k}$. Получаем параметрические

$$\text{уравнения прямой } AP \text{ в виде } \begin{cases} x = 2 + 19t', \\ y = -1 + 13t', \\ z = 3 - 10t'. \end{cases}$$

Эти уравнения отличаются от полученных ранее, но, тем не менее, это уравнение той же прямой! Проверку осуществите самостоятельно.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5) Применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5) Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5) Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку H .

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5) Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку H .

В каком виде представим ответ?

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5) Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку H .

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5) Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку H .

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты.

Найдем координаты конструктивно или введем переменные.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5) Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку H .

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты.

Найдем координаты конструктивно или введем переменные. Обозначим координаты искомой точки буквами, например, $H(\alpha, \beta, \gamma)$.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5) Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку H .

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты.

Найдем координаты конструктивно или введем переменные. Обозначим координаты искомой точки буквами, например, $H(\alpha, \beta, \gamma)$.

Составим систему уравнений.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

- 1) уравнение плоскости ABC ;
- 2) уравнения прямой AD ;
- 3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;
- 4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);
- 5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;
- 6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5) Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку H .

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты.

Найдем координаты конструктивно или введем переменные. Обозначим координаты искомой точки буквами, например, $H(\alpha, \beta, \gamma)$.

Составим систему уравнений. Точка H принадлежит и прямой DH , и плоскости ABC , поэтому ее координаты удовлетворяют *одновременно* уравнениям этой прямой и плоскости. Утверждение об одновременной справедливости равенств представляет собой *систему* равенств. Все нужные уравнения мы уже нашли выше, поэтому сразу можем записать систему уравнений:

$$\begin{cases} \alpha = \\ \beta = \\ \gamma = \end{cases}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5) Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку H .

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты.

Найдем координаты конструктивно или введем переменные. Обозначим координаты искомой точки буквами, например, $H(\alpha, \beta, \gamma)$.

Составим систему уравнений. Точка H принадлежит и прямой DH , и плоскости ABC , поэтому ее координаты удовлетворяют *одновременно* уравнениям этой прямой и плоскости. Утверждение об одновременной справедливости равенств представляет собой *систему* равенств. Все нужные уравнения мы уже нашли выше, поэтому сразу можем записать систему уравнений:

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12t, \\ \beta = \\ \gamma = \end{cases}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5) Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку H .

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты.

Найдем координаты конструктивно или введем переменные. Обозначим координаты искомой точки буквами, например, $H(\alpha, \beta, \gamma)$.

Составим систему уравнений. Точка H принадлежит и прямой DH , и плоскости ABC , поэтому ее координаты удовлетворяют *одновременно* уравнениям этой прямой и плоскости. Утверждение об одновременной справедливости равенств представляет собой *систему* равенств. Все нужные уравнения мы уже нашли выше, поэтому сразу можем записать систему уравнений:

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12t, \\ \beta = -2 - 6t, \\ \gamma = \end{cases}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5) Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку H .

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты.

Найдем координаты конструктивно или введем переменные. Обозначим координаты искомой точки буквами, например, $H(\alpha, \beta, \gamma)$.

Составим систему уравнений. Точка H принадлежит и прямой DH , и плоскости ABC , поэтому ее координаты удовлетворяют *одновременно* уравнениям этой прямой и плоскости. Утверждение об одновременной справедливости равенств представляет собой *систему* равенств. Все нужные уравнения мы уже нашли выше, поэтому сразу можем записать систему уравнений:

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12t, \\ \beta = -2 - 6t, \\ \gamma = -4 + 15t, \end{cases}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

- 1) уравнение плоскости ABC ;
- 2) уравнения прямой AD ;
- 3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;
- 4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);
- 5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;
- 6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5) Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Точку H .

В каком виде представим ответ? Укажем ее координаты.

Найдем координаты конструктивно или введем переменные. Обозначим координаты искомой точки буквами, например, $H(\alpha, \beta, \gamma)$.

Составим систему уравнений. Точка H принадлежит и прямой DH , и плоскости ABC , поэтому ее координаты удовлетворяют *одновременно* уравнениям этой прямой и плоскости. Утверждение об одновременной справедливости равенств представляет собой *систему* равенств. Все нужные уравнения мы уже нашли выше, поэтому сразу можем записать систему уравнений:

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12t, \\ \beta = -2 - 6t, \\ \gamma = -4 + 15t, \\ 4\alpha - 2\beta + 5\gamma - 25 = 0. \end{cases}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5)

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12t, \\ \beta = -2 - 6t, \\ \gamma = -4 + 15t, \\ 4\alpha - 2\beta + 5\gamma - 25 = 0. \end{cases}$$

Эту систему можно решить методом Гаусса или с помощью формул Крамера, но можно поступить проще: поставим параметрические выражения для α, β, γ в последнее уравнение, получим

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5)

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12t, \\ \beta = -2 - 6t, \\ \gamma = -4 + 15t, \\ 4\alpha - 2\beta + 5\gamma - 25 = 0. \end{cases}$$

Эту систему можно решить методом Гаусса или с помощью формул Крамера, но можно поступить проще: поставим параметрические выражения для α, β, γ в последнее уравнение, получим

$$4(-1 + 12t) - 2(-2 - 6t) + 5(-4 + 15t) - 25 = 0,$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5)

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12t, \\ \beta = -2 - 6t, \\ \gamma = -4 + 15t, \\ 4\alpha - 2\beta + 5\gamma - 25 = 0. \end{cases}$$

Эту систему можно решить методом Гаусса или с помощью формул Крамера, но можно поступить проще: поставим параметрические выражения для α, β, γ в последнее уравнение, получим

$$4(-1 + 12t) - 2(-2 - 6t) + 5(-4 + 15t) - 25 = 0,$$

откуда $(48 + 12 + 75)t = 4 - 4 + 20 + 25$, $t = \frac{1}{3}$. Следовательно,

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5)

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12t, \\ \beta = -2 - 6t, \\ \gamma = -4 + 15t, \\ 4\alpha - 2\beta + 5\gamma - 25 = 0. \end{cases}$$

Эту систему можно решить методом Гаусса или с помощью формул Крамера, но можно поступить проще: поставим параметрические выражения для α, β, γ в последнее уравнение, получим

$$4(-1 + 12t) - 2(-2 - 6t) + 5(-4 + 15t) - 25 = 0,$$

откуда $(48 + 12 + 75)t = 4 - 4 + 20 + 25$, $t = \frac{1}{3}$. Следовательно,

$$\begin{cases} \alpha = \\ \beta = \\ \gamma = \end{cases} \Rightarrow H(\quad).$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5)

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12t, \\ \beta = -2 - 6t, \\ \gamma = -4 + 15t, \\ 4\alpha - 2\beta + 5\gamma - 25 = 0. \end{cases}$$

Эту систему можно решить методом Гаусса или с помощью формул Крамера, но можно поступить проще: поставим параметрические выражения для α, β, γ в последнее уравнение, получим

$$4(-1 + 12t) - 2(-2 - 6t) + 5(-4 + 15t) - 25 = 0,$$

откуда $(48 + 12 + 75)t = 4 - 4 + 20 + 25$, $t = \frac{1}{3}$. Следовательно,

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12/3 = 3, \\ \beta = \\ \gamma = \end{cases} \Rightarrow H(\quad).$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5)

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12t, \\ \beta = -2 - 6t, \\ \gamma = -4 + 15t, \\ 4\alpha - 2\beta + 5\gamma - 25 = 0. \end{cases}$$

Эту систему можно решить методом Гаусса или с помощью формул Крамера, но можно поступить проще: поставим параметрические выражения для α, β, γ в последнее уравнение, получим

$$4(-1 + 12t) - 2(-2 - 6t) + 5(-4 + 15t) - 25 = 0,$$

откуда $(48 + 12 + 75)t = 4 - 4 + 20 + 25$, $t = \frac{1}{3}$. Следовательно,

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12/3 = 3, \\ \beta = -2 - 6/3 = -4, \\ \gamma = \end{cases} \Rightarrow H(\quad).$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5)

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12t, \\ \beta = -2 - 6t, \\ \gamma = -4 + 15t, \\ 4\alpha - 2\beta + 5\gamma - 25 = 0. \end{cases}$$

Эту систему можно решить методом Гаусса или с помощью формул Крамера, но можно поступить проще: поставим параметрические выражения для α, β, γ в последнее уравнение, получим

$$4(-1 + 12t) - 2(-2 - 6t) + 5(-4 + 15t) - 25 = 0,$$

откуда $(48 + 12 + 75)t = 4 - 4 + 20 + 25$, $t = \frac{1}{3}$. Следовательно,

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12/3 = 3, \\ \beta = -2 - 6/3 = -4, \\ \gamma = -4 + 15/3 = 1 \end{cases} \Rightarrow H(\quad \quad).$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 5)

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12t, \\ \beta = -2 - 6t, \\ \gamma = -4 + 15t, \\ 4\alpha - 2\beta + 5\gamma - 25 = 0. \end{cases}$$

Эту систему можно решить методом Гаусса или с помощью формул Крамера, но можно поступить проще: поставим параметрические выражения для α, β, γ в последнее уравнение, получим

$$4(-1 + 12t) - 2(-2 - 6t) + 5(-4 + 15t) - 25 = 0,$$

откуда $(48 + 12 + 75)t = 4 - 4 + 20 + 25$, $t = \frac{1}{3}$. Следовательно,

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 12/3 = 3, \\ \beta = -2 - 6/3 = -4, \\ \gamma = -4 + 15/3 = 1 \end{cases} \Rightarrow H(3; -4; 1).$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 6) Осталось найти проекцию Λ прямой AD на плоскость ABC . Как обычно, сначала получим какое-либо «стандартное» уравнение этой прямой, а потом преобразуем его к нужному виду.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 6) В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 6) В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, включающие в себя искомую прямую Λ .

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 6) В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, включающие в себя искомую прямую Λ .

С одной стороны, прямая Λ лежит в плоскости ABC , а с другой стороны — в плоскости, проходящей через точку A параллельно векторам $\overrightarrow{AD}$ и $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$.

Уравнение последней плоскости, называемой **проецирующей плоскостью**) или **проектирующей плоскостью**), нетрудно найти с помощью **таблицы**. Найдем нормальный вектор этой плоскости:

$$[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] =$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 6) В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, включающие в себя искомую прямую Λ .

С одной стороны, прямая Λ лежит в плоскости ABC , а с другой стороны — в плоскости, проходящей через точку A параллельно векторам $\overrightarrow{AD}$ и $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$.

Уравнение последней плоскости, называемой **проецирующей плоскостью**) или **проектирующей плоскостью**), нетрудно найти с помощью **таблицы**. Найдем нормальный вектор этой плоскости:

$$[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & -1 & -7 \\ 12 & -6 & 15 \end{vmatrix} =$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 6) В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, включающие в себя искомую прямую Λ .

С одной стороны, прямая Λ лежит в плоскости ABC , а с другой стороны — в плоскости, проходящей через точку A параллельно векторам $\overrightarrow{AD}$ и $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$.

Уравнение последней плоскости, называемой **проецирующей плоскостью**) или **проектирующей плоскостью**), нетрудно найти с помощью **таблицы**. Найдем нормальный вектор этой

плоскости:

$$[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & -1 & -7 \\ 12 & -6 & 15 \end{vmatrix} = -57\vec{i} - 39\vec{j} + 30\vec{k}.$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 6) В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, включающие в себя искомую прямую Λ .

С одной стороны, прямая Λ лежит в плоскости ABC , а с другой стороны — в плоскости, проходящей через точку A параллельно векторам $\overrightarrow{AD}$ и $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$.

Уравнение последней плоскости, называемой **проецирующей плоскостью**) или **проектирующей плоскостью**), нетрудно найти с помощью **таблицы**. Найдем нормальный вектор этой плоскости: $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = -57\vec{i} - 39\vec{j} + 30\vec{k}$.

$$[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & -1 & -7 \\ 12 & -6 & 15 \end{vmatrix} = -57\vec{i} - 39\vec{j} + 30\vec{k}.$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 6) В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, включающие в себя искомую прямую Λ .

С одной стороны, прямая Λ лежит в плоскости ABC , а с другой стороны — в плоскости, проходящей через точку A параллельно векторам $\overrightarrow{AD}$ и $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$.

Уравнение последней плоскости, называемой **проецирующей плоскостью**) или **проектирующей плоскостью**), нетрудно найти с помощью **таблицы**. Найдем нормальный вектор этой плоскости: $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = -57 \vec{i} - 39 \vec{j} + 30 \vec{k}$.

Заметим, что этот вектор легче было найти с помощью **формулы «бац-минус-цаб»**

$$[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] =$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 6) В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, включающие в себя искомую прямую Λ .

С одной стороны, прямая Λ лежит в плоскости ABC , а с другой стороны — в плоскости, проходящей через точку A параллельно векторам $\overrightarrow{AD}$ и $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$.

Уравнение последней плоскости, называемой **проецирующей плоскостью**) или **проектирующей плоскостью**), нетрудно найти с помощью **таблицы**. Найдем нормальный вектор этой плоскости: $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = -57 \vec{i} - 39 \vec{j} + 30 \vec{k}$.

Заметим, что этот вектор легче было найти с помощью **формулы «бац-минус-цаб»**

$$[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = \overrightarrow{AB} (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}) - \overrightarrow{BC} (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) =$$

=

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 6) В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, включающие в себя искомую прямую Λ .

С одной стороны, прямая Λ лежит в плоскости ABC , а с другой стороны — в плоскости, проходящей через точку A параллельно векторам $\overrightarrow{AD}$ и $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$.

Уравнение последней плоскости, называемой **проецирующей плоскостью**) или **проектирующей плоскостью**), нетрудно найти с помощью **таблицы**. Найдем нормальный вектор этой плоскости: $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = -57\vec{i} - 39\vec{j} + 30\vec{k}$.

Заметим, что этот вектор легче было найти с помощью **формулы «бац-минус-цаб»**

$$\begin{aligned} [\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] &= \overrightarrow{AB} (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}) - \overrightarrow{BC} (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) = \\ &= -84\vec{i} + 42\vec{j} + 84\vec{k} - (-27\vec{i} + 81\vec{j} + 54\vec{k}) = -57\vec{i} - 39\vec{j} + 30\vec{k}. \end{aligned}$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 6) В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, включающие в себя искомую прямую Λ .

С одной стороны, прямая Λ лежит в плоскости ABC , а с другой стороны — в плоскости, проходящей через точку A параллельно векторам $\overrightarrow{AD}$ и $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$.

Мы нашли нормальный вектор **проецирующей плоскости**:

$$[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = -57 \vec{i} - 39 \vec{j} + 30 \vec{k}.$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 6) В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, включающие в себя искомую прямую Λ .

С одной стороны, прямая Λ лежит в плоскости ABC , а с другой стороны — в плоскости, проходящей через точку A параллельно векторам $\overrightarrow{AD}$ и $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$.

Мы нашли нормальный вектор **проецирующей плоскости**:

$$[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = -57\vec{i} - 39\vec{j} + 30\vec{k}.$$

В качестве нормального вектора проецирующей плоскости возьмем этот вектор, «укороченный в три раза». Поэтому уравнение проецирующей плоскости имеет вид

$$19(\quad) + 13(\quad) - 10(\quad) = 0,$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

1) уравнение плоскости ABC ;

2) уравнения прямой AD ;

3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;

4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);

5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;

6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 6) В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, включающие в себя искомую прямую Λ .

С одной стороны, прямая Λ лежит в плоскости ABC , а с другой стороны — в плоскости, проходящей через точку A параллельно векторам $\overrightarrow{AD}$ и $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$.

Мы нашли нормальный вектор **проецирующей плоскости**:

$$[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = -57 \vec{i} - 39 \vec{j} + 30 \vec{k}.$$

В качестве нормального вектора проецирующей плоскости возьмем этот вектор, «укороченный в три раза». Поэтому уравнение проецирующей плоскости имеет вид

$$19(x - 2) + 13(y + 1) - 10(z - 3) = 0,$$

Задача 47. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(2; -1; 3)$, $B(4; -2; 1)$, $C(1; 7; 7)$, $D(-1; -2; -4)$. Найдите:

- 1) уравнение плоскости ABC ;
- 2) уравнения прямой AD ;
- 3) уравнения высоты DH пирамиды $ABCD$;
- 4) параметрические и канонические уравнения апофемы AP грани ABC (то есть высоты $\triangle ABC$);
- 5) проекцию H вершины D на плоскость треугольника ABC ;
- 6) параметрические и канонические уравнения проекции прямой AD на плоскость ABC .

Ответ. 6) В соответствии с **таблицей**, ищем либо точку на прямой AP и вектор, параллельный ей, либо две плоскости, включающие в себя эту прямую.

В данном случае проще найти две плоскости, включающие в себя искомую прямую Λ .

С одной стороны, прямая Λ лежит в плоскости ABC , а с другой стороны — в плоскости, проходящей через точку A параллельно векторам $\overrightarrow{AD}$ и $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$.

Мы нашли нормальный вектор **проецирующей плоскости**:

$$[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]] = -57 \vec{i} - 39 \vec{j} + 30 \vec{k}.$$

В качестве нормального вектора проецирующей плоскости возьмем этот вектор, «укороченный в три раза».

Поэтому уравнение проецирующей плоскости имеет вид

$19(x - 2) + 13(y + 1) - 10(z - 3) = 0$, то есть $19x + 13y - 10z + 5 = 0$. Проверку проведите самостоятельно.

Решение задачи 48.

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Нетрудно получить направляющие вектора $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ прямых, соответственно, L_1 и L_2 . Проще всего получить общие уравнения прямой L_0 , для этого достаточно провести плоскости параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, содержащие, прямую L_1 или, соответственно, L_2 . Имеем $\vec{l}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$,

$$\vec{l}_2 = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] =$$

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Нетрудно получить направляющие вектора $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ прямых, соответственно, L_1 и L_2 . Проще всего получить общие уравнения прямой L_0 , для этого достаточно провести плоскости параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, содержащие, прямую L_1 или, соответственно, L_2 . Имеем $\vec{l}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$,

$$\vec{l}_2 = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Нетрудно получить направляющие вектора $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ прямых, соответственно, L_1 и L_2 . Проще всего получить общие уравнения прямой L_0 , для этого достаточно провести плоскости параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, содержащие, прямую L_1 или, соответственно, L_2 . Имеем $\vec{l}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$,

$$\vec{l}_2 = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1: \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2: \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Нетрудно получить направляющие вектора $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ прямых, соответственно, L_1 и L_2 . Проще всего получить общие уравнения прямой L_0 , для этого достаточно провести плоскости параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, содержащие, прямую L_1 или, соответственно, L_2 . Имеем $\vec{l}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$,

$$\vec{l}_2 = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

И вектор $[\vec{l}_1, \vec{l}_2]$, и нормальный вектор к плоскости, проходящей через L_1 параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$ можно найти, например, с помощью **формулы «бац-минус-цаб»**.

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Нетрудно получить направляющие вектора $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ прямых, соответственно, L_1 и L_2 . Проще всего получить общие уравнения прямой L_0 , для этого достаточно провести плоскости параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, содержащие, прямую L_1 или, соответственно, L_2 . Имеем $\vec{l}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$,

$$\vec{l}_2 = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

И вектор $[\vec{l}_1, \vec{l}_2]$, и нормальный вектор к плоскости, проходящей через L_1 параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$ можно найти, например, с помощью **формулы «бац-минус-цаб»**.

$$[\vec{l}_1, \vec{l}_2] = [\vec{l}_1, [\vec{n}_1, \vec{n}_2]] =$$

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Нетрудно получить направляющие вектора $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ прямых, соответственно, L_1 и L_2 . Проще всего получить общие уравнения прямой L_0 , для этого достаточно провести плоскости параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, содержащие, прямую L_1 или, соответственно, L_2 . Имеем $\vec{l}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$,

$$\vec{l}_2 = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

И вектор $[\vec{l}_1, \vec{l}_2]$, и нормальный вектор к плоскости, проходящей через L_1 параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$ можно найти, например, с помощью **формулы «бац-минус-цаб»**.

$$[\vec{l}_1, \vec{l}_2] = [\vec{l}_1, [\vec{n}_1, \vec{n}_2]] = \vec{n}_1 (\vec{l}_1, \vec{n}_2) - \vec{n}_2 (\vec{l}_1, \vec{n}_1) =$$

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Нетрудно получить направляющие вектора $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ прямых, соответственно, L_1 и L_2 . Проще всего получить общие уравнения прямой L_0 , для этого достаточно провести плоскости параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, содержащие, прямую L_1 или, соответственно, L_2 . Имеем

$$\vec{l}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} + \vec{k},$$

$$\vec{l}_2 = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

И вектор $[\vec{l}_1, \vec{l}_2]$, и нормальный вектор к плоскости, проходящей через L_1 параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$ можно найти, например, с помощью **формулы «бац-минус-цаб»**.

$$[\vec{l}_1, \vec{l}_2] = [\vec{l}_1, [\vec{n}_1, \vec{n}_2]] = \vec{n}_1 (\vec{l}_1, \vec{n}_2) - \vec{n}_2 (\vec{l}_1, \vec{n}_1) = -5\vec{i} - 10\vec{j} + 10\vec{k},$$

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Нетрудно получить направляющие вектора $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ прямых, соответственно, L_1 и L_2 . Проще всего получить общие уравнения прямой L_0 , для этого достаточно провести плоскости параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, содержащие, прямую L_1 или, соответственно, L_2 . Имеем $\vec{l}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$,

$$\vec{l}_2 = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

И вектор $[\vec{l}_1, \vec{l}_2]$, и нормальный вектор к плоскости, проходящей через L_1 параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$ можно найти, например, с помощью **формулы «бац-минус-цаб»**.

$$[\vec{l}_1, \vec{l}_2] = [\vec{l}_1, [\vec{n}_1, \vec{n}_2]] = \vec{n}_1 (\vec{l}_1, \vec{n}_2) - \vec{n}_2 (\vec{l}_1, \vec{n}_1) = -5\vec{i} - 10\vec{j} + 10\vec{k},$$

$$[\vec{l}_1, [\vec{l}_1, \vec{l}_2]] =$$

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Нетрудно получить направляющие вектора $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ прямых, соответственно, L_1 и L_2 . Проще всего получить общие уравнения прямой L_0 , для этого достаточно провести плоскости параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, содержащие, прямую L_1 или, соответственно, L_2 . Имеем $\vec{l}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$,

$$\vec{l}_2 = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

И вектор $[\vec{l}_1, \vec{l}_2]$, и нормальный вектор к плоскости, проходящей через L_1 параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$ можно найти, например, с помощью **формулы «бац-минус-цаб»**.

$$[\vec{l}_1, \vec{l}_2] = [\vec{l}_1, [\vec{n}_1, \vec{n}_2]] = \vec{n}_1 (\vec{l}_1, \vec{n}_2) - \vec{n}_2 (\vec{l}_1, \vec{n}_1) = -5\vec{i} - 10\vec{j} + 10\vec{k},$$

$$[\vec{l}_1, [\vec{l}_1, \vec{l}_2]] = \vec{l}_1 (\vec{l}_1, \vec{l}_2) - \vec{l}_2 (\vec{l}_1, \vec{l}_1) =$$

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Нетрудно получить направляющие вектора $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ прямых, соответственно, L_1 и L_2 . Проще всего получить общие уравнения прямой L_0 , для этого достаточно провести плоскости параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, содержащие, прямую L_1 или, соответственно, L_2 . Имеем $\vec{l}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$,

$$\vec{l}_2 = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

И вектор $[\vec{l}_1, \vec{l}_2]$, и нормальный вектор к плоскости, проходящей через L_1 параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$ можно найти, например, с помощью **формулы «бац-минус-цаб»**.

$$[\vec{l}_1, \vec{l}_2] = [\vec{l}_1, [\vec{n}_1, \vec{n}_2]] = \vec{n}_1 (\vec{l}_1, \vec{n}_2) - \vec{n}_2 (\vec{l}_1, \vec{n}_1) = -5\vec{i} - 10\vec{j} + 10\vec{k},$$

$$[\vec{l}_1, [\vec{l}_1, \vec{l}_2]] = \vec{l}_1 (\vec{l}_1, \vec{l}_2) - \vec{l}_2 (\vec{l}_1, \vec{l}_1) = -45\vec{j} - 45\vec{k}.$$

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Нетрудно получить направляющие вектора $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ прямых, соответственно, L_1 и L_2 . Проще всего получить общие уравнения прямой L_0 , для этого достаточно провести плоскости параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, содержащие, прямую L_1 или, соответственно, L_2 . Имеем $\vec{l}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$,

$$\vec{l}_2 = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

И вектор $[\vec{l}_1, \vec{l}_2]$, и нормальный вектор к плоскости, проходящей через L_1 параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$ можно найти, например, с помощью **формулы «бац-минус-цаб»**.

$$[\vec{l}_1, \vec{l}_2] = [\vec{l}_1, [\vec{n}_1, \vec{n}_2]] = \vec{n}_1 (\vec{l}_1, \vec{n}_2) - \vec{n}_2 (\vec{l}_1, \vec{n}_1) = -5\vec{i} - 10\vec{j} + 10\vec{k},$$

$$[\vec{l}_1, [\vec{l}_1, \vec{l}_2]] = \vec{l}_1 (\vec{l}_1, \vec{l}_2) - \vec{l}_2 (\vec{l}_1, \vec{l}_1) = -45\vec{j} - 45\vec{k}.$$

Поэтому уравнение плоскости, проходящей через L_1 параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, можно записать в виде $0(\quad) + (\quad) + (\quad) = 0$, то есть

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Нетрудно получить направляющие вектора $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ прямых, соответственно, L_1 и L_2 . Проще всего получить общие уравнения прямой L_0 , для этого достаточно провести плоскости параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, содержащие, прямую L_1 или, соответственно, L_2 . Имеем $\vec{l}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$,

$$\vec{l}_2 = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

И вектор $[\vec{l}_1, \vec{l}_2]$, и нормальный вектор к плоскости, проходящей через L_1 параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$ можно найти, например, с помощью **формулы «бац-минус-цаб»**.

$$[\vec{l}_1, \vec{l}_2] = [\vec{l}_1, [\vec{n}_1, \vec{n}_2]] = \vec{n}_1 (\vec{l}_1, \vec{n}_2) - \vec{n}_2 (\vec{l}_1, \vec{n}_1) = -5\vec{i} - 10\vec{j} + 10\vec{k},$$

$$[\vec{l}_1, [\vec{l}_1, \vec{l}_2]] = \vec{l}_1 (\vec{l}_1, \vec{l}_2) - \vec{l}_2 (\vec{l}_1, \vec{l}_1) = -45\vec{j} - 45\vec{k}.$$

Поэтому уравнение плоскости, проходящей через L_1 параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, можно записать в виде $0(x+1) + (y-2) + (z-3) = 0$, то есть

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1: \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2: \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Нетрудно получить направляющие вектора $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$ прямых, соответственно, L_1 и L_2 . Проще всего получить общие уравнения прямой L_0 , для этого достаточно провести плоскости параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, содержащие, прямую L_1 или, соответственно, L_2 . Имеем $\vec{l}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$,

$$\vec{l}_2 = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

И вектор $[\vec{l}_1, \vec{l}_2]$, и нормальный вектор к плоскости, проходящей через L_1 параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$ можно найти, например, с помощью **формулы «бац-минус-цаб»**.

$$[\vec{l}_1, \vec{l}_2] = [\vec{l}_1, [\vec{n}_1, \vec{n}_2]] = \vec{n}_1 (\vec{l}_1, \vec{n}_2) - \vec{n}_2 (\vec{l}_1, \vec{n}_1) = -5\vec{i} - 10\vec{j} + 10\vec{k},$$

$$[\vec{l}_1, [\vec{l}_1, \vec{l}_2]] = \vec{l}_1 (\vec{l}_1, \vec{l}_2) - \vec{l}_2 (\vec{l}_1, \vec{l}_1) = -45\vec{j} - 45\vec{k}.$$

Поэтому уравнение плоскости, проходящей через L_1 параллельно $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, можно записать в виде $0(x+1) + (y-2) + (z-3) = 0$, то есть $y + z - 5 = 0$.

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Плоскость, проходящую через L_2 параллельно вектору $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$, мы находить не будем, а поступим так: искомая прямая проходит через точку пересечения найденной плоскости с уравнением $y + z - 5 = 0$ и прямую L_2 , причем в качестве направляющего вектора искомой прямой можно взять найденный выше вектор $[\vec{l}_1; \vec{l}_2]$. Найдем точку пересечения прямой L_2 с найденной плоскостью.

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Плоскость, проходящую через L_2 параллельно вектору $[\vec{1}_1; \vec{1}_2]$, мы находить не будем, а поступим так: искомая прямая проходит через точку пересечения найденной плоскости с уравнением $y + z - 5 = 0$ и прямую L_2 , причем в качестве направляющего вектора искомой прямой можно взять найденный выше вектор $[\vec{1}_1; \vec{1}_2]$. Найдем точку пересечения прямой L_2 с найденной плоскостью.

Пусть $(\alpha; \beta; \gamma)$ — координаты искомой точки. Эта точка принадлежит как прямой L_2 , так и найденной плоскости, поэтому ее координаты удовлетворяют уравнениям этих фигур.

Получаем систему уравнений
$$\begin{cases} \alpha + \gamma - 3 = 0, \\ 4\alpha + 2\beta + \gamma - 42 = 0, \\ \beta + \gamma - 5 = 0. \end{cases}$$

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Плоскость, проходящую через L_2 параллельно вектору $[\vec{1}_1; \vec{1}_2]$, мы находить не будем, а поступим так: искомая прямая проходит через точку пересечения найденной плоскости с уравнением $y + z - 5 = 0$ и прямую L_2 , причем в качестве направляющего вектора искомой прямой можно взять найденный выше вектор $[\vec{1}_1; \vec{1}_2]$. Найдем точку пересечения прямой L_2 с найденной плоскостью.

Пусть $(\alpha; \beta; \gamma)$ — координаты искомой точки. Эта точка принадлежит как прямой L_2 , так и найденной плоскости, поэтому ее координаты удовлетворяют уравнениям этих фигур. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \alpha + \gamma - 3 = 0, \\ 4\alpha + 2\beta + \gamma - 42 = 0, \\ \beta + \gamma - 5 = 0. \end{cases}$$

Дальнейшие выкладки мы опустим, запишем только решение: $(\alpha; \beta; \gamma) = (7; 9; -4)$. Теперь мож-

но записать уравнение искомой прямой: $\begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$ или

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Плоскость, проходящую через L_2 параллельно вектору $[\vec{1}_1; \vec{1}_2]$, мы находить не будем, а поступим так: искомая прямая проходит через точку пересечения найденной плоскости с уравнением $y + z - 5 = 0$ и прямую L_2 , причем в качестве направляющего вектора искомой прямой можно взять найденный выше вектор $[\vec{1}_1; \vec{1}_2]$. Найдем точку пересечения прямой L_2 с найденной плоскостью.

Пусть $(\alpha; \beta; \gamma)$ — координаты искомой точки. Эта точка принадлежит как прямой L_2 , так и найденной плоскости, поэтому ее координаты удовлетворяют уравнениям этих фигур. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \alpha + \gamma - 3 = 0, \\ 4\alpha + 2\beta + \gamma - 42 = 0, \\ \beta + \gamma - 5 = 0. \end{cases}$$

Дальнейшие выкладки мы опустим, запишем только решение: $(\alpha; \beta; \gamma) = (7; 9; -4)$. Теперь мож-

но записать уравнение искомой прямой: $\begin{cases} x = 7 + \\ y = 9 + \\ z = -4 - \end{cases}$ или

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Плоскость, проходящую через L_2 параллельно вектору $[\vec{1}_1; \vec{1}_2]$, мы находить не будем, а поступим так: искомая прямая проходит через точку пересечения найденной плоскости с уравнением $y + z - 5 = 0$ и прямую L_2 , причем в качестве направляющего вектора искомой прямой можно взять найденный выше вектор $[\vec{1}_1; \vec{1}_2]$. Найдем точку пересечения прямой L_2 с найденной плоскостью.

Пусть $(\alpha; \beta; \gamma)$ — координаты искомой точки. Эта точка принадлежит как прямой L_2 , так и найденной плоскости, поэтому ее координаты удовлетворяют уравнениям этих фигур. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \alpha + \gamma - 3 = 0, \\ 4\alpha + 2\beta + \gamma - 42 = 0, \\ \beta + \gamma - 5 = 0. \end{cases}$$

Дальнейшие выкладки мы опустим, запишем только решение: $(\alpha; \beta; \gamma) = (7; 9; -4)$. Теперь мож-

но записать уравнение искомой прямой:
$$\begin{cases} x = 7 + t, \\ y = 9 + 2t, \\ z = -4 - 2t \end{cases} \quad \text{или}$$

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Плоскость, проходящую через L_2 параллельно вектору $[\vec{1}_1; \vec{1}_2]$, мы находить не будем, а поступим так: искомая прямая проходит через точку пересечения найденной плоскости с уравнением $y + z - 5 = 0$ и прямую L_2 , причем в качестве направляющего вектора искомой прямой можно взять найденный выше вектор $[\vec{1}_1; \vec{1}_2]$. Найдем точку пересечения прямой L_2 с найденной плоскостью.

Пусть $(\alpha; \beta; \gamma)$ — координаты искомой точки. Эта точка принадлежит как прямой L_2 , так и найденной плоскости, поэтому ее координаты удовлетворяют уравнениям этих фигур. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \alpha + \gamma - 3 = 0, \\ 4\alpha + 2\beta + \gamma - 42 = 0, \\ \beta + \gamma - 5 = 0. \end{cases}$$

Дальнейшие выкладки мы опустим, запишем только решение: $(\alpha; \beta; \gamma) = (7; 9; -4)$. Теперь мож-

но записать уравнение искомой прямой:
$$\begin{cases} x = 7 + t, \\ y = 9 + 2t, \\ z = -4 - 2t \end{cases} \quad \text{или} \quad x - 7 = \frac{y - 9}{2} = \frac{z + 4}{-2}.$$

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1: \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2: \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Плоскость, проходящая на равном расстоянии от L_1 и L_2 , проходит через середину *любого* отрезка, один из концов которого принадлежит L_1 , а второй — L_2 . Начальная точка прямой L_1 имеет координаты $(-1; 2; 3)$. Мы нашли точку на прямой L_2 , ее координаты $(7; 9; -4)$. Поэтому искомая плоскость проходит через точку с координатами $\left(\frac{-1+7}{2}; \frac{2+9}{2}; \frac{3-4}{2}\right)$. Получаем уравнение плоскости

$$(\quad) + 2 \left(\quad \right) - 2 \left(\quad \right) = 0 \Rightarrow$$

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1: \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2: \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Плоскость, проходящая на равном расстоянии от L_1 и L_2 , проходит через середину *любого* отрезка, один из концов которого принадлежит L_1 , а второй — L_2 . Начальная точка прямой L_1 имеет координаты $(-1; 2; 3)$. Мы нашли точку на прямой L_2 , ее координаты $(7; 9; -4)$. Поэтому искомая плоскость проходит через точку с координатами $\left(\frac{-1+7}{2}; \frac{2+9}{2}; \frac{3-4}{2}\right)$. Получаем уравнение плоскости

$$(x - 3) + 2\left(y - \frac{11}{2}\right) - 2\left(z + \frac{1}{2}\right) = 0 \quad \Rightarrow$$

Задача 48. Провести прямую L_0 , пересекающую прямые $L_1 : \frac{x+1}{4} = 2 - y = z - 3$ и $L_2 : \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ 4x + 2y + z - 42 = 0 \end{cases}$ под прямым углом. Провести плоскость, проходящую на равном расстоянии от прямых L_1 и L_2 .

Ответ. Плоскость, проходящая на равном расстоянии от L_1 и L_2 , проходит через середину *любого* отрезка, один из концов которого принадлежит L_1 , а второй — L_2 . Начальная точка прямой L_1 имеет координаты $(-1; 2; 3)$. Мы нашли точку на прямой L_2 , ее координаты $(7; 9; -4)$. Поэтому искомая плоскость проходит через точку с координатами $\left(\frac{-1+7}{2}; \frac{2+9}{2}; \frac{3-4}{2}\right)$. Получаем уравнение плоскости

$$(x - 3) + 2\left(y - \frac{11}{2}\right) - 2\left(z + \frac{1}{2}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad x + 2y - 2z - 15 = 0.$$

Решение задачи 49.

Задача 49. Даны координаты вершин треугольной пирамиды: $A(2; -1; 3)$, $B(1; 4; 2)$, $C(-2; 1; 5)$, $D(-11; 7; -19)$. Найти а) уравнение плоскости ABC ; б) уравнение прямой AB ; в) уравнение проекции ребра AD на плоскость ABC ; г) уравнение высоты пирамиды ABC , проведенной из вершины D ; д) проекцию H точки D на ABC .

Задача 49. Даны координаты вершин треугольной пирамиды: $A(2; -1; 3)$, $B(1; 4; 2)$, $C(-2; 1; 5)$, $D(-11; 7; -19)$. Найти а) уравнение плоскости ABC ; б) уравнение прямой AB ; в) уравнение проекции ребра AD на плоскость ABC ; г) уравнение высоты пирамиды ABC , проведенной из вершины D ; д) проекцию H точки D на ABC .

Ответ. а) уравнение плоскости ABC : $2x + y + 3z - 12 = 0$.

Задача 49. Даны координаты вершин треугольной пирамиды: $A(2; -1; 3)$, $B(1; 4; 2)$, $C(-2; 1; 5)$, $D(-11; 7; -19)$. Найти а) уравнение плоскости ABC ; б) уравнение прямой AB ; в) уравнение проекции ребра AD на плоскость ABC ; г) уравнение высоты пирамиды ABC , проведенной из вершины D ; д) проекцию H точки D на ABC .

Ответ. а) уравнение плоскости ABC : $2x + y + 3z - 12 = 0$.

б) уравнение прямой AB :
$$\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = -1 + 5t, \\ z = 3 - t. \end{cases}$$

Задача 49. Даны координаты вершин треугольной пирамиды: $A(2; -1; 3)$, $B(1; 4; 2)$, $C(-2; 1; 5)$, $D(-11; 7; -19)$. Найти а) уравнение плоскости ABC ; б) уравнение прямой AB ; в) уравнение проекции ребра AD на плоскость ABC ; г) уравнение высоты пирамиды ABC , проведенной из вершины D ; д) проекцию H точки D на ABC .

Ответ. а) уравнение плоскости ABC : $2x + y + 3z - 12 = 0$.

б) уравнение прямой AB :
$$\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = -1 + 5t, \\ z = 3 - t. \end{cases}$$

в) уравнение проекции ребра AD на плоскость ABC :
$$\begin{cases} 2x + y + 3z - 12 = 0, \\ 46x - 5y - 29z - 10 = 0. \end{cases}$$

Задача 49. Даны координаты вершин треугольной пирамиды: $A(2; -1; 3)$, $B(1; 4; 2)$, $C(-2; 1; 5)$, $D(-11; 7; -19)$. Найти а) уравнение плоскости ABC ; б) уравнение прямой AB ; в) уравнение проекции ребра AD на плоскость ABC ; г) уравнение высоты пирамиды ABC , проведенной из вершины D ; д) проекцию H точки D на ABC .

Ответ. а) уравнение плоскости ABC : $2x + y + 3z - 12 = 0$.

б) уравнение прямой AB :
$$\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = -1 + 5t, \\ z = 3 - t. \end{cases}$$

в) уравнение проекции ребра AD на плоскость ABC :
$$\begin{cases} 2x + y + 3z - 12 = 0, \\ 46x - 5y - 29z - 10. \end{cases}$$

г) уравнение высоты пирамиды ABC , проведенной из вершины D :
$$\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = -1 + 5t, \\ z = 3 - t. \end{cases}$$

Задача 49. Даны координаты вершин треугольной пирамиды: $A(2; -1; 3)$, $B(1; 4; 2)$, $C(-2; 1; 5)$, $D(-11; 7; -19)$. Найти а) уравнение плоскости ABC ; б) уравнение прямой AB ; в) уравнение проекции ребра AD на плоскость ABC ; г) уравнение высоты пирамиды ABC , проведенной из вершины D ; д) проекцию H точки D на ABC .

Ответ. а) уравнение плоскости ABC : $2x + y + 3z - 12 = 0$.

б) уравнение прямой AB :
$$\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = -1 + 5t, \\ z = 3 - t. \end{cases}$$

в) уравнение проекции ребра AD на плоскость ABC :
$$\begin{cases} 2x + y + 3z - 12 = 0, \\ 46x - 5y - 29z - 10. \end{cases}$$

г) уравнение высоты пирамиды ABC , проведенной из вершины D :
$$\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = -1 + 5t, \\ z = 3 - t. \end{cases}$$

д) проекция H точки D на ABC : $H(-11; 7; -19)$.

Решение задачи 50.

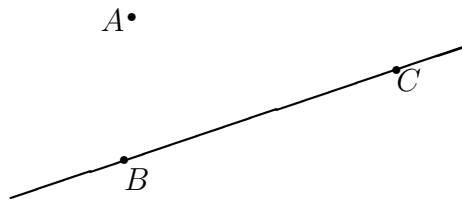
Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.

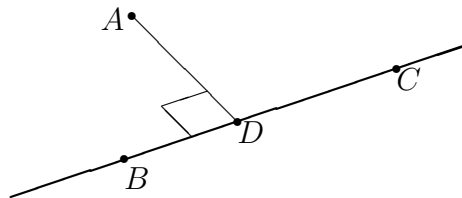
Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.



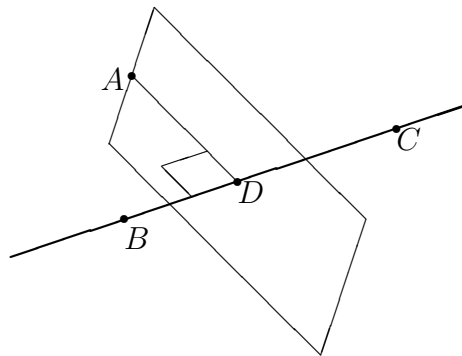
Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.



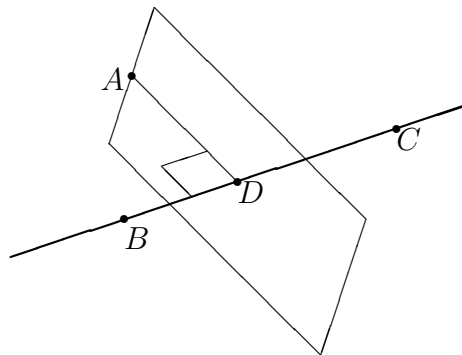
Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.



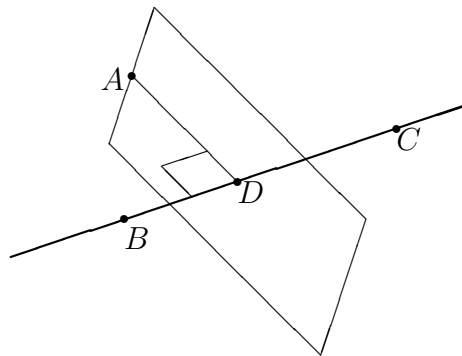
Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} =$



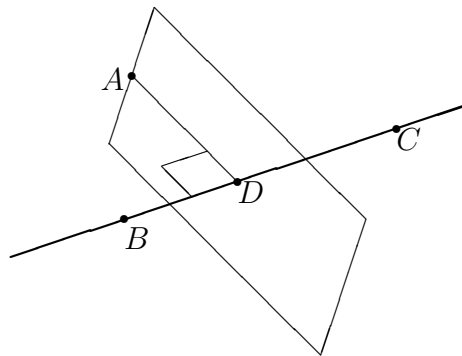
Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ,
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} =$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

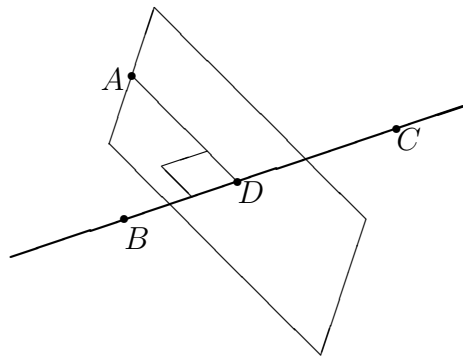
Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k})$.



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

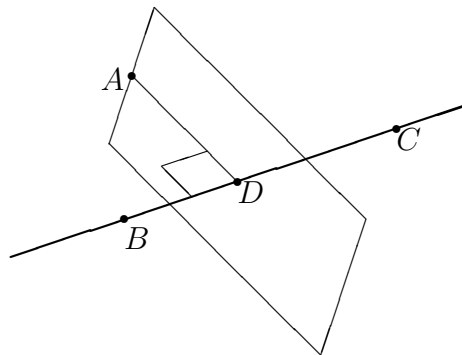
$$BC : \begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

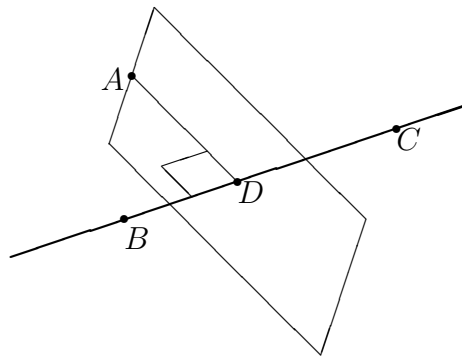
$$BC : \begin{cases} x = 9 + \\ y = \\ z = \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

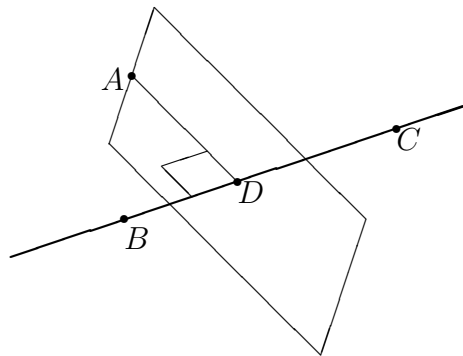
$$BC : \begin{cases} x = 9 + \\ y = -4 - \\ z = \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k})$.

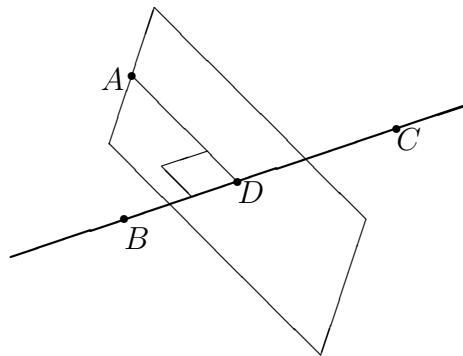
$$BC : \begin{cases} x = 9 + \\ y = -4 - \\ z = -3 + \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

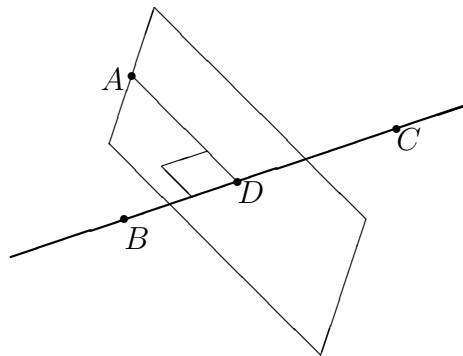
$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - \\ z = -3 + \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

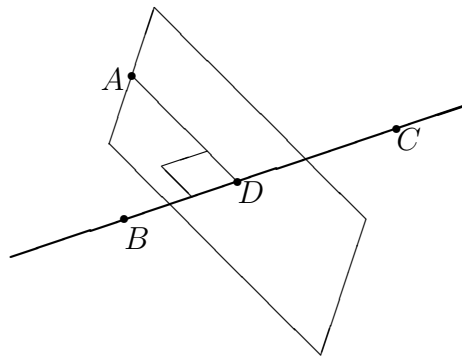
$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

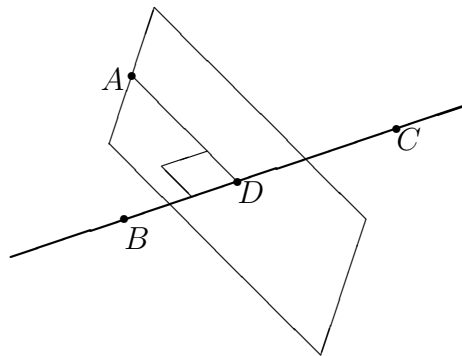


Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :
 $= 0,$



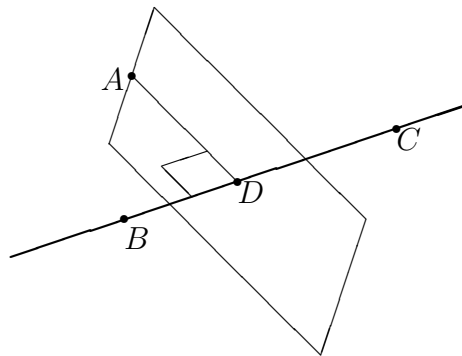
Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(\quad) - 5(\quad) + (\quad) = 0,$$



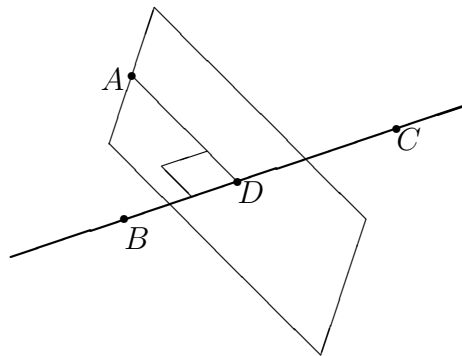
Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k})$.

$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(\quad) + (\quad) = 0,$$



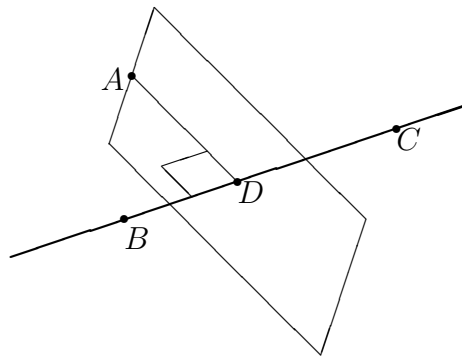
Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k})$.

$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (\quad) = 0,$$



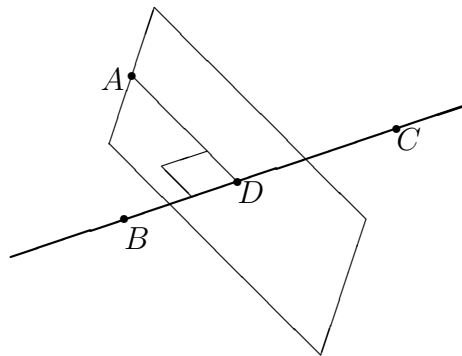
Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

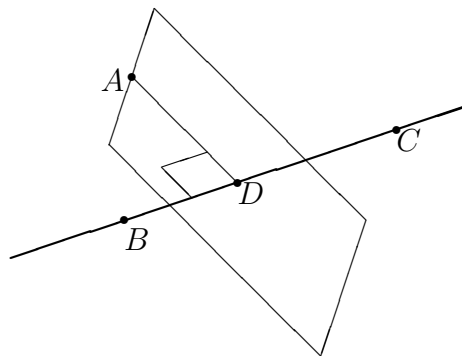
Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z = 0.$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

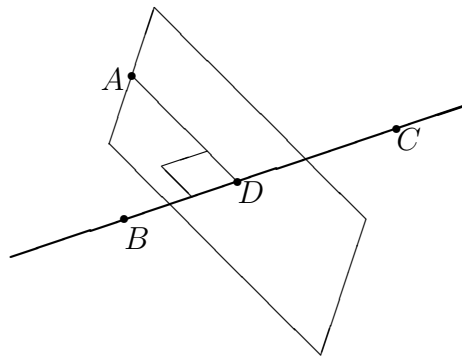
Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0.$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

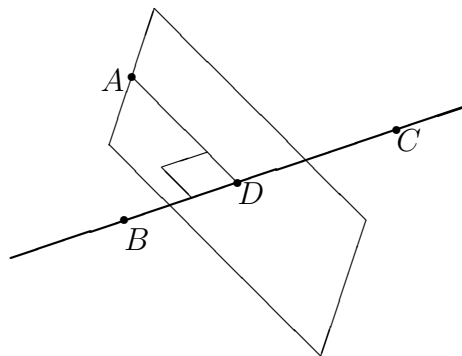
Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0. \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4x - 5y + z - 11 = 0. \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

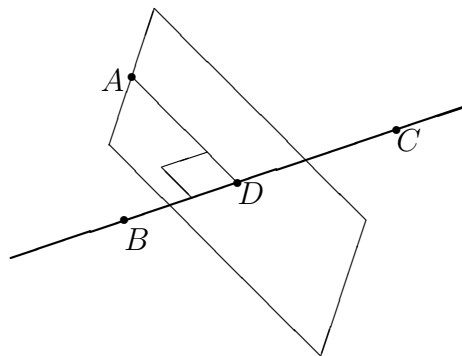
$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0. \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4x - 5y + z - 11 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4(\quad) - 5(\quad) + (\quad) - 11 = 0, \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

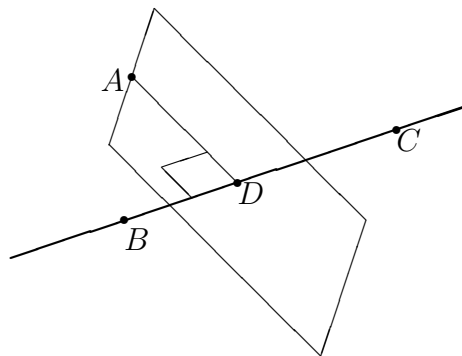
$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0. \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4x - 5y + z - 11 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4(9 + 4t) - 5(\quad) + (\quad) - 11 = 0, \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

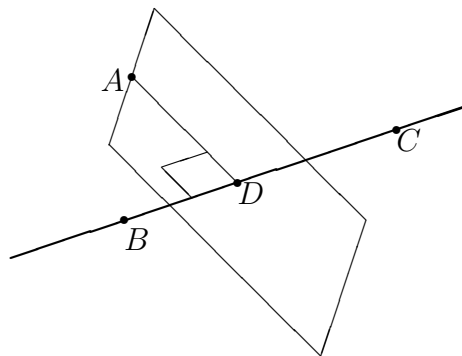
$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0. \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4x - 5y + z - 11 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4(9 + 4t) - 5(-4 - 5t) + (\quad) - 11 = 0, \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

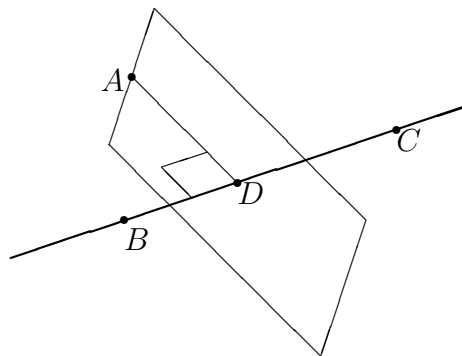
$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0. \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4x - 5y + z - 11 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4(9 + 4t) - 5(-4 - 5t) + (-3 + t) - 11 = 0, \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

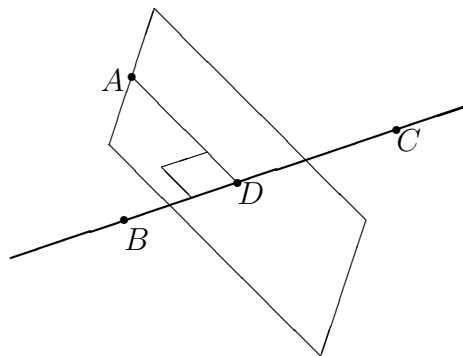
$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0. \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4x - 5y + z - 11 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4(9 + 4t) - 5(-4 - 5t) + (-3 + t) - 11 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

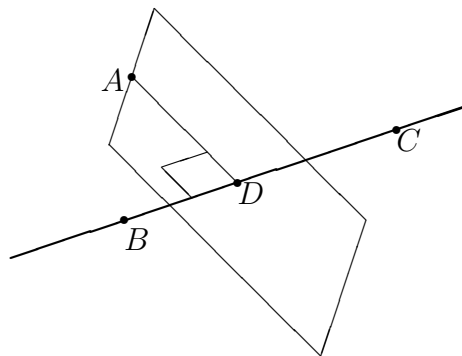
$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0. \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4x - 5y + z - 11 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4(9 + 4t) - 5(-4 - 5t) + (-3 + t) - 11 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ t + \quad = 0, \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\vec{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

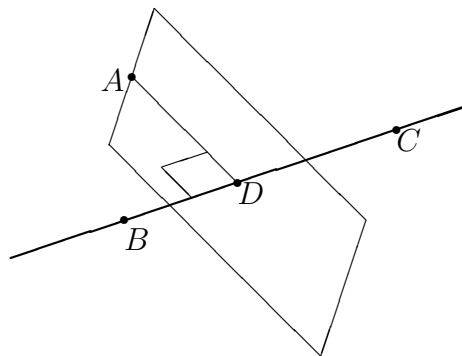
$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0. \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4x - 5y + z - 11 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4(9 + 4t) - 5(-4 - 5t) + (-3 + t) - 11 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 42t + \quad = 0, \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

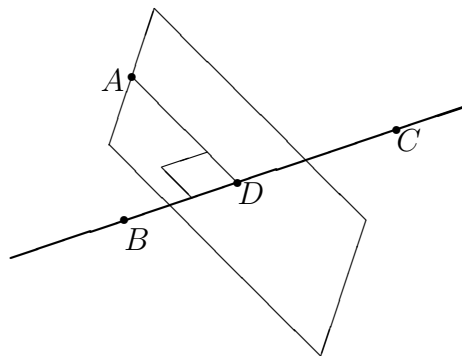
$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0. \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4x - 5y + z - 11 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4(9 + 4t) - 5(-4 - 5t) + (-3 + t) - 11 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 42t + 42 = 0, \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

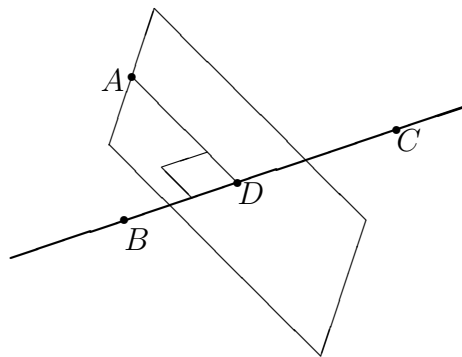
$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0. \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4x - 5y + z - 11 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4(9 + 4t) - 5(-4 - 5t) + (-3 + t) - 11 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 42t + 42 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x = \\ y = \\ z = \\ t = -1. \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

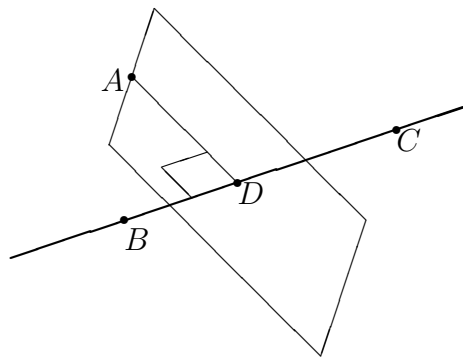
$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0. \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4x - 5y + z - 11 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4(9 + 4t) - 5(-4 - 5t) + (-3 + t) - 11 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 42t + 42 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5, \\ y = \\ z = \\ t = -1. \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

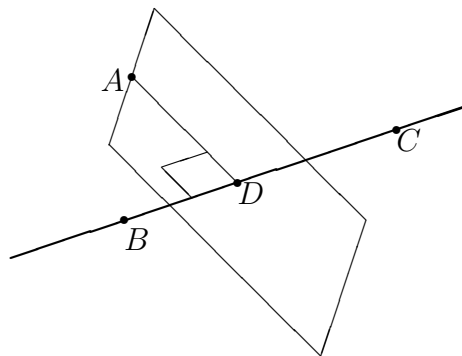
$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0. \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4x - 5y + z - 11 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4(9 + 4t) - 5(-4 - 5t) + (-3 + t) - 11 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 42t + 42 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5, \\ y = 1, \\ z = \\ t = -1. \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\overrightarrow{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

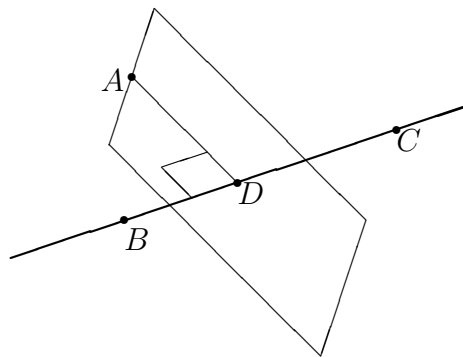
$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0. \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4x - 5y + z - 11 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4(9 + 4t) - 5(-4 - 5t) + (-3 + t) - 11 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 42t + 42 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5, \\ y = 1, \\ z = -4, \\ t = -1. \end{cases}$$



Задача 50. Найдите проекцию H точки $A(2; -1; -2)$ на прямую BC , где $B(9; -4; -3)$, $C(21; -19; 0)$.

Ответ.
 $\vec{BC} = 12\vec{i} - 15\vec{j} + 3\vec{k} = 3(4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}).$

$$BC : \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t. \end{cases}$$

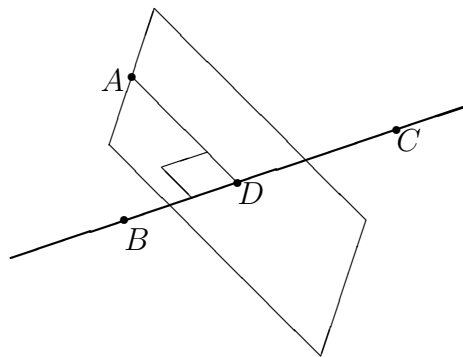
Проецирующая плоскость через A перпендикулярно BC :

$$4(x - 2) - 5(y + 1) + (z + 2) = 0,$$

$$4x - 5y + z - 11 = 0. \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4x - 5y + z - 11 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 4(9 + 4t) - 5(-4 - 5t) + (-3 + t) - 11 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9 + 4t, \\ y = -4 - 5t, \\ z = -3 + t, \\ 42t + 42 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5, \\ y = 1, \\ z = -4, \\ t = -1. \end{cases}$$

$$\boxed{H(5; 1; -4).}$$



Решение задачи 51.

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ.

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ.

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ. Перейдем к **параметрическому заданию прямой**:

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ. Перейдем к **параметрическому заданию прямой**:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 0 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & 12 \end{array} \right) \sim$$

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ. Перейдем к **параметрическому заданию прямой**:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 0 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & 12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 13/3 \\ 0 & -2 & 1 & -12 \end{array} \right)$$

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ. Перейдем к **параметрическому заданию прямой**:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 0 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & 12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 13/3 \\ 0 & -2 & 1 & -12 \end{array} \right)$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13/3 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ. Перейдем к **параметрическому заданию прямой**:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 0 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & 12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 13/3 \\ 0 & -2 & 1 & -12 \end{array} \right)$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13/3 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = (13/3) - (2/3)t; \\ y = t; \\ z = -12 + 2t. \end{cases}$$

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ. Перейдем к **параметрическому заданию прямой**:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 0 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & 12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 13/3 \\ 0 & -2 & 1 & -12 \end{array} \right)$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13/3 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = (13/3) - (2/3)t; \\ y = t; \\ z = -12 + 2t. \end{cases}$$

Найдем искомое расстояние.

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ. Перейдем к **параметрическому заданию прямой**:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 0 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & 12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 13/3 \\ 0 & -2 & 1 & -12 \end{array} \right)$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13/3 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = (13/3) - (2/3)t; \\ y = t; \\ z = -12 + 2t. \end{cases}$$

Найдем искомое расстояние.

$$\left[\vec{I}; \overrightarrow{M_0M} \right] =$$

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ. Перейдем к **параметрическому заданию прямой**:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 0 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & 12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 13/3 \\ 0 & -2 & 1 & -12 \end{array} \right)$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13/3 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = (13/3) - (2/3)t; \\ y = t; \\ z = -12 + 2t. \end{cases}$$

Найдем искомое расстояние.

$$\left[\vec{I}; \overrightarrow{M_0M} \right] = \left[\left(\frac{13}{3} - 7 \right) \vec{i} - 17 \vec{j} (-12 + 6) \vec{k}; -\frac{2}{3} \vec{i} + \vec{j} + 2 \vec{k} \right] =$$

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ. Перейдем к **параметрическому заданию прямой**:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 0 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & 12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 13/3 \\ 0 & -2 & 1 & -12 \end{array} \right)$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13/3 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = (13/3) - (2/3)t; \\ y = t; \\ z = -12 + 2t. \end{cases}$$

Найдем искомое расстояние.

$$\begin{aligned} \left[\vec{I}; \overrightarrow{M_0M} \right] &= \left[\left(\frac{13}{3} - 7 \right) \vec{i} - 17 \vec{j} (-12 + 6) \vec{k}; -\frac{2}{3} \vec{i} + \vec{j} + 2 \vec{k} \right] = \\ &= \left| \begin{array}{ccc} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -8/3 & -17 & -6 \\ -2/3 & 1 & 2 \end{array} \right| = \end{aligned}$$

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ. Перейдем к **параметрическому заданию прямой**:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 0 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & 12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 13/3 \\ 0 & -2 & 1 & -12 \end{array} \right)$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13/3 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = (13/3) - (2/3)t; \\ y = t; \\ z = -12 + 2t. \end{cases}$$

Найдем искомое расстояние.

$$\begin{aligned} \left[\vec{1}; \overrightarrow{M_0M} \right] &= \left[\left(\frac{13}{3} - 7 \right) \vec{i} - 17 \vec{j} (-12 + 6) \vec{k}; -\frac{2}{3} \vec{i} + \vec{j} + 2 \vec{k} \right] = \\ &= \left| \begin{array}{ccc} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -8/3 & -17 & -6 \\ -2/3 & 1 & 2 \end{array} \right| = -28 \vec{i} + \frac{28}{3} \vec{j} - 14 \vec{k}. \end{aligned}$$

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ. Перейдем к **параметрическому заданию прямой**:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 0 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & 12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 13/3 \\ 0 & -2 & 1 & -12 \end{array} \right)$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13/3 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = (13/3) - (2/3)t; \\ y = t; \\ z = -12 + 2t. \end{cases}$$

Найдем искомое расстояние.

$$\begin{aligned} [\vec{1}; \overrightarrow{M_0M}] &= \left[\left(\frac{13}{3} - 7 \right) \vec{i} - 17 \vec{j} (-12 + 6) \vec{k}; -\frac{2}{3} \vec{i} + \vec{j} + 2 \vec{k} \right] = \\ &= \left| \begin{array}{ccc} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -8/3 & -17 & -6 \\ -2/3 & 1 & 2 \end{array} \right| = -28 \vec{i} + \frac{28}{3} \vec{j} - 14 \vec{k}. \end{aligned}$$

Поэтому **искомое расстояние равно**

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ. Перейдем к **параметрическому заданию прямой**:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 0 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & 12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 13/3 \\ 0 & -2 & 1 & -12 \end{array} \right)$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13/3 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = (13/3) - (2/3)t; \\ y = t; \\ z = -12 + 2t. \end{cases}$$

Найдем искомое расстояние.

$$\begin{aligned} [\vec{1}; \overrightarrow{M_0M}] &= \left[\left(\frac{13}{3} - 7 \right) \vec{i} - 17 \vec{j} (-12 + 6) \vec{k}; -\frac{2}{3} \vec{i} + \vec{j} + 2 \vec{k} \right] = \\ &= \left| \begin{array}{ccc} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -8/3 & -17 & -6 \\ -2/3 & 1 & 2 \end{array} \right| = -28 \vec{i} + \frac{28}{3} \vec{j} - 14 \vec{k}. \end{aligned}$$

Поэтому **искомое расстояние равно**

$$\frac{\frac{14}{3} \sqrt{36 + 4 + 9}}{\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 1^2 + 2^2}} =$$

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ. Перейдем к **параметрическому заданию прямой**:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 0 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & 12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 13/3 \\ 0 & -2 & 1 & -12 \end{array} \right)$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13/3 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = (13/3) - (2/3)t; \\ y = t; \\ z = -12 + 2t. \end{cases}$$

Найдем искомое расстояние.

$$\begin{aligned} [\vec{I}; \overrightarrow{M_0M}] &= \left[\left(\frac{13}{3} - 7 \right) \vec{i} - 17 \vec{j} (-12 + 6) \vec{k}; -\frac{2}{3} \vec{i} + \vec{j} + 2 \vec{k} \right] = \\ &= \left| \begin{array}{ccc} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -8/3 & -17 & -6 \\ -2/3 & 1 & 2 \end{array} \right| = -28 \vec{i} + \frac{28}{3} \vec{j} - 14 \vec{k}. \end{aligned}$$

Поэтому **искомое расстояние равно**

$$\frac{\frac{14}{3} \sqrt{36 + 4 + 9}}{\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 1^2 + 2^2}} = 14.$$

Задача 51. Найдите расстояние от точки $M(7; 17; -6)$ до прямой $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0; \\ 2y - z - 12 = 0. \end{cases}$

Ответ. Перейдем к **параметрическому заданию прямой**:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 0 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & 12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2/3 & 0 & 13/3 \\ 0 & -2 & 1 & -12 \end{array} \right)$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13/3 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = (13/3) - (2/3)t; \\ y = t; \\ z = -12 + 2t. \end{cases}$$

Найдем искомое расстояние.

$$\begin{aligned} [\vec{I}; \overrightarrow{M_0M}] &= \left[\left(\frac{13}{3} - 7 \right) \vec{i} - 17 \vec{j} (-12 + 6) \vec{k}; -\frac{2}{3} \vec{i} + \vec{j} + 2 \vec{k} \right] = \\ &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -8/3 & -17 & -6 \\ -2/3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -28 \vec{i} + \frac{28}{3} \vec{j} - 14 \vec{k}. \end{aligned}$$

Поэтому **искомое расстояние равно**

$$\frac{\frac{14}{3} \sqrt{36 + 4 + 9}}{\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 1^2 + 2^2}} = 14.$$

Ответ: искомое расстояние равно 14.

Решение задачи 52.

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ.

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ.

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] =$$

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} =$$

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 22\vec{i} - 22\vec{j} + 11\vec{k}.$$

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 22\vec{i} - 22\vec{j} + 11\vec{k}.$$

В качестве нормали можно взять вектор $2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 22\vec{i} - 22\vec{j} + 11\vec{k}.$$

В качестве нормали можно взять вектор $2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Рассмотрим уравнения плоскостей, проходящих через эти прямые:

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 22\vec{i} - 22\vec{j} + 11\vec{k}.$$

В качестве нормали можно взять вектор $2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Рассмотрим уравнения плоскостей, проходящих через эти прямые:

$$2(x+2) - 2(y-1) + (z-3) = 0 \Leftrightarrow$$

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 22\vec{i} - 22\vec{j} + 11\vec{k}.$$

В качестве нормали можно взять вектор $2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Рассмотрим уравнения плоскостей, проходящих через эти прямые:

$$2(x+2) - 2(y-1) + (z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0;$$

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 22\vec{i} - 22\vec{j} + 11\vec{k}.$$

В качестве нормали можно взять вектор $2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Рассмотрим уравнения плоскостей, проходящих через эти прямые:

$$\begin{aligned} 2(x+2) - 2(y-1) + (z-3) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0; \\ 2(x-5) - 2(y-7) + (z-1) &= 0 \Leftrightarrow \end{aligned}$$

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 22\vec{i} - 22\vec{j} + 11\vec{k}.$$

В качестве нормали можно взять вектор $2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Рассмотрим уравнения плоскостей, проходящих через эти прямые:

$$\begin{aligned} 2(x+2) - 2(y-1) + (z-3) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0; \\ 2(x-5) - 2(y-7) + (z-1) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0. \end{aligned}$$

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 22\vec{i} - 22\vec{j} + 11\vec{k}.$$

В качестве нормали можно взять вектор $2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Рассмотрим уравнения плоскостей, проходящих через эти прямые:

$$\begin{aligned} 2(x+2) - 2(y-1) + (z-3) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0; \\ 2(x-5) - 2(y-7) + (z-1) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0. \end{aligned}$$

Значит, эти плоскости совпадают, и плоскость, проходящая через эти прямые, может быть задана уравнением $2x - 2y + z + 3 = 0$.

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 22\vec{i} - 22\vec{j} + 11\vec{k}.$$

В качестве нормали можно взять вектор $2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Рассмотрим уравнения плоскостей, проходящих через эти прямые:

$$\begin{aligned} 2(x+2) - 2(y-1) + (z-3) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0; \\ 2(x-5) - 2(y-7) + (z-1) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0. \end{aligned}$$

Значит, эти плоскости совпадают, и плоскость, проходящая через эти прямые, может быть задана уравнением $2x - 2y + z + 3 = 0$. Поэтому **искомое расстояние равно**

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 22\vec{i} - 22\vec{j} + 11\vec{k}.$$

В качестве нормали можно взять вектор $2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Рассмотрим уравнения плоскостей, проходящих через эти прямые:

$$\begin{aligned} 2(x+2) - 2(y-1) + (z-3) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0; \\ 2(x-5) - 2(y-7) + (z-1) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0. \end{aligned}$$

Значит, эти плоскости совпадают, и плоскость, проходящая через эти прямые, может быть задана уравнением $2x - 2y + z + 3 = 0$. Поэтому **искомое расстояние равно**

$$\frac{2 \cdot 18 - 2 \cdot 9 + (-30) + 3}{\sqrt{4 + 4 + 1}} =$$

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 22\vec{i} - 22\vec{j} + 11\vec{k}.$$

В качестве нормали можно взять вектор $2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Рассмотрим уравнения плоскостей, проходящих через эти прямые:

$$\begin{aligned} 2(x+2) - 2(y-1) + (z-3) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0; \\ 2(x-5) - 2(y-7) + (z-1) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0. \end{aligned}$$

Значит, эти плоскости совпадают, и плоскость, проходящая через эти прямые, может быть задана уравнением $2x - 2y + z + 3 = 0$. Поэтому **искомое расстояние равно**

$$\frac{2 \cdot 18 - 2 \cdot 9 + (-30) + 3}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{9}{3} =$$

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 22\vec{i} - 22\vec{j} + 11\vec{k}.$$

В качестве нормали можно взять вектор $2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Рассмотрим уравнения плоскостей, проходящих через эти прямые:

$$\begin{aligned} 2(x+2) - 2(y-1) + (z-3) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0; \\ 2(x-5) - 2(y-7) + (z-1) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0. \end{aligned}$$

Значит, эти плоскости совпадают, и плоскость, проходящая через эти прямые, может быть задана уравнением $2x - 2y + z + 3 = 0$. Поэтому **искомое расстояние равно**

$$\frac{2 \cdot 18 - 2 \cdot 9 + (-30) + 3}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{9}{3} = 3.$$

Задача 52. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = y-1 = \frac{3-z}{4}$ и $\begin{cases} x = 5+t; \\ y = 7+4t; \\ z = 1+6t \end{cases}$ лежат в одной

плоскости. Найдите расстояние от точки $M(18; 9; -30)$ до плоскости, проходящей через эти прямые.

Ответ. Найдем нормальный вектор плоскости:

$$\left[3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 22\vec{i} - 22\vec{j} + 11\vec{k}.$$

В качестве нормали можно взять вектор $2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Рассмотрим уравнения плоскостей, проходящих через эти прямые:

$$\begin{aligned} 2(x+2) - 2(y-1) + (z-3) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0; \\ 2(x-5) - 2(y-7) + (z-1) &= 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 3 = 0. \end{aligned}$$

Значит, эти плоскости совпадают, и плоскость, проходящая через эти прямые, может быть задана уравнением $2x - 2y + z + 3 = 0$. Поэтому **искомое расстояние равно**

$$\frac{2 \cdot 18 - 2 \cdot 9 + (-30) + 3}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{9}{3} = 3.$$

Ответ: искомое расстояние равно 3.

Решение задачи 53.

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$.

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**.

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три).

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей.

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$.

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} =$$

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} =$$

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} - (3\vec{i} - \vec{j}) =$$

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} - (3\vec{i} - \vec{j}) = -6\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k},$$

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} - (3\vec{i} - \vec{j}) = -6\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} =$$

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} - (3\vec{i} - \vec{j}) = -6\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \vec{j} + 6\vec{k} - (-3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}) = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}.$$

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} - (3\vec{i} - \vec{j}) = -6\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \vec{j} + 6\vec{k} - (-3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}) = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}.$$

Теперь найдем нормальный вектор плоскости $\triangle ABC$:

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] =$$

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} - (3\vec{i} - \vec{j}) = -6\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \vec{j} + 6\vec{k} - (-3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}) = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}.$$

Теперь найдем нормальный вектор плоскости $\triangle ABC$:

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -6 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{vmatrix} =$$

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} - (3\vec{i} - \vec{j}) = -6\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \vec{j} + 6\vec{k} - (-3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}) = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}.$$

Теперь найдем нормальный вектор плоскости $\triangle ABC$:

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -6 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -10\vec{i} + 30\vec{j} - 15\vec{k}.$$

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. Точка на плоскости известна (даже три). Теперь ищем либо вектор, перпендикулярный этой плоскости, либо два неколлинеарных вектора, параллельных ей. Векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ параллельны плоскости $\triangle ABC$. Возьмем, например, векторы

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} - (3\vec{i} - \vec{j}) = -6\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \vec{j} + 6\vec{k} - (-3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}) = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}.$$

Теперь найдем нормальный вектор плоскости $\triangle ABC$:

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -6 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -10\vec{i} + 30\vec{j} - 15\vec{k}.$$

В качестве нормального вектора можно взять $\vec{n} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k}$.

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. В качестве начальной точки выберем, например, A , а в качестве нормального вектора выберем $\vec{n} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k}$.

$2(x - 3) - 6(y - (-1)) + 3(z - 0) = 0$, то есть $2x - 6y + 3z - 12 = 0$. В целях проверки можно подставить в это уравнение координаты точек A, B, C .

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. В качестве начальной точки выберем, например, A , а в качестве нормального вектора выберем $\vec{n} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k}$.

$2(x - 3) - 6(y - (-1)) + 3(z - 0) = 0$, то есть $2x - 6y + 3z - 12 = 0$. Вычислим **отклонения** точек P и Q от этой плоскости:

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. В качестве начальной точки выберем, например, A , а в качестве нормального вектора выберем $\vec{n} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k}$.

$2(x - 3) - 6(y - (-1)) + 3(z - 0) = 0$, то есть $2x - 6y + 3z - 12 = 0$. Вычислим **отклонения** точек P и Q от этой плоскости:

$$\rho(P) = \frac{2 \cdot 1 - 6 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) - 12}{\sqrt{4 + 36 + 9}} =$$

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. В качестве начальной точки выберем, например, A , а в качестве нормального вектора выберем $\vec{n} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k}$.

$2(x - 3) - 6(y - (-1)) + 3(z - 0) = 0$, то есть $2x - 6y + 3z - 12 = 0$. Вычислим **отклонения** точек P и Q от этой плоскости:

$$\rho(P) = \frac{2 \cdot 1 - 6 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) - 12}{\sqrt{4 + 36 + 9}} = \frac{-25}{7},$$

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. В качестве начальной точки выберем, например, A , а в качестве нормального вектора выберем $\vec{n} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k}$.

$2(x - 3) - 6(y - (-1)) + 3(z - 0) = 0$, то есть $2x - 6y + 3z - 12 = 0$. Вычислим **отклонения** точек P и Q от этой плоскости:

$$\rho(P) = \frac{2 \cdot 1 - 6 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) - 12}{\sqrt{4 + 36 + 9}} = \frac{-25}{7},$$

$$\rho(Q) = \frac{2 \cdot 3 - 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 3 - 12}{\sqrt{4 + 36 + 9}} =$$

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. В качестве начальной точки выберем, например, A , а в качестве нормального вектора выберем $\vec{n} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k}$.

$2(x - 3) - 6(y - (-1)) + 3(z - 0) = 0$, то есть $2x - 6y + 3z - 12 = 0$. Вычислим **отклонения** точек P и Q от этой плоскости:

$$\rho(P) = \frac{2 \cdot 1 - 6 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) - 12}{\sqrt{4 + 36 + 9}} = \frac{-25}{7},$$

$$\rho(Q) = \frac{2 \cdot 3 - 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 3 - 12}{\sqrt{4 + 36 + 9}} = \frac{9}{7}.$$

Задача 53. Выяснить, какая из точек $P(1, 2, -1)$ и $Q(3, -1, 3)$ находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; -1; 0)$, $B(-3; -2; 2)$ $C(0; 1; 6)$. Верно ли, что точки P и Q лежат по одну ли сторону от плоскости $\triangle ABC$?

Ответ. Сначала найдем уравнение плоскости $\triangle ABC$. Воспользуемся **таблицей**. В качестве начальной точки выберем, например, A , а в качестве нормального вектора выберем $\vec{n} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k}$.

$2(x - 3) - 6(y - (-1)) + 3(z - 0) = 0$, то есть $2x - 6y + 3z - 12 = 0$. Вычислим **отклонения** точек P и Q от этой плоскости:

$$\rho(P) = \frac{2 \cdot 1 - 6 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) - 12}{\sqrt{4 + 36 + 9}} = \frac{-25}{7},$$

$$\rho(Q) = \frac{2 \cdot 3 - 6 \cdot (-1) + 3 \cdot 3 - 12}{\sqrt{4 + 36 + 9}} = \frac{9}{7}.$$

Значит, во-первых, точка P находится дальше от плоскости $\triangle ABC$, так как $|\rho(P)| > |\rho(Q)|$, и, во-вторых, точки P и Q находятся по разные стороны от плоскости $\triangle ABC$, поскольку отклонения от этой плоскости у них имеют разные знаки.

Решение задачи 54.

Задача 54. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Задача 54. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.

Задача 54. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.

Угол между ними равен углу между направляющими векторами:

Задача 54. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.

Угол между ними равен углу между направляющими векторами:

$$-4\vec{i} + 7\vec{j} - 4\vec{k},$$

Задача 54. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.

Угол между ними равен углу между направляющими векторами:

$$-4\vec{i} + 7\vec{j} - 4\vec{k},$$

$$\left[2\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}; 4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} \right] =$$

Задача 54. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.

Угол между ними равен углу между направляющими векторами:

$$-4\vec{i} + 7\vec{j} - 4\vec{k},$$

$$[2\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}; 4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 54. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.

Угол между ними равен углу между направляющими векторами:

$$-4\vec{i} + 7\vec{j} - 4\vec{k},$$
$$\left[2\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}; 4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 7\vec{i} - 14\vec{j} + 14\vec{k}.$$

Значит, искомый угол равен

Задача 54. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.

Угол между ними равен углу между направляющими векторами:

$$-4\vec{i} + 7\vec{j} - 4\vec{k},$$

$$\left[2\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}; 4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 7\vec{i} - 14\vec{j} + 14\vec{k}.$$

Значит, искомый угол равен

$$\arccos \frac{(-4\vec{i} + 7\vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k})}{|-4\vec{i} + 7\vec{j} - 4\vec{k}| \cdot |\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}|} =$$

Задача 54. Найти угол между фигурами $\begin{cases} x = 2 - 4t, \\ y = 7t - 4, \\ z = 4 - 4t \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x - 2y - 3z - 2 = 0, \\ 4x + 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$

Ответ. Это две прямые.

Угол между ними равен углу между направляющими векторами:

$$-4\vec{i} + 7\vec{j} - 4\vec{k},$$

$$\left[2\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}; 4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 7\vec{i} - 14\vec{j} + 14\vec{k}.$$

Значит, искомый угол равен

$$\arccos \frac{(-4\vec{i} + 7\vec{j} - 4\vec{k}; \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k})}{|-4\vec{i} + 7\vec{j} - 4\vec{k}| \cdot |\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}|} = \arccos \left(-\frac{26}{27} \right) = \pi - \arccos \left(\frac{26}{27} \right).$$

Решение задачи 55.

Задача 55. Найдите геометрическое место точек, находящихся на равном расстоянии от окружности радиуса 4, и фиксированной точки A , лежащей на этой окружности.

Задача 55. Найдите геометрическое место точек, находящихся на равном расстоянии от окружности радиуса 4, и фиксированной точки A , лежащей на этой окружности.

Ответ. *Что надо найти? Линию. Как можно записать ответ?* Поскольку вид линии неизвестен, проще всего будет задать ее уравнением. *Введем переменные.* Для работы с уравнением линии надо иметь систему координат, введем ее следующим образом: начало координат поместим в центр окружности, ось Ox пустим через точку A (направление – от O к A). Тогда A имеет координаты $(4; 0)$. Возьмем произвольную точку M на искомой линии, обозначим ее координаты буквами, например $M(x; y)$. *Составим систему уравнений.* Вычислим различными способами расстояние от M до A : с одной стороны, используя координаты этих точек, с другой стороны, вычислив равное ему расстояние от M до окружности. Получаем $\sqrt{(x-4)^2 + y^2} = \left| 4 - \sqrt{x^2 + y^2} \right|$. В принципе это уже ответ, но мы упростим его. Возведение в квадрат обеих частей этого уравнения приведет к равносильному уравнению, так как обе части исходного равенства неотрицательны. Получаем $x^2 - 8x + 16 + y^2 = 16 - 8\sqrt{x^2 + y^2} + x^2 + y^2$, откуда $\sqrt{x^2 + y^2} = x$, что равносильно $\begin{cases} y = 0, \\ x \geq 0. \end{cases}$

Задача 55. Найдите геометрическое место точек, находящихся на равном расстоянии от окружности радиуса 4, и фиксированной точки A , лежащей на этой окружности.

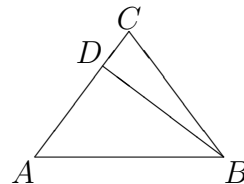
Ответ. Таким образом, искомая линия представляет собой луч, точнее, часть оси абсцисс, лежащую правее начала координат.

Решение задачи 56.

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

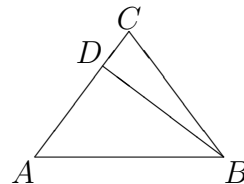
Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся стратегией составления уравнений.
Что надо найти?



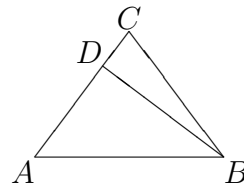
Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.



Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

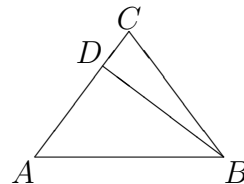
Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.
В каком виде представим ответ?



Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

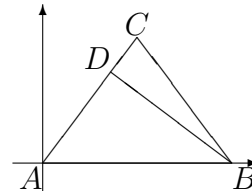
В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



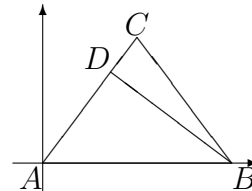
Первый способ. Введем систему координат с началом в точке A . Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Уравнение линии представляет собой

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



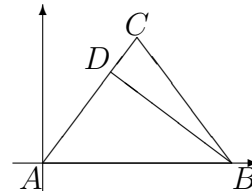
Первый способ. Введем систему координат с началом в точке A . Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Уравнение линии представляет собой высказывание о координатах любой точки этой линии.

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



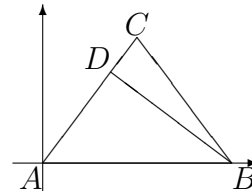
Первый способ. Введем систему координат с началом в точке A . Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Обозначим координаты точки D буквами, например положим $D(x; y)$.

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



Первый способ. Введем систему координат с началом в точке A . Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

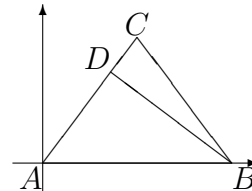
Обозначим координаты точки D буквами, например положим $D(x; y)$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



Первый способ. Введем систему координат с началом в точке A . Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Обозначим координаты точки D буквами, например положим $D(x; y)$.

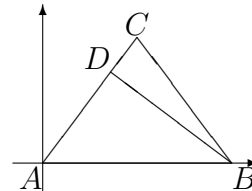
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

В соответствии с «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир» обращаем в первую очередь внимание на коллинеарные и ортогональные векторы.

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



Первый способ. Введем систему координат с началом в точке A . Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Обозначим координаты точки D буквами, например положим $D(x; y)$.

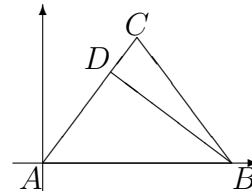
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Векторы $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{BD}$ ортогональны по условию.

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



Первый способ. Введем систему координат с началом в точке A . Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Обозначим координаты точки D буквами, например положим $D(x; y)$.

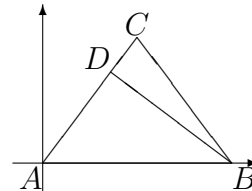
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{BD}$. По **критерию ортогональности**

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



Первый способ. Введем систему координат с началом в точке A . Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Обозначим координаты точки D буквами, например положим $D(x; y)$.

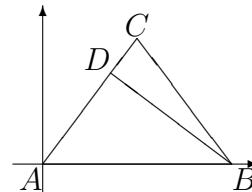
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{BD}$. По **критерию ортогональности** $(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{BD}) = 0$.

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
 Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



Первый способ. Введем систему координат с началом в точке A . Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Обозначим координаты точки D буквами, например положим $D(x; y)$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

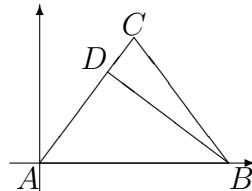
$$(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{BD}) = 0.$$

$$\overrightarrow{AD} = \_ \vec{i} + \_ \vec{j}, \quad \overrightarrow{BD} = \_\_\_\_\_ \vec{i} + \_ \vec{j}.$$

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
 Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



Первый способ. Введем систему координат с началом в точке A . Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Обозначим координаты точки D буквами, например положим $D(x; y)$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

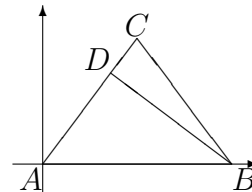
$$(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{BD}) = 0.$$

$$\overrightarrow{AD} = x \vec{i} + y \vec{j}, \quad \overrightarrow{BD} = \underline{\hspace{1cm}} \vec{i} + \underline{\hspace{1cm}} \vec{j}.$$

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
 Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



Первый способ. Введем систему координат с началом в точке A . Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Обозначим координаты точки D буквами, например положим $D(x; y)$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

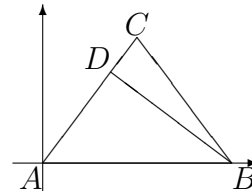
$$(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{BD}) = 0.$$

$$\overrightarrow{AD} = x \vec{i} + y \vec{j}, \quad \overrightarrow{BD} = (x - 2) \vec{i} + y \vec{j}.$$

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



Первый способ. Введем систему координат с началом в точке A . Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Обозначим координаты точки D буквами, например положим $D(x; y)$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{BD}) = 0.$$

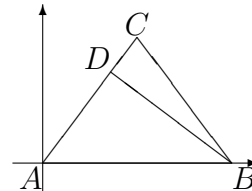
$$\overrightarrow{AD} = x \vec{i} + y \vec{j}, \quad \overrightarrow{BD} = (x - 2) \vec{i} + y \vec{j}.$$

Поэтому, согласно **теореме о вычислении скалярного произведения с помощью координат** получаем уравнение $x \cdot (x - 2) + y \cdot y = 0$,

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



Первый способ. Введем систему координат с началом в точке A . Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Обозначим координаты точки D буквами, например положим $D(x; y)$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{BD}) = 0.$$

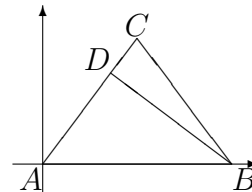
$$\overrightarrow{AD} = x \vec{i} + y \vec{j}, \quad \overrightarrow{BD} = (x - 2) \vec{i} + y \vec{j}.$$

Поэтому, согласно **теореме о вычислении скалярного произведения с помощью координат** получаем уравнение $x \cdot (x - 2) + y \cdot y = 0$, что равносильно $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ —

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
 Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



Первый способ. Введем систему координат с началом в точке A . Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Обозначим координаты точки D буквами, например положим $D(x; y)$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{BD}) = 0.$$

$$\overrightarrow{AD} = x \vec{i} + y \vec{j}, \quad \overrightarrow{BD} = (x - 2) \vec{i} + y \vec{j}.$$

Поэтому, согласно **теореме о вычислении скалярного произведения с помощью координат** получаем уравнение $x \cdot (x - 2) + y \cdot y = 0$,

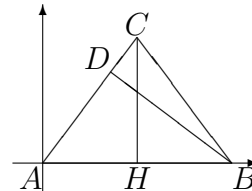
что равносильно $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ — окружность радиуса 1 с центром в середине отрезка AB .

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).

Второй способ.

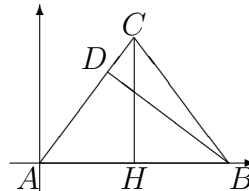


Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).

Второй способ. Угол при вершине обозначим через $2t$. Тогда из подобия

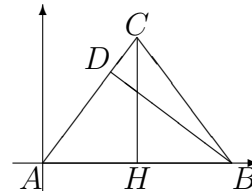


Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).

Второй способ. Угол при вершине обозначим через $2t$. Тогда из подобия $\triangle ABD \sim \triangle ACH$ по-

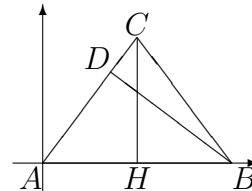


Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).

Второй способ. Угол при вершине обозначим через $2t$. Тогда из подобия $\triangle ABD \sim \triangle ACH$ получаем

$$\underline{2 \cos t} = \underline{1},$$


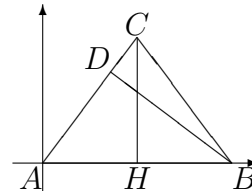
Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).

Второй способ. Угол при вершине обозначим через $2t$. Тогда из подобия $\triangle ABD \sim \triangle ACH$ получаем

$$\frac{2 \cos t}{y} = \frac{1}{\sin t}, \text{ откуда}$$



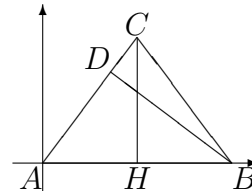
Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).

Второй способ. Угол при вершине обозначим через $2t$. Тогда из подобия $\triangle ABD \sim \triangle ACH$ получаем

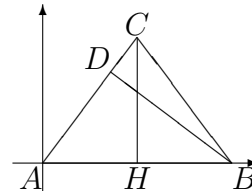
$$\frac{2 \cos t}{y} = \frac{1}{\sin t}, \text{ откуда } y = \sin 2t.$$



Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



Второй способ. Угол при вершине обозначим через $2t$. Тогда из подобия $\triangle ABD \sim \triangle ACH$ получаем

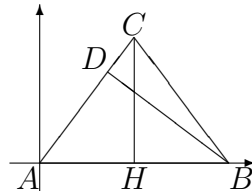
$$\frac{2 \cos t}{y} = \frac{1}{\sin t}, \text{ откуда } y = \sin 2t.$$

Кроме того, $x = 2 - 2 \cos^2 t = 2 \sin^2 t = 1 - \cos 2t$.

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).



Второй способ. Угол при вершине обозначим через $2t$. Тогда из подобия $\triangle ABD \sim \triangle ACH$ получаем

$$\frac{2 \cos t}{y} = \frac{1}{\sin t}, \text{ откуда } y = \sin 2t.$$

Кроме того, $x = 2 - 2 \cos^2 t = 2 \sin^2 t = 1 - \cos 2t$.

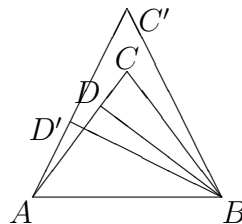
Таким образом $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ — окружность.

Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).

Третий способ. Возьмем два различных положения вершины C (обозначим их через C и C') и проведем соответствующие отрезки BD и BD' . Получим прямоугольные треугольники ABD и ABD' с общей гипотенузой AB .



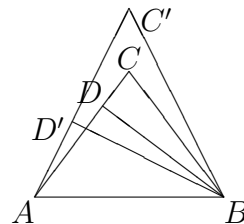
Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).

Третий способ. Возьмем два различных положения вершины C (обозначим их через C и C') и проведем соответствующие отрезки BD и BD' . Получим прямоугольные треугольники ABD и ABD' с общей гипотенузой AB .

У этих треугольников имеется общая описанная окружность.



Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

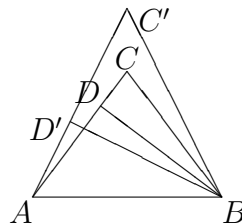
Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).

Третий способ. Возьмем два различных положения вершины C (обозначим их через C и C') и проведем соответствующие отрезки BD и BD' . Получим прямоугольные треугольники ABD и ABD' с общей гипотенузой AB .

У этих треугольников имеется общая описанная окружность.

Проведем окружность радиуса 1 с центром в середине отрезка AB .



Задача 56. У равнобедренного треугольника $\triangle ABC$ основание AB имеет длину 2, из вершины B опущен перпендикуляр на сторону AC , и D — точка пересечения этого перпендикуляра с прямой AC . Угол при вершине C треугольника $\triangle ABC$ меняется от нуля до 180° . Найдите траекторию движения точки D относительно такой системы координат плоскости, в которой отрезок AB неподвижен.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.
Что надо найти? Траекторию, то есть линию.

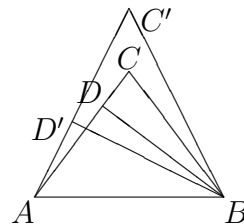
В каком виде представим ответ? Линию можно представить либо уравнением в некоторой системе координат, либо в виде комбинации участков известных линий (отрезков прямых, дуг окружностей и др.).

Третий способ. Возьмем два различных положения вершины C (обозначим их через C и C') и проведем соответствующие отрезки BD и BD' . Получим прямоугольные треугольники ABD и ABD' с общей гипотенузой AB .

У этих треугольников имеется общая описанная окружность.

Проведем окружность радиуса 1 с центром в середине отрезка AB .

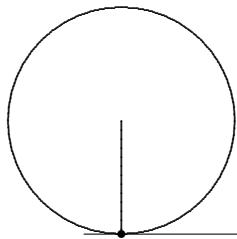
Ясно, что точка D будет пробегать верхнюю половину этой окружности.



Решение задачи 57.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



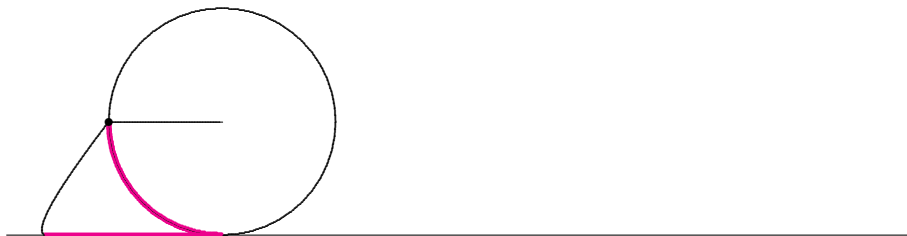
Ответ.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



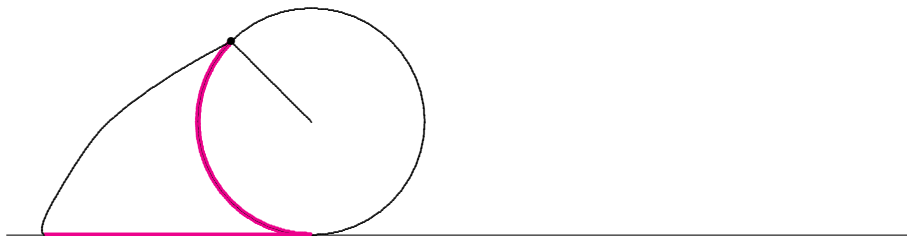
Ответ.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



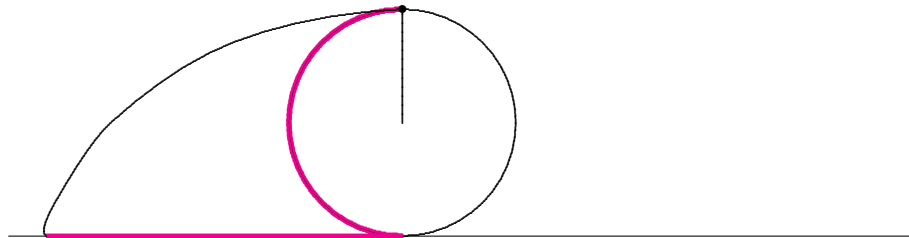
Ответ.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



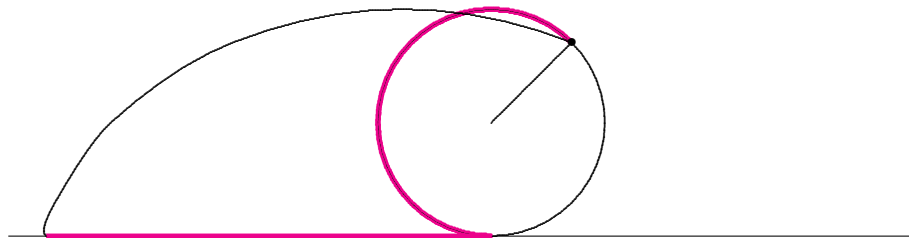
Ответ.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



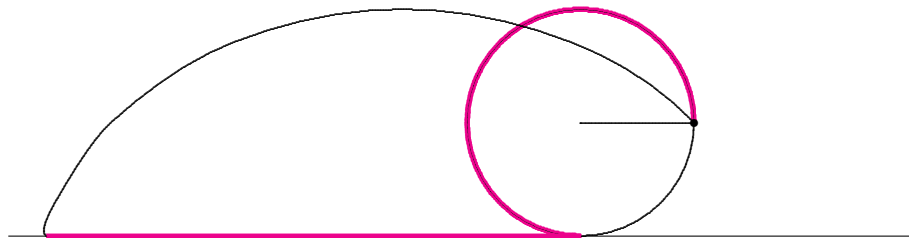
Ответ.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



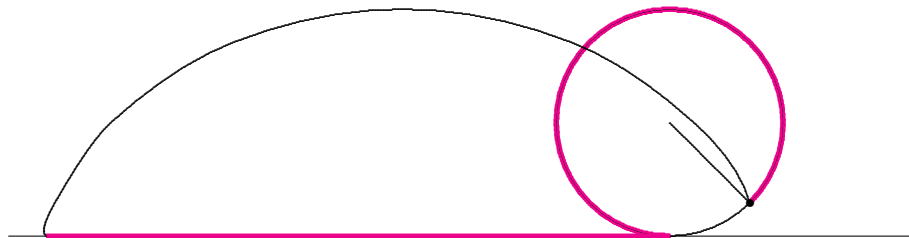
Ответ.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



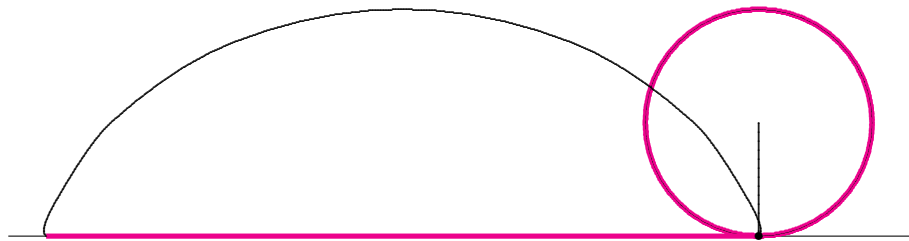
Ответ.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



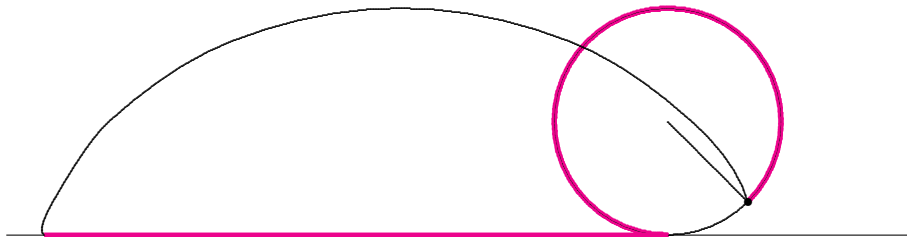
Ответ.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



Ответ.

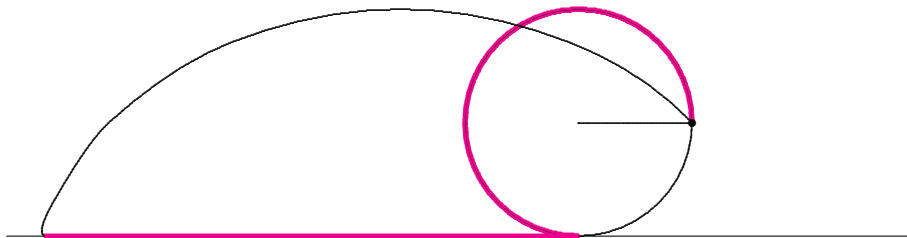
Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.

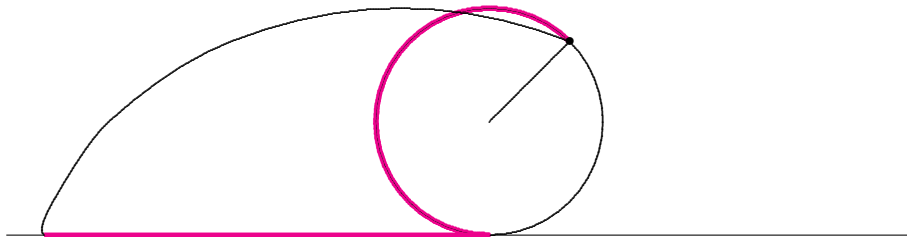


Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.

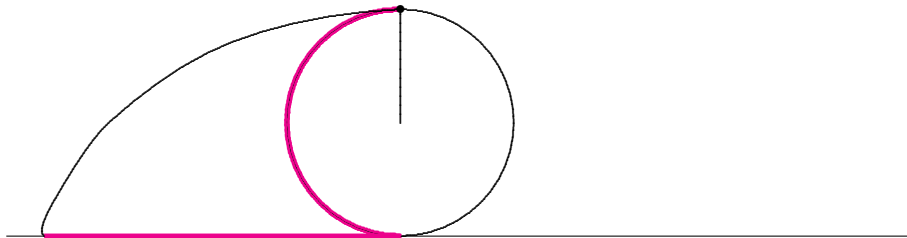


Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Траекторию, т.е. линию.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



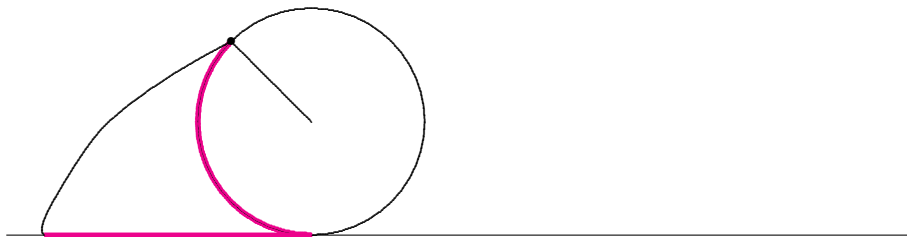
Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Траекторию, т.е. линию.

В каком виде представим ответ?

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



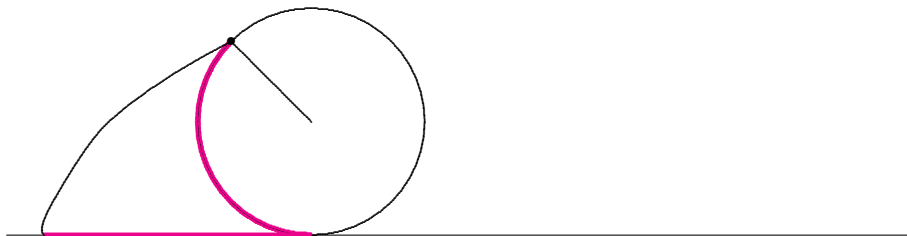
Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Траекторию, т.е. линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



Ответ.

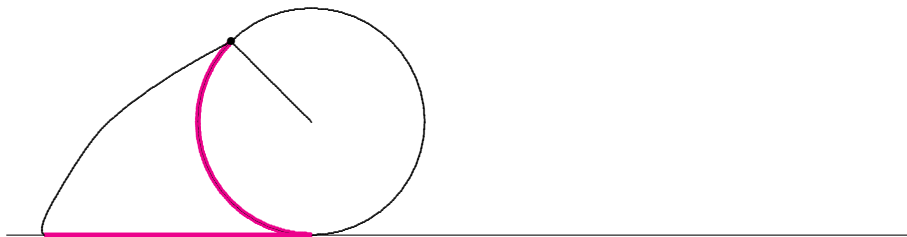
Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Траекторию, т.е. линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

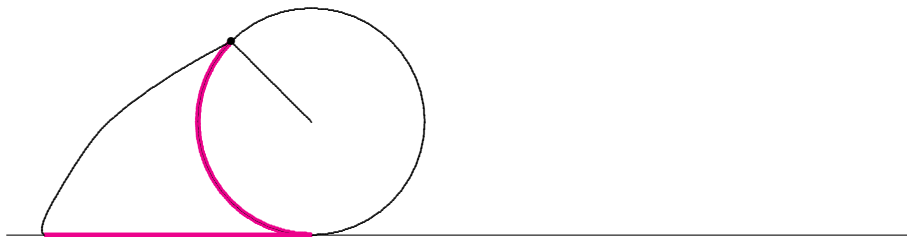
Что надо найти? Траекторию, т.е. линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

УРАВНЕНИЕ ЛИНИИ — ЭТО

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

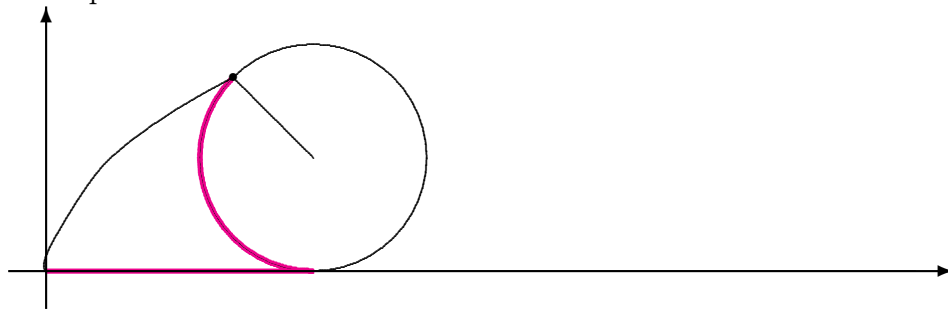
Что надо найти? Траекторию, т.е. линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

УРАВНЕНИЕ ЛИНИИ — ЭТО УТВЕРЖДЕНИЕ О КООРДИНАТАХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТОЧКИ ЭТОЙ ЛИНИИ.

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Траекторию, т.е. линию.

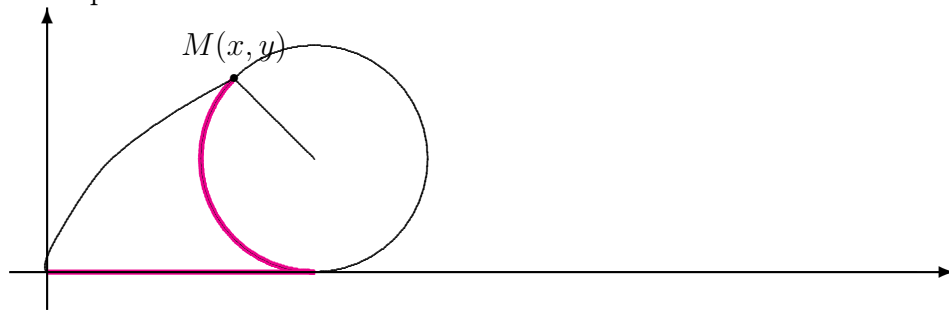
В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

УРАВНЕНИЕ ЛИНИИ — ЭТО УТВЕРЖДЕНИЕ О КООРДИНАТАХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТОЧКИ ЭТОЙ ЛИНИИ.

Введем систему координат,

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Траекторию, т.е. линию.

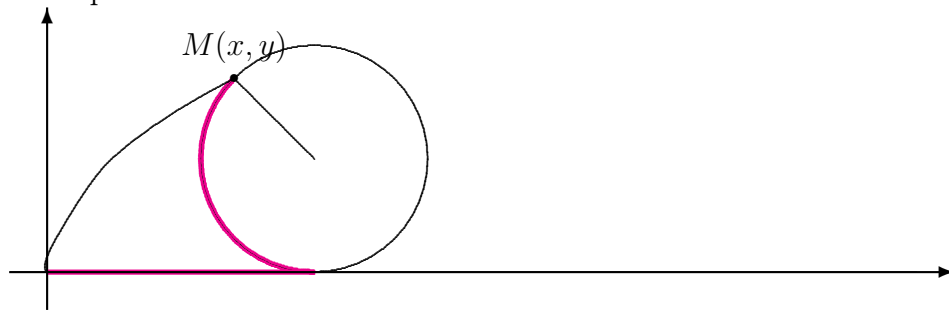
В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

УРАВНЕНИЕ ЛИНИИ — ЭТО УТВЕРЖДЕНИЕ О КООРДИНАТАХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТОЧКИ ЭТОЙ ЛИНИИ.

Введем систему координат, возьмем точку M и обозначим ее координаты через x, y .

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Траекторию, т.е. линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

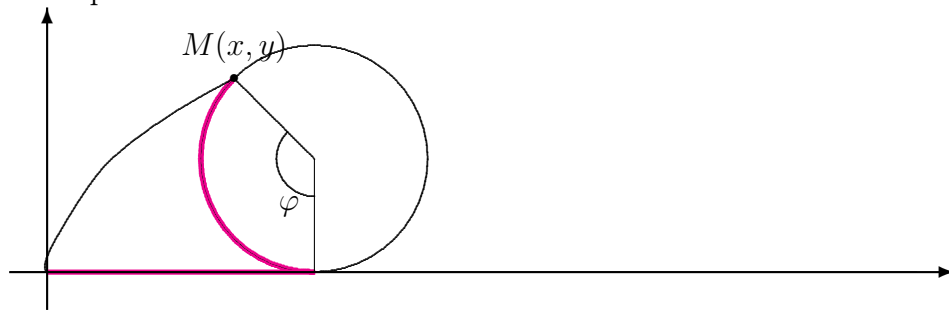
УРАВНЕНИЕ ЛИНИИ — ЭТО УТВЕРЖДЕНИЕ О КООРДИНАТАХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТОЧКИ ЭТОЙ ЛИНИИ.

Введем систему координат, возьмем точку M и обозначим ее координаты через x, y .

Получить равенство, описывающее связь между x и y можно, но это не очень просто.

Мы получим

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Траекторию, т.е. линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

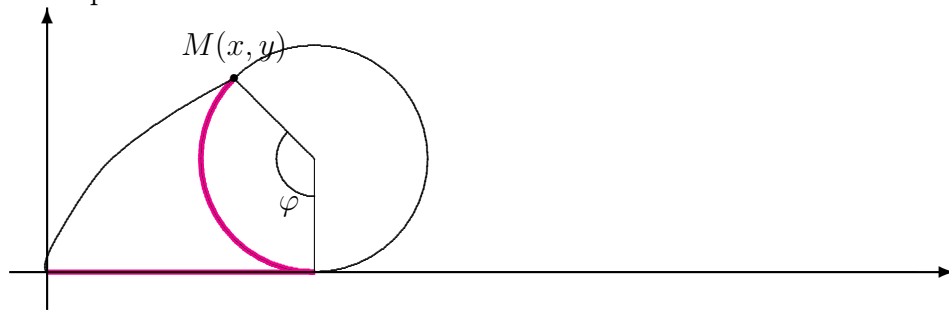
УРАВНЕНИЕ ЛИНИИ — ЭТО УТВЕРЖДЕНИЕ О КООРДИНАТАХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТОЧКИ ЭТОЙ ЛИНИИ.

Введем систему координат, возьмем точку M и обозначим ее координаты через x, y .

Получить равенство, описывающее связь между x и y можно, но это не очень просто.

Мы получим параметрические уравнения. В качестве параметра возьмем угол φ .

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Траекторию, т.е. линию.

В каком виде представим ответ? Уравнением в некоторой системе координат.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

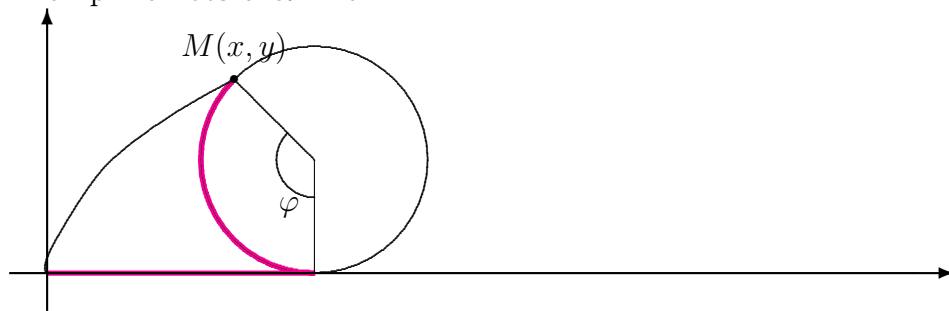
УРАВНЕНИЕ ЛИНИИ — ЭТО УТВЕРЖДЕНИЕ О КООРДИНАТАХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТОЧКИ ЭТОЙ ЛИНИИ.

Введем систему координат, возьмем точку M и обозначим ее координаты через x, y .

Получить равенство, описывающее связь между x и y можно, но это не очень просто.

Мы получим параметрические уравнения. В качестве параметра возьмем угол φ .

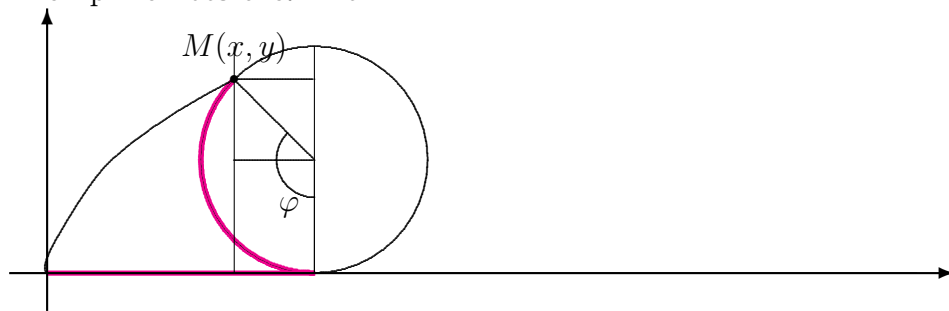
Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



Ответ.

Обозначим $M(x, y)$, получим параметрические уравнения, в качестве параметра возьмем угол φ . Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



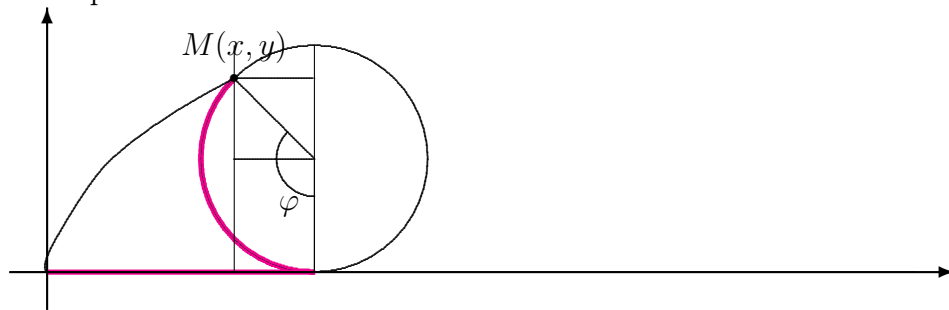
Ответ.

Обозначим $M(x, y)$, получим параметрические уравнения, в качестве параметра возьмем угол φ . Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right. \Rightarrow$$

Во-первых, двумя способами можно найти абсциссу центра колеса (линии, **отмеченные цветом**, имеют равную длину).

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



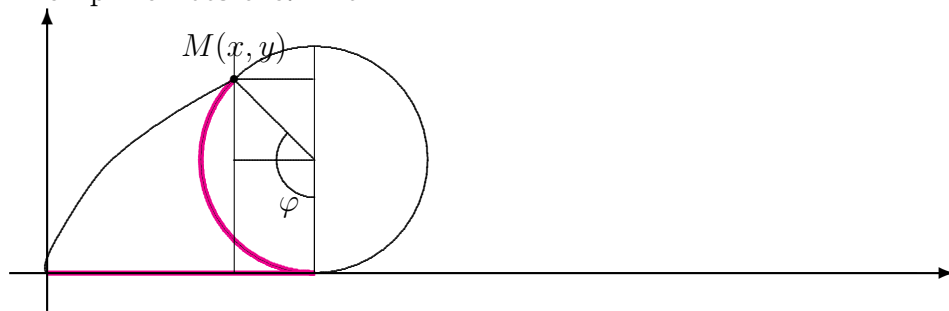
Ответ.

Обозначим $M(x, y)$, получим параметрические уравнения, в качестве параметра возьмем угол φ . Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\begin{cases} x + R \sin \varphi = R\varphi, \end{cases} \Rightarrow$$

Во-первых, двумя способами можно найти абсциссу центра колеса (линии, **отмеченные цветом**, имеют равную длину).

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



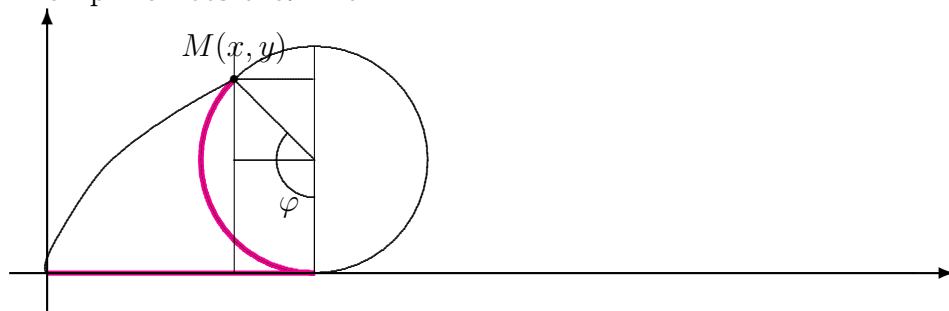
Ответ.

Обозначим $M(x, y)$, получим параметрические уравнения, в качестве параметра возьмем угол φ . Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\begin{cases} x + R \sin \varphi = R\varphi, \\ y = \end{cases} \Rightarrow$$

Во-вторых, нетрудно найти координату y .

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.

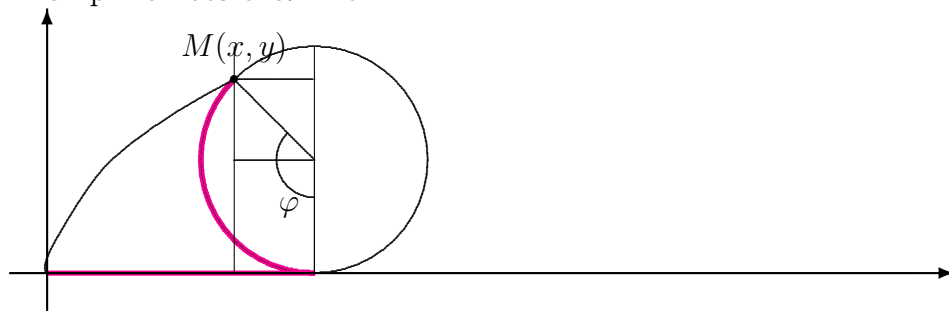


Ответ.

Обозначим $M(x, y)$, получим параметрические уравнения, в качестве параметра возьмем угол φ . Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\begin{cases} x + R \sin \varphi = R\varphi, \\ y = R(1 - \cos \varphi), \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.

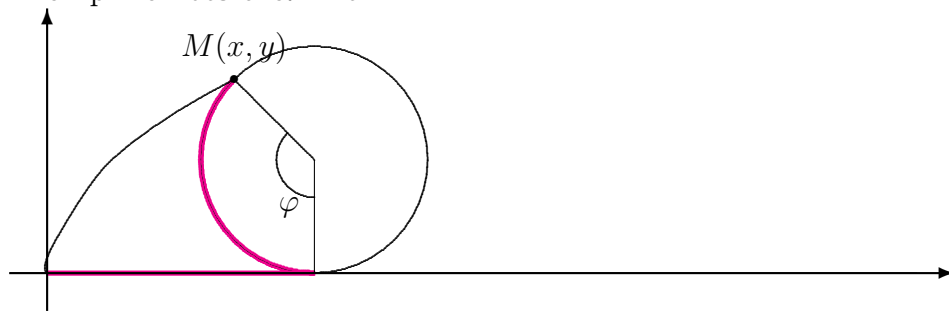


Ответ.

Обозначим $M(x, y)$, получим параметрические уравнения, в качестве параметра возьмем угол φ . Составим уравнение. Значение какой величины вычислим разными способами?

$$\begin{cases} x + R \sin \varphi = R\varphi, \\ y = R(1 - \cos \varphi), \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = R(\varphi - \sin \varphi), \\ y = R(1 - \cos \varphi), \end{cases}$$

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.

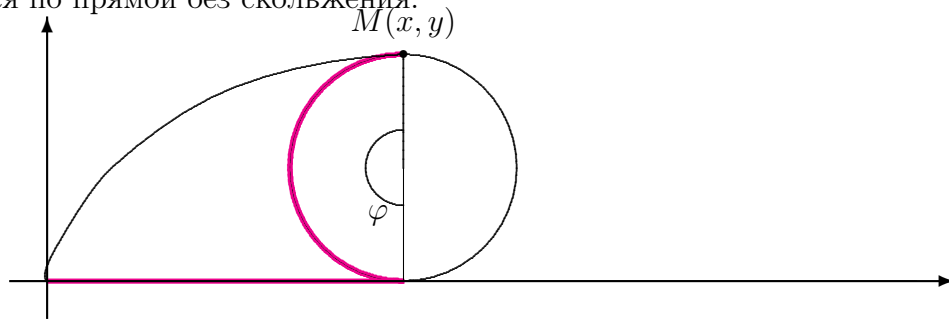


Ответ.

Итак, точка принадлежит циклоиде тогда и только тогда, когда координаты этой точки (x, y) удовлетворяют уравнению:

$$\begin{cases} x = R(\varphi - \sin \varphi), \\ y = R(1 - \cos \varphi), \end{cases}$$

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.

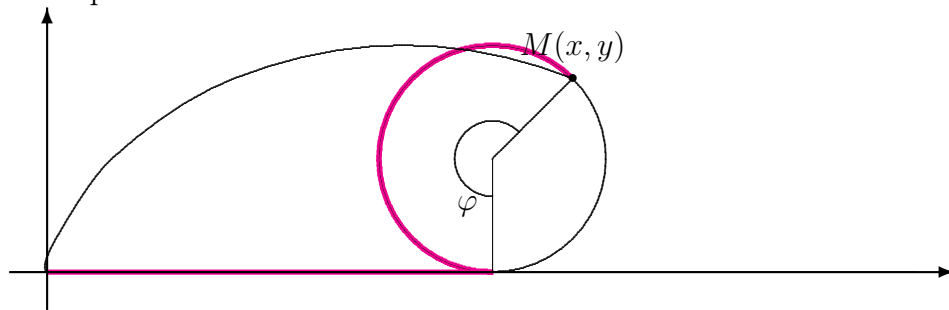


Ответ.

Итак, точка принадлежит циклоиде тогда и только тогда, когда координаты этой точки (x, y) удовлетворяют уравнению:

$$\begin{cases} x = R(\varphi - \sin \varphi), \\ y = R(1 - \cos \varphi), \end{cases}$$

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.

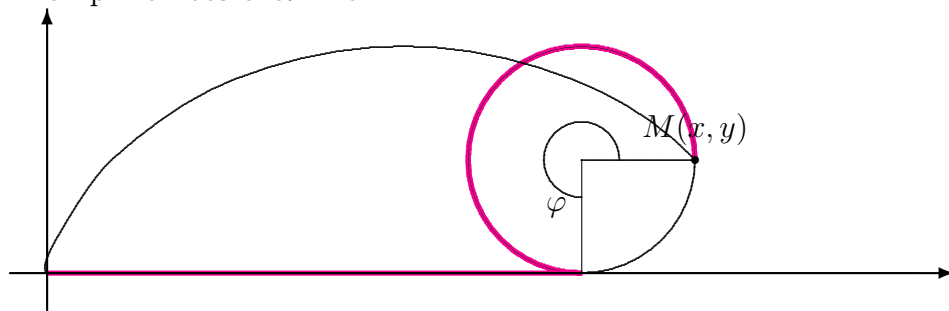


Ответ.

Итак, точка принадлежит циклоиде тогда и только тогда, когда координаты этой точки (x, y) удовлетворяют уравнению:

$$\begin{cases} x = R(\varphi - \sin \varphi), \\ y = R(1 - \cos \varphi), \end{cases}$$

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.

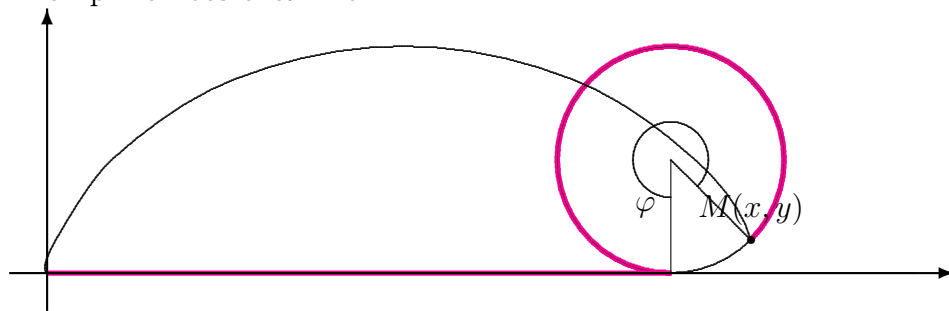


Ответ.

Итак, точка принадлежит циклоиде тогда и только тогда, когда координаты этой точки (x, y) удовлетворяют уравнению:

$$\begin{cases} x = R(\varphi - \sin \varphi), \\ y = R(1 - \cos \varphi), \end{cases}$$

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.

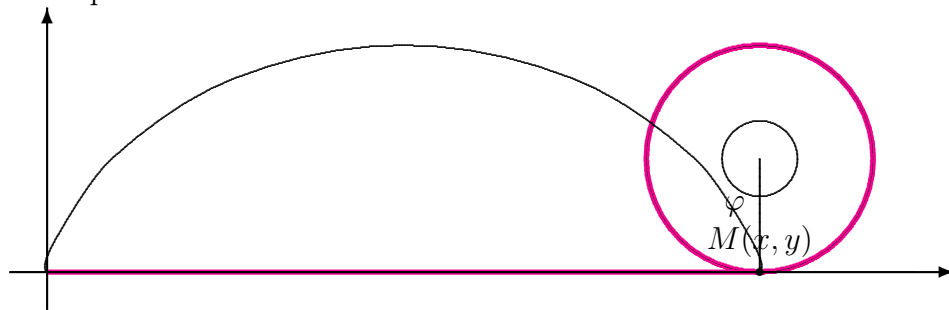


Ответ.

Итак, точка принадлежит циклоиде тогда и только тогда, когда координаты этой точки (x, y) удовлетворяют уравнению:

$$\begin{cases} x = R(\varphi - \sin \varphi), \\ y = R(1 - \cos \varphi), \end{cases}$$

Задача 57. Вывести уравнение циклоиды, т.е. траектории движения точки на ободе колеса, катящегося по прямой без скольжения.



Ответ.

Итак, точка принадлежит циклоиде тогда и только тогда, когда координаты этой точки (x, y) удовлетворяют уравнению:

$$\begin{cases} x = R(\varphi - \sin \varphi), \\ y = R(1 - \cos \varphi), \end{cases}$$

Решение задачи 58.

Задача 58. Постройте кривую, заданную уравнением $y + 2\sqrt{36 - 9x^2} = 0$.

Задача 58. Постройте кривую, заданную уравнением $y + 2\sqrt{36 - 9x^2} = 0$.

Ответ.

$$y = -2\sqrt{36 - 9x^2} \Rightarrow$$

Задача 58. Постройте кривую, заданную уравнением $y + 2\sqrt{36 - 9x^2} = 0$.

Ответ.

$$y = -2\sqrt{36 - 9x^2} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 4 \cdot 36 - 36x^2, \\ y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 58. Постройте кривую, заданную уравнением $y + 2\sqrt{36 - 9x^2} = 0$.

Ответ.

$$y = -2\sqrt{36 - 9x^2} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 4 \cdot 36 - 36x^2, \\ y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 36x^2 + y^2 = 4 \cdot 36 \\ y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 58. Постройте кривую, заданную уравнением $y + 2\sqrt{36 - 9x^2} = 0$.

Ответ.

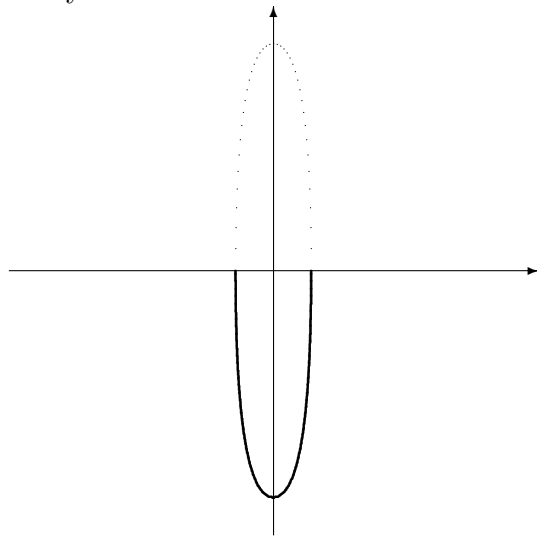
$$y = -2\sqrt{36 - 9x^2} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 4 \cdot 36 - 36x^2, \\ y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 36x^2 + y^2 = 4 \cdot 36 \\ y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{12^2} = 1, \\ y \leq 0. \end{cases}$$

Задача 58. Постройте кривую, заданную уравнением $y + 2\sqrt{36 - 9x^2} = 0$.

Ответ.

$$y = -2\sqrt{36 - 9x^2} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 4 \cdot 36 - 36x^2, \\ y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 36x^2 + y^2 = 4 \cdot 36 \\ y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{12^2} = 1, \\ y \leq 0. \end{cases}$$

Получилась «нижняя половина» эллипса.



Решение задачи 59.

Задача 59. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x = 25x^2$.

Задача 59. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 0 \Leftrightarrow$$

Задача 59. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 0 \Leftrightarrow 25(x + 1)^2 - 9(y - 1)^2 = 25 - 9 \Leftrightarrow$$

Задача 59. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x = 25x^2$.

Ответ.

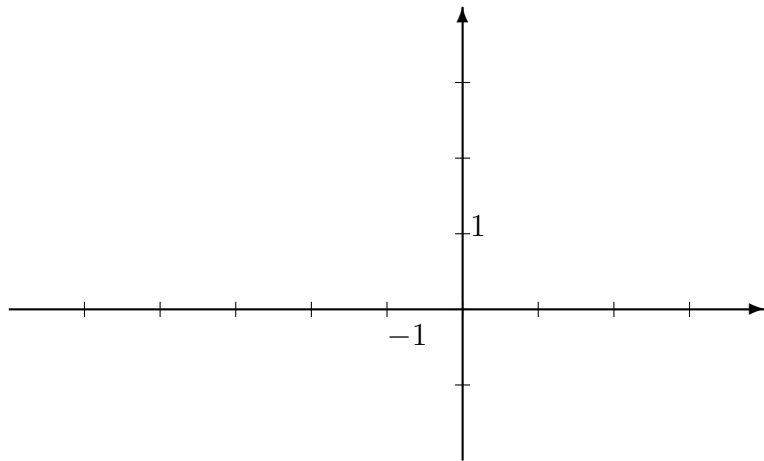
$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 0 \Leftrightarrow 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 25 - 9 \Leftrightarrow 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16.$$

Задача 59. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 0 \Leftrightarrow 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 25 - 9 \Leftrightarrow 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16.$$

$$\frac{(x+1)^2}{16/25} - \frac{(y-1)^2}{16/9} = 1.$$

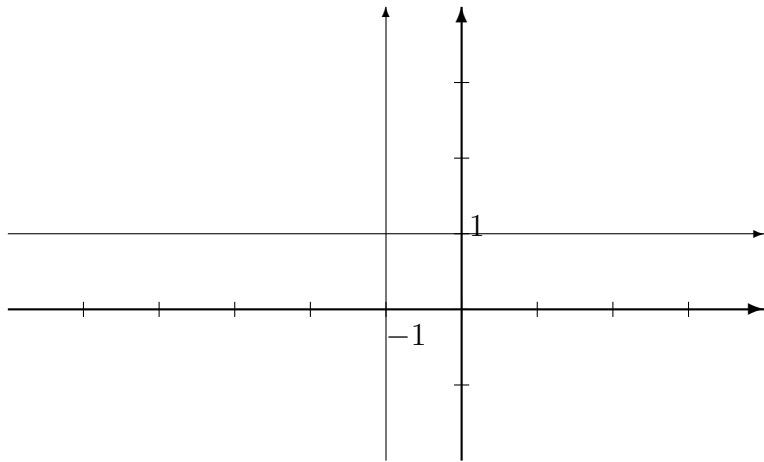


Задача 59. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 0 \Leftrightarrow 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 25 - 9 \Leftrightarrow 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16.$$

$$\frac{(x+1)^2}{16/25} - \frac{(y-1)^2}{16/9} = 1.$$

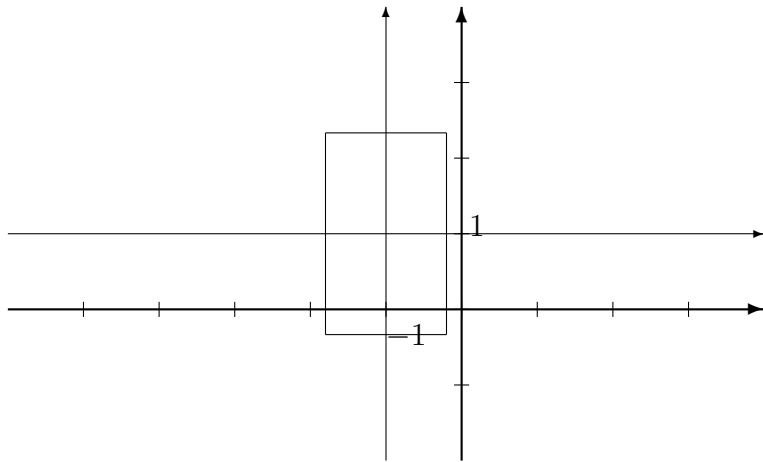


Задача 59. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 0 \Leftrightarrow 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 25 - 9 \Leftrightarrow 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16.$$

$$\frac{(x+1)^2}{16/25} - \frac{(y-1)^2}{16/9} = 1.$$

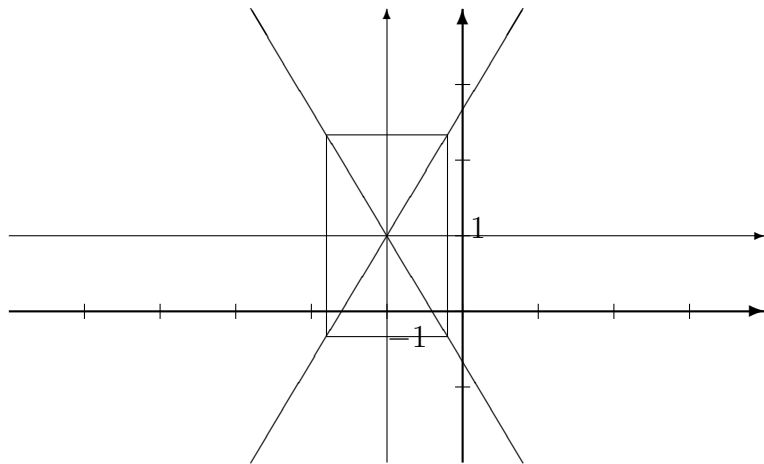


Задача 59. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 0 \Leftrightarrow 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 25 - 9 \Leftrightarrow 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16.$$

$$\frac{(x+1)^2}{16/25} - \frac{(y-1)^2}{16/9} = 1.$$

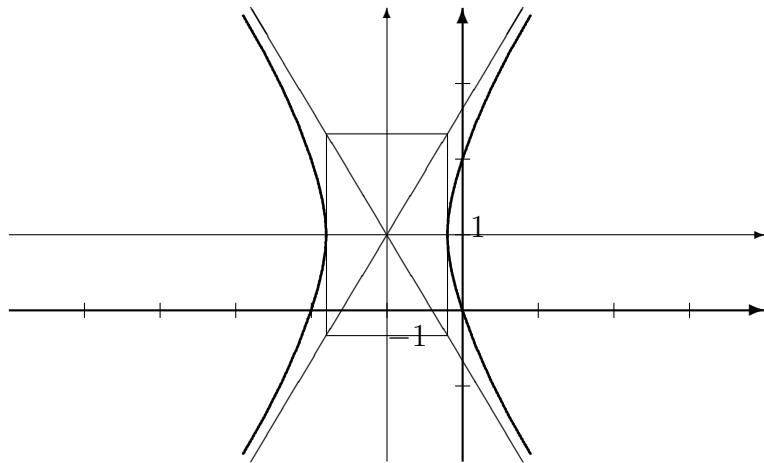


Задача 59. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 0 \Leftrightarrow 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 25 - 9 \Leftrightarrow 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16.$$

$$\frac{(x+1)^2}{16/25} - \frac{(y-1)^2}{16/9} = 1.$$

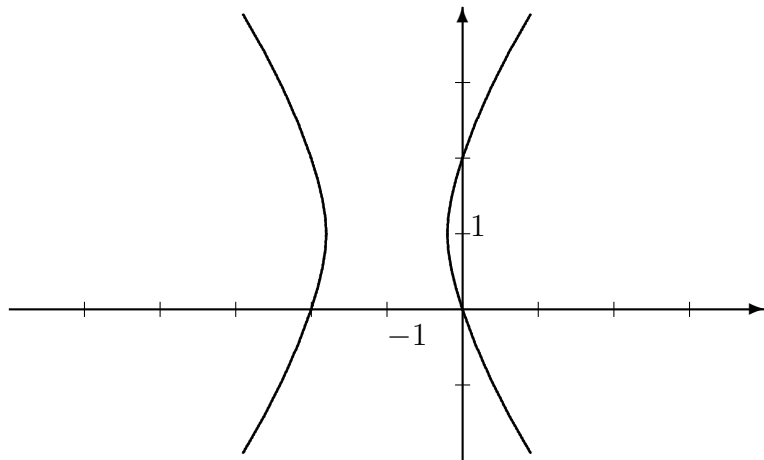


Задача 59. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 0 \Leftrightarrow 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 25 - 9 \Leftrightarrow 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16.$$

$$\frac{(x+1)^2}{16/25} - \frac{(y-1)^2}{16/9} = 1.$$



Решение задачи 60.

Задача 60. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x - 32 = 25x^2$.

Задача 60. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x - 32 = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 32 \Leftrightarrow$$

Задача 60. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x - 32 = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 32 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 32 + 9 - 25 \Leftrightarrow$$

Задача 60. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x - 32 = 25x^2$.

Ответ.

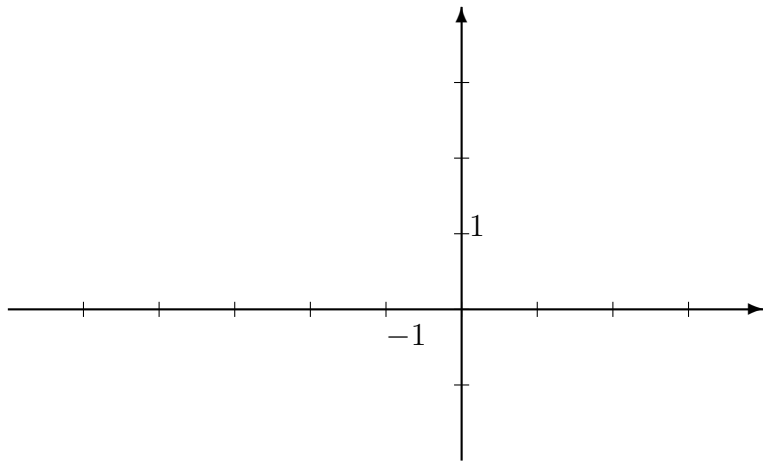
$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 32 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 32 + 9 - 25 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 16.$$

Задача 60. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x - 32 = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 32 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 32 + 9 - 25 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 16.$$

$$\frac{(y-1)^2}{16/9} - \frac{(x+1)^2}{16/25} = 1.$$

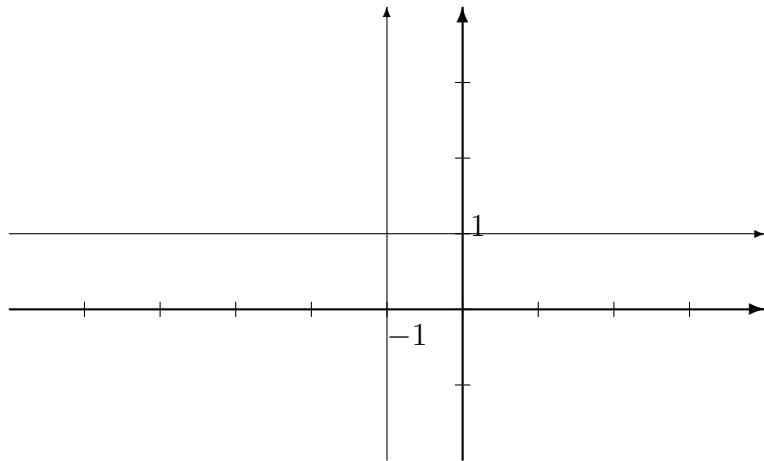


Задача 60. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x - 32 = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 32 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 32 + 9 - 25 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 16.$$

$$\frac{(y-1)^2}{16/9} - \frac{(x+1)^2}{16/25} = 1.$$

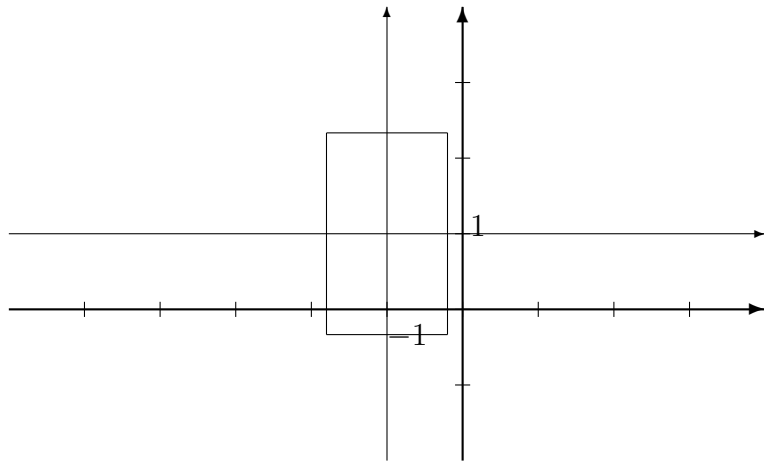


Задача 60. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x - 32 = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 32 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 32 + 9 - 25 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 16.$$

$$\frac{(y-1)^2}{16/9} - \frac{(x+1)^2}{16/25} = 1.$$

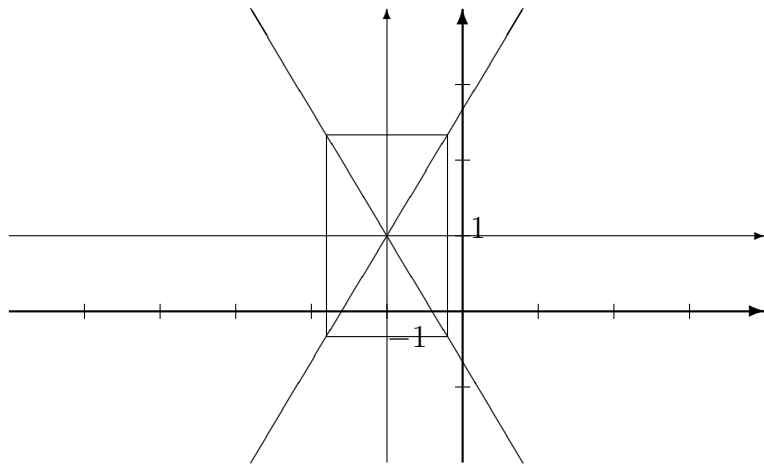


Задача 60. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x - 32 = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 32 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 32 + 9 - 25 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 16.$$

$$\frac{(y-1)^2}{16/9} - \frac{(x+1)^2}{16/25} = 1.$$

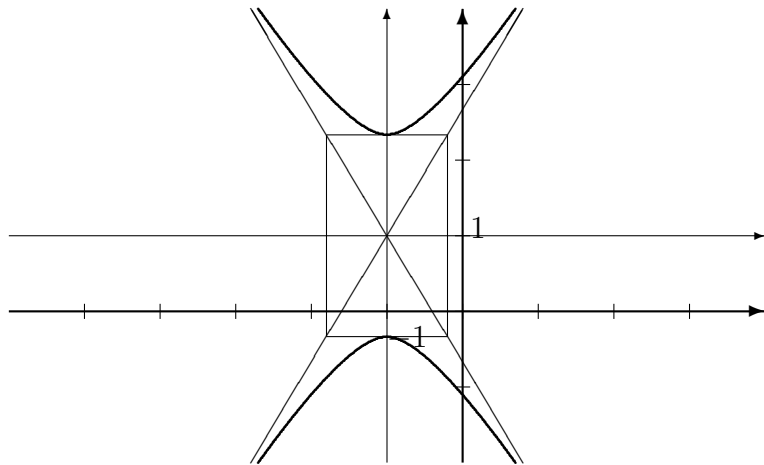


Задача 60. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x - 32 = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 32 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 32 + 9 - 25 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 16.$$

$$\frac{(y-1)^2}{16/9} - \frac{(x+1)^2}{16/25} = 1.$$

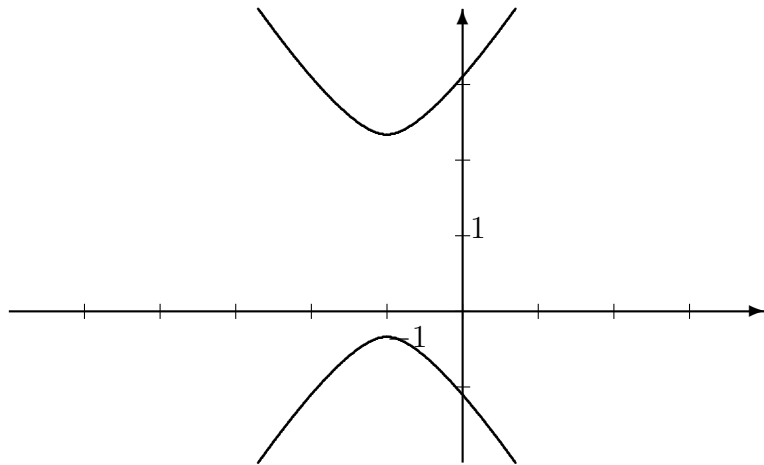


Задача 60. Постройте линию, заданную уравнением $9y^2 - 18y - 50x - 32 = 25x^2$.

Ответ.

$$9y^2 - 18y - 50x - 25x^2 = 32 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 32 + 9 - 25 \Leftrightarrow 9(y-1)^2 - 25(x+1)^2 = 16.$$

$$\frac{(y-1)^2}{16/9} - \frac{(x+1)^2}{16/25} = 1.$$



Решение задачи 61.

Задача 61. Постройте кривую $y = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{25x^2 + 50x + 9}$.

Задача 61. Постройте кривую $y = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{25x^2 + 50x + 9}$.

Ответ.

Задача 61. Постройте кривую $y = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{25x^2 + 50x + 9}$.

Ответ.

$$\begin{cases} 9(y-1)^2 = 25x^2 + 50x + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 61. Постройте кривую $y = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{25x^2 + 50x + 9}$.

Ответ.

$$\begin{cases} 9(y-1)^2 = 25x^2 + 50x + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9(y-1)^2 = 25(x+1)^2 - 25 + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 61. Постройте кривую $y = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{25x^2 + 50x + 9}$.

Ответ.

$$\begin{cases} 9(y-1)^2 = 25x^2 + 50x + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9(y-1)^2 = 25(x+1)^2 - 25 + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 61. Постройте кривую $y = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{25x^2 + 50x + 9}$.

Ответ.

$$\begin{cases} 9(y-1)^2 = 25x^2 + 50x + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9(y-1)^2 = 25(x+1)^2 - 25 + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

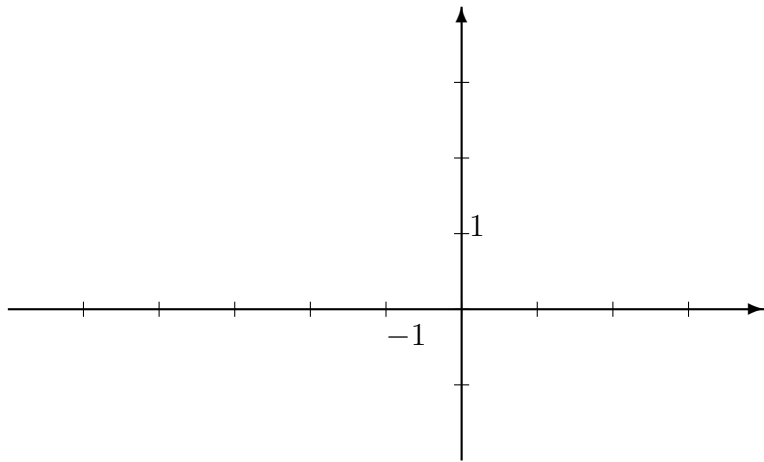
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+1)^2}{16/25} - \frac{(y-1)^2}{16/9} = 1, \\ y \leq 1 \end{cases}$$

Задача 61. Постройте кривую $y = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{25x^2 + 50x + 9}$.

Ответ.

$$\begin{cases} 9(y-1)^2 = 25x^2 + 50x + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9(y-1)^2 = 25(x+1)^2 - 25 + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+1)^2}{16/25} - \frac{(y-1)^2}{16/9} = 1, \\ y \leq 1 \end{cases}$$

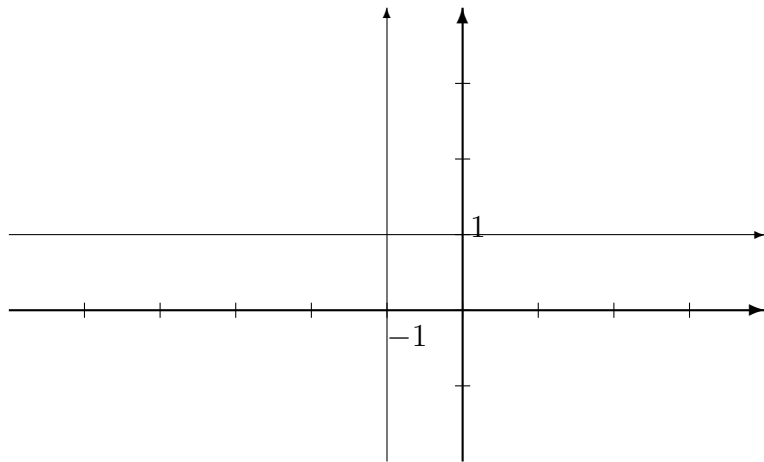


Задача 61. Постройте кривую $y = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{25x^2 + 50x + 9}$.

Ответ.

$$\begin{cases} 9(y-1)^2 = 25x^2 + 50x + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9(y-1)^2 = 25(x+1)^2 - 25 + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+1)^2}{16/25} - \frac{(y-1)^2}{16/9} = 1, \\ y \leq 1 \end{cases}$$

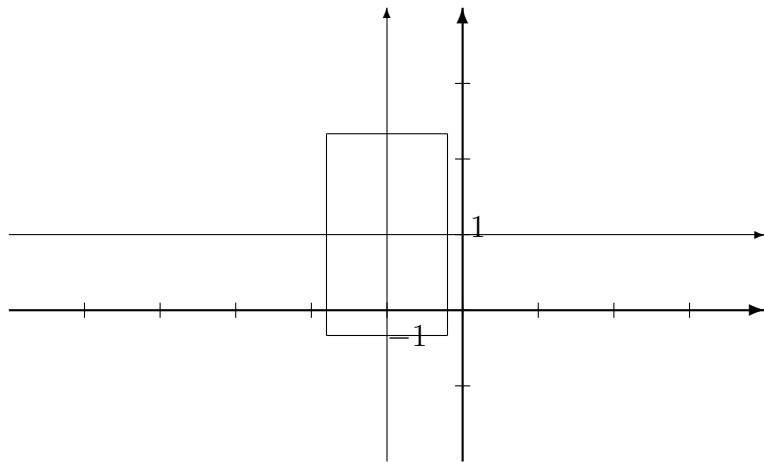


Задача 61. Постройте кривую $y = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{25x^2 + 50x + 9}$.

Ответ.

$$\begin{cases} 9(y-1)^2 = 25x^2 + 50x + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9(y-1)^2 = 25(x+1)^2 - 25 + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+1)^2}{16/25} - \frac{(y-1)^2}{16/9} = 1, \\ y \leq 1 \end{cases}$$

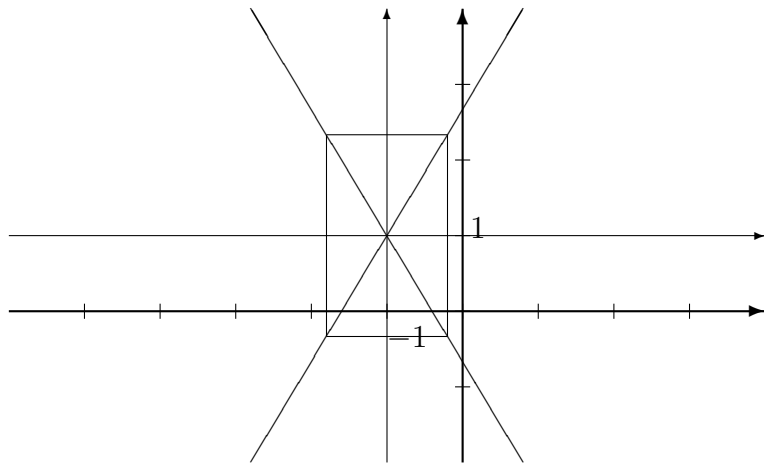


Задача 61. Постройте кривую $y = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{25x^2 + 50x + 9}$.

Ответ.

$$\begin{cases} 9(y-1)^2 = 25x^2 + 50x + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9(y-1)^2 = 25(x+1)^2 - 25 + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+1)^2}{16/25} - \frac{(y-1)^2}{16/9} = 1, \\ y \leq 1 \end{cases}$$

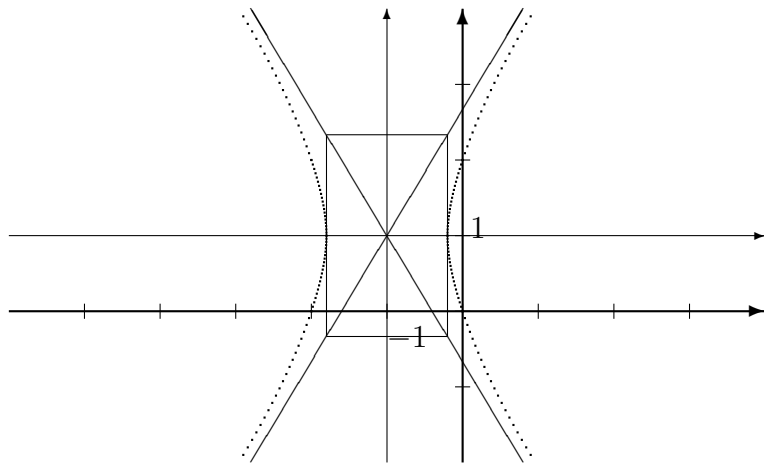


Задача 61. Постройте кривую $y = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{25x^2 + 50x + 9}$.

Ответ.

$$\begin{cases} 9(y-1)^2 = 25x^2 + 50x + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9(y-1)^2 = 25(x+1)^2 - 25 + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+1)^2}{16/25} - \frac{(y-1)^2}{16/9} = 1, \\ y \leq 1 \end{cases}$$

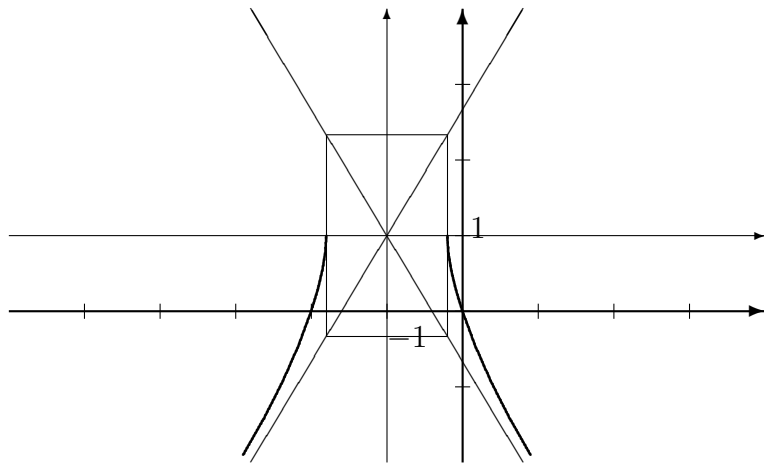


Задача 61. Постройте кривую $y = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{25x^2 + 50x + 9}$.

Ответ.

$$\begin{cases} 9(y-1)^2 = 25x^2 + 50x + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9(y-1)^2 = 25(x+1)^2 - 25 + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+1)^2}{16/25} - \frac{(y-1)^2}{16/9} = 1, \\ y \leq 1 \end{cases}$$

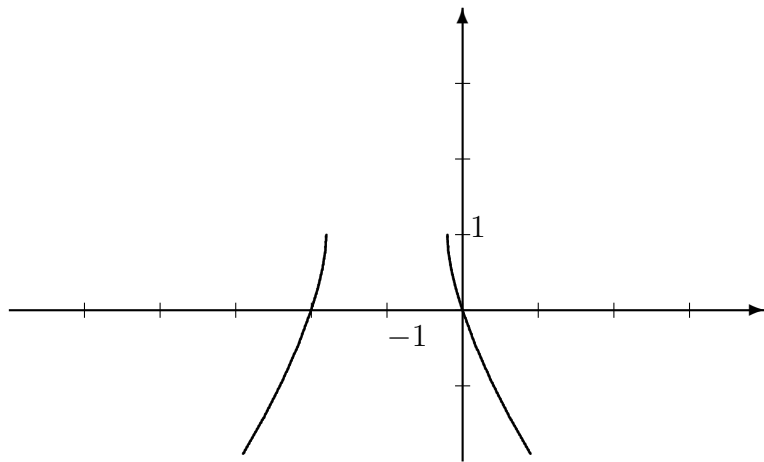


Задача 61. Постройте кривую $y = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{25x^2 + 50x + 9}$.

Ответ.

$$\begin{cases} 9(y-1)^2 = 25x^2 + 50x + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9(y-1)^2 = 25(x+1)^2 - 25 + 9, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25(x+1)^2 - 9(y-1)^2 = 16, \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+1)^2}{16/25} - \frac{(y-1)^2}{16/9} = 1, \\ y \leq 1 \end{cases}$$



Решение задачи 62.

Задача 62. Постройте линию $y = 3 - \sqrt{8 - 4x}$.

Задача 62. Постройте линию $y = 3 - \sqrt{8 - 4x}$.

Ответ.

$$\begin{cases} (y - 3)^2 = 8 - 4x, \\ y \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 62. Постройте линию $y = 3 - \sqrt{8 - 4x}$.

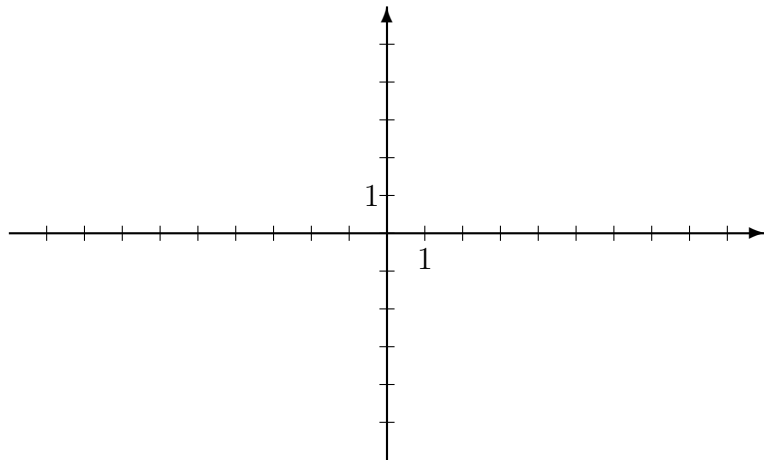
Ответ.

$$\begin{cases} (y - 3)^2 = 8 - 4x, \\ y \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y - 3)^2 = -4(x - 2), \\ y \leq 3. \end{cases}$$

Задача 62. Постройте линию $y = 3 - \sqrt{8 - 4x}$.

Ответ.

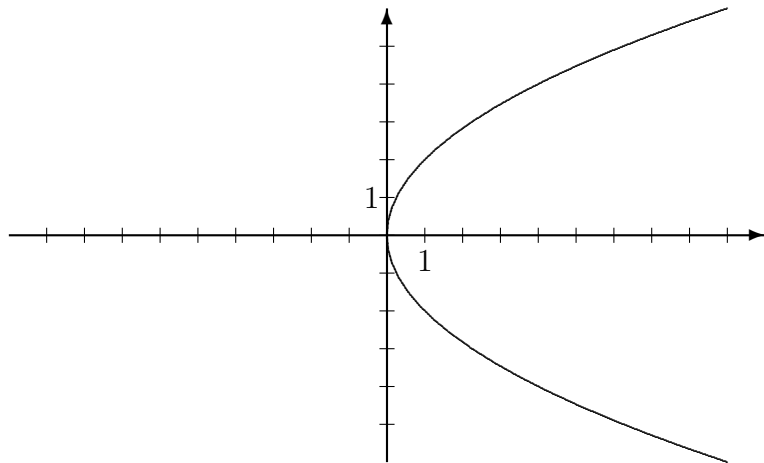
$$\begin{cases} (y - 3)^2 = 8 - 4x, \\ y \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y - 3)^2 = -4(x - 2), \\ y \leq 3. \end{cases}$$



Задача 62. Постройте линию $y = 3 - \sqrt{8 - 4x}$.

Ответ.

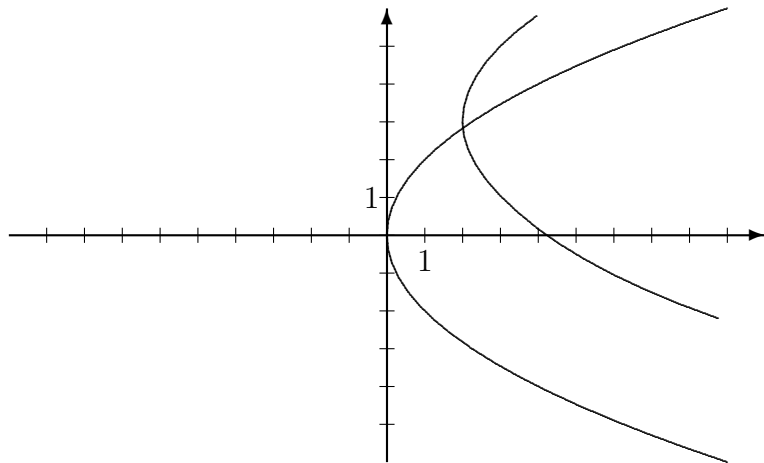
$$\begin{cases} (y - 3)^2 = 8 - 4x, \\ y \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y - 3)^2 = -4(x - 2), \\ y \leq 3. \end{cases}$$



Задача 62. Постройте линию $y = 3 - \sqrt{8 - 4x}$.

Ответ.

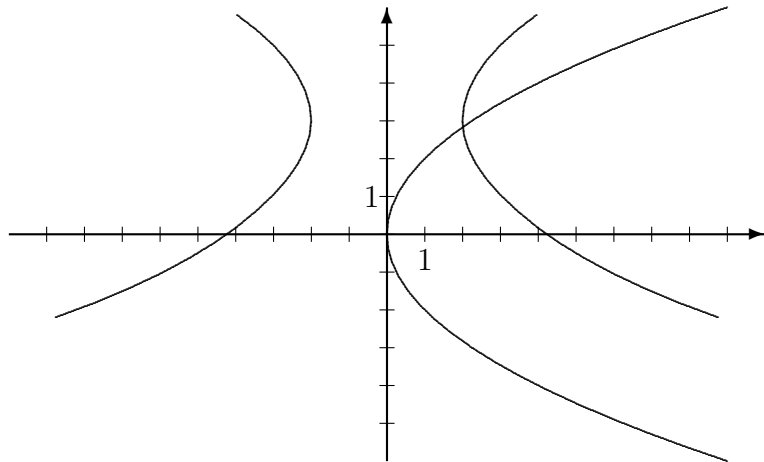
$$\begin{cases} (y - 3)^2 = 8 - 4x, \\ y \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y - 3)^2 = -4(x - 2), \\ y \leq 3. \end{cases}$$



Задача 62. Постройте линию $y = 3 - \sqrt{8 - 4x}$.

Ответ.

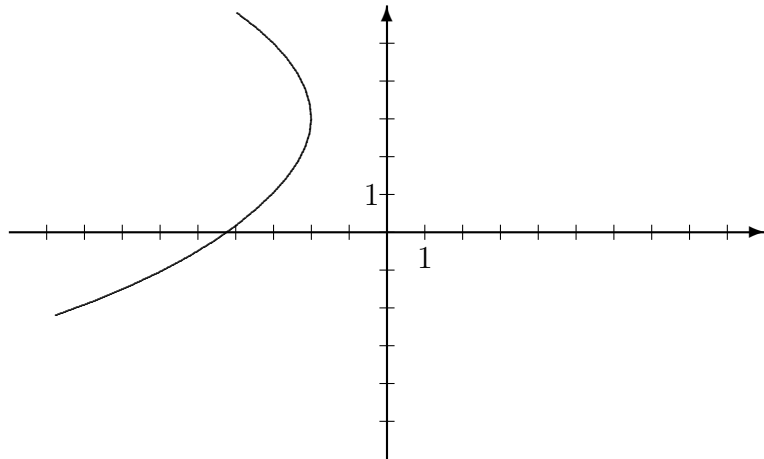
$$\begin{cases} (y - 3)^2 = 8 - 4x, \\ y \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y - 3)^2 = -4(x - 2), \\ y \leq 3. \end{cases}$$



Задача 62. Постройте линию $y = 3 - \sqrt{8 - 4x}$.

Ответ.

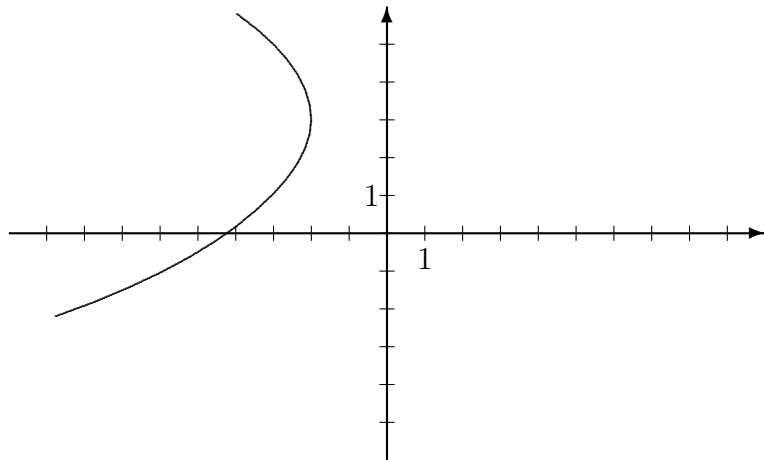
$$\begin{cases} (y - 3)^2 = 8 - 4x, \\ y \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y - 3)^2 = -4(x - 2), \\ y \leq 3. \end{cases}$$



Задача 62. Постройте линию $y = 3 - \sqrt{8 - 4x}$.

Ответ.

$$\begin{cases} (y - 3)^2 = 8 - 4x, \\ y \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y - 3)^2 = -4(x - 2), \\ y \leq 3. \end{cases}$$

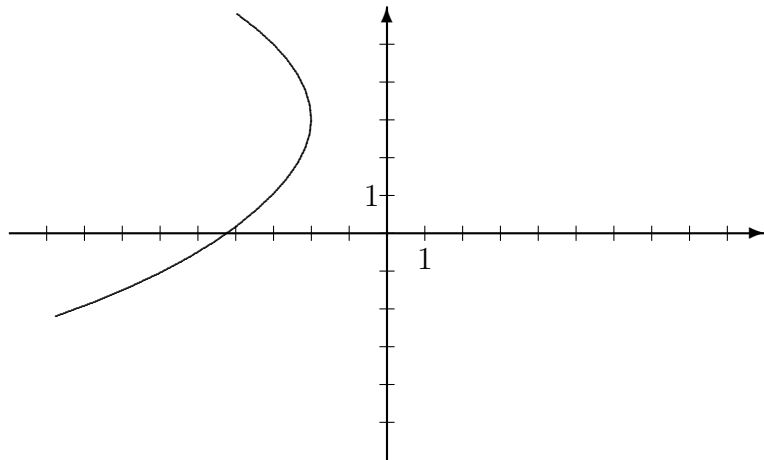


Все правильно?

Задача 62. Постройте линию $y = 3 - \sqrt{8 - 4x}$.

Ответ.

$$\begin{cases} (y - 3)^2 = 8 - 4x, \\ y \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y - 3)^2 = -4(x - 2), \\ \mathbf{y \leq 3.} \end{cases}$$

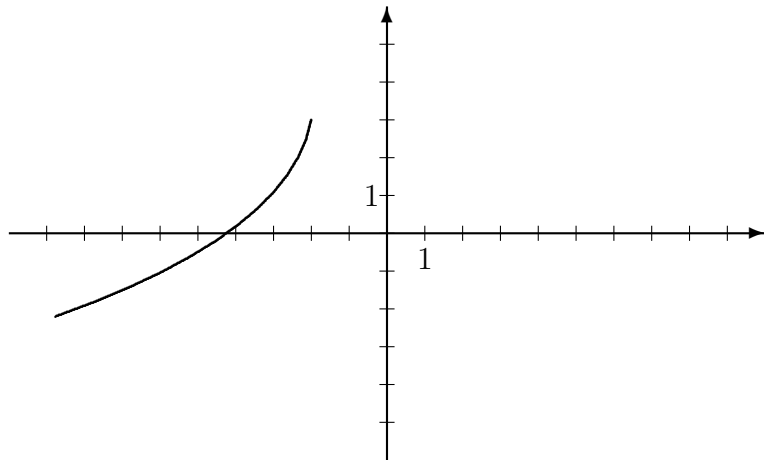


Все правильно?

Задача 62. Постройте линию $y = 3 - \sqrt{8 - 4x}$.

Ответ.

$$\begin{cases} (y - 3)^2 = 8 - 4x, \\ y \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y - 3)^2 = -4(x - 2), \\ \mathbf{y \leq 3.} \end{cases}$$



Решение задачи 63.

Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

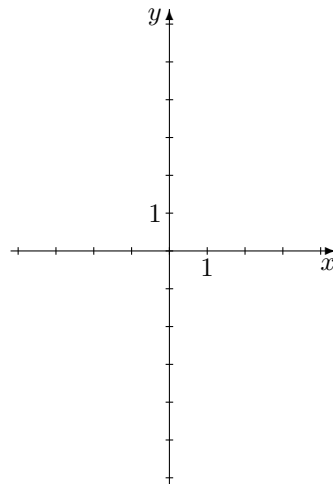
Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

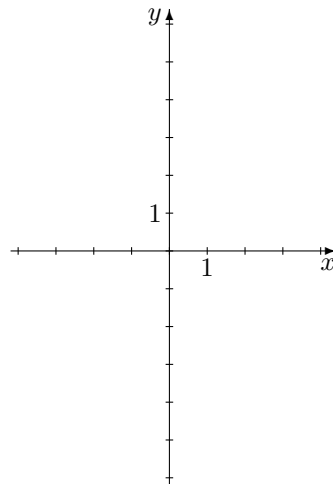


Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.



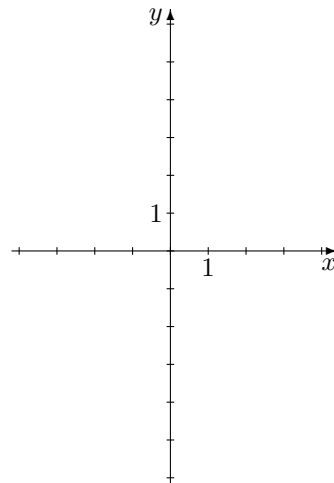
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$a =$



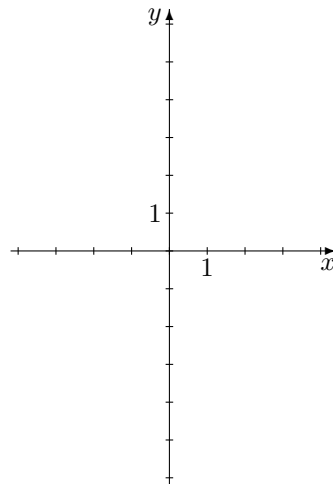
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$$a = \sqrt{3} \approx$$



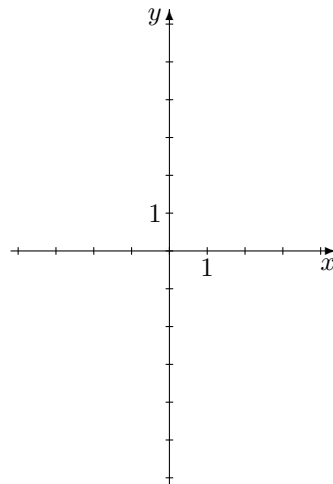
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$$a = \sqrt{3} \approx 1,73,$$



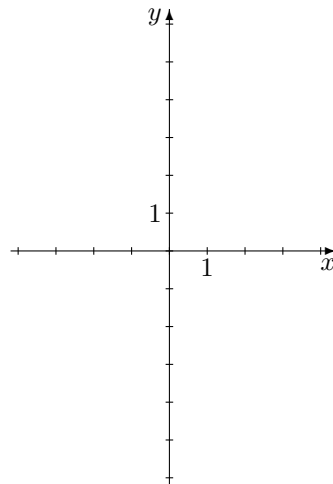
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$$a = \sqrt{3} \approx 1,73, \quad b =$$



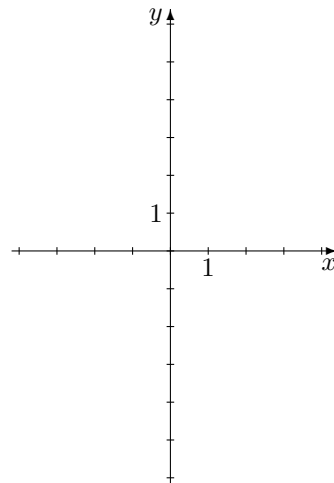
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$$a = \sqrt{3} \approx 1,73, \quad b = \sqrt{7} \approx$$



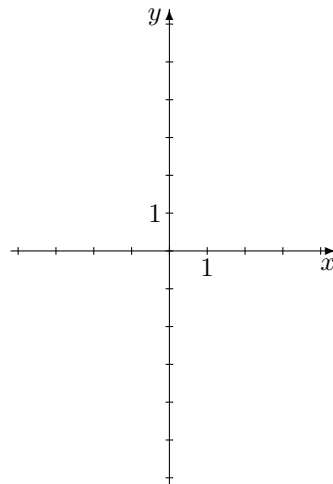
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$$a = \sqrt{3} \approx 1,73, \quad b = \sqrt{7} \approx 2,65.$$



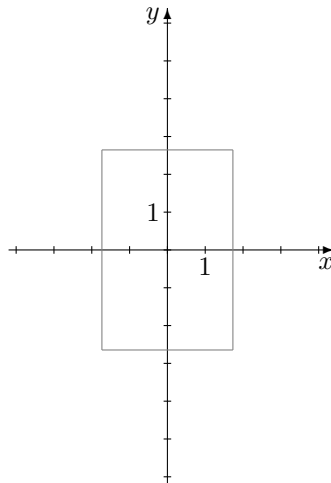
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$$a = \sqrt{3} \approx 1,73, \quad b = \sqrt{7} \approx 2,65.$$



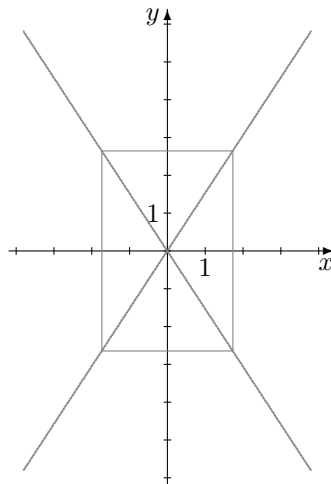
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$a = \sqrt{3} \approx 1,73$, $b = \sqrt{7} \approx 2,65$.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

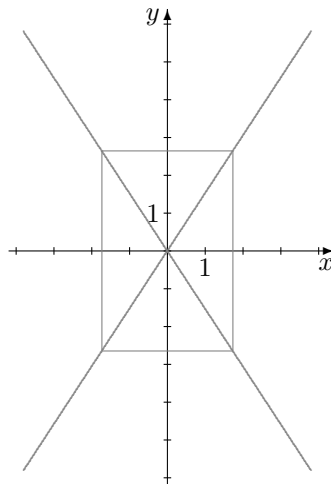
Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$$a = \sqrt{3} \approx 1,73, \quad b = \sqrt{7} \approx 2,65.$$

Теперь изобразим гиперболу.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

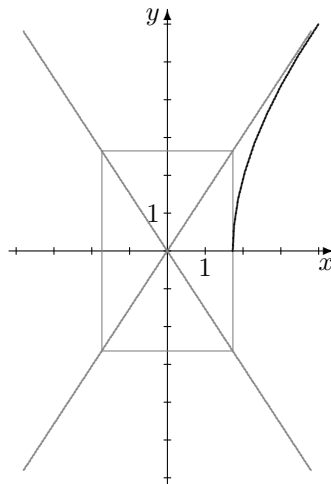
Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$$a = \sqrt{3} \approx 1,73, \quad b = \sqrt{7} \approx 2,65.$$

Теперь изобразим гиперболу.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

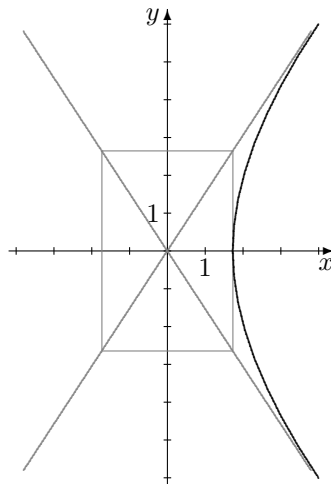
Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$$a = \sqrt{3} \approx 1,73, \quad b = \sqrt{7} \approx 2,65.$$

Теперь изобразим гиперболу.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

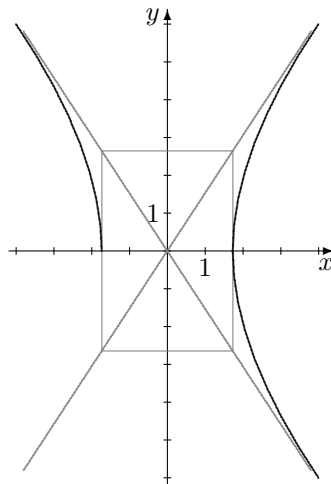
Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$$a = \sqrt{3} \approx 1,73, \quad b = \sqrt{7} \approx 2,65.$$

Теперь изобразим гиперболу.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

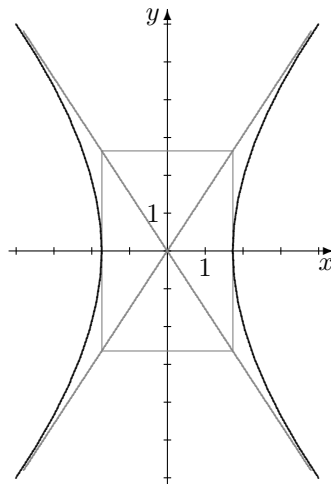
Ответ.

Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$$a = \sqrt{3} \approx 1,73, \quad b = \sqrt{7} \approx 2,65.$$

Теперь изобразим гиперболу.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

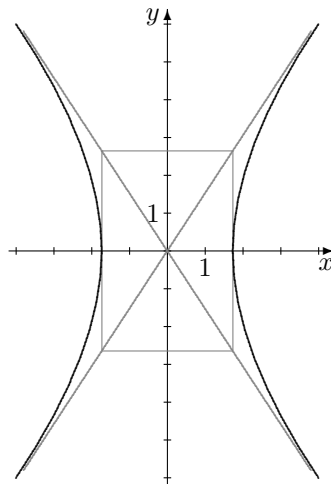
Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$$a = \sqrt{3} \approx 1,73, \quad b = \sqrt{7} \approx 2,65.$$

Теперь изобразим гиперболу.

Наконец, изобразим точку $A(3, -1)$.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

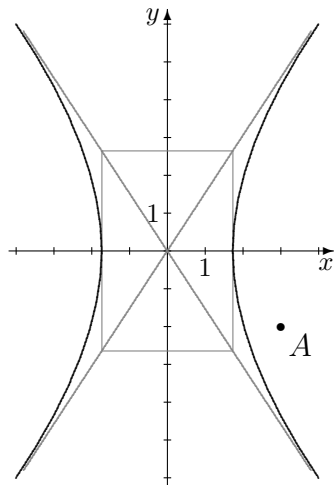
Изобразим схематический рисунок.

Сначала изобразим основной прямоугольник и асимптоты.

$$a = \sqrt{3} \approx 1,73, \quad b = \sqrt{7} \approx 2,65.$$

Теперь изобразим гиперболу.

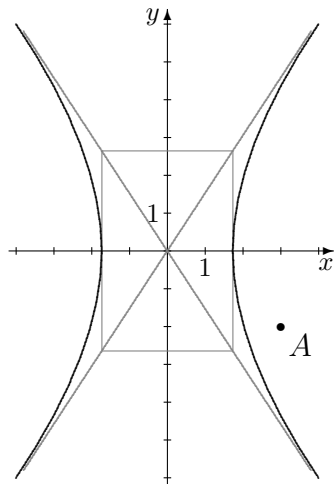
Наконец, изобразим точку $A(3, -1)$.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

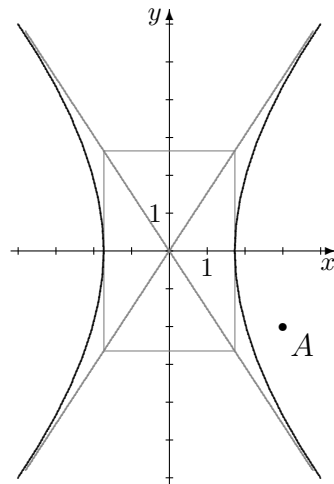
Что надо найти?



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

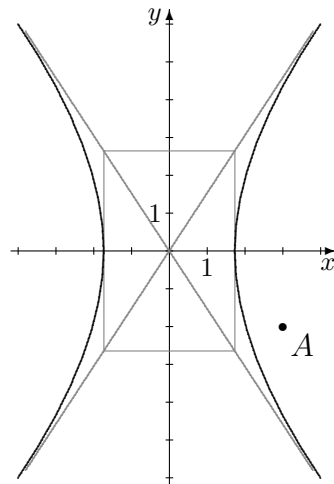
Что надо найти? Линию, т.е.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

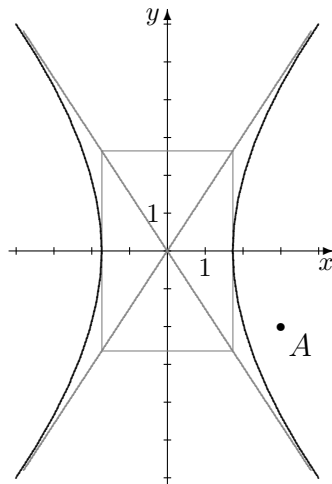
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

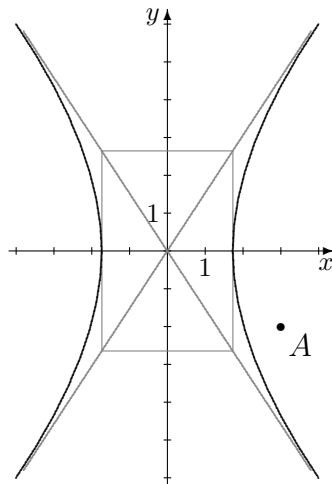
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. В каком виде представим ответ?



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

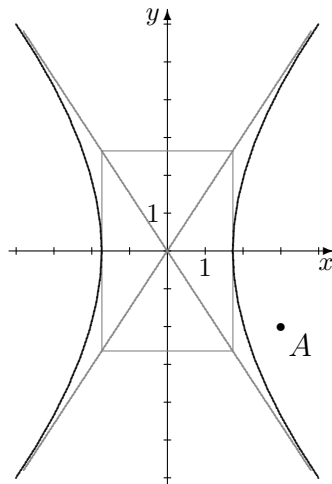
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. В каком виде представим ответ? Уравнением, т.е.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

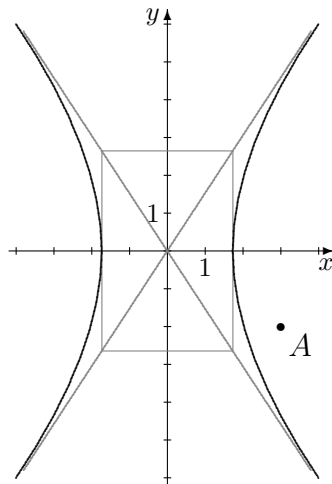
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

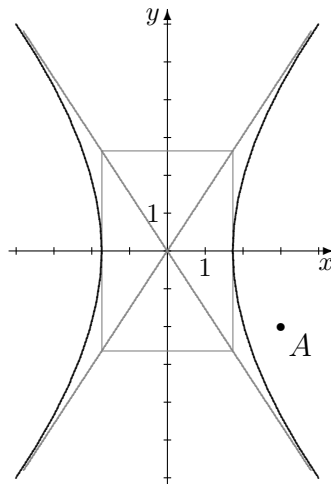
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

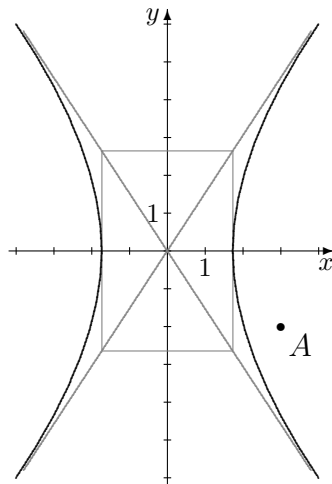
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

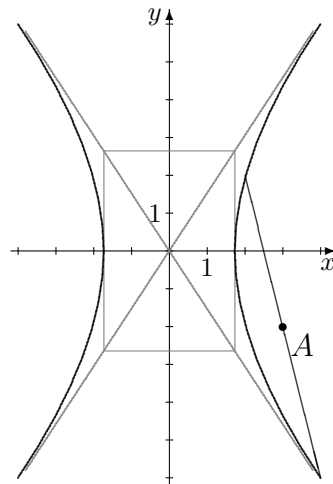
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. В каком виде представим ответ? Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. Введем переменные.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

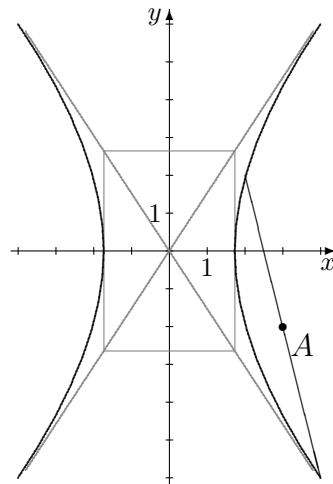
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

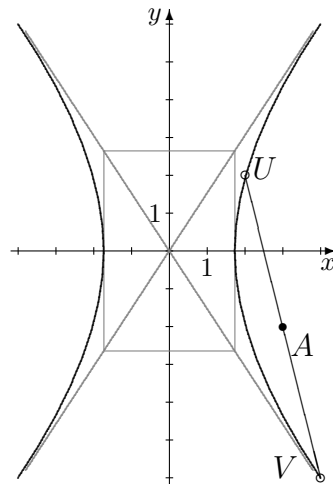
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V .



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

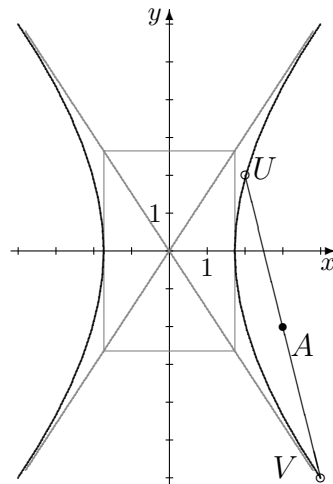
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V .



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

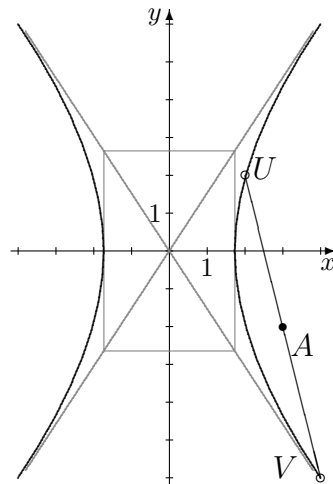
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V .



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

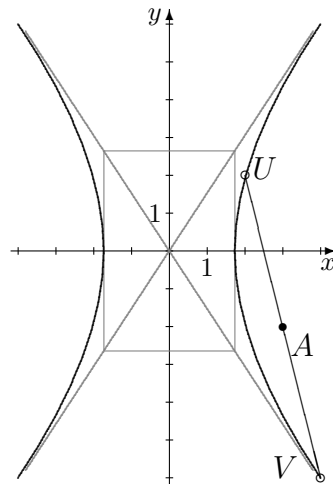
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. В каком виде представим ответ? Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. Введем переменные. Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . Составим уравнение.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

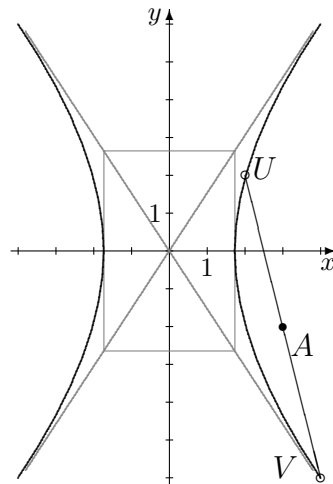
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение. Что вычислим двумя способами?*



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

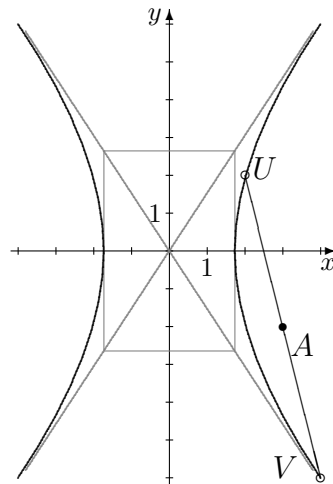
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

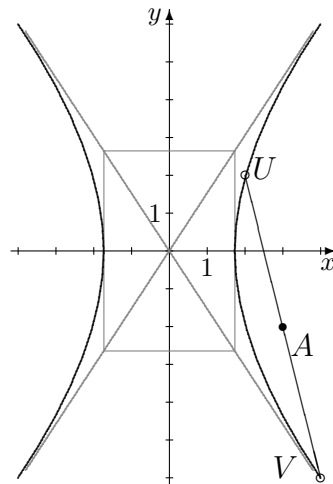
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

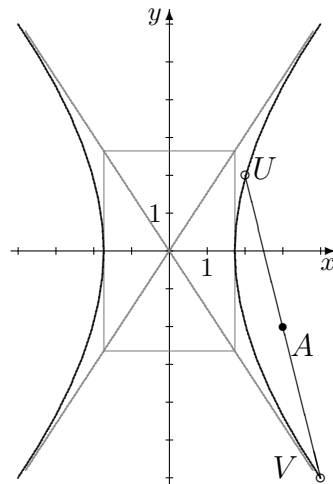
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

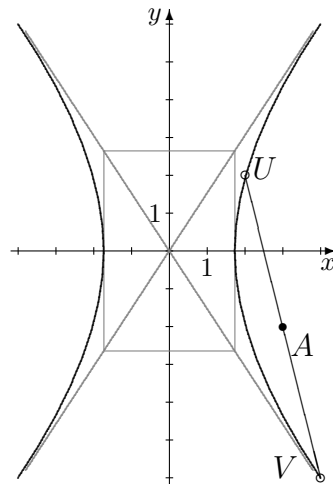
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

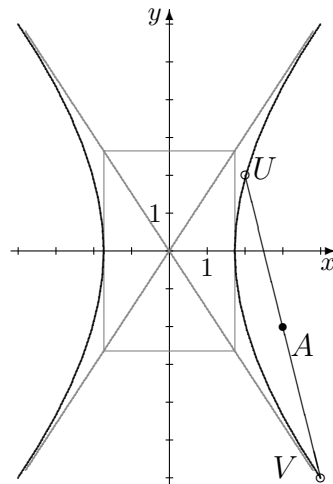
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

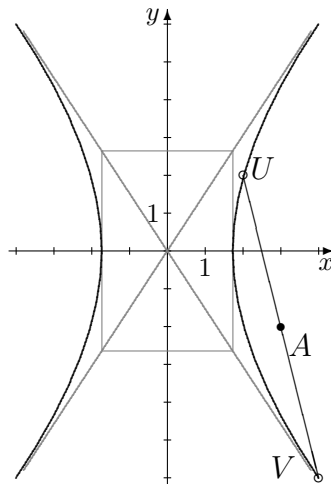
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A —



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

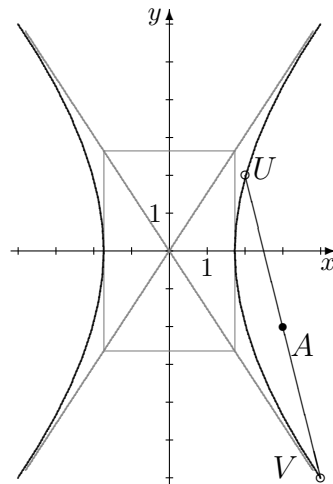


Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a,$),

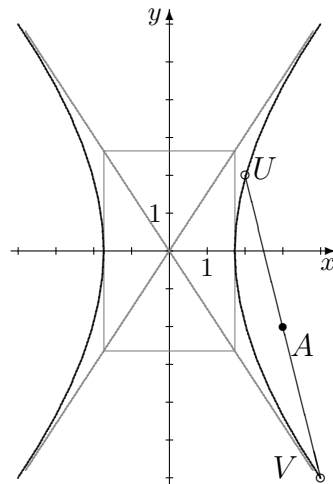


Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n),$

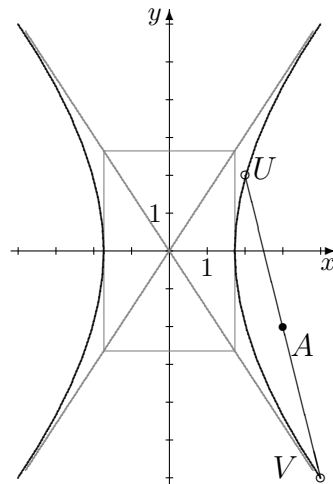


Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a,$).

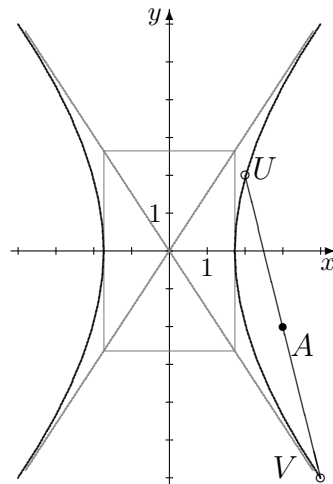


Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.



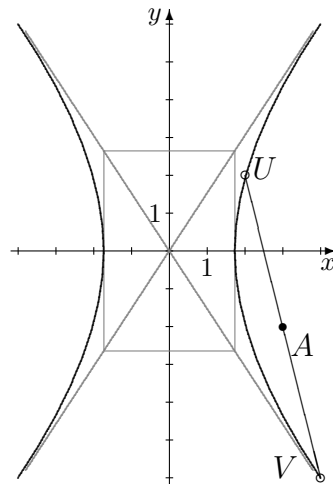
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

Точка A лежит на искомой прямой.



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

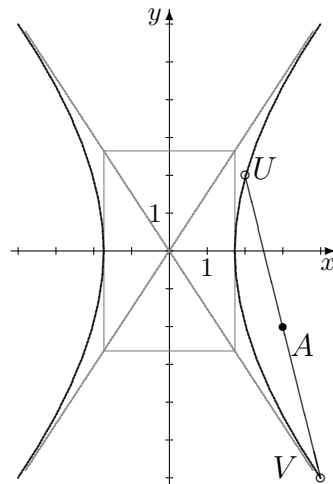
Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

Точка A лежит на искомой прямой.

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 = \end{array} \right.$$



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

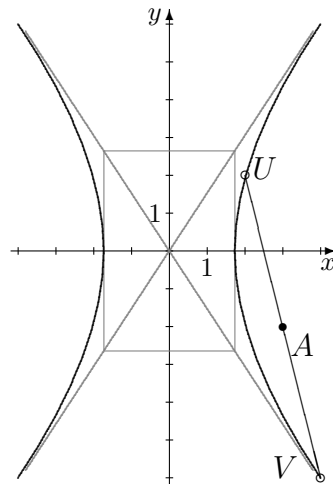
Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* Что вычислим двумя способами? Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

Точка A лежит на искомой прямой.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \end{cases}$$



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

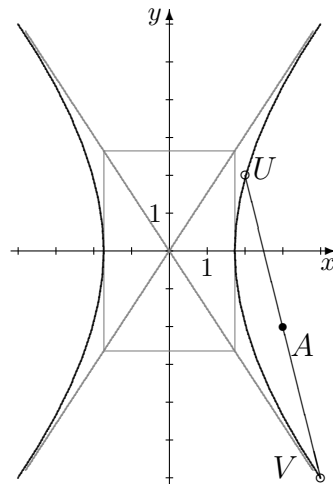
Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

Точки U и V лежат на гиперболе.

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 = 3m + n, \\ \end{array} \right.$$



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

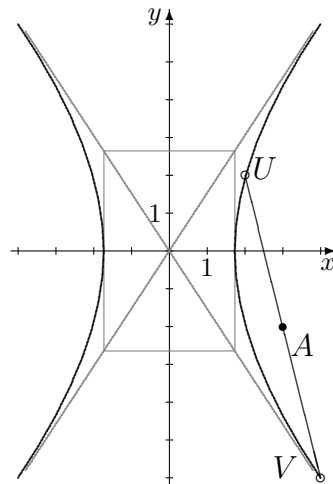
Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

Точки U и V лежат на гиперболе.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases}$$



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

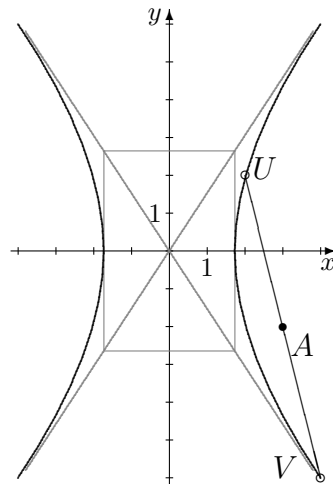
Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* Что вычислим двумя способами? Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

Точки U и V лежат на гиперболе.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases}$$



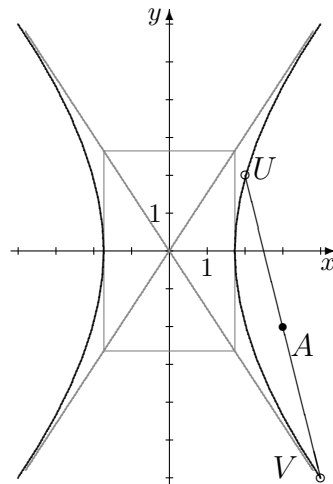
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} n = \\ m = \end{array} \right.$$



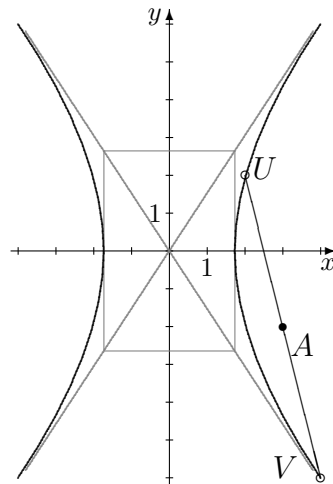
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* Что вычислим двумя способами? Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \end{cases}$$



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

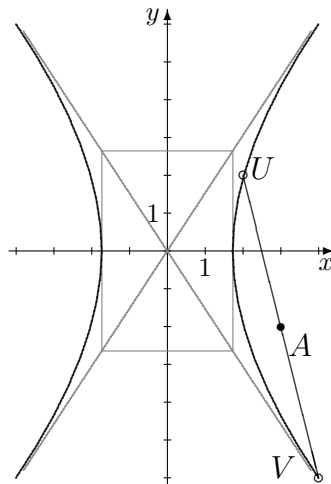
Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \end{cases}$$

Из четвертого уравнения вычтем третье...



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

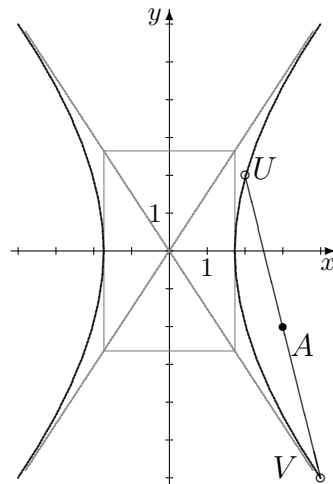
Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \end{cases}$$

Из четвертого уравнения вычтем третье...



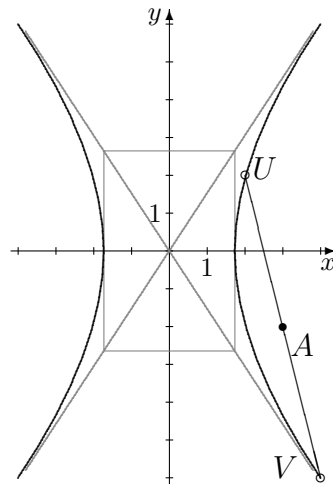
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \end{cases}$$



Из четвертого уравнения вычтем третье... По формуле разности квадратов...

Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

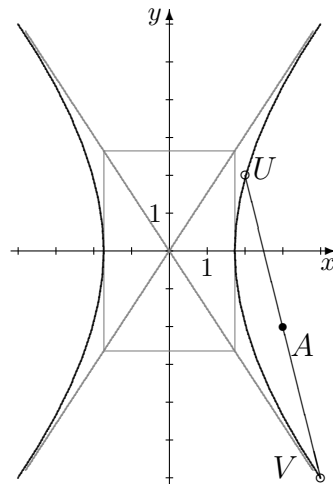
Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \end{cases}$$

$\frac{12a}{3} -$
Из четвертого уравнения вычтем третье... По формуле разности квадратов...



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

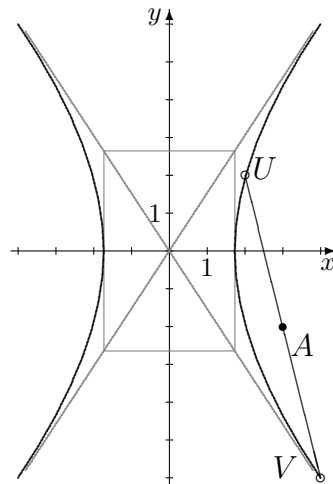
Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* Что вычислим двумя способами? Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \end{cases}$$

Из четвертого уравнения вычтем третье... По формуле разности квадратов...



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

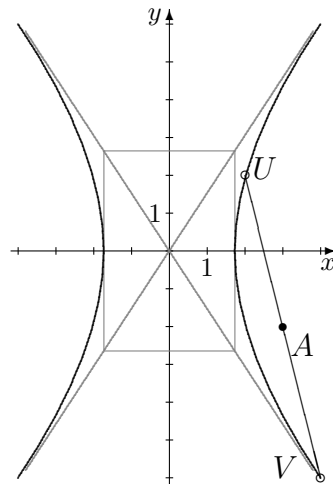
Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* Что вычислим двумя способами? Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ \frac{12a}{3} - \frac{(6m + 2n)2ma}{7} = 0, \end{cases}$$

Из четвертого уравнения вычтем третье... По формуле разности квадратов...



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

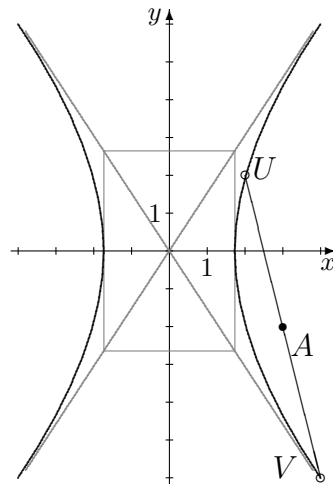
Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* Что вычислим двумя способами? Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ \frac{12a}{3} - \frac{(6m + 2n)2ma}{7} = 0, \end{cases}$$

Из четвертого уравнения вычтем третье... По формуле разности квадратов...



Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

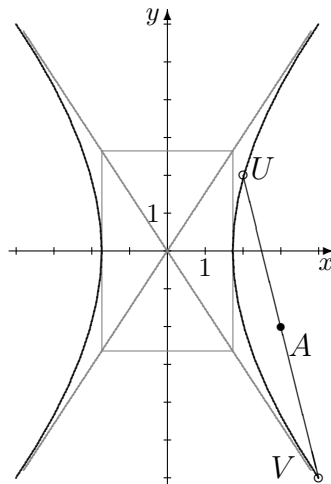
Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* Что вычислим двумя способами? Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + nm = 7, \end{cases}$$

$$\frac{12a}{3} - \frac{(6m + 2n)2ma}{7} = 0, \quad 7 - (3m + n)m = 0,$$

Из четвертого уравнения вычтем третье... По формуле разности квадратов...



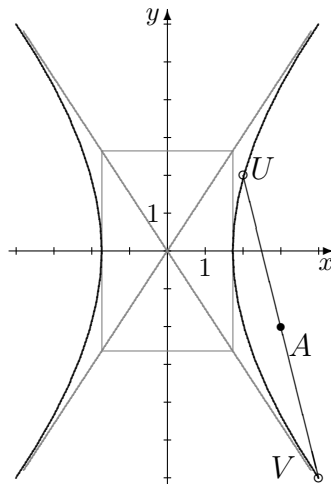
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* Что вычислим двумя способами? Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + nm = 7, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + nm = 7, \end{cases}$$



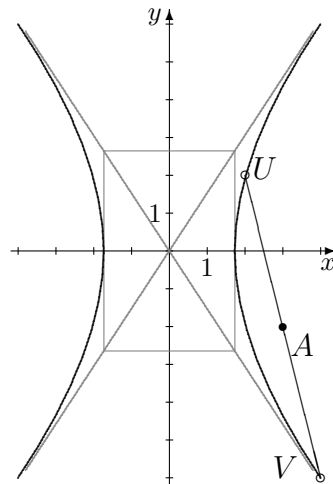
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + nm = 7, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + (-3m - 1)m = 7. \end{cases}$$



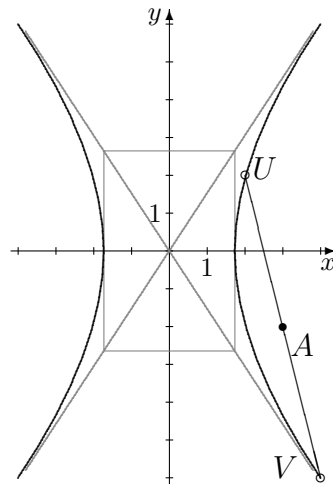
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + nm = 7, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + (-3m - 1)m = 7. \end{cases} \quad \begin{cases} m = \end{cases}$$

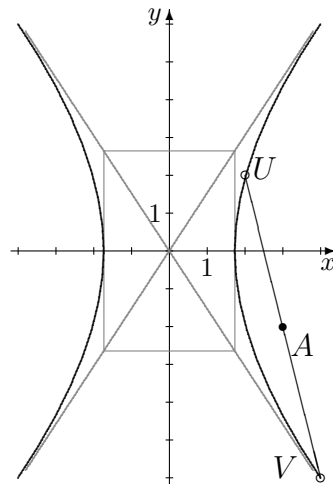


Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.



$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3-a)^2}{3} - \frac{(m(3-a)+n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3+a)^2}{3} - \frac{(m(3+a)+n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + nm = 7, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + (-3m - 1)m = 7. \end{cases} \quad \begin{cases} m = -7. \end{cases}$$

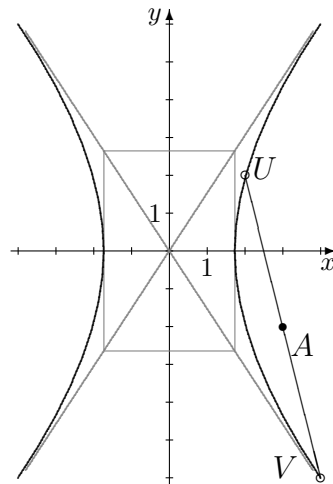
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + nm = 7, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + (-3m - 1)m = 7. \end{cases} \quad \begin{cases} n = \\ m = -7. \end{cases}$$



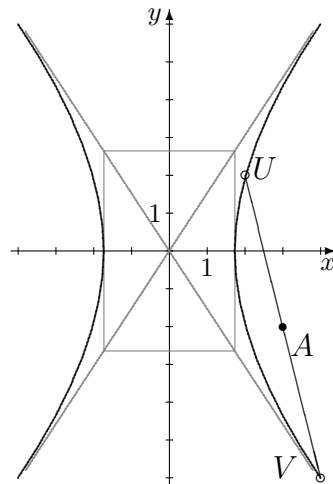
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = mx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3 - a)^2}{3} - \frac{(m(3 - a) + n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3 + a)^2}{3} - \frac{(m(3 + a) + n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + nm = 7, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + (-3m - 1)m = 7. \end{cases} \quad \begin{cases} n = 20, \\ m = -7. \end{cases}$$



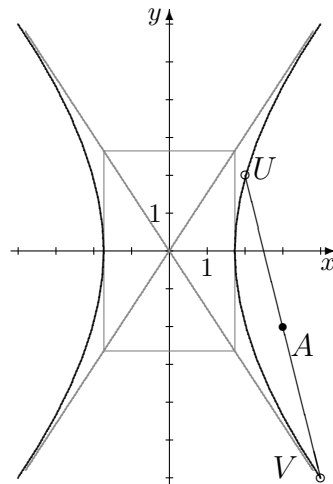
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

Искомое уравнение хорды: $y = 20 - 7x$.



$$\begin{cases} -1 = 3m + n, \\ \frac{(3-a)^2}{3} - \frac{(m(3-a)+n)^2}{7} = 1, \\ \frac{(3+a)^2}{3} - \frac{(m(3+a)+n)^2}{7} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + nm = 7, \end{cases} \quad \begin{cases} n = -3m - 1, \\ 3m^2 + (-3m - 1)m = 7. \end{cases} \quad \begin{cases} n = 20, \\ m = -7. \end{cases}$$

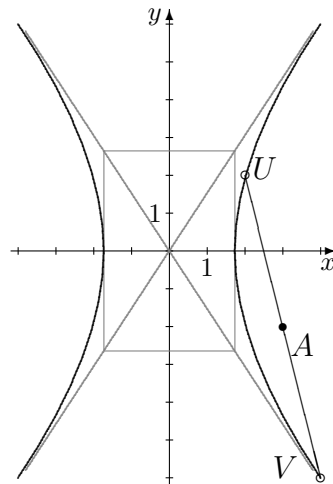
Задача 63. Составить уравнение хорды гиперболы $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$, которую точка $A(3; -1)$ делит пополам.

Ответ.

Что надо найти? Линию, т.е. множество точек. *В каком виде представим ответ?* Уравнением, т.е. утверждением о координатах точек линии. *Введем переменные.* Обозначим координаты точки линии через (x, y) , $y = tx + n$. Координаты точек пересечения с ветками гиперболы обозначим через U , V . *Составим уравнение.* *Что вычислим двумя способами?* Координаты точки A удовлетворяют уравнению прямой. Переведем на язык равенств векторов утверждение, что A — середина отрезка UV .

$U(3 - a, m(3 - a) + n)$, $V(3 + a, m(3 + a) + n)$.

Искомое уравнение хорды: $y = 20 - 7x$.

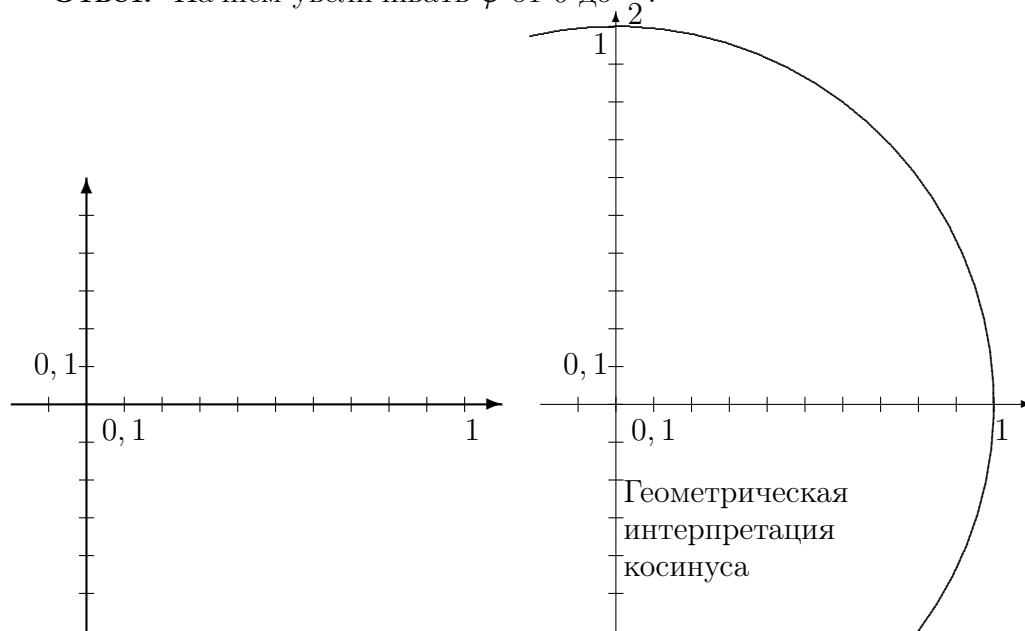


Решение задачи 64.

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos \varphi$.

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos \varphi$.

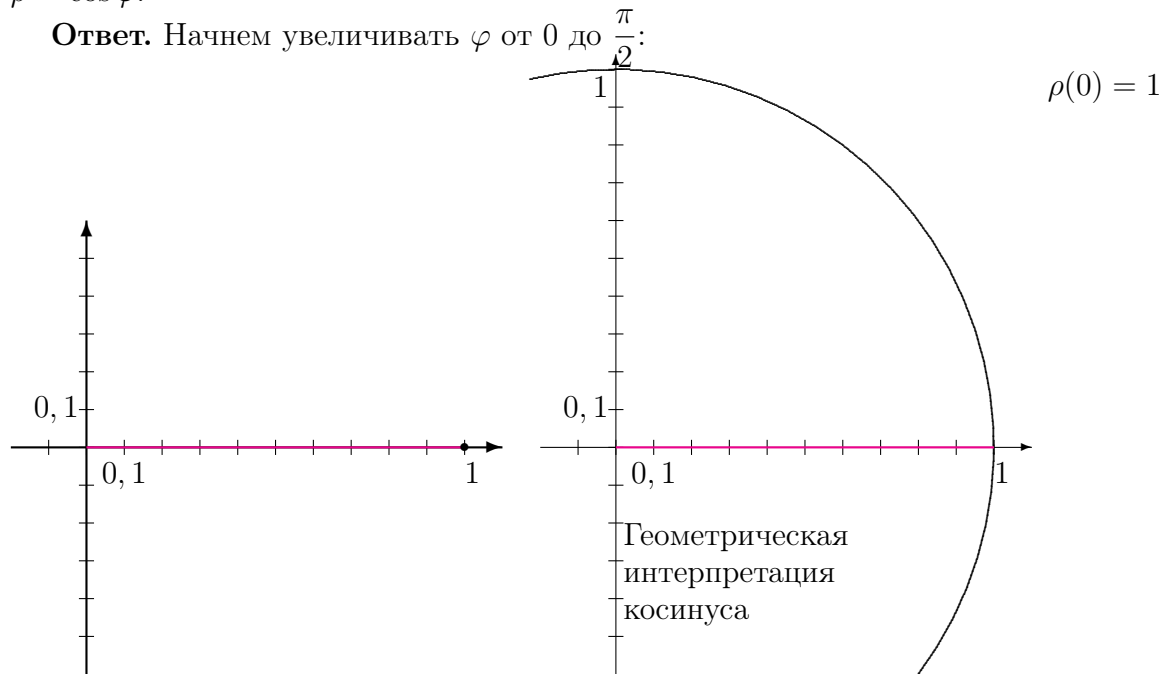
Ответ. Начнем увеличивать φ от 0 до $\frac{\pi}{2}$:



Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

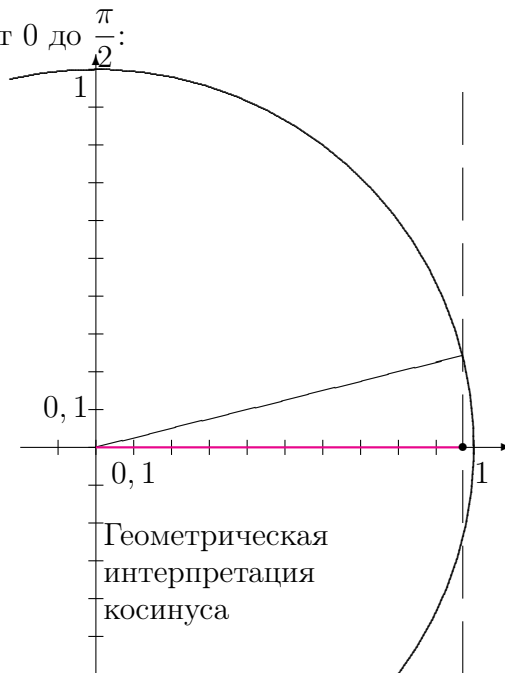
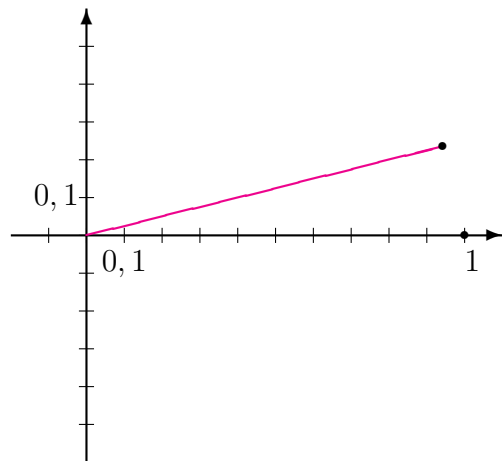
$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ. Начнем увеличивать φ от 0 до $\frac{\pi}{2}$:



Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos \varphi$.

Ответ. Начнем увеличивать φ от 0 до $\frac{\pi}{2}$:



$$\rho(0) = 1$$

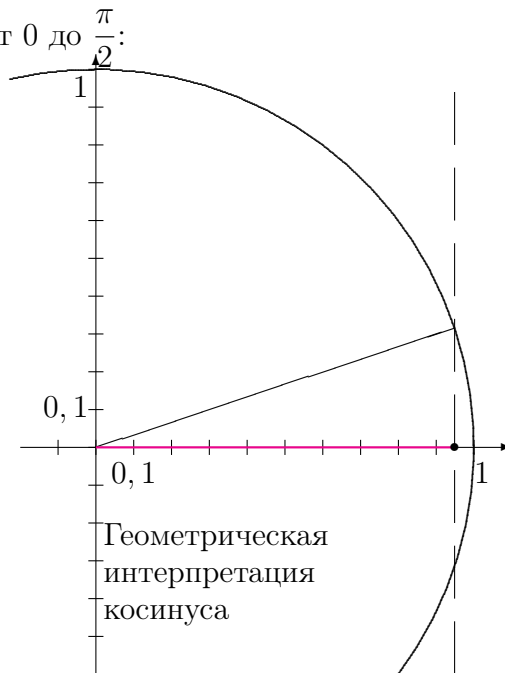
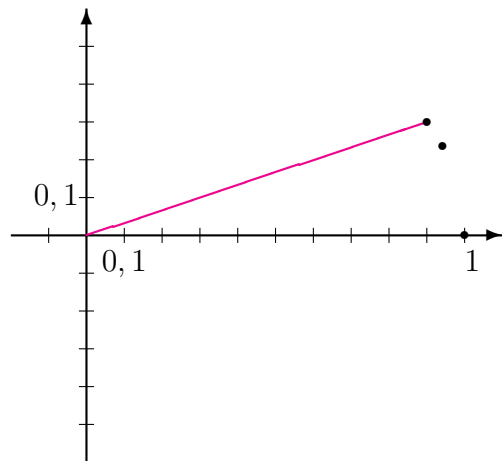
$$\rho(0.245) = 0.97$$

Геометрическая
интерпретация
косинуса

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ. Начнем увеличивать φ от 0 до $\frac{\pi}{2}$:



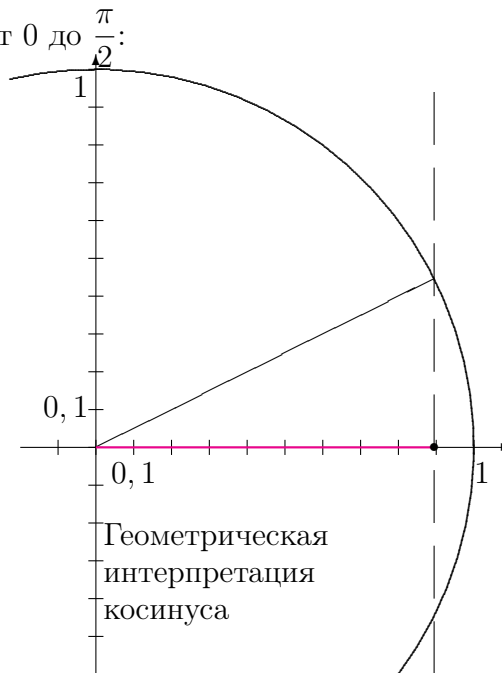
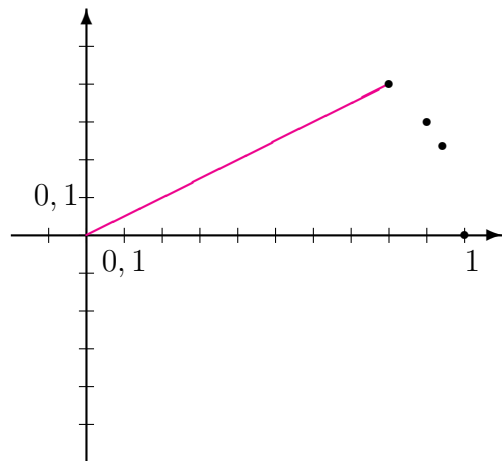
$$\begin{aligned}\rho(0) &= 1 \\ \rho(0.245) &= 0.97 \\ \rho(0.322) &= 0.949\end{aligned}$$

Геометрическая
интерпретация
косинуса

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ. Начнем увеличивать φ от 0 до $\frac{\pi}{2}$:

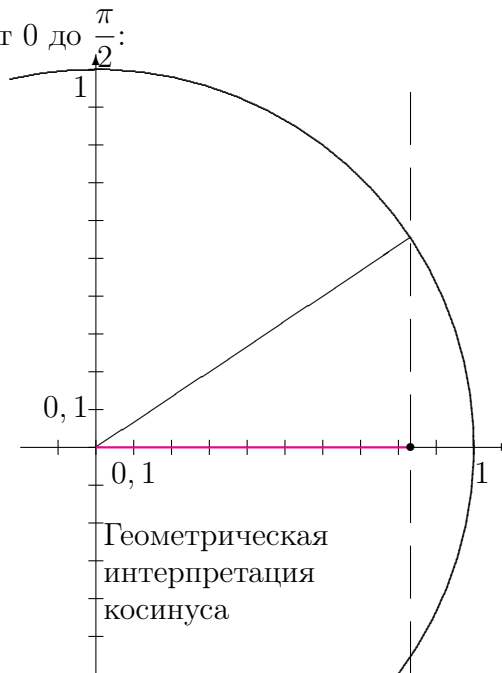
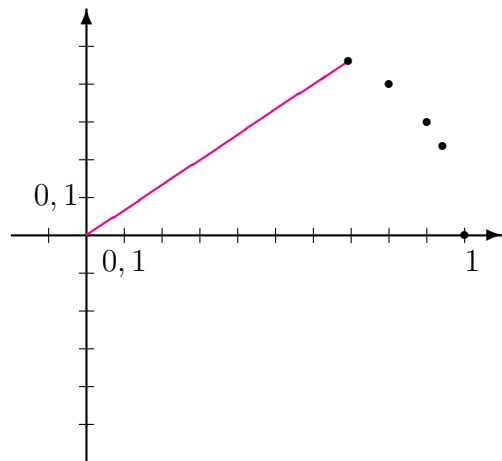


$$\begin{aligned}\rho(0) &= 1 \\ \rho(0.245) &= 0.97 \\ \rho(0.322) &= 0.949 \\ \rho(0.464) &= 0.894\end{aligned}$$

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ. Начнем увеличивать φ от 0 до $\frac{\pi}{2}$:

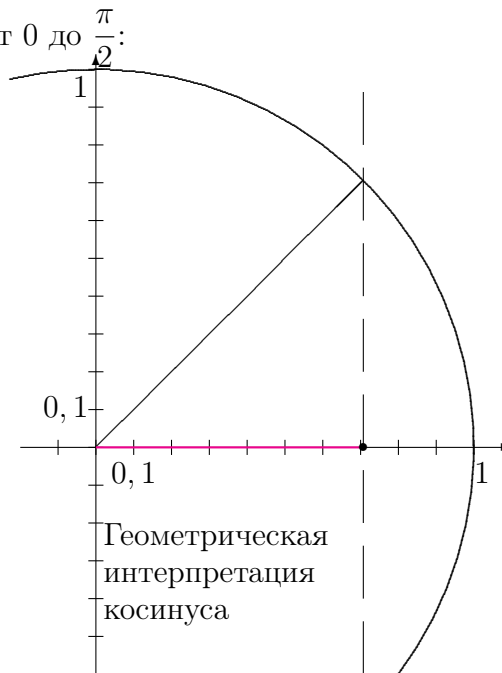
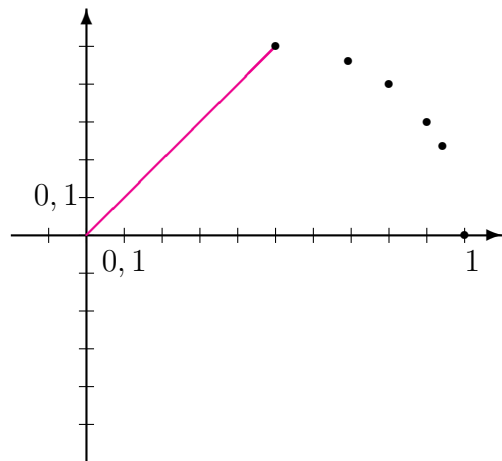


$$\begin{aligned}\rho(0) &= 1 \\ \rho(0.245) &= 0.97 \\ \rho(0.322) &= 0.949 \\ \rho(0.464) &= 0.894 \\ \rho(0.558) &= 0.832\end{aligned}$$

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ. Начнем увеличивать φ от 0 до $\frac{\pi}{2}$:



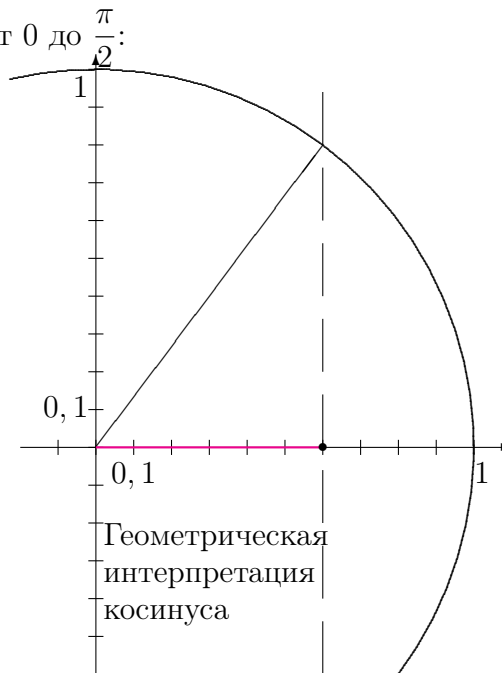
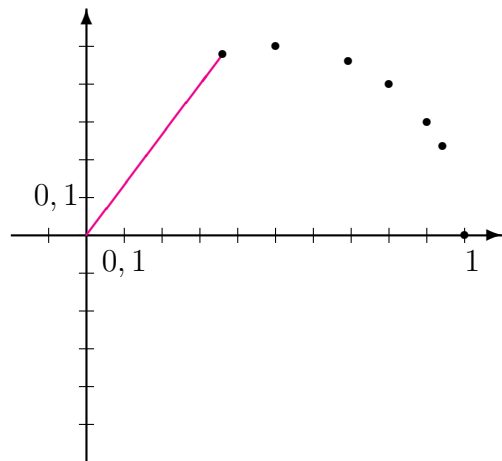
$$\begin{aligned}\rho(0) &= 1 \\ \rho(0.245) &= 0.97 \\ \rho(0.322) &= 0.949 \\ \rho(0.464) &= 0.894 \\ \rho(0.558) &= 0.832 \\ \rho(0.785) &= 0.707\end{aligned}$$

Геометрическая
интерпретация
косинуса

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ. Начнем увеличивать φ от 0 до $\frac{\pi}{2}$:



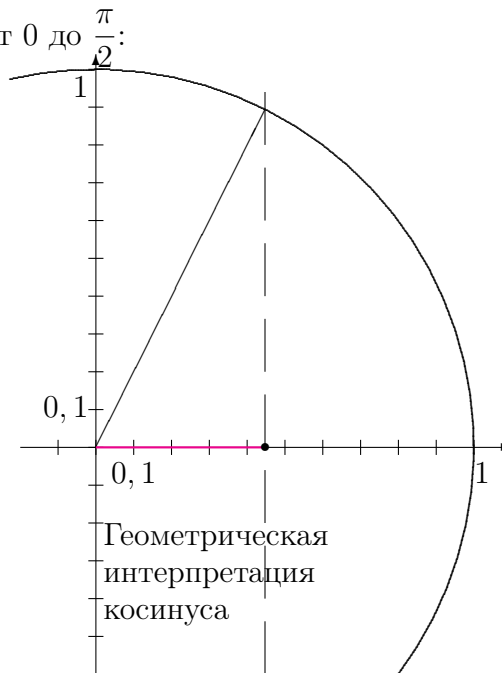
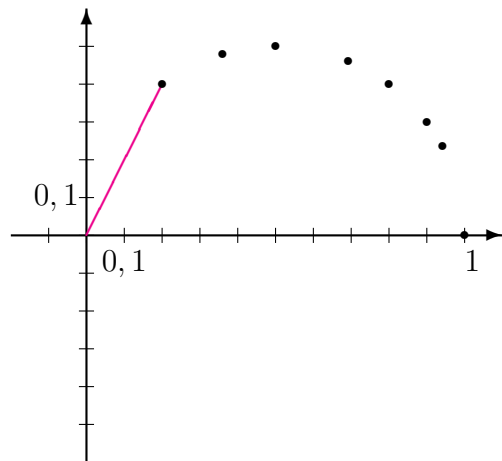
$$\begin{aligned}\rho(0) &= 1 \\ \rho(0.245) &= 0.97 \\ \rho(0.322) &= 0.949 \\ \rho(0.464) &= 0.894 \\ \rho(0.558) &= 0.832 \\ \rho(0.785) &= 0.707 \\ \rho(0.927) &= 0.6\end{aligned}$$

Геометрическая
интерпретация
косинуса

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ. Начнем увеличивать φ от 0 до $\frac{\pi}{2}$:

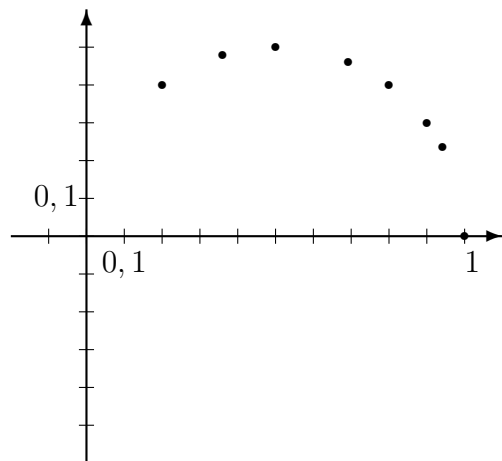


$\rho(0) = 1$
$\rho(0.245) = 0.97$
$\rho(0.322) = 0.949$
$\rho(0.464) = 0.894$
$\rho(0.558) = 0.832$
$\rho(0.785) = 0.707$
$\rho(0.927) = 0.6$
$\rho(1.107) = 0.447$

Геометрическая
интерпретация
косинуса

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos \varphi$.

Ответ. Для углов от $\frac{\pi}{2}$ до $\frac{3\pi}{2}$ значения ρ становятся отрицательными.



$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.245) = 0.97$$

$$\rho(0.322) = 0.949$$

$$\rho(0.464) = 0.894$$

$$\rho(0.558) = 0.832$$

$$\rho(0.785) = 0.707$$

$$\rho(0.927) = 0.6$$

$$\rho(1.107) = 0.447$$

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos \varphi$.

Ответ. При уменьшении угла φ от 0 до $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$, в силу четности косинуса:

$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.245) = 0.97$$

$$\rho(0.322) = 0.949$$

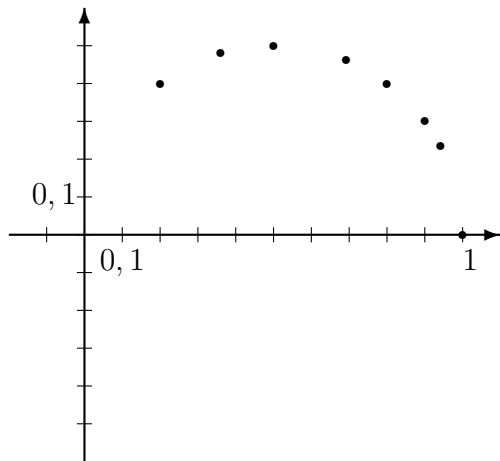
$$\rho(0.464) = 0.894$$

$$\rho(0.558) = 0.832$$

$$\rho(0.785) = 0.707$$

$$\rho(0.927) = 0.6$$

$$\rho(1.107) = 0.447$$



Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos \varphi$.

Ответ. При уменьшении угла φ от 0 до $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$, в силу четности косинуса:

$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.245) = 0.97$$

$$\rho(0.322) = 0.949$$

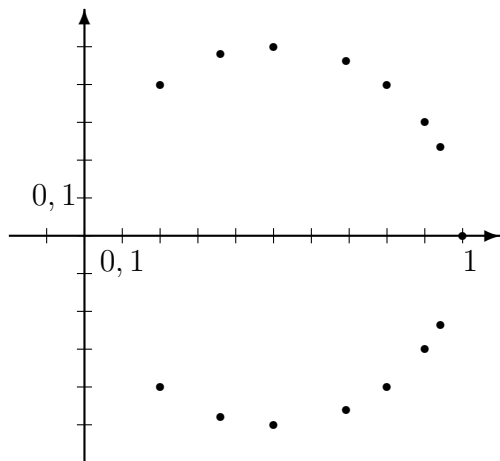
$$\rho(0.464) = 0.894$$

$$\rho(0.558) = 0.832$$

$$\rho(0.785) = 0.707$$

$$\rho(0.927) = 0.6$$

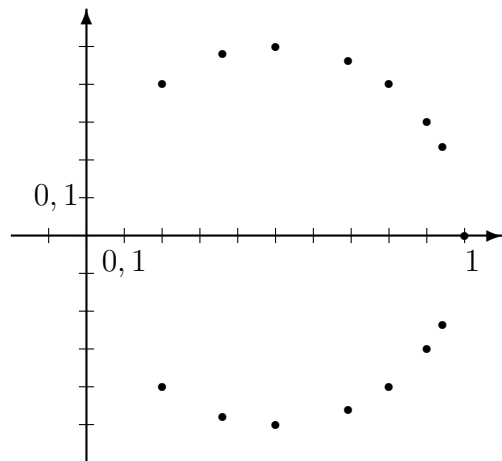
$$\rho(1.107) = 0.447$$



Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.245) = 0.97$$

$$\rho(0.322) = 0.949$$

$$\rho(0.464) = 0.894$$

$$\rho(0.558) = 0.832$$

$$\rho(0.785) = 0.707$$

$$\rho(0.927) = 0.6$$

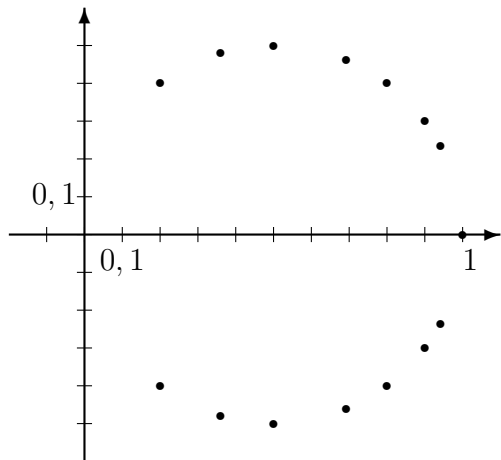
$$\rho(1.107) = 0.447$$

От полярной системы координат **перейдем к прямоугольной декартовой системе координат**:

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.245) = 0.97$$

$$\rho(0.322) = 0.949$$

$$\rho(0.464) = 0.894$$

$$\rho(0.558) = 0.832$$

$$\rho(0.785) = 0.707$$

$$\rho(0.927) = 0.6$$

$$\rho(1.107) = 0.447$$

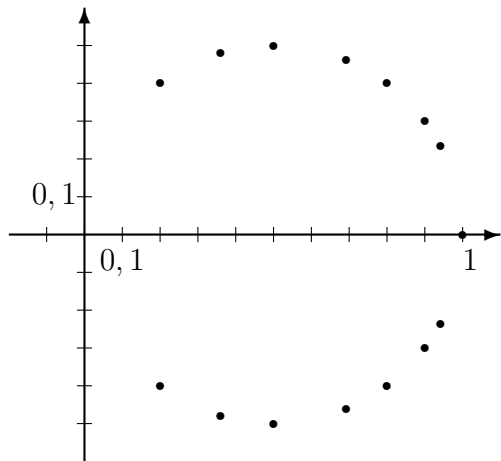
От полярной системы координат **перейдем к прямоугольной декартовой системе координат**:

$$\rho = \cos \varphi \Rightarrow$$

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.245) = 0.97$$

$$\rho(0.322) = 0.949$$

$$\rho(0.464) = 0.894$$

$$\rho(0.558) = 0.832$$

$$\rho(0.785) = 0.707$$

$$\rho(0.927) = 0.6$$

$$\rho(1.107) = 0.447$$

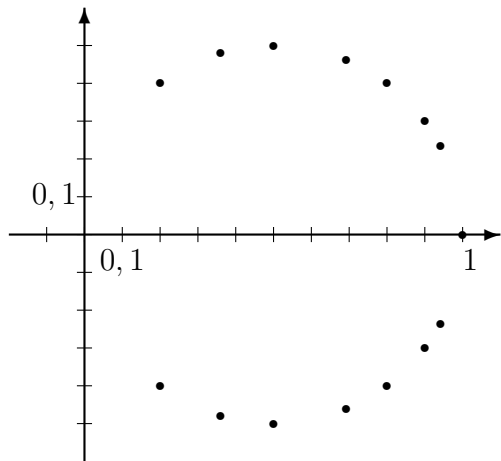
От полярной системы координат **перейдем к прямоугольной декартовой системе координат**:

$$\rho = \cos \varphi \Rightarrow \rho^2 = \rho \cos \varphi \Rightarrow$$

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.245) = 0.97$$

$$\rho(0.322) = 0.949$$

$$\rho(0.464) = 0.894$$

$$\rho(0.558) = 0.832$$

$$\rho(0.785) = 0.707$$

$$\rho(0.927) = 0.6$$

$$\rho(1.107) = 0.447$$

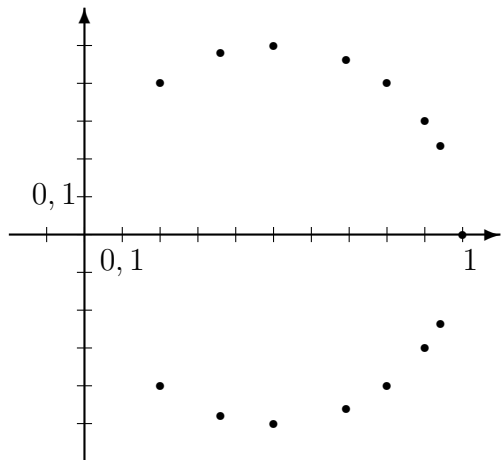
От полярной системы координат **перейдем к прямоугольной декартовой системе координат**:

$$\rho = \cos \varphi \Rightarrow \rho^2 = \rho \cos \varphi \Rightarrow x^2 + y^2 = x \Rightarrow$$

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.245) = 0.97$$

$$\rho(0.322) = 0.949$$

$$\rho(0.464) = 0.894$$

$$\rho(0.558) = 0.832$$

$$\rho(0.785) = 0.707$$

$$\rho(0.927) = 0.6$$

$$\rho(1.107) = 0.447$$

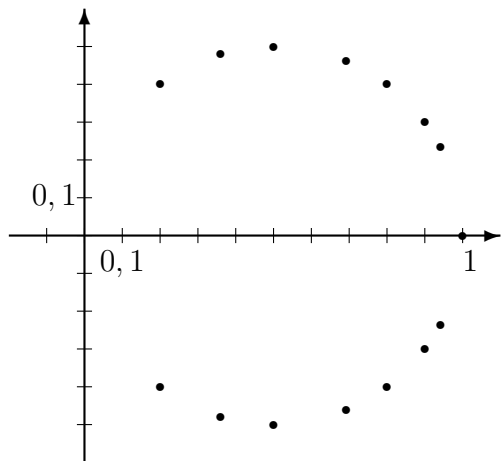
От полярной системы координат **перейдем к прямоугольной декартовой системе координат**:

$$\rho = \cos \varphi \Rightarrow \rho^2 = \rho \cos \varphi \Rightarrow x^2 + y^2 = x \Rightarrow x^2 - x + y^2 = 0 \Rightarrow$$

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ.



Выделим **полный квадрат** перед x :

$$\rho = \cos \varphi \Rightarrow \rho^2 = \rho \cos \varphi \Rightarrow x^2 + y^2 = x \Rightarrow x^2 - x + y^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.245) = 0.97$$

$$\rho(0.322) = 0.949$$

$$\rho(0.464) = 0.894$$

$$\rho(0.558) = 0.832$$

$$\rho(0.785) = 0.707$$

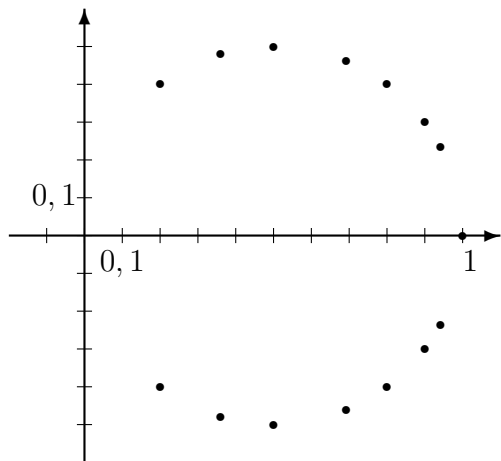
$$\rho(0.927) = 0.6$$

$$\rho(1.107) = 0.447$$

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.245) = 0.97$$

$$\rho(0.322) = 0.949$$

$$\rho(0.464) = 0.894$$

$$\rho(0.558) = 0.832$$

$$\rho(0.785) = 0.707$$

$$\rho(0.927) = 0.6$$

$$\rho(1.107) = 0.447$$

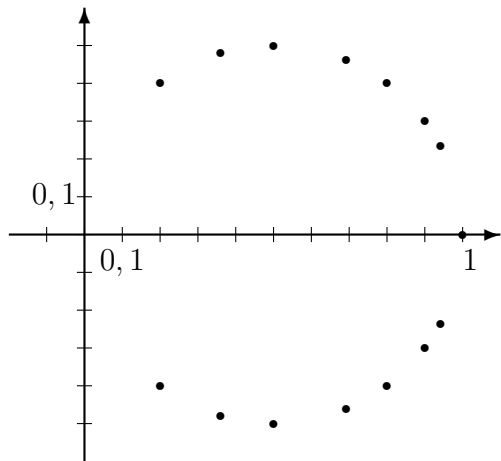
Выделим **полный квадрат** перед x :

$$\rho = \cos \varphi \Rightarrow \rho^2 = \rho \cos \varphi \Rightarrow x^2 + y^2 = x \Rightarrow x^2 - x + y^2 = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}.$$

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.245) = 0.97$$

$$\rho(0.322) = 0.949$$

$$\rho(0.464) = 0.894$$

$$\rho(0.558) = 0.832$$

$$\rho(0.785) = 0.707$$

$$\rho(0.927) = 0.6$$

$$\rho(1.107) = 0.447$$

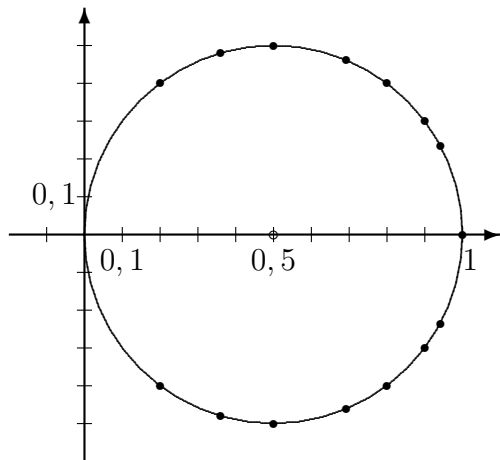
$$\rho = \cos \varphi \Rightarrow \rho^2 = \rho \cos \varphi \Rightarrow x^2 + y^2 = x \Rightarrow x^2 - x + y^2 = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}.$$

Получили уравнение окружности радиуса $\frac{1}{2}$ с центром, смещенным в точку $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

Задача 64. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \cos \varphi.$$

Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.245) = 0.97$$

$$\rho(0.322) = 0.949$$

$$\rho(0.464) = 0.894$$

$$\rho(0.558) = 0.832$$

$$\rho(0.785) = 0.707$$

$$\rho(0.927) = 0.6$$

$$\rho(1.107) = 0.447$$

$$\rho = \cos \varphi \Rightarrow \rho^2 = \rho \cos \varphi \Rightarrow x^2 + y^2 = x \Rightarrow x^2 - x + y^2 = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}.$$

Получили уравнение окружности радиуса $\frac{1}{2}$ с центром, смещенным в точку $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

Решение задачи 65.

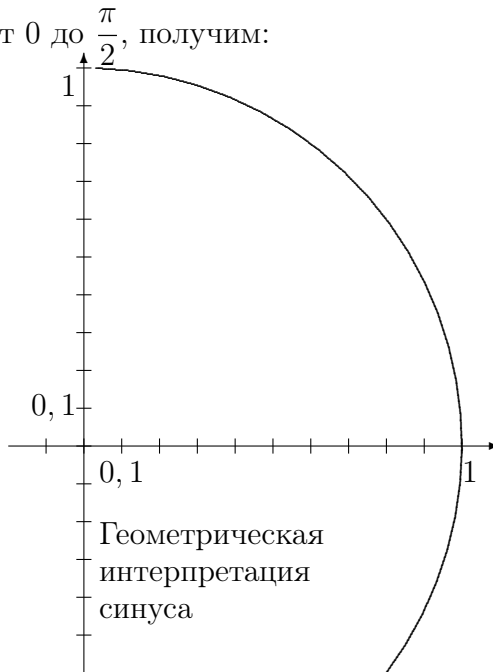
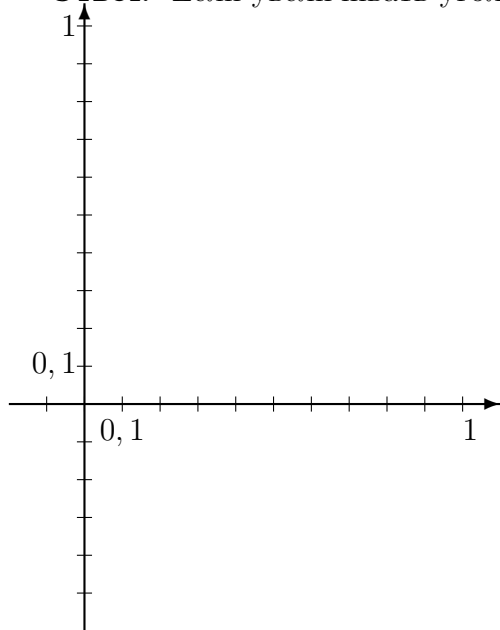
Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

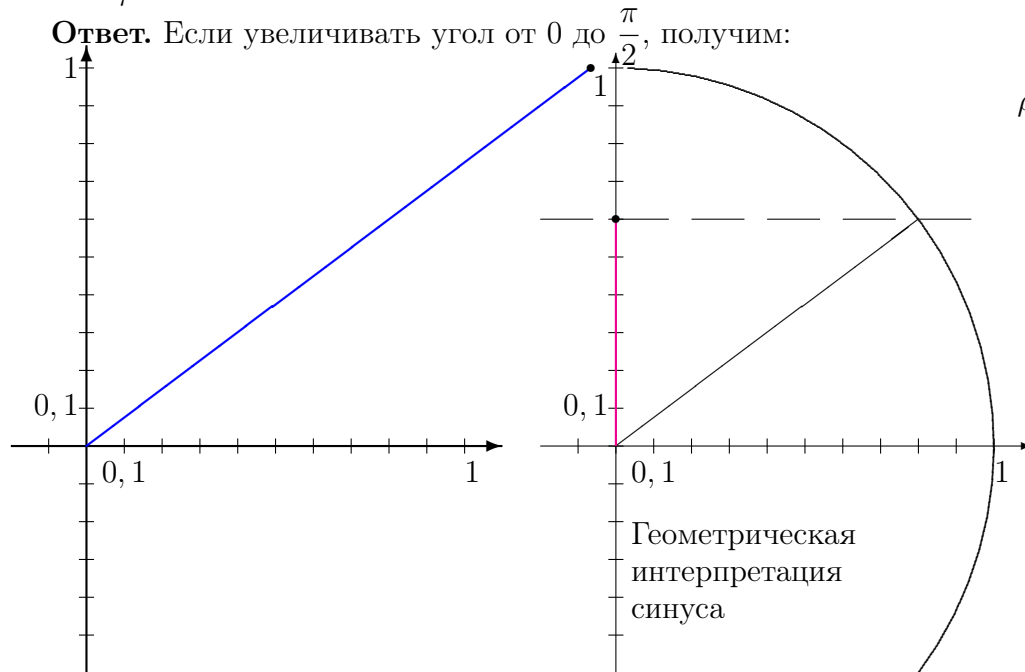
Ответ. Если увеличивать угол от 0 до $\frac{\pi}{2}$, получим:



Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Ответ. Если увеличивать угол от 0 до $\frac{\pi}{2}$, получим:

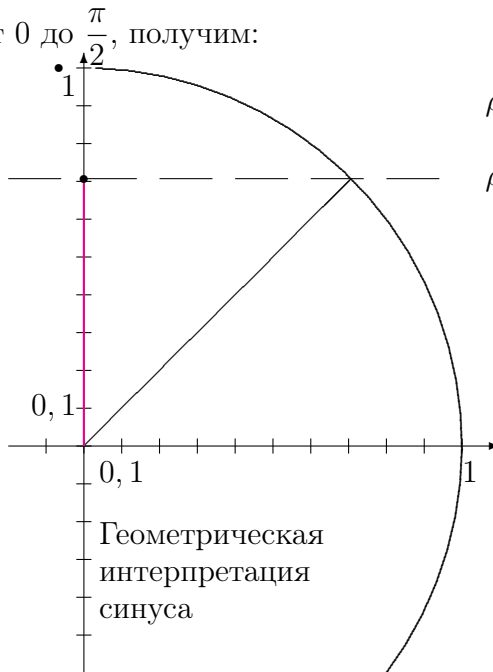
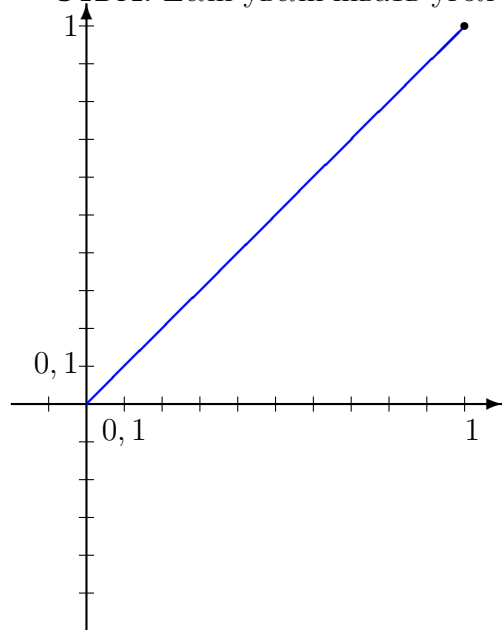


$$\rho(0.644) = \frac{1}{0.6} = 1.667$$

Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Ответ. Если увеличивать угол от 0 до $\frac{\pi}{2}$, получим:



$$\rho(0.644) = \frac{1}{0.6} = 1.667$$

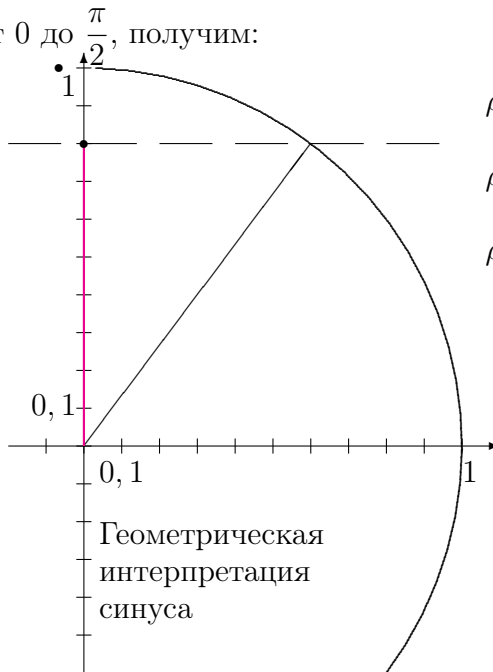
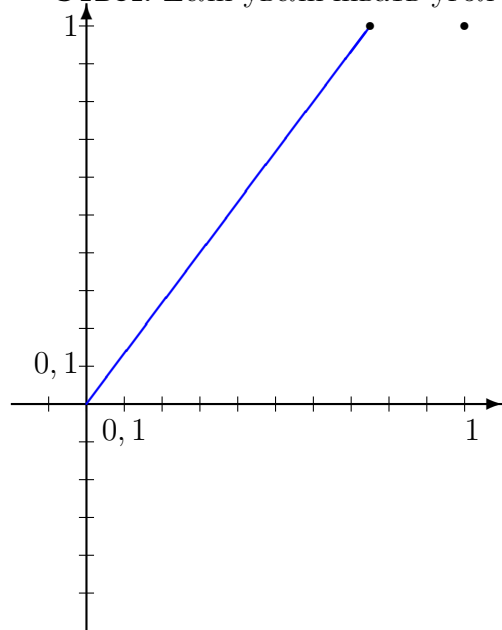
$$\rho\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{0.707} = 1.414$$

Геометрическая
интерпретация
синуса

Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Ответ. Если увеличивать угол от 0 до $\frac{\pi}{2}$, получим:



$$\rho(0.644) = \frac{1}{0.6} = 1.667$$

$$\rho\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{0.707} = 1.414$$

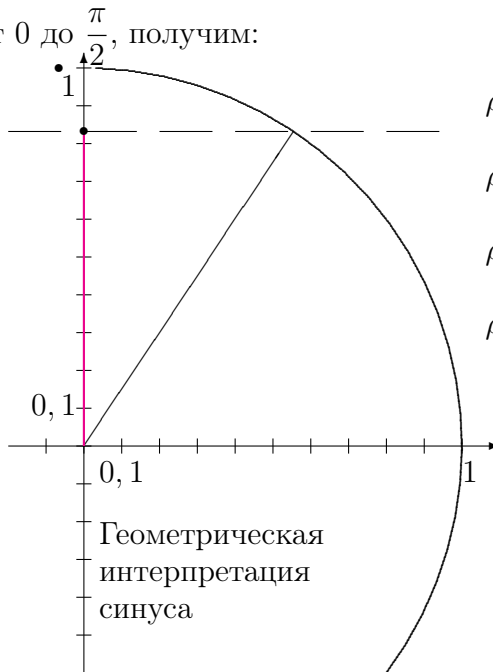
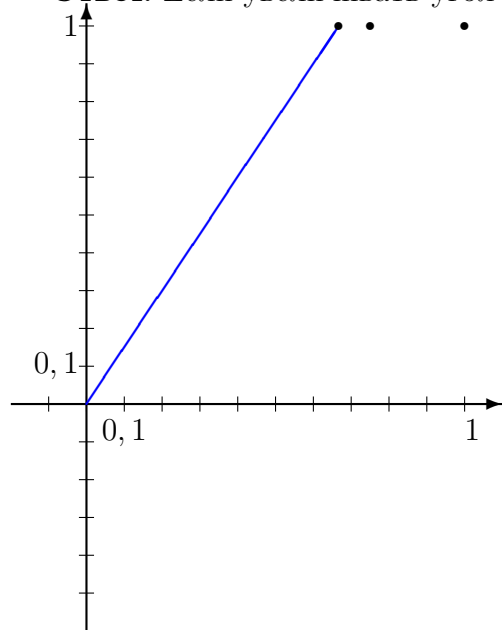
$$\rho(0.927) = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

Геометрическая
интерпретация
синуса

Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Ответ. Если увеличивать угол от 0 до $\frac{\pi}{2}$, получим:



$$\rho(0.644) = \frac{1}{0.6} = 1.667$$

$$\rho\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{0.707} = 1.414$$

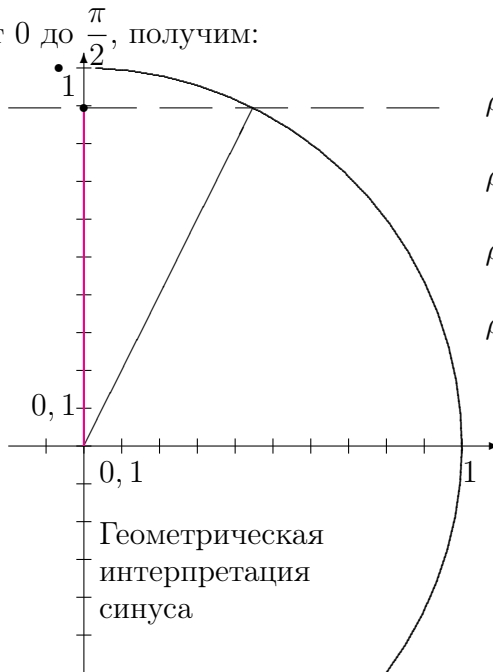
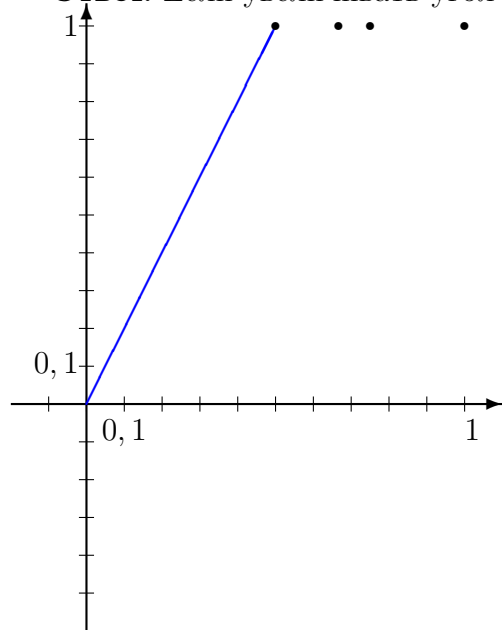
$$\rho(0.927) = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

$$\rho(0.983) = \frac{1}{0.832} = 1.202$$

Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Ответ. Если увеличивать угол от 0 до $\frac{\pi}{2}$, получим:



$$\rho(0.644) = \frac{1}{0.6} = 1.667$$

$$\rho\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{0.707} = 1.414$$

$$\rho(0.927) = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

$$\rho(0.983) = \frac{1}{0.832} = 1.202$$

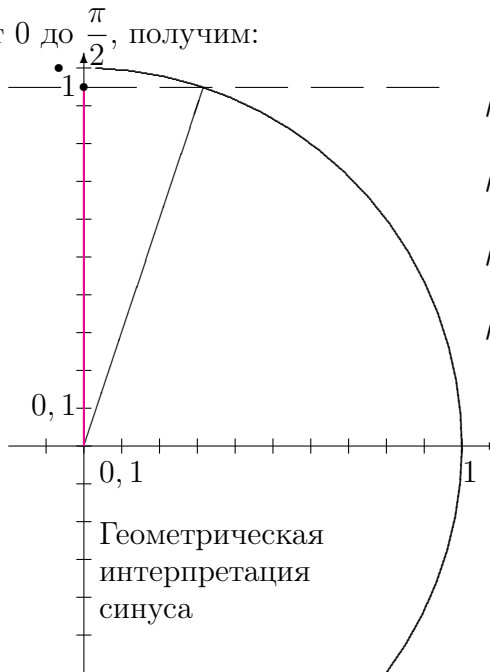
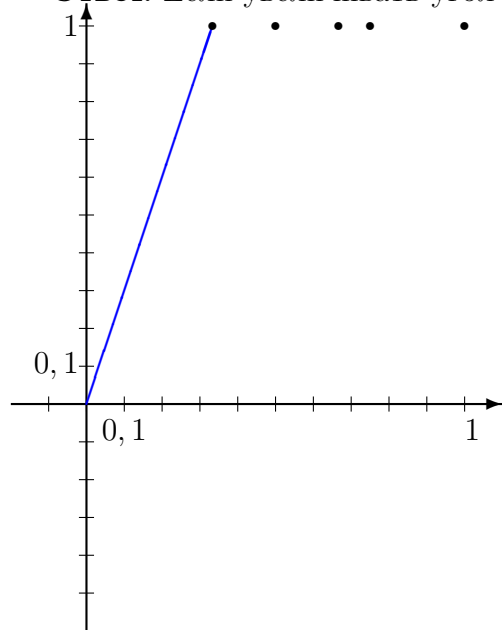
$$\rho(1.107) = \frac{1}{0.894} = 1.118$$

Геометрическая
интерпретация
синуса

Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Ответ. Если увеличивать угол от 0 до $\frac{\pi}{2}$, получим:



$$\rho(0.644) = \frac{1}{0.6} = 1.667$$

$$\rho\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{0.707} = 1.414$$

$$\rho(0.927) = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

$$\rho(0.983) = \frac{1}{0.832} = 1.202$$

$$\rho(1.107) = \frac{1}{0.894} = 1.118$$

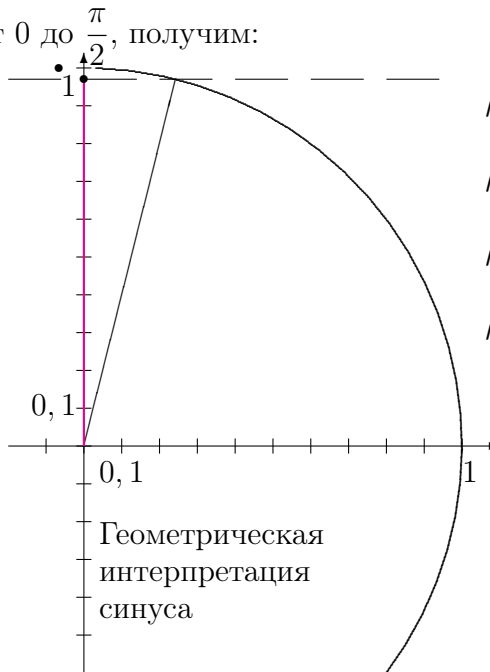
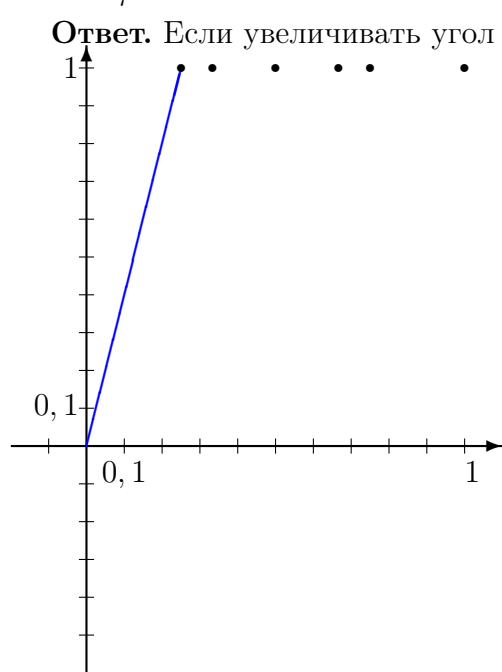
$$\rho(1.249) = \frac{1}{0.919} = 1.054$$

Геометрическая
интерпретация
синуса

Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Ответ. Если увеличивать угол от 0 до $\frac{\pi}{2}$, получим:



$$\rho(0.644) = \frac{1}{0.6} = 1.667$$

$$\rho\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{0.707} = 1.414$$

$$\rho(0.927) = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

$$\rho(0.983) = \frac{1}{0.832} = 1.202$$

$$\rho(1.107) = \frac{1}{0.894} = 1.118$$

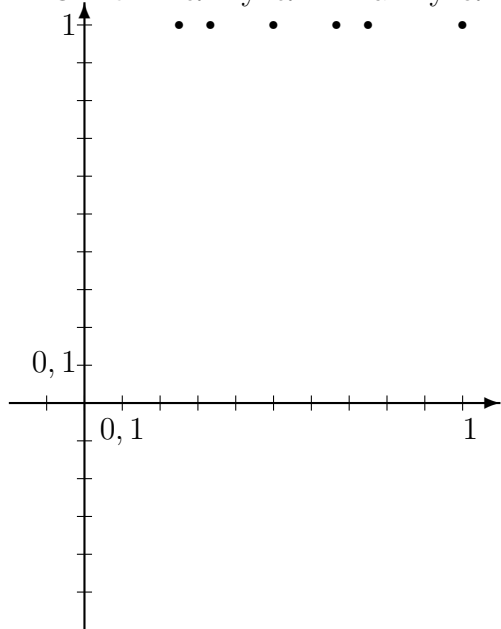
$$\rho(1.249) = \frac{1}{0.919} = 1.054$$

$$\rho(1.326) = \frac{1}{0.97} = 1.031$$

Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Ответ. Если увеличивать угол от 0 до $\frac{\pi}{2}$, получим:



$$\rho(0.644) = \frac{1}{0.6} = 1.667$$

$$\rho\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{0.707} = 1.414$$

$$\rho(0.927) = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

$$\rho(0.983) = \frac{1}{0.832} = 1.202$$

$$\rho(1.107) = \frac{1}{0.894} = 1.118$$

$$\rho(1.249) = \frac{1}{0.919} = 1.054$$

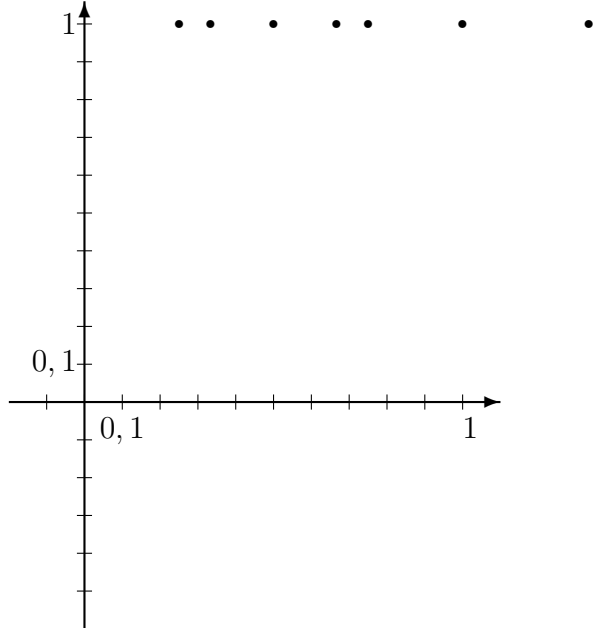
$$\rho(1.326) = \frac{1}{0.97} = 1.031$$

От полярной системы координат **перейдем к прямоугольной декартовой системе координат**:

Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Ответ.



$$\rho(0.644) = \frac{1}{0.6} = 1.667$$

$$\rho\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{0.707} = 1.414$$

$$\rho(0.927) = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

$$\rho(0.983) = \frac{1}{0.832} = 1.202$$

$$\rho(1.107) = \frac{1}{0.894} = 1.118$$

$$\rho(1.249) = \frac{1}{0.919} = 1.054$$

$$\rho(1.326) = \frac{1}{0.97} = 1.031$$

От полярной системы координат **перейдем к прямоугольной декартовой системе коор-**

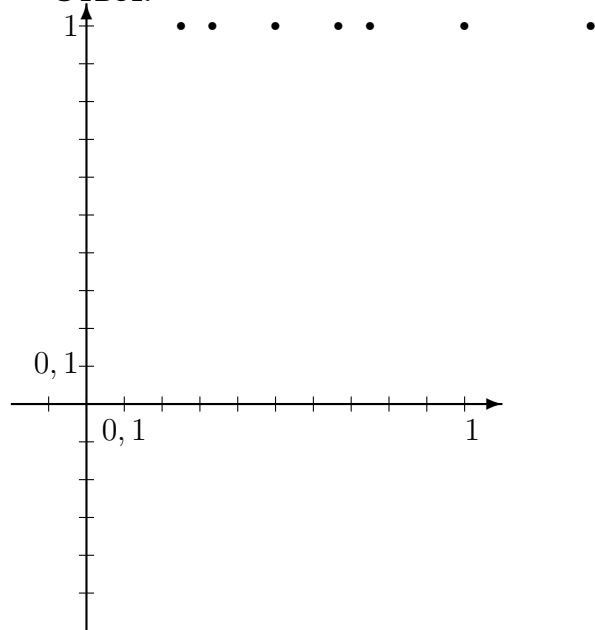
динат:

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi} \Rightarrow$$

Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Ответ.



$$\rho(0.644) = \frac{1}{0.6} = 1.667$$

$$\rho\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{0.707} = 1.414$$

$$\rho(0.927) = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

$$\rho(0.983) = \frac{1}{0.832} = 1.202$$

$$\rho(1.107) = \frac{1}{0.894} = 1.118$$

$$\rho(1.249) = \frac{1}{0.919} = 1.054$$

$$\rho(1.326) = \frac{1}{0.97} = 1.031$$

От полярной системы координат **перейдем к прямоугольной декартовой системе коор-**

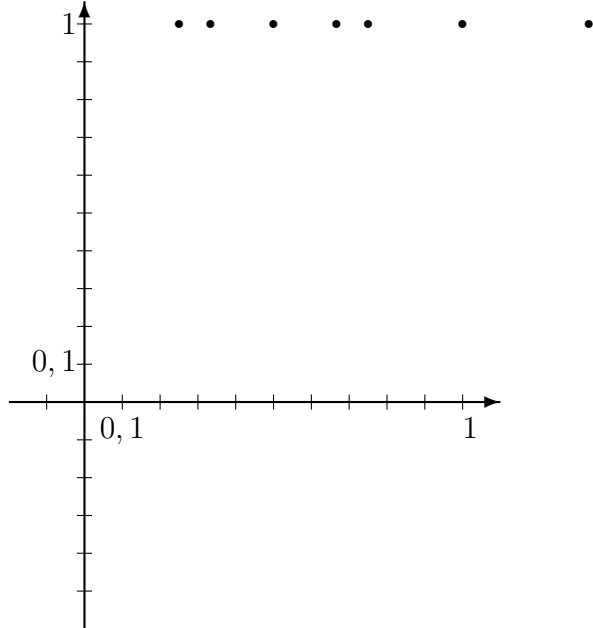
динат:

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi} \Rightarrow \rho \sin \varphi = 1 \Rightarrow$$

Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Ответ.



$$\rho(0.644) = \frac{1}{0.6} = 1.667$$

$$\rho\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{0.707} = 1.414$$

$$\rho(0.927) = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

$$\rho(0.983) = \frac{1}{0.832} = 1.202$$

$$\rho(1.107) = \frac{1}{0.894} = 1.118$$

$$\rho(1.249) = \frac{1}{0.919} = 1.054$$

$$\rho(1.326) = \frac{1}{0.97} = 1.031$$

От полярной системы координат **перейдем к прямоугольной декартовой системе коор-**

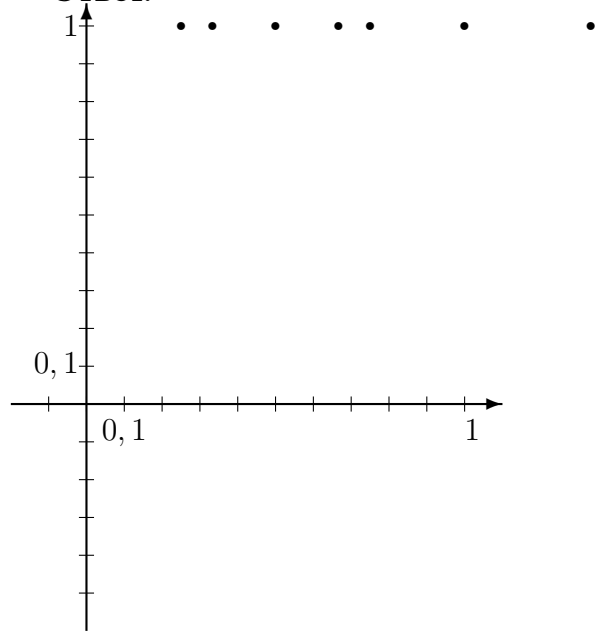
динат:

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi} \Rightarrow \rho \sin \varphi = 1 \Rightarrow y = 1.$$

Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Ответ.



$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi} \Rightarrow y = 1 \text{ — уравнение прямой.}$$

$$\rho(0.644) = \frac{1}{0.6} = 1.667$$

$$\rho\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{0.707} = 1.414$$

$$\rho(0.927) = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

$$\rho(0.983) = \frac{1}{0.832} = 1.202$$

$$\rho(1.107) = \frac{1}{0.894} = 1.118$$

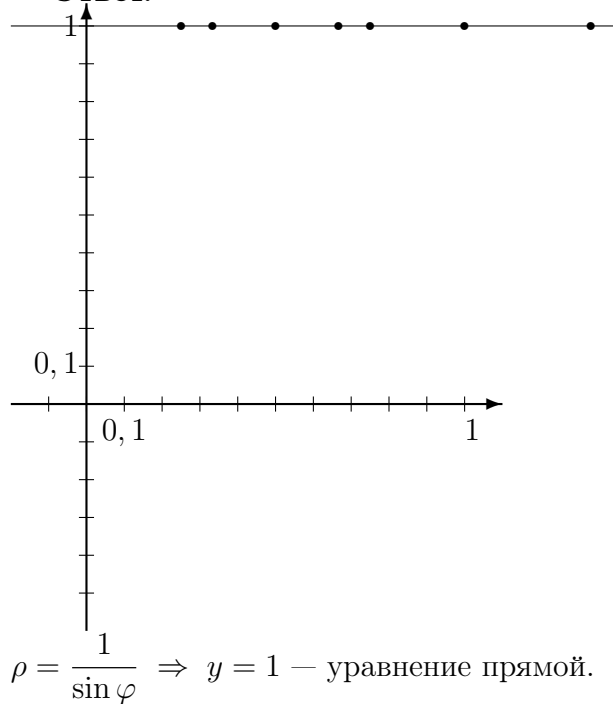
$$\rho(1.249) = \frac{1}{0.919} = 1.054$$

$$\rho(1.326) = \frac{1}{0.97} = 1.031$$

Задача 65. Постройте линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением

$$\rho = \frac{1}{\sin \varphi}.$$

Ответ.



$$\rho(0.644) = \frac{1}{0.6} = 1.667$$

$$\rho\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{0.707} = 1.414$$

$$\rho(0.927) = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

$$\rho(0.983) = \frac{1}{0.832} = 1.202$$

$$\rho(1.107) = \frac{1}{0.894} = 1.118$$

$$\rho(1.249) = \frac{1}{0.919} = 1.054$$

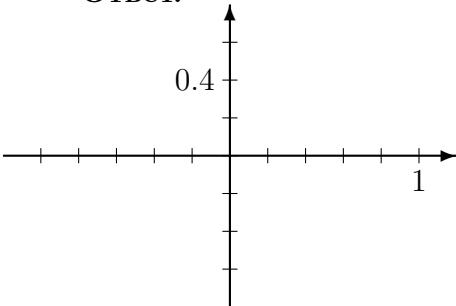
$$\rho(1.326) = \frac{1}{0.97} = 1.031$$

Решение задачи 66.

Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

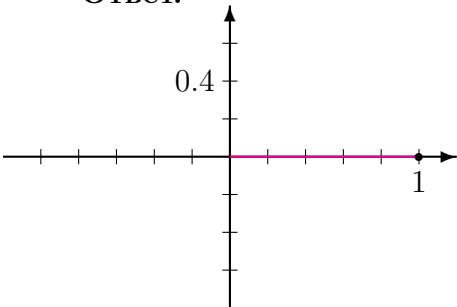
Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

Ответ.



Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

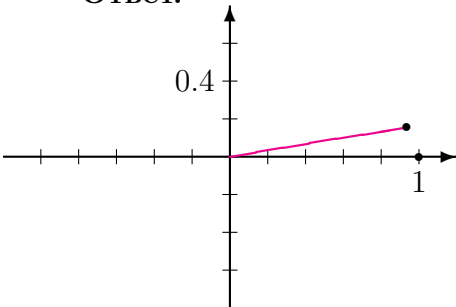
Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

Ответ.

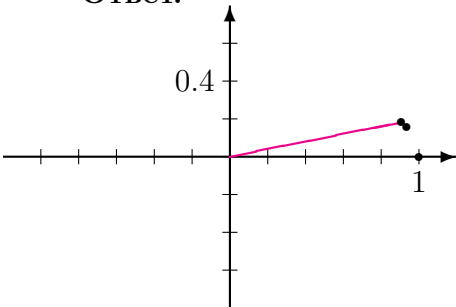


$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.165) = 0.946$$

Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

Ответ.



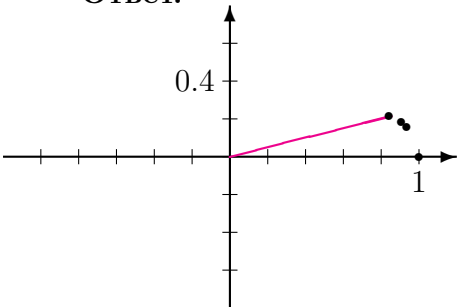
$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.165) = 0.946$$

$$\rho(0.197) = 0.923$$

Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

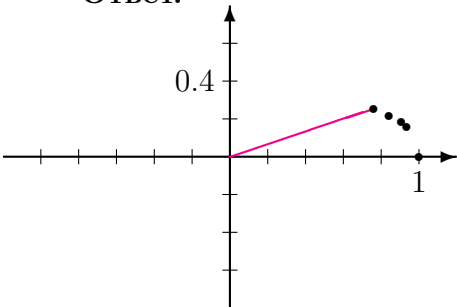
$$\rho(0.165) = 0.946$$

$$\rho(0.197) = 0.923$$

$$\rho(0.245) = 0.882$$

Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.165) = 0.946$$

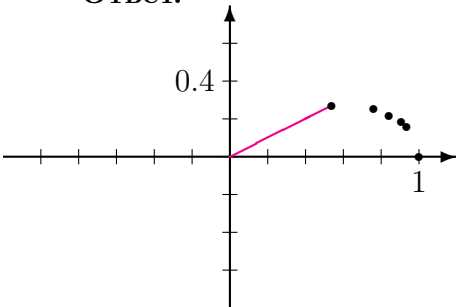
$$\rho(0.197) = 0.923$$

$$\rho(0.245) = 0.882$$

$$\rho(0.322) = 0.8$$

Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

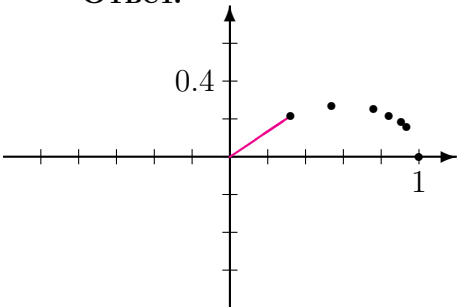
Ответ.



$$\begin{aligned}\rho(0) &= 1 \\ \rho(0.165) &= 0.946 \\ \rho(0.197) &= 0.923 \\ \rho(0.245) &= 0.882 \\ \rho(0.322) &= 0.8 \\ \rho(0.464) &= 0.6\end{aligned}$$

Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.165) = 0.946$$

$$\rho(0.197) = 0.923$$

$$\rho(0.245) = 0.882$$

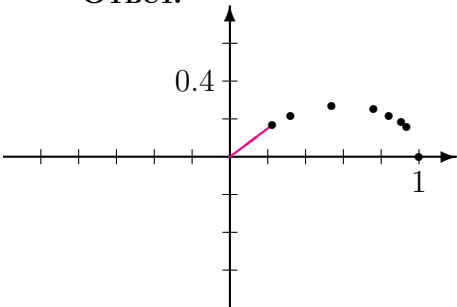
$$\rho(0.322) = 0.8$$

$$\rho(0.464) = 0.6$$

$$\rho(0.588) = 0.385$$

Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.165) = 0.946$$

$$\rho(0.197) = 0.923$$

$$\rho(0.245) = 0.882$$

$$\rho(0.322) = 0.8$$

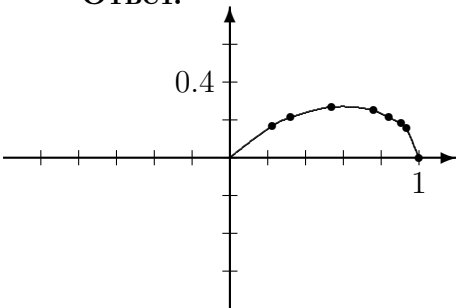
$$\rho(0.464) = 0.6$$

$$\rho(0.588) = 0.385$$

$$\rho(0.644) = 0.28$$

Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.165) = 0.946$$

$$\rho(0.197) = 0.923$$

$$\rho(0.245) = 0.882$$

$$\rho(0.322) = 0.8$$

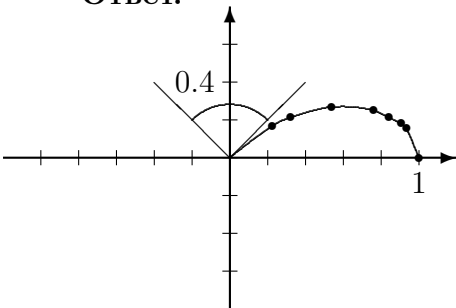
$$\rho(0.464) = 0.6$$

$$\rho(0.588) = 0.385$$

$$\rho(0.644) = 0.28$$

Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

Ответ.



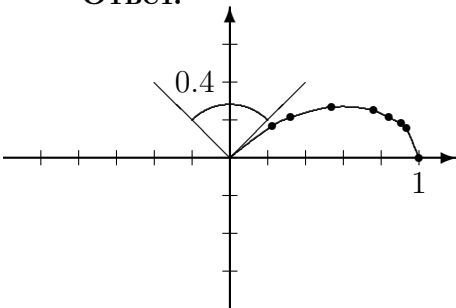
$\rho(0) = 1$
$\rho(0.165) = 0.946$
$\rho(0.197) = 0.923$
$\rho(0.245) = 0.882$
$\rho(0.322) = 0.8$
$\rho(0.464) = 0.6$
$\rho(0.588) = 0.385$
$\rho(0.644) = 0.28$

В диапазоне углов $\varphi \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$ косинус $\cos 2\varphi$ отрицателен.

Значит,

Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

Ответ.



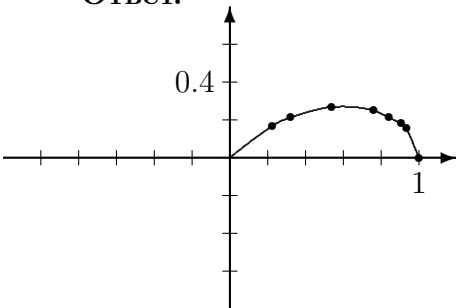
$\rho(0) = 1$
$\rho(0.165) = 0.946$
$\rho(0.197) = 0.923$
$\rho(0.245) = 0.882$
$\rho(0.322) = 0.8$
$\rho(0.464) = 0.6$
$\rho(0.588) = 0.385$
$\rho(0.644) = 0.28$

В диапазоне углов $\varphi \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$ косинус $\cos 2\varphi$ отрицателен.

Значит, внутри этого «сектора» точек лемнискаты нет.

Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

Ответ.

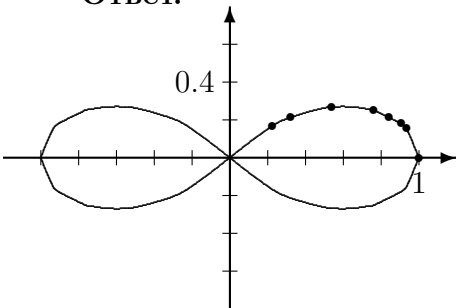


$\rho(0) = 1$
$\rho(0.165) = 0.946$
$\rho(0.197) = 0.923$
$\rho(0.245) = 0.882$
$\rho(0.322) = 0.8$
$\rho(0.464) = 0.6$
$\rho(0.588) = 0.385$
$\rho(0.644) = 0.28$

Учитывая периодичность косинуса, получаем...

Задача 66. Постройте лемнискату Бернулли, т.е. линию, заданную в **полярной системе координат** уравнением $\rho = \cos 2\varphi$.

Ответ.



$$\rho(0) = 1$$

$$\rho(0.165) = 0.946$$

$$\rho(0.197) = 0.923$$

$$\rho(0.245) = 0.882$$

$$\rho(0.322) = 0.8$$

$$\rho(0.464) = 0.6$$

$$\rho(0.588) = 0.385$$

$$\rho(0.644) = 0.28$$

Решение задачи 67.

Задача 67. Постройте линию $\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases}$

Задача 67. Постройте линию $\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases}$

Ответ.

$$\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 67. Постройте линию $\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases}$

Ответ.

$$\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2t - 1, \\ t = \frac{(4 - y)^2}{9}, \\ y \leq 4. \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 67. Постройте линию $\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases}$

Ответ.

$$\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2t - 1, \\ t = \frac{(4-y)^2}{9}, \\ y \leq 4. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2\frac{(4-y)^2}{9} - 1, \\ t = \frac{(4-y)^2}{9}, \\ y \leq 4. \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 67. Постройте линию $\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases}$

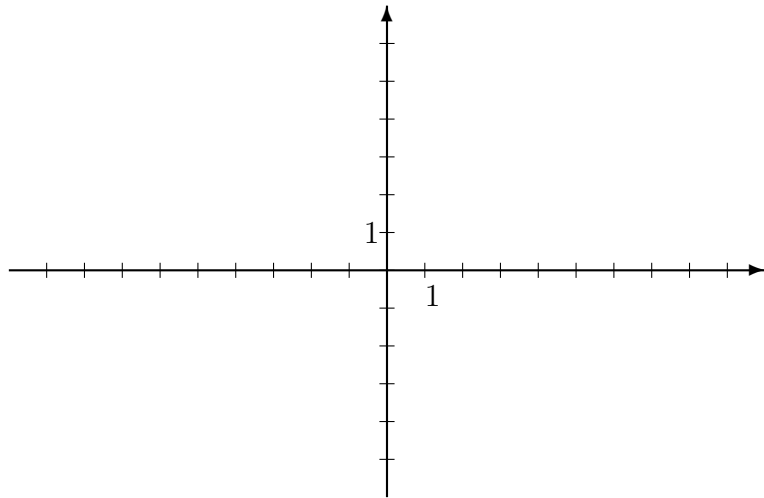
Ответ.

$$\begin{aligned} \begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x = -2t - 1, \\ t = \frac{(4-y)^2}{9}, \\ y \leq 4. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2\frac{(4-y)^2}{9} - 1, \\ t = \frac{(4-y)^2}{9}, \\ y \leq 4. \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} \frac{9}{2}(x+1) = -(4-y)^2, \\ y \leq 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Задача 67. Постройте линию $\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases}$

Ответ.

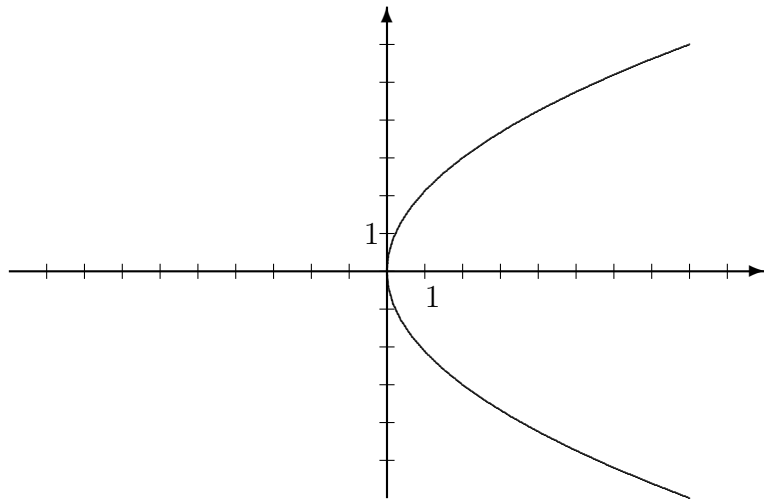
$$\begin{cases} \frac{9}{2}(x+1) = -(4-y)^2, \\ y \leq 4. \end{cases}$$



Задача 67. Постройте линию $\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases}$

Ответ.

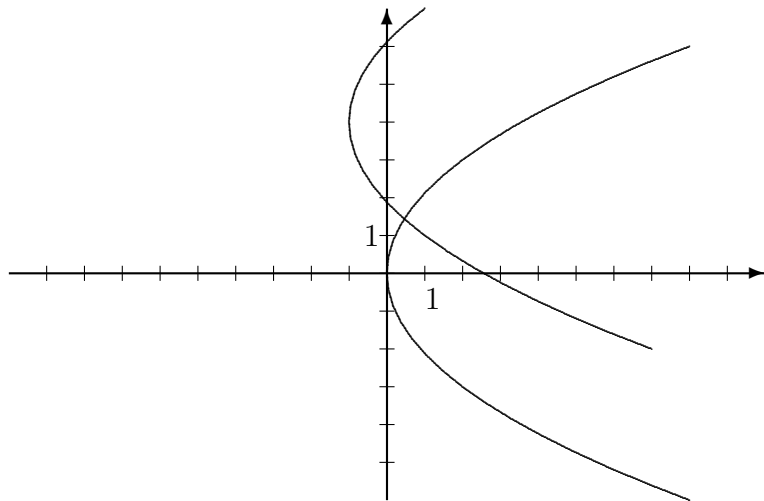
$$\begin{cases} \frac{9}{2}(x+1) = -(4-y)^2, \\ y \leq 4. \end{cases}$$



Задача 67. Постройте линию $\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases}$

Ответ.

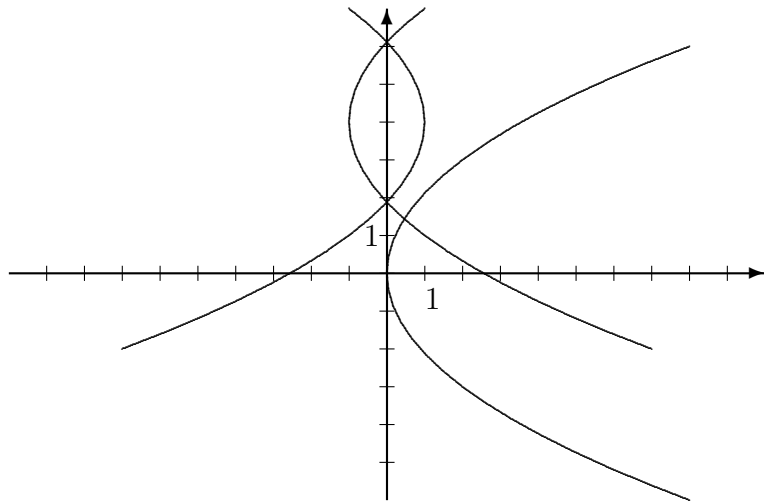
$$\begin{cases} \frac{9}{2}(x+1) = -(4-y)^2, \\ y \leq 4. \end{cases}$$



Задача 67. Постройте линию $\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases}$

Ответ.

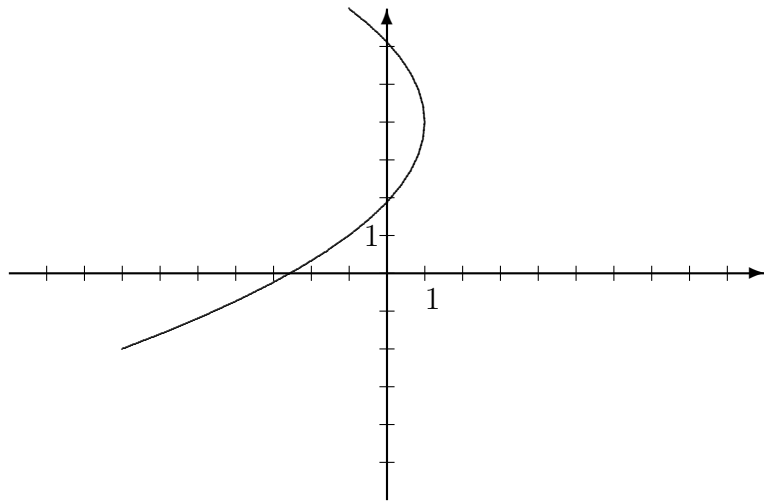
$$\begin{cases} \frac{9}{2}(x+1) = -(4-y)^2, \\ y \leq 4. \end{cases}$$



Задача 67. Постройте линию $\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases}$

Ответ.

$$\begin{cases} \frac{9}{2}(x+1) = -(4-y)^2, \\ y \leq 4. \end{cases}$$

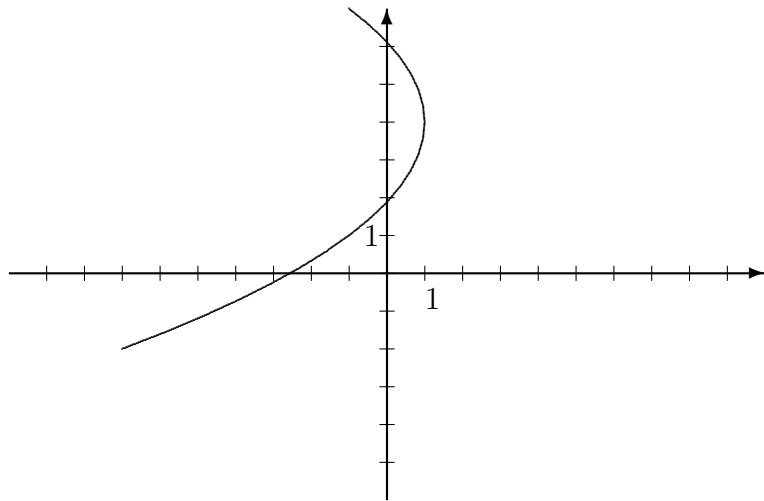


Все хорошо?

Задача 67. Постройте линию $\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases}$

Ответ.

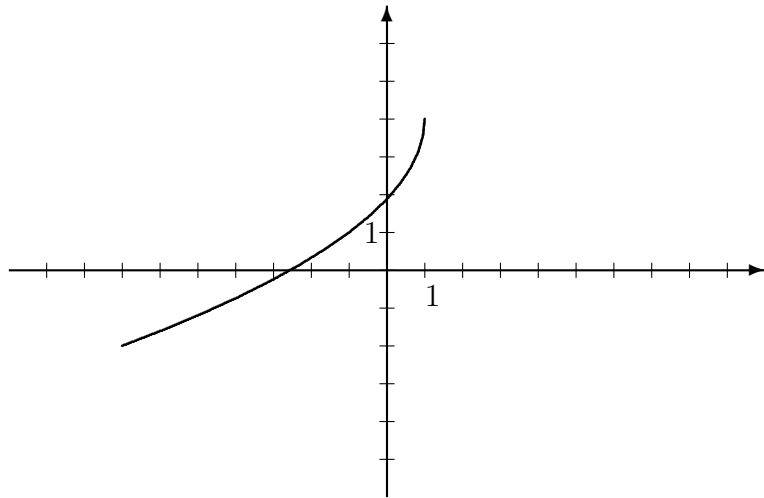
$$\begin{cases} \frac{9}{2}(x+1) = -(4-y)^2, \\ y \leq 4. \end{cases}$$



Задача 67. Постройте линию $\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 4 - 3\sqrt{t}. \end{cases}$

Ответ.

$$\begin{cases} \frac{9}{2}(x+1) = -(4-y)^2, \\ y \leq 4. \end{cases}$$



Решение задачи 68.

Задача 68. Ну, придумайте сами что-нибудь, вы же такие умные!

Задача 68. Ну, придумайте сами что-нибудь, вы же такие умные!

Ответ. Не забудьте почесать макушку...

Спасибо

за

внимание!

UriiMelnikov58@gmail.com

Вернуться к списку презентаций?



Компьютерная верстка *Ю. Б. Мельников*

Подписано в свет 26.12.2016.

Издательство Уральского государственного экономического университета
620144, г. Екатеринбург, ул. 8 Марта/Народной Воли, 62/45