

Министерство науки и высшего образования РФ
Уральский государственный экономический университет



Ю. Б. Мельников



Алгебра и теория чисел. Основы матричной алгебры

Раздел **электронного учебника**
для сопровождения занятия

e-mail:
yu.b.melnikov@yandex.ru
UriiMelnikov58@gmail.com

Екатеринбург
2021

I. Инструкция к пособию	23
II. Важное сокращение регулярных записей	32
II.1. Символы суммирования и произведения	33
II.2. Правила работы с символами суммирования и произведе- дения	52
II.2.1. Сумма из одного слагаемого	53
II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования	54
II.2.3. Независимость суммы от переменной суммиро- вания	73
II.2.4. Вынесение общего множителя	88
II.2.5. Перестановка символов суммирования	98
III. Определение матрицы, операции алгебры матриц	138

III.1. Определение матрицы	139
III.2. Некоторые соглашения	214
III.3. Как разобраться, что такое матрица?	218
III.4. Виды матриц	221
IV. В каких направлениях развивать исследования?	241
IV.1. Некоторые понятия теории матриц	247
IV.2. Операции матричной алгебры	258
IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц	279
IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число	343
IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число	397
IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц	446
IV.2.5. Матричные операции: произведение матриц . . .	477
IV.2.6. Свойства произведения матриц	486

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц	518
IV.3. Некоторые виды матриц, выделяемые с помощью операций	561
IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)	566
IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу	589
V. Детерминант матрицы	604
V.1. Линейность	607
V.1.1. Линейная комбинация	608
V.1.2. Линейная функция	609
V.1.3. Критерии линейности функции	626
V.2. Детерминант	650
V.2.1. Предвкушение: малые размерности	651
V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности	659

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3	681
V.2.4. Предвкушение: дополнительный минор и алгебраическое дополнение	718
V.2.5. Индуктивное определение детерминанта	726
V.3. Свойства детерминанта	730
V.3.1. «Равноправие строк и столбцов»	731
V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу	744
V.3.3. Минор, дополнительный к минору	791
V.4. Алгебраическое дополнение к минору	802
V.4.1. Теорема Лапласа	810
V.4.2. О перестановке строк или столбцов	812
V.4.3. Следствие о детерминанте матрицы с одинаковыми строками	834
V.4.4. Теорема о линейности «по строке»	841

V.4.5. Следствие о детерминанте матрицы с пропорциональными строками	851
V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$. .	853
V.4.7. Критерий вырожденности матрицы	868
V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы	876
V.4.9. Следствие о детерминанте треугольной матрицы	897
V.4.10. Теорема о детерминанте произведения	908
V.4.11. Теорема о разложении детерминанта по «чужой» строке	943
V.5. Геометрическая интерпретация детерминанта	953
V.6. Аксиоматическое определение детерминанта	960
V.7. Инвариантная трактовка детерминанта	963
V.7.1. Перестановки (подстановки)	964
V.7.2. Перестановки: инверсия	968

V.7.3. Инвариантное определение детерминанта	972

VI. Обратная матрица	977

VI.1. Определение обратной матрицы	981
VI.2. Теорема об однозначности обратной матрицы	982
VI.3. Теорема об условии обратимости квадратной матрицы .	990
VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия	998
VI.5. Критерий обратимости матрицы	1043
VI.6. Свойства операции обращения матрицы	1077
VI.7. Методы нахождения обратной матрицы	1085

VII. Ранг матрицы	1088

VII.1. Минор матрицы	1089
VII.2. Окаймляющий минор матрицы	1103
VII.3. Базисный минор матрицы	1112
VII.4. Определения ранга матрицы	1114

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора	1118
VII.6. Критерий базисного минора	1136
VII.7. Теорема о совпадении трех рангов	1138
VII.8. Теорема об инвариантности рангов матрицы	1140
VII.9. Критерий вырожденности матрицы	1150

VIII. Некоторые понятия теории систем линейных уравнений **1151**

VIII.1. Основные определения теории СЛУ	1152
VIII.2. Некоторые проблемы теории СЛУ	1160
VIII.3. Стандартные формы представления СЛУ	1163
VIII.4. Решение СЛУ	1175
VIII.4.1. Частное решение СЛУ	1176
VIII.4.2. Совместные и несовместные системы	1180
VIII.4.3. Общее решение СЛУ	1191

IX. Методы решения СЛУ	1193
IX.1. Формулы Крамера	1194
IX.2. Метод Гаусса: случай единственного решения	1203
IX.3. Элементарные преобразования систем уравнений	1210
IX.4. Теорема о равносильных преобразованиях СЛУ	1215
IX.5. Краткое описание метода Гаусса	1223
IX.6. Фундаментальная система решений (ФСР). Фундаментальная матрица	1265
IX.7. Получение общего решения ОСЛУ	1273
IX.8. Получение частного решения НСЛУ	1298
 X. Основные теоретические результаты	 1299
X.1. Теорема Кронекера-Капелли	1300
X.2. Теорема об общем решении НСЛУ	1319
X.3. Теорема о линейных комбинациях решений ОСЛУ . . .	1338
X.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ . .	1345

Х.5. Теорема об общем решении ОСЛУ	1361
Х.6. Фундаментальная матрица	1363
Пример 1 использования символа суммирования для арифметических выражений	1366
Пример 2 использования символа суммирования	1394
Пример 3 получения выражения для квадрата суммы	1438
Пример 4 перестановки символов суммирования	1455
Пример 5 упрощения выражений с символом суммирова- ния	1521
<i>Примеры задач для самостоятельного решения</i>	1531

Задача XI.1	1532
Задача XI.2	1533
Задача XI.3	1534
Задача XI.4	1535
Задача XI.5	1536
Задача XI.6	1537
Пример 6 вторичной операции на «языке матриц в целом», определенной через суммирование матриц и умножение матрицы на число	1538
Пример 7 записи формулы произведения матриц	1568

Пример 8 введения операций матричной алгебры на «языке элементов матриц» и «языке матриц в целом»	1680
Пример 9 применения умножения на макроуровне	1778
Пример 10 (умножение на макроуровне)	1808
Пример 11 (умножение на макроуровне)	1821
<i>Упражнения на усвоение формулы умножения матриц</i>	1846
Задача XII.7	1847
Задача XII.8	1848
Задача XII.9	1849

Задача XII.10	1850
Задача XII.11	1851
<i>Произведение матриц</i>	1851
Задача XIII.12	1852
Задача XIII.13	1853
<i>Многочлен от матрицы</i>	1853
Задача XIV.14	1854
<i>Умножение «на макроуровне» (т.е. «по строчкам и столбцам»)</i>	1854
Задача XV.15	1855

Задача XV.16	1856
Задача XV.17	1857
Задача XV.18	1858
Пример 12 конкретизации формулы для детерминанта матрицы 2×2	1859
Пример 13 вычисления детерминанта 3×3	1880
Пример 14 вычисления детерминанта произведения матрицы на скаляр	1914
Пример 15 к теореме о линейности детерминанта по строке и столбцу	1922

Пример 16 не является контрпримером к <i>теореме о линейности детерминанта по строке?</i>	1946
Пример 17 вычисления детерминанта матрицы 3×3	1960
Пример 18 примеры миноров	2029
Пример 19 к <i>теореме Лапласа</i>	2050
Пример 20 к теореме о разложении детерминанта по « <i>чужой</i> » строке	2076
Пример 21 использования свойств	2089
<i>Формулы для вычисления детерминанта</i>	2094
Задача XV.19	2094

<i>Задачи на вычисление детерминанта</i>	2094
Задача XV.20	2095
Задача XV.21	2096
Задача XV.22	2097
<i>Определитель Вандермонда</i>	2098
Задача XV.23	2098
Задача XV.24	2099
Задача XV.25	2100
Определитель n -го порядка	2100

Задача XV.26	2101
Пример 22 к доказательству критерия обратимости матрицы	2102
Пример 23 (обратная к матрице 2×2)	2116
Пример 24 нахождения обратной матрицы	2120
<i>Обратная матрица</i>	2154
Задача XVI.27	2155
Задача XVI.28	2156
Задача XVI.29	2157
Задача XVI.30	2158

<i>Матричные уравнения</i>	2158
Задача XVII.31	2159
Задача XVII.32	2160
Задача XVII.33	2161
Пример 25 к лемме о свойстве строк «базисного» минора	2162
Пример 26 нахождения ранга матрицы	2207
Пример 26: поиск столбцового и строчного рангов	2208
Пример 26: поиск ранга методом окаймляющих миноров . .	2229
<i>Нахождение ранга матрицы</i>	2238
Задача XVIII.34	2239

Задача XIX.35	2240
Задача XX.36	2241
Задача XX.37	2242
Задача XX.38	2243
Задача XX.39	2244
Пример 27 иллюстрация к понятию «общее решение СЛУ»	2245
Пример 28 иллюстрация к выводу формул Крамера	2271
Пример 29 решения СЛУ с помощью формул Крамера	2292
Пример 30 решения СЛУ методом Гаусса (случай един-	

ственного решения)	2310
Пример 31 решения СЛУ методом Гаусса	2412
Пример 32 представления решения СЛУ методом Гаусса с помощью матричных операций	2501
Пример 33: продолжение решения <u>примера 31</u>	2552
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	2567
<i>Решение СЛУ (единственное решение)</i>	2567
Задача ХХІ.40	2568
Задача ХХІ.41	2569
Задача ХХІ.42	2570

<i>Упражнения на запись ФСР и общего решения</i>	<i>2570</i>
Задача XXI.43	2571
Задача XXI.44	2572
Задача XXI.45	2573
Задача XXI.46	2574
Задача XXI.47	2575
<i>Получения общего решения СЛУ</i>	<i>2575</i>
Задача XXI.48	2576
Задача XXI.49	2577
Задача XXI.50	2578

Ответы и решения

2579

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

3429

XXIV. Ссылки на электронные тесты для обучения и самоконтроля

3443

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

Электронный учебник представляет собой систему из основного файла 0000Spisok.pdf со ссылками на файлы 00Set.pdf, 00Matrix.pdf, 00AnalGeom.pdf, 00LinAlgebra.pdf, и файлы с тестами для обучения и самоконтроля, которые следует просматривать с помощью программы Adobe Reader.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

Электронный учебник представляет собой систему из основного файла 0000Spisok.pdf со ссылками на файлы 00Set.pdf, 00Matrix.pdf, 00AnalGeom.pdf, 00LinAlgebra.pdf, и файлы с тестами для обучения и самоконтроля, которые следует просматривать с помощью программы Adobe Reader.

Кроме того, имеются гиперссылки на пособия «Математический анализ» и «Элементарная математика».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

В презентациях, предназначенных для проведения практических занятий, имеется два вида учебных заданий: примеры, предназначенные для иллюстрации теоретического материала, демонстрации методов решения задач и т. п., и задачи, предназначенные для самостоятельного решения. Имеются гиперссылки на тесты для самообучения и самоконтроля.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

В программе Adobe Reader и Acrobat Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»). Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для того, чтобы **вызвать панель навигации** в Acrobat Reader надо, во-первых, выйти из полноэкранного режима (например, нажатием **Esc**), и, во-вторых, нажать клавишу **F4** и выбрать на левой вертикальной панели вертикальный флажок «Закладки» .

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и ← (в Adobe Reader X может не работать).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и ← (в Adobe Reader X может не работать).

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

II. Важное сокращение регулярных записей

Нередко приходится сталкиваться с регулярными выражениями, например, $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100}$, $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{100}$ и т.п.

Поэтому потребовалось создать сокращение для записей такого сорта.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

При этом $\sum$ называется **символом суммирования**, а k — *переменной, по которой производится суммирование* или *индексом суммирования*.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

При этом $\sum$ называется **символом суммирования**, а k — *переменной, по которой производится суммирование* или *индексом суммирования*.

Аналогично используется обозначение $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n = \prod_{k=1}^n a_k$.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

При этом $\sum$ называется **символом суммирования**, а k — *переменной, по которой производится суммирование* или *индексом суммирования*.

Аналогично используется обозначение $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n = \prod_{k=1}^n a_k$.

Эти обозначения позволяют в ряде случаев существенно сократить выкладки.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q =$$

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q = \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{p=1} +$$

При $p = 1$ переменная q принимает

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q = \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{p=1} +$$

При $p = 1$ переменная q принимает только значение 1.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q = \underbrace{a_1 b_1}_{p=1} +$$

При $p = 1$ переменная q принимает только значение 1.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q = \underbrace{a_1 b_1}_{p=1} + \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{p=2} +$$

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q = \underbrace{a_1 b_1}_{p=1} + \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{p=2} +$$

При $p = 2$ переменная q принимает значения: $q \in \{ \quad \}$.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q = \underbrace{a_1 b_1}_{p=1} + \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{p=2} +$$

При $p = 2$ переменная q принимает значения: $q \in \{1; 2\}$.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q = \underbrace{a_1 b_1}_{p=1} + \underbrace{a_2 b_1 + a_2 b_2}_{p=2} +$$

При $p = 2$ переменная q принимает значения: $q \in \{1; 2\}$.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q = \underbrace{a_1 b_1}_{p=1} + \underbrace{a_2 b_1 + a_2 b_2}_{p=2} +$$

При $p = 2$ переменная q принимает значения: $q \in \{1; 2\}$.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q = \underbrace{a_1 b_1}_{p=1} + \underbrace{a_2 b_1 + a_2 b_2}_{p=2} + \underbrace{\hspace{2cm}}_{p=3}.$$

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q = \underbrace{a_1 b_1}_{p=1} + \underbrace{a_2 b_1 + a_2 b_2}_{p=2} + \underbrace{\hspace{2cm}}_{p=3}.$$

При $p = 3$ переменная q принимает значения: $q \in \{ \hspace{2cm} \}$.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q = \underbrace{a_1 b_1}_{p=1} + \underbrace{a_2 b_1 + a_2 b_2}_{p=2} + \underbrace{\hspace{2cm}}_{p=3}.$$

При $p = 3$ переменная q принимает значения: $q \in \{1; 2; 3\}$.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q = \underbrace{a_1 b_1}_{p=1} + \underbrace{a_2 b_1 + a_2 b_2}_{p=2} + \underbrace{a_3 b_1 + a_3 b_2 + a_3 b_3}_{p=3}.$$

При $p = 3$ переменная q принимает значения: $q \in \{1; 2; 3\}$.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q = \underbrace{a_1 b_1}_{p=1} + \underbrace{a_2 b_1 + a_2 b_2}_{p=2} + \underbrace{a_3 b_1 + a_3 b_2 + a_3 b_3}_{p=3}.$$

При $p = 3$ переменная q принимает значения: $q \in \{1; 2; 3\}$.

II.1. Символы суммирования и произведения

Для сокращения записей типа $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ часто используется обозначение $\sum_{k=1}^n a_k$.

Например,

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^p a_p b_q = \underbrace{a_1 b_1}_{p=1} + \underbrace{a_2 b_1 + a_2 b_2}_{p=2} + \underbrace{a_3 b_1 + a_3 b_2 + a_3 b_3}_{p=3}.$$

При $p = 3$ переменная q принимает значения: $q \in \{1; 2; 3\}$.

II.2. Правила работы с символами суммирования и произведения

II.2.1) сумма из одного слагаемого;

II.2.2) целочисленные значения символа суммирования;

II.2.3) независимость суммы от переменной суммирования;

II.2.4) вынесение общего множителя;

II.2.5) перестановка символов суммирования.

II.2.1. Сумма из одного слагаемого

Выражение типа a_1 считается суммой, состоящей из одного слагаемого. При этом, например, $\sum_{i=3}^3 b_i = b_3$. Аналогичное соглашение действует и для произведения: $\prod_{k=-2}^{-2} x_k = x_{-2}$.

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Например, выражение $a_1 + a_3 + a_5$ нельзя представить в виде $\sum_{s=1}^5 a_s$, так как $\sum_{s=1}^5 a_s =$

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Например, выражение $a_1 + a_3 + a_5$ нельзя представить в виде $\sum_{s=1}^5 a_s$, так как $\sum_{s=1}^5 a_s = a_1 +$

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Например, выражение $a_1 + a_3 + a_5$ нельзя представить в виде $\sum_{s=1}^5 a_s$, так как $\sum_{s=1}^5 a_s = a_1 + a_2 +$

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Например, выражение $a_1 + a_3 + a_5$ нельзя представить в виде $\sum_{s=1}^5 a_s$, так как $\sum_{s=1}^5 a_s = a_1 + a_2 + a_3 +$

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Например, выражение $a_1 + a_3 + a_5$ нельзя представить в виде $\sum_{s=1}^5 a_s$, так как $\sum_{s=1}^5 a_s = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$.

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Например, выражение $a_1 + a_3 + a_5$ нельзя представить в виде $\sum_{s=1}^5 a_s$, так как $\sum_{s=1}^5 a_s = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$.

Правильно можно записать, например, так: $a_1 + a_3 + a_5 =$

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Например, выражение $a_1 + a_3 + a_5$ нельзя представить в виде $\sum_{s=1}^5 a_s$, так как $\sum_{s=1}^5 a_s = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$.

Правильно можно записать, например, так: $a_1 + a_3 + a_5 = \sum_{s=1}^5 a_s$.

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Например, выражение $a_1 + a_3 + a_5$ нельзя представить в виде $\sum_{s=1}^5 a_s$, так как $\sum_{s=1}^5 a_s = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$.

Правильно можно записать, например, так: $a_1 + a_3 + a_5 = \sum_{s=1} a$.

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Например, выражение $a_1 + a_3 + a_5$ нельзя представить в виде $\sum_{s=1}^5 a_s$, так как $\sum_{s=1}^5 a_s = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$.

Правильно можно записать, например, так: $a_1 + a_3 + a_5 = \sum_{s=1} a_{2s-1}$.

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Например, выражение $a_1 + a_3 + a_5$ нельзя представить в виде $\sum_{s=1}^5 a_s$, так как $\sum_{s=1}^5 a_s = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$.

Правильно можно записать, например, так: $a_1 + a_3 + a_5 = \sum_{s=1}^3 a_{2s-1}$.

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Другой пример:

$$h_0 + h_{1/2} + h_1 + h_{3/2} + h_2 =$$

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Другой пример:

$$h_0 + h_{1/2} + h_1 + h_{3/2} + h_2 = \sum_{i=0}^2 h_i \quad .$$

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Другой пример:

$$h_0 + h_{1/2} + h_1 + h_{3/2} + h_2 = \sum_{i=0}^2 h_{i/2}.$$

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Другой пример:

$$h_0 + h_{1/2} + h_1 + h_{3/2} + h_2 = \sum_{i=0} h_{i/2}.$$

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

Другой пример:

$$h_0 + h_{1/2} + h_1 + h_{3/2} + h_2 = \sum_{i=0}^4 h_{i/2}.$$

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

В частности, количество слагаемых в сумме $\sum_{i=p}^q$ равно

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

В частности, количество слагаемых в сумме $\sum_{i=p}^q$ равно $q - p + 1$,

II.2.2. Целочисленные значения символа суммирования

Переменная, по которой производится суммирование (произведение), принимает только целые значения, последовательно возрастающие от значения, и указанного под знаком $\sum$ (соответственно, $\prod$) до большего значения, указанного над символом $\sum$ (соответственно, $\prod$).

В частности, количество слагаемых в сумме $\sum_{i=p}^q$ равно $q - p + 1$, то есть количеству значений, которые принимает переменная, по которой производится суммирование.

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

Например, $\sum_{i=1}^4 u_{i,5-i} =$

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

Например, $\sum_{i=1}^4 u_{i,5-i} = u_{1,4} +$

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

Например, $\sum_{i=1}^4 u_{i,5-i} = u_{1,4} + u_{2,3} +$

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

Например, $\sum_{i=1}^4 u_{i,5-i} = u_{1,4} + u_{2,3} + u_{3,2} +$

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

Например, $\sum_{i=1}^4 u_{i,5-i} = u_{1,4} + u_{2,3} + u_{3,2} + u_{4,1}.$

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

Например,
$$\sum_{i=1}^4 u_{i,5-i} = u_{1,4} + u_{2,3} + u_{3,2} + u_{4,1}.$$

В правой части равенства нет i !

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

Например, $\sum_{i=1}^4 u_{i,5-i} = u_{1,4} + u_{2,3} + u_{3,2} + u_{4,1}$.

В правой части равенства нет i !

Индекс i иногда называют «глухим» символом, «немым», «слепым» и т.п.

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

При применении индекса суммирования в качестве переменной, по которой производится суммирование, можно использовать любую букву, кроме естественных исключений.

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

При применении индекса суммирования в качестве переменной, по которой производится суммирование, можно использовать любую букву, кроме естественных исключений.

Допустим, при записи выражения $k_1 f_{i,1}(x) + k_2 f_{i,2}(x) + k_3 f_{i,3}(x)$ с помощью символа суммирования нельзя в качестве индекса, по которому производится суммирование, использовать буквы

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

При применении индекса суммирования в качестве переменной, по которой производится суммирование, можно использовать любую букву, кроме естественных исключений.

Допустим, при записи выражения $k_1 f_{i,1}(x) + k_2 f_{i,2}(x) + k_3 f_{i,3}(x)$ с помощью символа суммирования нельзя в качестве индекса, по которому производится суммирование, использовать буквы k, f, i, x .

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

При применении индекса суммирования в качестве переменной, по которой производится суммирование, можно использовать любую букву, кроме естественных исключений.

Допустим, при записи выражения $k_1 f_{i,1}(x) + k_2 f_{i,2}(x) + k_3 f_{i,3}(x)$ с помощью символа суммирования нельзя в качестве индекса, по которому производится суммирование, использовать буквы k, f, i, x .

Но можно это выражение представить в виде $\sum_{j=1}^3$

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

При применении индекса суммирования в качестве переменной, по которой производится суммирование, можно использовать любую букву, кроме естественных исключений.

Допустим, при записи выражения $k_1 f_{i,1}(x) + k_2 f_{i,2}(x) + k_3 f_{i,3}(x)$ с помощью символа суммирования нельзя в качестве индекса, по которому производится суммирование, использовать буквы k, f, i, x .

Но можно это выражение представить в виде $\sum_{j=1}^3 k_j f_{i,j}(x)$

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

При применении индекса суммирования в качестве переменной, по которой производится суммирование, можно использовать любую букву, кроме естественных исключений.

Допустим, при записи выражения $k_1 f_{i,1}(x) + k_2 f_{i,2}(x) + k_3 f_{i,3}(x)$ с помощью символа суммирования нельзя в качестве индекса, по которому производится суммирование, использовать буквы k, f, i, x .

Но можно это выражение представить в виде $\sum_{j=1}^3 k_j f_{i,j}(x)$

или в виде $\sum_{t=1}^3$

II.2.3. Независимость суммы от переменной суммирования

Сумма (произведение) не зависит от переменной, по которой производится суммирование (умножение).

При применении индекса суммирования в качестве переменной, по которой производится суммирование, можно использовать любую букву, кроме естественных исключений.

Допустим, при записи выражения $k_1 f_{i,1}(x) + k_2 f_{i,2}(x) + k_3 f_{i,3}(x)$ с помощью символа суммирования нельзя в качестве индекса, по которому производится суммирование, использовать буквы k, f, i, x .

Но можно это выражение представить в виде $\sum_{j=1}^3 k_j f_{i,j}(x)$

или в виде $\sum_{t=1}^3 k_t f_{i,t}(x)$.

II.2.4. Вынесение общего множителя

Общий множитель можно выносить за знак Σ .

II.2.4. Вынесение общего множителя

Общий множитель можно выносить за знак $\sum$.

Это правило проиллюстрируем следующим примером:

$$6a_1 + 6a_2 + 6a_3 + 6a_4 =$$

II.2.4. Вынесение общего множителя

Общий множитель можно выносить за знак $\sum$.

Это правило проиллюстрируем следующим примером:

$$6a_1 + 6a_2 + 6a_3 + 6a_4 = 2(3a_1 + 3a_2 + 3a_3 + 3a_4) =$$

II.2.4. Вынесение общего множителя

Общий множитель можно выносить за знак $\sum$.

Это правило проиллюстрируем следующим примером:

$$\begin{aligned} 6a_1 + 6a_2 + 6a_3 + 6a_4 &= 2(3a_1 + 3a_2 + 3a_3 + 3a_4) = \\ &= 3(2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + 2a_4) = \end{aligned}$$

II.2.4. Вынесение общего множителя

Общий множитель можно выносить за знак $\sum$.

Это правило проиллюстрируем следующим примером:

$$\begin{aligned}6a_1 + 6a_2 + 6a_3 + 6a_4 &= 2(3a_1 + 3a_2 + 3a_3 + 3a_4) = \\&= 3(2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + 2a_4) = 6(a_1 + a_2 + a_3 + a_4),\end{aligned}$$

II.2.4. Вынесение общего множителя

Общий множитель можно выносить за знак $\sum$.

Это правило проиллюстрируем следующим примером:

$$\begin{aligned}6a_1 + 6a_2 + 6a_3 + 6a_4 &= 2(3a_1 + 3a_2 + 3a_3 + 3a_4) = \\&= 3(2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + 2a_4) = 6(a_1 + a_2 + a_3 + a_4),\end{aligned}$$

поэтому

II.2.4. Вынесение общего множителя

Общий множитель можно выносить за знак $\sum$.

Это правило проиллюстрируем следующим примером:

$$\begin{aligned}6a_1 + 6a_2 + 6a_3 + 6a_4 &= 2(3a_1 + 3a_2 + 3a_3 + 3a_4) = \\&= 3(2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + 2a_4) = 6(a_1 + a_2 + a_3 + a_4),\end{aligned}$$

поэтому $\sum_{n=1}^4 6a_n =$

II.2.4. Вынесение общего множителя

Общий множитель можно выносить за знак $\sum$.

Это правило проиллюстрируем следующим примером:

$$\begin{aligned}6a_1 + 6a_2 + 6a_3 + 6a_4 &= 2(3a_1 + 3a_2 + 3a_3 + 3a_4) = \\&= 3(2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + 2a_4) = 6(a_1 + a_2 + a_3 + a_4),\end{aligned}$$

поэтому $\sum_{n=1}^4 6a_n = 2 \sum_{n=1}^4 3a_n =$

II.2.4. Вынесение общего множителя

Общий множитель можно выносить за знак $\sum$.

Это правило проиллюстрируем следующим примером:

$$\begin{aligned}6a_1 + 6a_2 + 6a_3 + 6a_4 &= 2(3a_1 + 3a_2 + 3a_3 + 3a_4) = \\&= 3(2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + 2a_4) = 6(a_1 + a_2 + a_3 + a_4),\end{aligned}$$

поэтому $\sum_{n=1}^4 6a_n = 2 \sum_{n=1}^4 3a_n = 3 \sum_{n=1}^4 2a_n =$

II.2.4. Вынесение общего множителя

Общий множитель можно выносить за знак $\sum$.

Это правило проиллюстрируем следующим примером:

$$\begin{aligned}6a_1 + 6a_2 + 6a_3 + 6a_4 &= 2(3a_1 + 3a_2 + 3a_3 + 3a_4) = \\&= 3(2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + 2a_4) = 6(a_1 + a_2 + a_3 + a_4),\end{aligned}$$

поэтому $\sum_{n=1}^4 6a_n = 2 \sum_{n=1}^4 3a_n = 3 \sum_{n=1}^4 2a_n = 6 \sum_{n=1}^4 a_n.$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} =$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} =$$

Сначала «избавимся» от символа суммирования по q .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (\quad) =$$

Сначала «избавимся» от символа суммирования по q .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + \quad) =$$

Сначала «избавимся» от символа суммирования по q .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + \dots) =$$

Сначала «избавимся» от символа суммирования по q .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + d_{p4}) =$$

Сначала «избавимся» от символа суммирования по q .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + d_{p4}) =$$

Теперь попробуем «избавиться» от символа суммирования по p .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{q=2}^4 = \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + d_{p4}) =$$

Теперь попробуем «избавиться» от символа суммирования по p .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{q=2}^4 d_{1q} + = \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + d_{p4}) =$$

Теперь попробуем «избавиться» от символа суммирования по p .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{q=2}^4 d_{1q} + \sum_{q=2}^4 \quad = \quad \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + d_{p4}) =$$

Теперь попробуем «избавиться» от символа суммирования по p .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{q=2}^4 d_{1q} + \sum_{q=2}^4 d_{2q} = \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + d_{p4}) =$$

Теперь попробуем «избавиться» от символа суммирования по p .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 d_{1q} + \sum_{q=2}^4 d_{2q} &= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + d_{p4}) = \\ &= \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 d_{1q} + \sum_{q=2}^4 d_{2q} &= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + d_{p4}) = \\ &= (d_{12} + \quad \quad \quad) + (\quad \quad \quad), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 d_{1q} + \sum_{q=2}^4 d_{2q} &= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + d_{p4}) = \\ &= (d_{12} + d_{13} + \quad) + (\quad), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 d_{1q} + \sum_{q=2}^4 d_{2q} &= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + d_{p4}) = \\ &= (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (\quad \quad \quad), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 d_{1q} + \sum_{q=2}^4 d_{2q} &= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + d_{p4}) = \\ &= (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + \quad \quad \quad), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 d_{1q} + \sum_{q=2}^4 d_{2q} &= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + d_{p4}) = \\ &= (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + \quad), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 d_{1q} + \sum_{q=2}^4 d_{2q} &= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + d_{p4}) = \\ &= (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 d_{1q} + \sum_{q=2}^4 d_{2q} &= \sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 (d_{p2} + d_{p3} + d_{p4}) = \\ &= (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} =$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} =$$

Что получится, если переставить местами символы суммирования?

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} =$$

Сначала «избавимся» от символа суммирования по q .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2$$

Сначала «избавимся» от символа суммирования по q .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 d_{p2} +$$

Сначала «избавимся» от символа суммирования по q .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 d_{p2} + \sum_{p=1}^2 d_{p3} +$$

Сначала «избавимся» от символа суммирования по q .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 d_{p2} + \sum_{p=1}^2 d_{p3} + \sum_{p=1}^2 d_{p4} =$$

Сначала «избавимся» от символа суммирования по q .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 d_{p2} + \sum_{p=1}^2 d_{p3} + \sum_{p=1}^2 d_{p4} =$$

Теперь попробуем «избавиться» от символа суммирования по p .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$\sum_{q=2}^4 (\quad) = \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 d_{p2} + \sum_{p=1}^2 d_{p3} + \sum_{p=1}^2 d_{p4} =$$

Теперь попробуем «избавиться» от символа суммирования по p .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$\sum_{q=2}^4 (d_{1q} + \dots) = \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 d_{p2} + \sum_{p=1}^2 d_{p3} + \sum_{p=1}^2 d_{p4} =$$

Теперь попробуем «избавиться» от символа суммирования по p .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$\sum_{q=2}^4 (d_{1q} + d_{2q}) = \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 d_{p2} + \sum_{p=1}^2 d_{p3} + \sum_{p=1}^2 d_{p4} =$$

Теперь попробуем «избавиться» от символа суммирования по p .

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 (d_{1q} + d_{2q}) &= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 d_{p2} + \sum_{p=1}^2 d_{p3} + \sum_{p=1}^2 d_{p4} = \\ &= (\quad) + (\quad) + (\quad), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 (d_{1q} + d_{2q}) &= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 d_{p2} + \sum_{p=1}^2 d_{p3} + \sum_{p=1}^2 d_{p4} = \\ &= (d_{12} + \quad) + (\quad) + (\quad), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 (d_{1q} + d_{2q}) &= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 d_{p2} + \sum_{p=1}^2 d_{p3} + \sum_{p=1}^2 d_{p4} = \\ &= (d_{12} + d_{22}) + (\quad) + (\quad), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 (d_{1q} + d_{2q}) &= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 d_{p2} + \sum_{p=1}^2 d_{p3} + \sum_{p=1}^2 d_{p4} = \\ &= (d_{12} + d_{22}) + (d_{13} + \quad) + (\quad), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 (d_{1q} + d_{2q}) &= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 d_{p2} + \sum_{p=1}^2 d_{p3} + \sum_{p=1}^2 d_{p4} = \\ &= (d_{12} + d_{22}) + (d_{13} + d_{23}) + (d_{14} + d_{24}), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 (d_{1q} + d_{2q}) &= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 d_{p2} + \sum_{p=1}^2 d_{p3} + \sum_{p=1}^2 d_{p4} = \\ &= (d_{12} + d_{22}) + (d_{13} + d_{23}) + (d_{14} + d_{24}), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$\sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = (d_{12} + d_{22}) + (d_{13} + d_{23}) + (d_{14} + d_{24}).$$

$$\begin{aligned} \sum_{q=2}^4 (d_{1q} + d_{2q}) &= \sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = \sum_{p=1}^2 d_{p2} + \sum_{p=1}^2 d_{p3} + \sum_{p=1}^2 d_{p4} = \\ &= (d_{12} + d_{22}) + (d_{13} + d_{23}) + (d_{14} + d_{24}), \end{aligned}$$

II.2.5. Перестановка символов суммирования

Если поменять местами знаки суммирования в выражении $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ij}$, то есть перейти к выражению $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m r_{ij}$, то это приведет к перестановке слагаемых в сумме. Аналогичное правило справедливо и для произведения.

В частности, **значение** этой суммы (произведения) не изменится.

$$\sum_{p=1}^2 \sum_{q=2}^4 d_{pq} = (d_{12} + d_{13} + d_{14}) + (d_{22} + d_{23} + d_{24}),$$

$$\sum_{q=2}^4 \sum_{p=1}^2 d_{pq} = (d_{12} + d_{22}) + (d_{13} + d_{23}) + (d_{14} + d_{24}).$$

Важно!!! В результате перестановки символов суммирования само **выражение стало другим**, но его **значение не изменилось**.

Решим примеры и задачи?

III. Определение матрицы, операции алгебры матриц

Научный аппарат перерабатывает только информацию, представленную в стандартном виде. Одним из требований к стандартному виду информации является его компактность. Как хорошо известно, при обработке информации бывает очень полезно «расчленить» ее на «блоки». Но для того, чтобы это привело к упрощению обработки, необходимо создать математический аппарат для «расчленения» на «блоки» и обработки этих «блоков».

В алгебре одним из наиболее популярных видов такого математического аппарата является теория матриц.

III.1. Определение матрицы

стоимость хранения (коп./час.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	5	4,5	4,25
товар B	12	11	12
товар C	3	2,75	2,25
товар D	2	2,5	3

III.1. Определение матрицы

стоимость хранения (коп./час.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	5	4,5	4,25
товар B	12	11	12
товар C	3	2,75	2,25
товар D	2	2,5	3

стоимость хранения (коп./сут.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	120	108	102
товар B	288	264	288
товар C	72	66	54
товар D	48	60	72

III.1. Определение матрицы

стоимость хранения (коп./час.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	5	4,5	4,25
товар B	12	11	12
товар C	3	2,75	2,25
товар D	2	2,5	3

стоимость хранения (руб./час.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	0,05	0,045	0,0425
товар B	0,12	0,11	0,12
товар C	0,03	0,0275	0,0225
товар D	0,02	0,025	0,03

III.1. Определение матрицы

стоимость хранения (коп./час.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	5	4,5	4,25
товар B	12	11	12
товар C	3	2,75	2,25
товар D	2	2,5	3

стоимость хранения (руб./час.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	0,05	0,045	0,0425
товар B	0,12	0,11	0,12
товар C	0,03	0,0275	0,0225
товар D	0,02	0,025	0,03

Что в этих таблицах можно представить как «математический объект»?

III.1. Определение матрицы

стоимость хранения (коп./час.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	5	4,5	4,25
товар B	12	11	12
товар C	3	2,75	2,25
товар D	2	2,5	3

стоимость хранения (руб./час.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	0,05	0,045	0,0425
товар B	0,12	0,11	0,12
товар C	0,03	0,0275	0,0225
товар D	0,02	0,025	0,03

Описание товара и склада явно к математике не относится.

III.1. Определение матрицы

стоимость хранения (коп./час.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	5	4,5	4,25
товар B	12	11	12
товар C	3	2,75	2,25
товар D	2	2,5	3

стоимость хранения (руб./час.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	0,05	0,045	0,0425
товар B	0,12	0,11	0,12
товар C	0,03	0,0275	0,0225
товар D	0,02	0,025	0,03

К математическим объектам можно отнести числа в таблице...

III.1. Определение матрицы

стоимость хранения (коп./час.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	5	4,5	4,25
товар B	12	11	12
товар C	3	2,75	2,25
товар D	2	2,5	3

стоимость хранения (руб./час.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	0,05	0,045	0,0425
товар B	0,12	0,11	0,12
товар C	0,03	0,0275	0,0225
товар D	0,02	0,025	0,03

К математическим объектам можно отнести числа в таблице...

Как-то неинтересно, неперспективно...

III.1. Определение матрицы

стоимость хранения (коп./час.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	5	4,5	4,25
товар B	12	11	12
товар C	3	2,75	2,25
товар D	2	2,5	3

стоимость хранения (руб./час.)\склад	№ 1	№ 2	№ 3
товар A	0,05	0,045	0,0425
товар B	0,12	0,11	0,12
товар C	0,03	0,0275	0,0225
товар D	0,02	0,025	0,03

К математическим объектам можно отнести **таблицы**.

III.1. Определение матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & 4,5 & 4,25 \\ 12 & 11 & 12 \\ 3 & 2,75 & 2,25 \\ 2 & 2,5 & 3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 0,05 & 0,045 & 0,0425 \\ 0,12 & 0,11 & 0,12 \\ 0,03 & 0,0275 & 0,0225 \\ 0,02 & 0,025 & 0,03 \end{pmatrix}$$

Обычно в математике такие таблицы заключают в круглые скобки или

III.1. Определение матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & 4,5 & 4,25 \\ 12 & 11 & 12 \\ 3 & 2,75 & 2,25 \\ 2 & 2,5 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 5 & 4,5 & 4,25 \\ 12 & 11 & 12 \\ 3 & 2,75 & 2,25 \\ 2 & 2,5 & 3 \end{bmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 0,05 & 0,045 & 0,0425 \\ 0,12 & 0,11 & 0,12 \\ 0,03 & 0,0275 & 0,0225 \\ 0,02 & 0,025 & 0,03 \end{pmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0,05 & 0,045 & 0,0425 \\ 0,12 & 0,11 & 0,12 \\ 0,03 & 0,0275 & 0,0225 \\ 0,02 & 0,025 & 0,03 \end{bmatrix}$$

Обычно в математике такие таблицы заключают в круглые скобки или в квадратные скобки.

III.1. Определение матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & 4,5 & 4,25 \\ 12 & 11 & 12 \\ 3 & 2,75 & 2,25 \\ 2 & 2,5 & 3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 0,05 & 0,045 & 0,0425 \\ 0,12 & 0,11 & 0,12 \\ 0,03 & 0,0275 & 0,0225 \\ 0,02 & 0,025 & 0,03 \end{pmatrix}$$

Мы будем использовать только круглые скобки.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — *это прямоугольная таблица чисел.*

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — *это прямоугольная таблица чисел.*

Прежде чем подвергнуть это определение сокрушительной критике, отметим два факта. Во-первых, с практической точки зрения это «определение» является вполне удовлетворительным, так как в прикладных областях уровень требований к строгости определений основных понятий обычно ниже, чем в «чистой» математике.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — *это прямоугольная таблица чисел.*

Прежде чем подвергнуть это определение сокрушительной критике, отметим два факта. Во-первых, с практической точки зрения это «определение» является вполне удовлетворительным, так как в прикладных областях уровень требований к строгости определений основных понятий обычно ниже, чем в «чистой» математике.

Во-вторых, это «определение», как правило, даже предпочтительнее приведенного ниже строгого определения, так как таблицы чисел, как *форма представления информации* довольно часто встречаются «в обычной жизни».

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — *это прямоугольная таблица чисел.*

Прежде чем подвергнуть это определение сокрушительной критике, отметим два факта. Во-первых, с практической точки зрения это «определение» является вполне удовлетворительным, так как в прикладных областях уровень требований к строгости определений основных понятий обычно ниже, чем в «чистой» математике.

Во-вторых, это «определение», как правило, даже предпочтительнее приведенного ниже строгого определения, так как таблицы чисел, как *форма представления информации* довольно часто встречаются «в обычной жизни». Например, это список товаров с указанием цены и количества этого товара на складе (имеется в виду та часть таблицы, которая заполнена числами, а не текстом).

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — *это прямоугольная таблица чисел.*

Прежде чем подвергнуть это определение сокрушительной критике, отметим два факта. Во-первых, с практической точки зрения это «определение» является вполне удовлетворительным, так как в прикладных областях уровень требований к строгости определений основных понятий обычно ниже, чем в «чистой» математике.

Во-вторых, это «определение», как правило, даже предпочтительнее приведенного ниже строгого определения, так как таблицы чисел, как *форма представления информации* довольно часто встречаются «в обычной жизни». Например, справка о доходах часто представляет собой, по сути, таблицу из двух строк: в первой строке — номер месяца, во второй строке — указание суммы (в России — обычно в рублях или у.е.).

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — *это прямоугольная таблица чисел.*

Прежде чем подвергнуть это определение сокрушительной критике, отметим два факта. Во-первых, с практической точки зрения это «определение» является вполне удовлетворительным, так как в прикладных областях уровень требований к строгости определений основных понятий обычно ниже, чем в «чистой» математике.

Во-вторых, это «определение», как правило, даже предпочтительнее приведенного ниже строгого определения, так как таблицы чисел, как *форма представления информации* довольно часто встречаются «в обычной жизни». Например, результаты спортивных матчей в чемпионатах и других соревнованиях также часто оформляют в виде таблицы.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — *это прямоугольная таблица чисел.*

Прежде чем подвергнуть это определение сокрушительной критике, отметим два факта. Во-первых, с практической точки зрения это «определение» является вполне удовлетворительным, так как в прикладных областях уровень требований к строгости определений основных понятий обычно ниже, чем в «чистой» математике.

Во-вторых, это «определение», как правило, даже предпочтительнее приведенного ниже строгого определения, так как таблицы чисел, как *форма представления информации* довольно часто встречаются «в обычной жизни».

Отметим, что в матрицах, рассматриваемых в математике, не может быть «прочерков» в «клетках» таблицы.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Сформулируем строгое *математическое* определение матрицы. Во-первых, вам следует освоить *стратегию формирования понятия*.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Сформулируем строгое математическое определение матрицы. Во-первых, вам следует освоить *стратегию формирования понятия*.

Во-вторых, во многих случаях необходимо знать строгое определение понятия.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — *это прямоугольная таблица чисел.*

Сформулируем строгое *математическое* определение матрицы. Во-первых, вам следует освоить *стратегию формирования понятия.*

Во-вторых, во многих случаях необходимо знать строгое определение понятия.

В-третьих, для формирования навыков работы с понятийным аппаратом науки будет, видимо, полезна очередная демонстрация процесса формирования математически строгого определения.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — *это прямоугольная таблица чисел.*

Получение строгой формулировки начнем с обсуждения приведенного выше «определения» матрицы. Как нетрудно понять, на самом деле это «определение» не выдерживает критики. Во-первых, оно «отсекается» бритвой Оккама, так как понятие «таблица» не входит в систему собственно математических понятий, а в этом «определении» оно фактически играет роль неопределяемого понятия.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — *это прямоугольная таблица чисел.*

Получение строгой формулировки начнем с обсуждения приведенного выше «определения» матрицы. Как нетрудно понять, на самом деле это «определение» не выдерживает критики. Во-первых, оно «отсекается» бритвой Оккама, так как понятие «таблица» не входит в систему собственно математических понятий, а в этом «определении» оно фактически играет роль неопределяемого понятия.

Во-вторых, на самом деле далеко не всегда элементы матрицы являются числами.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Теперь попробуем сформулировать строгое определение матрицы, но прежде оговоримся, что (это потребуется во многих приложениях, некоторые из которых приведены ниже) элементы матрицы мы будем считать элементами некоторого **кольца** K .

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

С чего начнем?

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. *Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.*

С чего начнем?

Применим прием конкретизации.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

Это некоторый «набор» чисел.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

Это некоторый «набор» чисел.

К сожалению, слово «набор» ничуть не лучше (а даже хуже), чем термин «таблица».

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

Давайте поставим вопрос так: зачем выписывать эти числа в таблицу, чем это удобнее других способов?

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

Давайте поставим вопрос так: зачем выписывать эти числа в таблицу, чем это удобнее других способов?

Для ответа на этот вопрос следует понять

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

Давайте поставим вопрос так: зачем выписывать эти числа в таблицу, чем это удобнее других способов?

Для ответа на этот вопрос следует понять как используется такая запись.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

Чему равен элемент в первой строке

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{-1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

Чему равен элемент в первой строке

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{-1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

Чему равен элемент в первой строке и втором столбце?

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

Чему равен элемент в первой строке и втором столбце?

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \boxed{-1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ 1 & \mathbf{3} & 0 & 5 \\ 2 & \mathbf{1} & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

Чему равен элемент в первой строке и втором столбце? Он равен (-1) .

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

Элемент в первой строке и втором столбце равен (-1) .

Суть процесса заключалась в том, что мы задавали пару чисел — номер строки и номер столбца, и получали в ответ число.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

Элемент в первой строке и втором столбце равен (-1) .

Суть процесса заключалась в том, что мы задавали пару чисел — номер строки и номер столбца, и получали в ответ число. Как такая ситуация моделируется в математических терминах?

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

Элемент в первой строке и втором столбце равен (-1) .

Суть процесса заключалась в том, что мы задавали пару чисел — номер строки и номер столбца, и получали в ответ число. Как такая ситуация моделируется в математических терминах?

В математике этой ситуации соответствует понятие **функция**.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Итак, что представляет собой, с точки зрения математики, таблица, допустим $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$?

Таким образом, эта таблица определяет *однозначное отображение*, то есть *функцию*. Понятие «**функция**» является стандартным понятием современной математики, поэтому естественным представляется свести понятие «матрица» к понятию «**функция**».

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Сформулируем определение.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Матрицей называется...

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

***Матрицей** называется...*

Родовое понятие?

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

*Матрицей называется **функция**,...*

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Матрицей называется **функция**,

Характеристические свойства?

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Матрицей называется **функция**, область определения которой равна...

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Матрицей называется **функция**, область определения которой равна $\{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}, \dots$

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Матрицей называется **функция**, область определения которой равна $\{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$, область значений...

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Матрицей называется **функция**, область определения которой равна $\{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$, область значений...

Коэффициентами матрицы являются элементы **кольца**.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Матрицей называется **функция**, область определения которой равна $\{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$, область значений...

Коэффициентами матрицы являются элементы **кольца**. Но в определении матрицы пока нет ни слова о **кольце**.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Матрицей называется **функция**, область определения которой равна $\{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$, область значений...

Коэффициентами матрицы являются элементы **кольца**. Но в определении матрицы пока нет ни слова о **кольце**. Значит, надо определять не матрицу, а матрицу над кольцом.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Матрицей называется **функция**, область определения которой равна $\{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$, область значений...

Коэффициентами матрицы являются элементы **кольца**. Но в определении матрицы пока нет ни слова о **кольце**. Значит, надо определять не матрицу, а матрицу над кольцом. Нам придется в определении на него ссылаться.

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Матрицей называется **функция**, область определения которой равна $\{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$, область значений...

Коэффициентами матрицы являются элементы **кольца**. Но в определении матрицы пока нет ни слова о **кольце**. Значит, надо определять не матрицу, а матрицу над кольцом. Нам придется в определении на него ссылаться.

Поэтому обозначим кольцо буквой,

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Матрицей называется **функция**, область определения которой равна $\{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$, область значений...

Коэффициентами матрицы являются элементы **кольца**. Но в определении матрицы пока нет ни слова о **кольце**. Значит, надо определять не матрицу, а матрицу над кольцом. Нам придется в определении на него ссылаться.

Поэтому обозначим кольцо буквой, например, K .

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Матрицей над кольцом K называется функция, область определения которой равна $\{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$, область значений...

III.1. Определение матрицы

Что такое матрица? Можно предложить следующий вариант определения: **матрица** — это прямоугольная таблица чисел.

Цель 1. Формализовать понятие «матрица» с помощью стандартных математических понятий.

Матрицей над кольцом K называется **функция**, область определения которой равна $\{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$, область значений которой включается в K .

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $t \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, t\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающейся в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют скалярами.

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $t \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, t\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающейся в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Какова связь этой функции с таблицей?

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $m \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающейся в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Какова связь этой функции с таблицей?

Стандартные способы задания функции:

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $m \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающейся в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Какова связь этой функции с таблицей?

Стандартные способы задания функции:

формула,

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $m \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающейся в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Какова связь этой функции с таблицей?

Стандартные способы задания функции:

формула, график,

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $m \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающейся в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Какова связь этой функции с таблицей?

Стандартные способы задания функции:

формула, график, **таблица**.

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $m \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающейся в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Например,	$i \backslash j$	1	2	3	4
	1	2	-1	2	0
	2	1	3	0	5
	3	2	1	1	10

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $m \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающей в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Например,

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	2	-1	2	0
2	1	3	0	5
3	2	1	1	10

У всех таких функций «нулевой» столбец и «нулевая» строки одинаковы.

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $m \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающейся в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Например,

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	2	-1	2	0
2	1	3	0	5
3	2	1	1	10

У всех таких функций «нулевой» столбец и «нулевая» строки одинаковы. Поэтому можно их не писать.

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $m \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающей в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Например,

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	2	-1	2	0
2	1	3	0	5
3	2	1	1	10

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}.$$

У всех таких функций «нулевой» столбец и «нулевая» строки одинаковы. Поэтому можно их не писать.

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $m \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающей в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Например,

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	2	-1	2	0
2	1	3	0	5
3	2	1	1	10

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}.$$

Итак, матрица как таблица — это «очищенная от лишнего» таблица значений функции.

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $t \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, t\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающейся в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Например,

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	2	-1	2	0
2	1	3	0	5
3	2	1	1	10

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}.$$

Задание матрицы как таблицы — это частный случай распространенного, но опасного приема введения понятия:

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $m \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающей в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Например,

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	2	-1	2	0
2	1	3	0	5
3	2	1	1	10

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}.$$

Задание матрицы как таблицы — это частный случай распространенного, но опасного приема введения понятия: *отождествление объекта с*

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $t \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, t\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающей в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Например,

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	2	-1	2	0
2	1	3	0	5
3	2	1	1	10

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}.$$

Задание матрицы как таблицы — это частный случай распространенного, но опасного приема введения понятия: *отождествление объекта с одним из способов его задания*.

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $m \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающей в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Например,

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	2	-1	2	0
2	1	3	0	5
3	2	1	1	10

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}.$$

В школе отождествление объекта с одним из способов его задания применено для введения иррационального числа:

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $m \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающей в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Например,

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	2	-1	2	0
2	1	3	0	5
3	2	1	1	10

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}.$$

В школе отождествление объекта с одним из способов его задания применено для введения иррационального числа: *бесконечная непериодическая десятичная дробь*.

III.1. Определение матрицы

Определение 1. Матрицей с компонентами (говорят еще «с элементами») из **кольца** K размерности $m \times n$ называется **функция** F с **областью определения** $D(F) = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$ и областью значений, включающейся в K , то есть $E(F) \subseteq K$. При этом для любого элемента $(i, j) \in D(F)$ число i называется **номером строки матрицы**, а число j — **номером столбца матрицы**. При этом элементы основного **кольца** K часто называют **скалярами**.

Оговорим некоторые соглашения, применяемые нами в этой главе «по умолчанию».

III.2. Некоторые соглашения

- У нас матрица обозначается заглавной латинской буквой, причем часто напечатанной «жирным» шрифтом;

III.2. Некоторые соглашения

- У нас матрица обозначается заглавной латинской буквой, причем часто напечатанной «жирным» шрифтом;
- элементы матрицы **M** обозначаются той же буквой, что и вся матрица, но, во-первых, строчной, а не заглавной, и, во-вторых, снабженной индексами. Таким образом элемент матрицы **M**, как правило, обозначается через m_{ij} , где первый индекс (в данном случае, это i) обозначает *номер строки*, а второй — *номер столбца*. При необходимости индексы будем разделять запятыми;

III.2. Некоторые соглашения

- У нас матрица обозначается заглавной латинской буквой, причем часто напечатанной «жирным» шрифтом;
- элементы матрицы **M** одноименной строчной буквой, снабженной индексами;
- для сокращения записи тот факт, что **M** — матрица размерности $m \times n$ при необходимости будем записывать прямо в идентификаторе этой матрицы: **M** _{$m \times n$} ;

III.2. Некоторые соглашения

Например,

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{3 \times 2} = (a_{ij})_{3 \times 2} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ \sqrt{5} & 0.2 \\ 2 & 3/7 \end{pmatrix}.$$

В частности, $a_{21} = \sqrt{5}$, $a_{12} = -1$, $a_{32} = \frac{3}{7}$.

III.3. Как разобраться, что такое матрица?

Есть два основных варианта:

III.3. Как разобраться, что такое матрица?

Есть два основных варианта:

— применение приема *конкретизации*;

III.3. Как разобраться, что такое матрица?

Как разобраться, что такое матрица?

Есть два основных варианта:

- применение приема *конкретизации*;
- изучение *определения*, получение следствий.

III.4. Виды матриц

1. Матрица размерности $1 \times n$ называется **матрицей-строкой** или просто **строкой**. Матрица размерности $m \times 1$ называется **матрицей-столбцом** или просто **столбцом**. Таким образом,

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ — матрица-строка и } \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ — матрица-столбец.}$$

III.4. Виды матриц

1. Матрица-строка $A_{1 \times n}$, матрица-столбец $A_{n \times 1}$.

2. Матрица размерности $n \times n$ называется **квадратной матрицей**.

Таким образом, матрица является квадратной тогда и только тогда, когда число ее строк равно числу столбцов. Например,

$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ — квадратная матрица.

III.4. Виды матриц

1. Матрица-строка $\mathbf{A}_{1 \times n}$, матрица-столбец $\mathbf{A}_{n \times 1}$.

2. Квадратная матрица $\mathbf{A}_{n \times n}$.

3. Квадратная матрица $\mathbf{T}_{n \times n}$ с компонентами из поля K называется **верхней треугольной** тогда и только тогда, когда для любых номеров i, j таких, что $\begin{cases} 1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j < i \end{cases}$, имеем $t_{ij} = 0$. Квадратная матрица $\mathbf{T}'_{n \times n}$ с компонентами из поля K называется **нижней треугольной** тогда и только тогда, когда для любых номеров i, j таких, что $\begin{cases} 1 \leq j \leq n \\ 1 \leq i < j \end{cases}$, имеем $t_{ij} = 0$. Например, $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ — верхняя треугольная матрица.

III.4. Виды матриц

1. Матрица-строка $\mathbf{A}_{1 \times n}$, матрица-столбец $\mathbf{A}_{n \times 1}$.

2. Квадратная матрица $\mathbf{A}_{n \times n}$.

3. Квадратная матрица $\mathbf{T}_{n \times n}$ с компонентами из поля K называется **верхней треугольной** тогда и только тогда, когда для любых номеров i, j таких, что $\begin{cases} 1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j < i \end{cases}$, имеем $t_{ij} = 0$. Квадратная матрица $\mathbf{T}'_{n \times n}$ с компонентами из поля K называется **нижней треугольной** тогда и только тогда, когда для любых номеров i, j таких, что $\begin{cases} 1 \leq j \leq n \\ 1 \leq i < j \end{cases}$, имеем $t_{ij} = 0$. Например, $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 0 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ — нижняя треугольная матрица.

III.4. Виды матриц

1. Матрица-строка $\mathbf{A}_{1 \times n}$, матрица-столбец $\mathbf{A}_{n \times 1}$.

2. Квадратная матрица $\mathbf{A}_{n \times n}$.

3. Верхняя треугольная и нижняя треугольная матрицы.

Верхняя или нижняя треугольная матрица $\mathbf{A}_{n \times n}$ такая, что $1 = a_{11} = \dots = a_{nn}$ называется **верхней унитреугольной** или, соответственно, **нижней унитреугольной**.

III.4. Виды матриц

1. Матрица-строка $\mathbf{A}_{1 \times n}$, матрица-столбец $\mathbf{A}_{n \times 1}$.

2. Квадратная матрица $\mathbf{A}_{n \times n}$.

3. Верхняя треугольная и нижняя треугольная, верхняя унитреугольная, нижняя унитреугольная матрицы.

4. Квадратная матрица $\mathbf{D}_{n \times n}$ называется **диагональной** тогда и

только тогда, для любых номеров i, j таких, что
$$\begin{cases} 1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n, \\ i \neq j \end{cases}$$

имеем $d_{ij} = 0$. Например, $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ — диагональная матрица.

III.4. Виды матриц

1. Матрица-строка $\mathbf{A}_{1 \times n}$, матрица-столбец $\mathbf{A}_{n \times 1}$.
2. Квадратная матрица $\mathbf{A}_{n \times n}$.
3. Верхняя треугольная и нижняя треугольная, верхняя унитреугольная, нижняя унитреугольная матрицы.
4. Диагональная матрица.

Ясно, что диагональная матрица является и верхней треугольной, и нижней треугольной матрицей. Иногда пишут

$$\text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n) \text{ вместо } \begin{pmatrix} d_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_2 & \dots & 0 \\ & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & d_n \end{pmatrix}.$$

III.4. Виды матриц

1. Матрица-строка $\mathbf{A}_{1 \times n}$, матрица-столбец $\mathbf{A}_{n \times 1}$.
2. Квадратная матрица $\mathbf{A}_{n \times n}$.
3. Верхняя треугольная и нижняя треугольная, верхняя унитреугольная, нижняя унитреугольная матрицы.
4. Диагональная матрица, $\text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$.
5. Единичной матрицей размерности $n \times n$ называется квадратная

матрица
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & & \dots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix},$$
 имеющая n строк и n столбцов.

III.4. Виды матриц

1. Матрица-строка $\mathbf{A}_{1 \times n}$, матрица-столбец $\mathbf{A}_{n \times 1}$.
2. Квадратная матрица $\mathbf{A}_{n \times n}$.
3. Верхняя треугольная и нижняя треугольная, верхняя унитреугольная, нижняя унитреугольная матрицы.
4. Диагональная матрица, $\text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$.
5. Единичная матрица $\text{diag}(1, 1, \dots, 1)$.
6. Нулевой матрицей размерности $m \times n$ называется матрица
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$
имеющая m строк и n столбцов.

III.4. Виды матриц

1. Матрица-строка $\mathbf{A}_{1 \times n}$, матрица-столбец $\mathbf{A}_{n \times 1}$.
2. Квадратная матрица $\mathbf{A}_{n \times n}$.
3. Верхняя треугольная и нижняя треугольная, верхняя унитреугольная, нижняя унитреугольная матрицы.
4. Диагональная матрица, $\text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$.
5. Единичная матрица.
6. Нулевая матрица.
7. Полураспавшимися называются матрицы вида

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$ и $\mathbf{A}_{m \times m}$, $\mathbf{B}_{m \times n}$, $\mathbf{C}_{n \times n}$ — произвольные матрицы соответствующих размерностей.

III.4. Виды матриц

1. Матрица-строка $\mathbf{A}_{1 \times n}$, матрица-столбец $\mathbf{A}_{n \times 1}$.
2. Квадратная матрица $\mathbf{A}_{n \times n}$.
3. Верхняя треугольная и нижняя треугольная, верхняя унитреугольная, нижняя унитреугольная матрицы.
4. Диагональная, 5. Единичная, 6. Нулевая.
7. Полураспавшиеся матрицы.
8. **Клеточно-диагональной** называется матрица, представимая

в виде
$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_{p \times p} & \mathbf{0}_{p \times q} & \cdots & \mathbf{0}_{p \times r} \\ \mathbf{0}_{q \times p} & \mathbf{B}_{q \times q} & \cdots & \mathbf{0}_{q \times r} \\ & & \cdots & \\ \mathbf{0}_{r \times p} & \mathbf{0}_{r \times q} & \cdots & \mathbf{C}_{r \times r} \end{pmatrix}, \text{ где } \{\mathbf{A}_{p \times p}, \mathbf{B}_{q \times q}, \dots, \mathbf{C}_{r \times r}\} —$$

множество квадратных матриц. Матрицы $\mathbf{A}_{p \times p}$, $\mathbf{B}_{q \times q}$, $\mathbf{C}_{r \times r}$ называются **диагональными клетками**.

III.4. Виды матриц

В частности, диагональная матрица, имеющая не менее двух строк, является клеточно-диагональной. Диагональные клетки можно вы-

делять неоднозначно, например матрицу
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$
 можно раз-

бить на клетки каждым из таких способов:

III.4. Виды матриц

В частности, диагональная матрица, имеющая не менее двух строк, является клеточно-диагональной. Диагональные клетки можно вы-

делять неоднозначно, например матрицу
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$
 можно раз-

бить на клетки каждым из таких способов:

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boxed{2} & \boxed{3} & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{5} \end{pmatrix},$$

III.4. Виды матриц

В частности, диагональная матрица, имеющая не менее двух строк, является клеточно-диагональной. Диагональные клетки можно вы-

делять неоднозначно, например матрицу
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$
 можно раз-

бить на клетки каждым из таких способов:

$$\left(\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 2 & 3 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 5 \\ \hline \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 2 & 3 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 5 \\ \hline \end{array} \right),$$

III.4. Виды матриц

В частности, диагональная матрица, имеющая не менее двух строк, является клеточно-диагональной. Диагональные клетки можно вы-

делять неоднозначно, например матрицу
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$
 можно раз-

бить на клетки каждым из таких способов:

$$\left(\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 2 & 3 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 5 \\ \hline \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 2 & 3 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 5 \\ \hline \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 2 & 3 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 5 \\ \hline \end{array} \right).$$

III.4. Виды матриц

Совпадает ли однокомпонентная матрица (a_{11}) со единственной своей компонентой a_{11} ?

III.4. Виды матриц

Во-первых, это «объекты» разной «природы»: a_{11} — это число, а (a_{11}) — матрица (иногда компонентами (элементами) матрицы могут быть другие «объекты», даже — в тензорном исчислении — другие матрицы).

III.4. Виды матриц

Во-первых, это «объекты» разной «природы»: a_{11} — это число, а (a_{11}) — матрица (иногда компонентами (элементами) матрицы могут быть другие «объекты», даже — в тензорном исчислении — другие матрицы).

Во-вторых, набор «характеристик», связанный с a_{11} и с (a_{11}) , может быть существенно различным. Например,

III.4. Виды матриц

Во-первых, это «объекты» разной «природы»: a_{11} — это число, а (a_{11}) — матрица (иногда компонентами (элементами) матрицы могут быть другие «объекты», даже — в тензорном исчислении — другие матрицы).

Во-вторых, набор «характеристик», связанный с a_{11} и с (a_{11}) , может быть существенно различным. Например, число можно сложить с другим числом (операция сложения матрицы с числом обычно не определяется), для чисел определены отношения $<$, $>$ и т.п., не определенные для матриц и т.п.

III.4. Виды матриц

Во-первых, это «объекты» разной «природы»: a_{11} — это число, а (a_{11}) — матрица (иногда компонентами (элементами) матрицы могут быть другие «объекты», даже — в тензорном исчислении — другие матрицы).

Во-вторых, набор «характеристик», связанный с a_{11} и с (a_{11}) , может быть существенно различным. Например, число можно сложить с другим числом (операция сложения матрицы с числом обычно не определяется), для чисел определены отношения $<$, $>$ и т.п., не определенные для матриц и т.п. С другой стороны, для числа не определены такие характеристики как количество строк или число столбцов.

IV. В каких направлениях развивать исследования?

[Перейти к списку базовых исследовательских стратегий?](#)

IV. В каких направлениях развивать исследования?

[Перейти к списку базовых исследовательских стратегий?](#)

Для представления свойств необходим развитый понятийный аппарат. Создание понятийного аппарата можно рассматривать как применение стратегии построения модели и стратегии обогащения модели.

IV. В каких направлениях развивать исследования?

[Перейти к списку базовых исследовательских стратегий?](#)

Для представления свойств необходим развитый понятийный аппарат. Создание понятийного аппарата можно рассматривать как применение стратегии построения модели и стратегии обогащения модели.

При формировании понятийного аппарата ведущей является стратегия приоритетного изучения экстремальных ситуаций. Она применена при выделении описанных выше **видов матриц**.

IV. В каких направлениях развивать исследования?

Перейти к списку базовых исследовательских стратегий?

Для представления свойств необходим развитый понятийный аппарат. Создание понятийного аппарата можно рассматривать как применение стратегии построения модели и стратегии обогащения модели.

При формировании понятийного аппарата ведущей является стратегия приоритетного изучения экстремальных ситуаций. Она применена при выделении описанных выше **видов матриц**.

Можно изучать свойства матриц, вводить новые **характеристики и отношения**, используя различные исследовательские стратегии.

IV. В каких направлениях развивать исследования?

Перейти к списку базовых исследовательских стратегий?

Для представления свойств необходим развитый понятийный аппарат. Создание понятийного аппарата можно рассматривать как применение стратегии построения модели и стратегии обогащения модели.

При формировании понятийного аппарата ведущей является стратегия приоритетного изучения экстремальных ситуаций. Она применена при выделении описанных выше **видов матриц**.

Можно, используя стратегию поиска аналогии и стратегию построения модели, сопоставить матрице различные математические объекты («модели матриц») и изучать особенности матриц в сочетании с их моделями (**матрица перехода, матрица Грама, матрица билинейной формы** и др.).

IV. В каких направлениях развивать исследования?

Перейти к списку базовых исследовательских стратегий?

Для представления свойств необходим развитый понятийный аппарат. Создание понятийного аппарата можно рассматривать как применение стратегии построения модели и стратегии обогащения модели.

При формировании понятийного аппарата ведущей является стратегия приоритетного изучения экстремальных ситуаций. Она применена при выделении описанных выше **видов матриц**.

Можно, используя стратегию перехода от изучения отдельного объекта к исследованию системы объектов, определить **операции** и **отношения** на множестве матриц.

IV.1. Некоторые понятия теории матриц

Определение 2. Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ называются **равными** тогда и только тогда, когда, во-первых, они имеют одинаковую размерность, и, во-вторых, для любого номера $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, где m — число строк матрицы $\mathbf{A}$ и любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, где n — число столбцов матрицы $\mathbf{A}$, имеем $a_{ij} = b_{ij}$. Тот факт, что матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ равны обозначается, естественно, как $\mathbf{A} = \mathbf{B}$.

IV.1. Некоторые понятия теории матриц

Определение 2. Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ называются **равными** тогда и только тогда, когда, во-первых, они имеют одинаковую размерность, и, во-вторых, для любого номера $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, где m — число строк матрицы $\mathbf{A}$ и любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, где n — число столбцов матрицы $\mathbf{A}$, имеем $a_{ij} = b_{ij}$. Тот факт, что матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ равны обозначается, естественно, как $\mathbf{A} = \mathbf{B}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0.2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0.2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \neq$$

IV.1. Некоторые понятия теории матриц

Определение 2. Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ называются **равными** тогда и только тогда, когда, во-первых, они имеют одинаковую размерность, и, во-вторых, для любого номера $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, где m — число строк матрицы $\mathbf{A}$ и любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, где n — число столбцов матрицы $\mathbf{A}$, имеем $a_{ij} = b_{ij}$. Тот факт, что матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ равны обозначается, естественно, как $\mathbf{A} = \mathbf{B}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0.2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0.2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0.2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

IV.1. Некоторые понятия теории матриц

Определение 2. Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ называются **равными** тогда и только тогда, когда, во-первых, они имеют одинаковую размерность, и, во-вторых, для любого номера $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, где m — число строк матрицы $\mathbf{A}$ и любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, где n — число столбцов матрицы $\mathbf{A}$, имеем $a_{ij} = b_{ij}$. Тот факт, что матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ равны обозначается, естественно, как $\mathbf{A} = \mathbf{B}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0.2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0.2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0.2 & 2 \end{pmatrix}$$

IV.1. Некоторые понятия теории матриц

Определение 2. Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ называются **равными** тогда и только тогда, когда, во-первых, они имеют одинаковую размерность, и, во-вторых, для любого номера $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, где m — число строк матрицы $\mathbf{A}$ и любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, где n — число столбцов матрицы $\mathbf{A}$, имеем $a_{ij} = b_{ij}$. Тот факт, что матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ равны обозначается, естественно, как $\mathbf{A} = \mathbf{B}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0.2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0.2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 0.2 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

IV.1. Некоторые понятия теории матриц

Определение 2. Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ называются равными тогда и только тогда, когда, во-первых, они имеют одинаковую размерность, и, во-вторых, для любого номера $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, где m — число строк матрицы $\mathbf{A}$ и любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, где n — число столбцов матрицы $\mathbf{A}$, имеем $a_{ij} = b_{ij}$.

Определение 3. Главной диагональю квадратной матрицы $\mathbf{A}$ называется упорядоченная n -ка (кортеж из n элементов) $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$.

IV.1. Некоторые понятия теории матриц

Определение 2. Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ называются равными тогда и только тогда, когда, во-первых, они имеют одинаковую размерность, и, во-вторых, для любого номера $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, где m — число строк матрицы $\mathbf{A}$ и любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, где n — число столбцов матрицы $\mathbf{A}$, имеем $a_{ij} = b_{ij}$.

Определение 3. Главной диагональю квадратной матрицы $\mathbf{A}$ называется упорядоченная n -ка (кортеж из n элементов) $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$.

Определение 4. Следом квадратной матрицы $\mathbf{A}$, обозначаемым $\text{tr}(\mathbf{A})$, называется сумма элементов ее главной диагонали.

IV.1. Некоторые понятия теории матриц

Определение 2. Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ называются **равными** тогда и только тогда, когда, во-первых, они имеют одинаковую размерность, и, во-вторых, для любого номера $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, где m — число строк матрицы $\mathbf{A}$ и любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, где n — число столбцов матрицы $\mathbf{A}$, имеем $a_{ij} = b_{ij}$.

Определение 3. Главной диагональю квадратной матрицы $\mathbf{A}$ называется упорядоченная n -ка (кортеж из n элементов) $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$.

Определение 4. Следом квадратной матрицы $\mathbf{A}$, обозначаемым $\text{tr}(\mathbf{A})$, называется сумма элементов ее главной диагонали.

Например, $\text{tr} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} =$

IV.1. Некоторые понятия теории матриц

Определение 2. Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ называются **равными** тогда и только тогда, когда, во-первых, они имеют одинаковую размерность, и, во-вторых, для любого номера $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, где m — число строк матрицы $\mathbf{A}$ и любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, где n — число столбцов матрицы $\mathbf{A}$, имеем $a_{ij} = b_{ij}$.

Определение 3. Главной диагональю квадратной матрицы $\mathbf{A}$ называется упорядоченная n -ка (кортеж из n элементов) $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$.

Определение 4. Следом квадратной матрицы $\mathbf{A}$, обозначаемым $\text{tr}(\mathbf{A})$, называется сумма элементов ее главной диагонали.

Например, $\text{tr} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a + d,$

IV.1. Некоторые понятия теории матриц

Определение 2. Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ называются **равными** тогда и только тогда, когда, во-первых, они имеют одинаковую размерность, и, во-вторых, для любого номера $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, где m — число строк матрицы $\mathbf{A}$ и любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, где n — число столбцов матрицы $\mathbf{A}$, имеем $a_{ij} = b_{ij}$.

Определение 3. Главной диагональю квадратной матрицы $\mathbf{A}$ называется упорядоченная n -ка (кортеж из n элементов) $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$.

Определение 4. Следом квадратной матрицы $\mathbf{A}$, обозначаемым $\text{tr}(\mathbf{A})$, называется сумма элементов ее главной диагонали.

$$\text{Например, } \text{tr} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a + d, \quad \text{tr} \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} =$$

IV.1. Некоторые понятия теории матриц

Определение 2. Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ называются **равными** тогда и только тогда, когда, во-первых, они имеют одинаковую размерность, и, во-вторых, для любого номера $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, где m — число строк матрицы $\mathbf{A}$ и любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, где n — число столбцов матрицы $\mathbf{A}$, имеем $a_{ij} = b_{ij}$.

Определение 3. Главной диагональю квадратной матрицы $\mathbf{A}$ называется упорядоченная n -ка (кортеж из n элементов) $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$.

Определение 4. Следом квадратной матрицы $\mathbf{A}$, обозначаемым $\text{tr}(\mathbf{A})$, называется сумма элементов ее главной диагонали.

$$\text{Например, } \text{tr} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a + d, \quad \text{tr} \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} = a_1 + b_2 + c_3.$$

IV.2. Операции матричной алгебры

Мы разобрались с определением матрицы, рассмотрели некоторые примеры матриц (в основном, руководствуясь стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»).

IV.2. Операции матричной алгебры

Мы разобрались с определением матрицы, рассмотрели некоторые примеры матриц (в основном, руководствуясь стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»).

Но для того, чтобы формулировать какие-либо свойства матриц, у нас слабоват понятийный аппарат, недостаточно базовых понятий.

IV.2. Операции матричной алгебры

Мы разобрались с определением матрицы, рассмотрели некоторые примеры матриц (в основном, руководствуясь стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»).

Но для того, чтобы формулировать какие-либо свойства матриц, у нас слабоват понятийный аппарат, недостаточно базовых понятий.

В данном случае для выхода из положения воспользуемся можно стратегией перехода от изучения отдельного объекта к изучению системы объектов.

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц

Мы разобрались с определением матрицы, рассмотрели некоторые примеры матриц (в основном, руководствуясь стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»).

Но для того, чтобы формулировать какие-либо свойства матриц, у нас слабоват понятийный аппарат, недостаточно базовых понятий.

В данном случае для выхода из положения воспользуемся можно стратегией перехода от изучения отдельного объекта к изучению системы объектов.

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и

Мы разобрались с определением матрицы, рассмотрели некоторые примеры матриц (в основном, руководствуясь стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»).

Но для того, чтобы формулировать какие-либо свойства матриц, у нас слабоват понятийный аппарат, недостаточно базовых понятий.

В данном случае для выхода из положения воспользуемся можно стратегией перехода от изучения отдельного объекта к изучению системы объектов.

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Мы разобрались с определением матрицы, рассмотрели некоторые примеры матриц (в основном, руководствуясь стратегией приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»).

Но для того, чтобы формулировать какие-либо свойства матриц, у нас слабоват понятийный аппарат, недостаточно базовых понятий.

В данном случае для выхода из положения воспользуемся можно стратегией перехода от изучения отдельного объекта к изучению системы объектов.

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Какой вопрос является основным на данной стадии создания теории матриц?

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Какой вопрос является основным на данной стадии создания теории матриц?

Наука и техника в конечном итоге работают только с информацией, имеющей типовой, стандартный вид.

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Какой вопрос является основным на данной стадии создания теории матриц?

Наука и техника в конечном итоге работают только с информацией, имеющей типовой, стандартный вид.

Это одна из основных целей создания и развития понятийного аппарата.

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Какой вопрос является основным на данной стадии создания теории матриц?

Наука и техника в конечном итоге работают только с информацией, имеющей типовой, стандартный вид.

Это одна из основных целей создания и развития понятийного аппарата.

Итак, главный вопрос к этому моменту:...

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Как задавать

Какой вопрос является основным на данной стадии создания теории матриц?

Наука и техника в конечном итоге работают только с информацией, имеющей типовой, стандартный вид.

Это одна из основных целей создания и развития понятийного аппарата.

Итак, главный вопрос к этому моменту:...

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Как задавать операции

Какой вопрос является основным на данной стадии создания теории матриц?

Наука и техника в конечном итоге работают только с информацией, имеющей типовой, стандартный вид.

Это одна из основных целей создания и развития понятийного аппарата.

Итак, главный вопрос к этому моменту:...

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Как задавать операции матричной алгебры?

Какой вопрос является основным на данной стадии создания теории матриц?

Наука и техника в конечном итоге работают только с информацией, имеющей типовой, стандартный вид.

Это одна из основных целей создания и развития понятийного аппарата.

Итак, главный вопрос к этому моменту:...

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Как задавать операции матричной алгебры?

Обычно для этого применяются три языка:

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Как задавать операции матричной алгебры?

Обычно для этого применяются три языка:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Как задавать операции матричной алгебры?

Обычно для этого применяются три языка:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов»

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Как задавать операции матричной алгебры?

Обычно для этого применяются три языка:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов»

Но формулы для элементов — это один из способов задания алгоритма!

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Как задавать операции матричной алгебры?

Обычно для этого применяются три языка:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов»

Но формулы для элементов — это один из способов задания алгоритма!

В чем разница с «языком алгоритмов»?

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Как задавать операции матричной алгебры?

Обычно для этого применяются три языка:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» для непосредственного манипулирования с элементами матрицы;

Но формулы для элементов — это один из способов задания алгоритма!

В чем разница с «языком алгоритмов»?

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Как задавать операции матричной алгебры?

Обычно для этого применяются три языка:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» для непосредственного манипулирования с элементами матрицы;
- 3) «язык формул» для матриц в целом, т.е. определение «вторичных» операций.

IV.2. Операции матричной алгебры

Определим на множестве матриц операции и отношения.

Как задавать операции матричной алгебры?

Обычно для этого применяются три языка:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» для непосредственного манипулирования с элементами матрицы;
- 3) «язык формул» для матриц в целом, т.е. определение «вторичных» операций.

Начнем с суммы матриц.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

Допустим, у фирмы имеется два склада, на которых хранятся три типа товара:

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

Допустим, у фирмы имеется два склада, на которых хранятся три типа товара:

	Товар 1-го типа	Товар 2-го типа	Товар 3-го типа
Склад №1	10 шт	18 шт	3 шт
Склад №2	5 шт	27 шт	12 шт

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

Допустим, у фирмы имеется два склада, на которых хранятся три типа товара:

	Товар 1-го типа	Товар 2-го типа	Товар 3-го типа
Склад №1	10 шт	18 шт	3 шт
Склад №2	5 шт	27 шт	12 шт

мы кратко представим матрицей $\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix}$.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

Допустим, у фирмы имеется два склада, на которых хранятся три типа товара:

	Товар 1-го типа	Товар 2-го типа	Товар 3-го типа
Склад №1	10 шт	18 шт	3 шт
Склад №2	5 шт	27 шт	12 шт

мы кратко представим матрицей $\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix}$.

Допустим, на склады дополнительно поступили партии товара:

	Товар 1-го типа	Товар 2-го типа	Товар 3-го типа
Склад №1	38 шт	3 шт	4 шт
Склад №2	2 шт	7 шт	9 шт

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

Допустим, у фирмы имеется два склада, на которых хранятся три типа товара:

	Товар 1-го типа	Товар 2-го типа	Товар 3-го типа
Склад №1	10 шт	18 шт	3 шт
Склад №2	5 шт	27 шт	12 шт

мы кратко представим матрицей $\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix}$.

Допустим, на склады дополнительно поступили партии товара:

	Товар 1-го типа	Товар 2-го типа	Товар 3-го типа
Склад №1	38 шт	3 шт	4 шт
Склад №2	2 шт	7 шт	9 шт

Тогда на складах будут храниться следующие партии товаров...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} +$$

Допустим, у фирмы имеется два склада, на которых хранятся три типа товара:

	Товар 1-го типа	Товар 2-го типа	Товар 3-го типа
Склад №1	10 шт	18 шт	3 шт
Склад №2	5 шт	27 шт	12 шт

,

мы кратко представим матрицей $\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix}$.

Допустим, на склады дополнительно поступили партии товара:

	Товар 1-го типа	Товар 2-го типа	Товар 3-го типа
Склад №1	38 шт	3 шт	4 шт
Склад №2	2 шт	7 шт	9 шт

.

Тогда на складах будут храниться следующие партии товаров...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} =$$

Допустим, у фирмы имеется два склада, на которых хранятся три типа товара:

	Товар 1-го типа	Товар 2-го типа	Товар 3-го типа
Склад №1	10 шт	18 шт	3 шт
Склад №2	5 шт	27 шт	12 шт

,

мы кратко представим матрицей $\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix}$.

Допустим, на склады дополнительно поступили партии товара:

	Товар 1-го типа	Товар 2-го типа	Товар 3-го типа
Склад №1	38 шт	3 шт	4 шт
Склад №2	2 шт	7 шт	9 шт

.

Тогда на складах будут храниться следующие партии товаров...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}.$$

Допустим, у фирмы имеется два склада, на которых хранятся три типа товара:

	Товар 1-го типа	Товар 2-го типа	Товар 3-го типа
Склад №1	10 шт	18 шт	3 шт
Склад №2	5 шт	27 шт	12 шт

,

мы кратко представим матрицей $\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix}$.

Допустим, на склады дополнительно поступили партии товара:

	Товар 1-го типа	Товар 2-го типа	Товар 3-го типа
Склад №1	38 шт	3 шт	4 шт
Склад №2	2 шт	7 шт	9 шт

.

Тогда на складах будут храниться следующие партии товаров...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}.$$

В первой строке и первом столбце получим (количество товара первого типа на первом складе)...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{■} & & \end{pmatrix}.$$

В первой строке и первом столбце получим (количество товара первого типа на первом складе)...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}.$$

В первой строке и первом столбце получим (количество товара первого типа на первом складе)...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & & \end{pmatrix}.$$

В первой строке и первом столбце получим (количество товара первого типа на первом складе)...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & & \end{pmatrix}.$$

В первой строке и втором столбце получим (количество товара второго типа на первом складе)...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & \blacksquare & \\ & & \end{pmatrix}.$$

В первой строке и втором столбце получим (количество товара второго типа на первом складе)...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & \blacksquare & \\ & & \end{pmatrix}.$$

В первой строке и втором столбце получим (количество товара второго типа на первом складе)...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

В первой строке и втором столбце получим (количество товара второго типа на первом складе)...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

В первой строке и третьем столбце получим (количество товара третьего типа на первом складе)...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & \blacksquare \\ & & \end{pmatrix}.$$

В первой строке и третьем столбце получим (количество товара третьего типа на первом складе)...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & \blacksquare \end{pmatrix}.$$

В первой строке и третьем столбце получим (количество товара третьего типа на первом складе)...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \end{pmatrix}.$$

В первой строке и третьем столбце получим (количество товара третьего типа на первом складе)...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \end{pmatrix}.$$

Аналогичный алгоритм применяем для второй строки...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ \blacksquare & & \end{pmatrix}.$$

Аналогичный алгоритм применяем для второй строки...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ \blacksquare & & \end{pmatrix}.$$

Аналогичный алгоритм применяем для второй строки...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & & \end{pmatrix}.$$

Аналогичный алгоритм применяем для второй строки...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & \blacksquare & \end{pmatrix}.$$

Аналогичный алгоритм применяем для второй строки...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}.$$

Аналогичный алгоритм применяем для второй строки...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & \end{pmatrix}.$$

Аналогичный алгоритм применяем для второй строки...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & \text{■} \end{pmatrix}.$$

Аналогичный алгоритм применяем для второй строки...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & \blacksquare \end{pmatrix}.$$

Аналогичный алгоритм применяем для второй строки...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

Аналогичный алгоритм применяем для второй строки...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

Мы описали операцию суммирования матриц на языке...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

Мы описали операцию суммирования матриц на языке...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

Мы описали операцию суммирования матриц на языке...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

Мы описали операцию суммирования матриц на языке...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);
- 3) «язык формул» для матриц в целом.

Мы описали операцию суммирования матриц на языке...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Мы описали операцию суммирования матриц на языке...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Определим операцию суммирования матриц на языке

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Определим операцию суммирования матриц на языке

Можно ли сейчас определить сумму матриц на языке матриц в целом?

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Определим операцию суммирования матриц на языке

Можно ли сейчас определить сумму матриц на языке матриц в целом?

У нас пока слишком бедный понятийный аппарат, в частности, пока не определено ни одной операции!

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Определим операцию суммирования матриц на языке

Можно ли сейчас определить сумму матриц на языке матриц в целом?

Как тут определить «вторичную операцию», если даже первичные не определены?

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Определим операцию суммирования матриц на языке формул для элементов матриц.

Можно ли сейчас определить сумму матриц на языке матриц в целом?

Как тут определить «вторичную операцию», если даже первичные не определены?

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Определим операцию суммирования матриц на языке формул для элементов матриц.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Сначала надо ввести идентификаторы для рассматриваемых объектов.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C},$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Сначала надо ввести идентификаторы для рассматриваемых объектов.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C},$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Но идентификаторы нужны для *элементов матриц*.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} +$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Но идентификаторы нужны для *элементов матриц*.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & b & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} =$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Но идентификаторы нужны для *элементов матриц*.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & b_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} =$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Но идентификаторы нужны для **элементов матриц**.

Суммировать надо с элементом, находящемся на том же месте, т.е.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & b_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} =$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Но идентификаторы нужны для **элементов матриц**.

Суммировать надо с элементом, находящемся на том же месте, т.е. в той же строке и том же столбце.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & b_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} =$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Но идентификаторы нужны для **элементов матриц**.

Суммировать надо с элементом, находящемся на том же месте, т.е. в той же строке и том же столбце.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & b_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & c_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);
- 3) «язык формул» для матриц в целом.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & b_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & c_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Результат суммирования находится на том же месте, т.е.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & b_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & c_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Результат суммирования находится на том же месте, т.е.

в той же строке и том же столбце.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & b_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & c_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Результат суммирования находится на том же месте, т.е.

в той же строке и том же столбце.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & b_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & c_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

А зачем «рисовать» всю матрицу, если нас интересуют только конкретные элементы?

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & b_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & c_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

А зачем «рисовать» всю матрицу, если нас интересуют только конкретные элементы?

Получим характеристическое свойство для суммы:

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & b_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & c_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

А зачем «рисовать» всю матрицу, если нас интересуют только конкретные элементы?

Получим характеристическое свойство для суммы: $c_{ij} =$

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & b_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & c_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

А зачем «рисовать» всю матрицу, если нас интересуют только конкретные элементы?

Получим характеристическое свойство для суммы: $c_{ij} = a_{ij} +$

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & b_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & c_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

А зачем «рисовать» всю матрицу, если нас интересуют только конкретные элементы?

Получим характеристическое свойство для суммы: $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

$$\begin{pmatrix} 10 & 18 & 3 \\ 5 & 27 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 38 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 21 & 7 \\ 7 & 34 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & b_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & c_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

А зачем «рисовать» всю матрицу, если нас интересуют только конкретные элементы?

Получим характеристическое свойство для суммы: $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

Попробуем сформулировать определение.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

Определение 8. Суммой матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ размерности $m \times n$ называется матрица $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ той же размерности, компоненты которой определяются равенствами $c_{ij} =$

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

Определение 8. Суммой матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ размерности $m \times n$ называется матрица $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ той же размерности, компоненты которой определяются равенствами $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$, где $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, $j \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Слишком много слов для конспектирования...

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

Определение 8. $\mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} \Leftrightarrow c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}.$

Формально это не определение, нет слова «называется» или его аналога.

IV.2.1. Матричные операции: сумма матриц

Определение 8. $\mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} \Leftrightarrow c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}.$

Формально это не определение, нет слова «называется» или его аналога.

Значит, вы должны быть готовы эту чрезмерно краткую формулировку раскрыть в корректное определение!

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице

 на 100.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице

умножить на 100.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} =$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{■} & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & & & \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & \text{■} & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & \text{ } & \text{ } \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & \text{■} \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & \text{ } \\ \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ \text{■} & \text{■} & \text{■} & \text{■} \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & \text{yellow square} & & \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & \text{ } & \text{ } & \text{ } \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & \text{ } & \text{ } \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & \text{ } & \text{ } \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & \text{yellow} \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & \text{ } \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

На складах №1 и №2 находится товары типа 1,2,3 и 4.

	Товар 1	Товар 2	Товар 3	Товар 4
Склад №1	5	7	1	4
Склад №2	4	3	2	6

Пусть количество товара измеряется в центнерах.

Как пересчитать количество товара в килограммах?

В центнере 100 килограммов, поэтому надо все значения в таблице умножить на 100.

В матричной форме это выглядит так...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

Мы описали операцию суммирования матриц на языке...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

Мы описали операцию суммирования матриц на языке...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;

Мы описали операцию суммирования матриц на языке...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

Мы описали операцию суммирования матриц на языке...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);
- 3) «язык формул» для матриц в целом.

Мы описали операцию суммирования матриц на языке...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);
- 3) «язык формул» для матриц в целом.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);
- 3) «язык формул» для матриц в целом.

Определим умножение матрицы на число на языке

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

Языки алгебры матриц:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);
- 3) «язык формул» для матриц в целом.

Определим умножение матрицы на число на языке формул для элементов матриц.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B},$$

Языки алгебры матриц:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);
- 3) «язык формул» для матриц в целом.

Определим умножение матрицы на число на языке формул для элементов матриц.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad b \blacksquare =$$

Языки алгебры матриц:

1) «язык формул» для элементов матриц;

2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);

3) «язык формул» для матриц в целом.

Определим умножение матрицы на число на языке формул для элементов матриц.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad b_{pq} =$$

Языки алгебры матриц:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);
- 3) «язык формул» для матриц в целом.

Определим умножение матрицы на число на языке формул для элементов матриц.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad b_{pq} = \lambda \cdot a_{pq}.$$

Языки алгебры матриц:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);
- 3) «язык формул» для матриц в целом.

Определим умножение матрицы на число на языке формул для элементов матриц.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad b_{pq} = \lambda \cdot a_{pq}.$$

Языки алгебры матриц:

- 1) «язык формул» для элементов матриц;
- 2) «язык алгоритмов» (без буквенных обозначений);
- 3) «язык формул» для матриц в целом.

Определим умножение матрицы на число на языке формул для элементов матриц.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad b_{pq} = \lambda \cdot a_{pq}.$$

Мы готовы сформулировать определение.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad b_{pq} = \lambda \cdot a_{pq}.$$

Мы готовы сформулировать определение.

Определение 15. Произведением матрицы $\mathbf{A}_{m \times n}$ на скаляр $\lambda \in K$ называется матрица $\mathbf{B}_{m \times n} = \lambda \cdot \mathbf{A}_{m \times n}$, элементы которой имеют вид $b_{ij} =$

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad b_{pq} = \lambda \cdot a_{pq}.$$

Мы готовы сформулировать определение.

Определение 15. Произведением матрицы $\mathbf{A}_{m \times n}$ на скаляр $\lambda \in K$ называется матрица $\mathbf{B}_{m \times n} = \lambda \cdot \mathbf{A}_{m \times n}$, элементы которой имеют вид $b_{ij} = \lambda \cdot a_{ij}$.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad b_{pq} = \lambda \cdot a_{pq}.$$

Мы готовы сформулировать определение.

Определение 15. Произведением матрицы $\mathbf{A}_{m \times n}$ на скаляр $\lambda \in K$ называется матрица $\mathbf{B}_{m \times n} = \lambda \cdot \mathbf{A}_{m \times n}$, элементы которой имеют вид $b_{ij} = \lambda \cdot a_{ij}$.

Корректное определение, но долго конспектировать...

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad b_{pq} = \lambda \cdot a_{pq}.$$

Мы готовы сформулировать определение.

Определение 15. $\mathbf{B}_{m \times n} = \lambda \cdot \mathbf{A}_{m \times n} \Leftrightarrow b_{ij} = \lambda a_{ij}.$

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad b_{pq} = \lambda \cdot a_{pq}.$$

Мы готовы сформулировать определение.

Определение 15. $\mathbf{B}_{m \times n} = \lambda \cdot \mathbf{A}_{m \times n} \Leftrightarrow b_{ij} = \lambda a_{ij}.$

Формально, в буквальном смысле, это не определение, но удобное для конспектирования.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad b_{pq} = \lambda \cdot a_{pq}.$$

Мы готовы сформулировать определение.

Определение 15. $\mathbf{B}_{m \times n} = \lambda \cdot \mathbf{A}_{m \times n} \Leftrightarrow b_{ij} = \lambda a_{ij}.$

Формально, в буквальном смысле, это не определение, но удобное для конспектирования.

Вы должны уметь раскрывать эту краткую запись в корректное определение.

IV.2.2. Матричные операции: умножение матрицы на число

$$100 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 & 700 & 100 & 400 \\ 400 & 300 & 200 & 600 \end{pmatrix}.$$

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad b_{pq} = \lambda \cdot a_{pq}.$$

Мы готовы сформулировать определение.

Определение 15. $\mathbf{B}_{m \times n} = \lambda \cdot \mathbf{A}_{m \times n} \Leftrightarrow b_{ij} = \lambda a_{ij}.$

Формально, в буквальном смысле, это не определение, но удобное для конспектирования.

Вы должны уметь раскрывать эту краткую запись в корректное определение.

Рассмотрим пример?

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

Перечислим и докажем основные свойства операций «суммирование матриц» и «произведение матрицы на скаляр». Здесь $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \dots$ — матрицы соответствующей размерности, $\lambda, \mu, \dots$ — числа.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения матриц);

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);

2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность сложения матриц);

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента в алгебре матриц);

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного элемента в алгебре матриц);

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$;

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$;

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Эти свойства обобщаются в понятии «линейное пространство».

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность сложения);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Докажем свойство 1.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Мы доказываем

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Мы доказываем

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Мы доказываем равенство.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Как можно доказать равенство $L = R$?

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Как можно **доказать равенство** $L = R$?

- 1) Равносильными преобразованиями равенств.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Как можно доказать равенство $L = R$?

- 1) Равносильными преобразованиями равенств.
- 3) От противного.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Как можно **доказать равенство** $L = R$?

- 1) Равносильными преобразованиями равенств.
- 2) Сведением либо к $L \leq R$ и $L \geq R$, либо $L \subseteq R$ и $L \supseteq R$.
- 3) От противного.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Применим первый способ.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Доказательство равенства матриц сводится к доказательству

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Доказательство равенства матриц сводится к доказательству равенства их элементов.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность сложения);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Обозначим через l_{ij} и r_{ij} элементы матрицы в левой и, соответственно, правой частях равенства.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Обозначим через l_{ij} и r_{ij} элементы матрицы в левой и, соответственно, правой частях равенства.

$$l_{ij} =$$

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Обозначим через l_{ij} и r_{ij} элементы матрицы в левой и, соответственно, правой частях равенства.

$$l_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Обозначим через l_{ij} и r_{ij} элементы матрицы в левой и, соответственно, правой частях равенства.

$$l_{ij} = a_{ij} + b_{ij} = r_{ij}.$$

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Обозначим через l_{ij} и r_{ij} элементы матрицы в левой и, соответственно, правой частях равенства.

$$l_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \qquad b_{ij} + a_{ij} = r_{ij}.$$

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Обозначим через l_{ij} и r_{ij} элементы матрицы в левой и, соответственно, правой частях равенства.

$$l_{ij} = a_{ij} + b_{ij} = b_{ij} + a_{ij} = r_{ij}.$$

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Обозначим через l_{ij} и r_{ij} элементы матрицы в левой и, соответственно, правой частях равенства.

$$l_{ij} = a_{ij} + b_{ij} = b_{ij} + a_{ij} = r_{ij}.$$

Первое свойство доказано.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Докажем свойство 2.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Мы доказываем

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Мы доказываем

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Мы доказываем

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Как можно доказать равенство $L = R$?

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Как можно доказать равенство $L = R$?

- 1) Равносильными преобразованиями равенств.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Как можно доказать равенство $L = R$?

- 1) Равносильными преобразованиями равенств.
- 3) От противного.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Как можно доказать равенство $L = R$?

- 1) Равносильными преобразованиями равенств.
- 2) Сведением либо к $L \leq R$ и $L \geq R$, либо $L \subseteq R$ и $L \supseteq R$.
- 3) От противного.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Применим первый способ.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Доказательство равенства матриц сводится к доказательству

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Доказательство равенства матриц сводится к доказательству равенства их элементов.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Обозначим через l_{ij} и r_{ij} элементы матрицы в левой и, соответственно, правой частях равенства.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Обозначим через l_{ij} и r_{ij} элементы матрицы в левой и, соответственно, правой частях равенства.

$$l_{ij} =$$

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Обозначим через l_{ij} и r_{ij} элементы матрицы в левой и, соответственно, правой частях равенства.

$$l_{ij} = (a_{ij} + b_{ij}) + c_{ij}$$

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Обозначим через l_{ij} и r_{ij} элементы матрицы в левой и, соответственно, правой частях равенства.

$$l_{ij} = (a_{ij} + b_{ij}) + c_{ij} = r_{ij}.$$

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Обозначим через l_{ij} и r_{ij} элементы матрицы в левой и, соответственно, правой частях равенства.

$$l_{ij} = (a_{ij} + b_{ij}) + c_{ij} \qquad a_{ij} + (b_{ij} + c_{ij}) = r_{ij}.$$

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Обозначим через l_{ij} и r_{ij} элементы матрицы в левой и, соответственно, правой частях равенства.

$$l_{ij} = (a_{ij} + b_{ij}) + c_{ij} = a_{ij} + (b_{ij} + c_{ij}) = r_{ij}.$$

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Обозначим через l_{ij} и r_{ij} элементы матрицы в левой и, соответственно, правой частях равенства.

$$l_{ij} = (a_{ij} + b_{ij}) + c_{ij} = a_{ij} + (b_{ij} + c_{ij}) = r_{ij}.$$

Второе свойство доказано.

IV.2.3. Свойства суммирования матриц и умножения матрицы на число

- 1) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{A}_{m \times n}$ (коммутативность сложения);
- 2) $(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) + \mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n} + (\mathbf{B}_{m \times n} + \mathbf{C}_{m \times n})$ (ассоциативность);
- 3) $\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$ (существование нулевого элемента);
- 4) $\mathbf{A}_{m \times n} + (-\mathbf{A}_{m \times n}) = \mathbf{0}_{m \times n}$ (существование противоположного);
- 5) $\lambda(\mathbf{A}_{m \times n} + \mathbf{B}_{m \times n}) = \lambda\mathbf{A}_{m \times n} + \lambda\mathbf{B}_{m \times n}$;
- 6) $(\lambda + \mu)\mathbf{A} = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{A}$; 7) $(\lambda\mu)\mathbf{A} = \lambda(\mu\mathbf{A})$;
- 8) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$; 9) $0 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

Доказательства. Остальные свойства докажите самостоятельно.

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

Как представить линейную комбинацию матриц-строк в виде произведения матриц: $a \begin{pmatrix} 2 & 5 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 6 & 8 \end{pmatrix} =$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

Как представить линейную комбинацию матриц-строк в виде произведения матриц: $a \begin{pmatrix} 2 & 5 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 6 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} ?$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

Как представить линейную комбинацию матриц-строк в виде произведения матриц: $a \begin{pmatrix} 2 & 5 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 6 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} ?$$

Первый вариант выглядит привлекательнее. На первый взгляд.

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

Но в первом варианте в качестве произведения матриц мы можем получить только матрицу-строку, и непонятно, как естественным образом определить произведение матриц, чтобы результатом произведения могла быть матрица с любым числом строк.

Как представить линейную комбинацию матриц-строк в виде произведения матриц: $a \begin{pmatrix} 2 & 5 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 6 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad = (a \ b \ c \ d) \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} ?$$

Первый вариант выглядит привлекательнее. На первый взгляд.

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

Как представить линейную комбинацию матриц-строк в виде произведения матриц: $a \begin{pmatrix} 2 & 5 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 6 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} ?$$

Во втором случае достаточно договориться, чтобы строка в произведении определялась строкой в первом множителе.

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & \end{pmatrix}.$$

Как представить линейную комбинацию матриц-строк в виде произведения матриц: $a \begin{pmatrix} 2 & 5 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 6 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}?$$

Во втором случае достаточно договориться, чтобы строка в произведении определялась строкой в первом множителе.

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & & & \end{pmatrix}.$$

Как представить линейную комбинацию матриц-строк в виде произведения матриц: $a \begin{pmatrix} 2 & 5 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 6 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}?$$

Во втором случае достаточно договориться, чтобы строка в произведении определялась строкой в первом множителе.

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \end{pmatrix}.$$

Как представить линейную комбинацию матриц-строк в виде произведения матриц: $a \begin{pmatrix} 2 & 5 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 6 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}?$$

Во втором случае достаточно договориться, чтобы строка в произведении определялась строкой в первом множителе.

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \end{pmatrix}.$$

Как представить линейную комбинацию матриц-строк в виде произведения матриц: $a \begin{pmatrix} 2 & 5 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 6 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}?$$

Во втором случае достаточно договориться, чтобы строка в произведении определялась строкой в первом множителе.

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & \end{pmatrix}.$$

Как представить линейную комбинацию матриц-строк в виде произведения матриц: $a \begin{pmatrix} 2 & 5 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 6 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}?$$

Во втором случае достаточно договориться, чтобы строка в произведении определялась строкой в первом множителе.

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Как представить линейную комбинацию матриц-строк в виде произведения матриц: $a \begin{pmatrix} 2 & 5 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 6 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}?$$

Во втором случае достаточно договориться, чтобы строка в произведении определялась строкой в первом множителе.

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Как представить линейную комбинацию матриц-строк в виде произведения матриц: $a \begin{pmatrix} 2 & 5 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 6 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad = \begin{pmatrix} a & b & c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}?$$

Во втором случае достаточно договориться, чтобы строка в произведении определялась строкой в первом множителе.

Сформулируем определение произведения матриц.

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} =$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} = a \quad b$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} = a_i b_j$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} = a_i b_j$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j}$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + a_{i3}b_{3j} + a_{i4}b_{4j}$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j}$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

IV.2.4. Прелюдия к произведению матриц

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ p & q & r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 1 \\ 4 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 7b + 4c + 6d & 5a + b + 3c + 8d \\ 2p + 7q + 4r + 6t & 5p + q + 3r + 8t \end{pmatrix}.$$

Обозначим матрицы буквами: $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$.

Произведение матриц зададим формулой для коэффициентов.

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Готовы привести окончательную формулировку?

IV.2.5. Матричные операции: произведение матриц

Определение 16. Пусть A — матрица размерности $p \times n$, B — матрица размерности $n \times q$. Тогда произведением матриц A и B называется матрица $C = AB$, компоненты которой определяются равенствами

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}, \quad (1)$$

где $i \in \{1, 2, \dots, p\}$, $j \in \{1, 2, \dots, q\}$.

Фу-у, как «много букв...»

IV.2.5. Матричные операции: произведение матриц

Определение **16**.

$$\mathbf{C}_{p \times q} = \mathbf{A}_{p \times n} \mathbf{B}_{n \times q} \Leftrightarrow c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Другое дело!

IV.2.5. Матричные операции: произведение матриц

Определение **16**.

$$\mathbf{C}_{p \times q} = \mathbf{A}_{p \times n} \mathbf{B}_{n \times q} \Leftrightarrow c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

На **рис.1** подробно расписан процесс вычисления произведения

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}.$$

IV.2.5. Матричные операции: произведение матриц

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^2 a_{ik} b_{kj}, \quad c_{\textcolor{blue}{1}\textcolor{red}{1}} = \sum_{k=1}^2 a_{\textcolor{red}{1}k} b_{k\textcolor{blue}{1}} = a_{\textcolor{red}{1}1} b_{1\textcolor{blue}{1}} + a_{\textcolor{red}{1}2} b_{2\textcolor{blue}{1}}, \quad (\textcolor{red}{1})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = \textcolor{red}{1} \\ j = \textcolor{blue}{1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\boxed{\begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{array}} \right) \left(\boxed{\begin{array}{cc} 5 & 6 \\ 7 & 3 \end{array}} \right) = \left(\begin{array}{cc} (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 7 & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} 9 & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \right),$$

Рис. 1. Пример вычисления произведения матриц. Здесь символ $\bullet$ обозначает арифметическое выражение, значение которого нас в данный момент не интересует.

IV.2.5. Матричные операции: произведение матриц

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^2 a_{ik} b_{kj}, \quad c_{\textcolor{blue}{1}\textcolor{blue}{2}} = \sum_{k=1}^2 a_{\textcolor{blue}{1}k} b_{k\textcolor{blue}{2}} = a_{\textcolor{blue}{1}1} b_{1\textcolor{blue}{2}} + a_{\textcolor{blue}{1}2} b_{2\textcolor{blue}{2}}, \quad (\textcolor{red}{1})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = 1 \\ j = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\boxed{\begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{array}} \right) \left(\boxed{\begin{array}{cc} 5 & 6 \\ 7 & 3 \end{array}} \right) = \left(\begin{array}{cc} (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 7 & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} 9 & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \right),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = \textcolor{red}{1} \\ j = \textcolor{blue}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\boxed{\begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{array}} \right) \left(\boxed{\begin{array}{cc} 5 & \textcolor{blue}{6} \\ 7 & 3 \end{array}} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & (-1) \cdot 6 + 2 \cdot 3 \\ \bullet & \bullet \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet \end{array} \right),$$

Рис. 1. Пример вычисления произведения матриц. Здесь символ $\bullet$ обозначает арифметическое выражение, значение которого нас в данный момент не интересует.

IV.2.5. Матричные операции: произведение матриц

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^2 a_{ik} b_{kj}, \quad c_{\textcolor{violet}{2}\textcolor{blue}{1}} = \sum_{k=1}^2 a_{\textcolor{violet}{2}k} b_{k\textcolor{blue}{1}} = a_{\textcolor{violet}{2}1} b_{1\textcolor{blue}{1}} + a_{\textcolor{violet}{2}2} b_{2\textcolor{blue}{1}}, \quad (\textcolor{red}{1})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = 1 \\ j = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\boxed{\begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{array}} \right) \left(\boxed{\begin{array}{cc} 5 & 6 \\ 7 & 3 \end{array}} \right) = \left(\begin{array}{cc} (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 7 & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} 9 & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \right),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = 1 \\ j = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\boxed{\begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{array}} \right) \left(\boxed{\begin{array}{cc} 5 & 6 \\ 7 & 3 \end{array}} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & (-1) \cdot 6 + 2 \cdot 3 \\ \bullet & \bullet \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet \end{array} \right),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = \textcolor{violet}{2} \\ j = \textcolor{blue}{1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\boxed{\begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{array}} \right) \left(\boxed{\begin{array}{cc} 5 & 6 \\ 7 & 3 \end{array}} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ (-3) \cdot 5 + 4 \cdot 7 & \bullet \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ 13 & \bullet \end{array} \right),$$

Рис. 1. Пример вычисления произведения матриц. Здесь символ $\bullet$ обозначает арифметическое выражение, значение которого нас в данный момент не интересует.

IV.2.5. Матричные операции: произведение матриц

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^2 a_{ik} b_{kj}, \quad c_{\textcolor{blue}{2}\textcolor{red}{2}} = \sum_{k=1}^2 a_{\textcolor{red}{2}k} b_{k\textcolor{blue}{2}} = a_{\textcolor{red}{2}1} b_{1\textcolor{blue}{2}} + a_{\textcolor{red}{2}2} b_{2\textcolor{blue}{2}}, \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = 1 \\ j = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\boxed{\begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{array}} \right) \left(\boxed{\begin{array}{cc} 5 & 6 \\ 7 & 3 \end{array}} \right) = \left(\begin{array}{cc} (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 7 & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} 9 & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \right),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = 1 \\ j = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\boxed{\begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{array}} \right) \left(\boxed{\begin{array}{cc} 5 & 6 \\ 7 & 3 \end{array}} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & (-1) \cdot 6 + 2 \cdot 3 \\ \bullet & \bullet \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet \end{array} \right),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = 2 \\ j = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\boxed{\begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{array}} \right) \left(\boxed{\begin{array}{cc} 5 & 6 \\ 7 & 3 \end{array}} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ (-3) \cdot 5 + 4 \cdot 7 & \bullet \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ 13 & \bullet \end{array} \right),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = \textcolor{red}{2} \\ j = \textcolor{blue}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\boxed{\begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{array}} \right) \left(\boxed{\begin{array}{cc} 5 & 6 \\ 7 & 3 \end{array}} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & (-3) \cdot 6 + 4 \cdot 3 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & -6 \end{array} \right),$$

Рис. 1. Пример вычисления произведения матриц. Здесь символ $\bullet$ обозначает арифметическое выражение, значение которого нас в данный момент не интересует.

IV.2.5. Матричные операции: произведение матриц

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}, \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = 1 \\ j = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{|cc|} \hline -1 & 2 \\ \hline -3 & 4 \\ \hline \end{array} \right) \left(\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline 7 & 3 \\ \hline \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 7 & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} 9 & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \right),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = 1 \\ j = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{|cc|} \hline -1 & 2 \\ \hline -3 & 4 \\ \hline \end{array} \right) \left(\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline 7 & 3 \\ \hline \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & (-1) \cdot 6 + 2 \cdot 3 \\ \bullet & \bullet \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & 0 \\ \bullet & \bullet \end{array} \right),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = 2 \\ j = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{|cc|} \hline -1 & 2 \\ \hline -3 & 4 \\ \hline \end{array} \right) \left(\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline 7 & 3 \\ \hline \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ (-3) \cdot 5 + 4 \cdot 7 & \bullet \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ 13 & \bullet \end{array} \right),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = 2 \\ j = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{|cc|} \hline -1 & 2 \\ \hline -3 & 4 \\ \hline \end{array} \right) \left(\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline 7 & 3 \\ \hline \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & (-3) \cdot 6 + 4 \cdot 3 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & -6 \end{array} \right),$$

$$\text{Итого:} \quad \left(\begin{array}{|cc|} \hline -1 & 2 \\ \hline -3 & 4 \\ \hline \end{array} \right) \left(\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline 7 & 3 \\ \hline \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 7 & (-1) \cdot 6 + 2 \cdot 3 \\ (-3) \cdot 5 + 4 \cdot 7 & (-3) \cdot 6 + 4 \cdot 3 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} 9 & 0 \\ 13 & -6 \end{array} \right),$$

Рис. 1. Пример вычисления произведения матриц. Здесь символ $\bullet$ обозначает арифметическое выражение, значение которого нас в данный момент не интересует.

IV.2.5. Матричные операции: произведение матриц

Вычисление произведения матриц можно также проиллюстрировать рисунком, на котором изображен процесс вычисления элемента c_{ij} матрицы $\mathbf{C}_{m \times k} = \mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{B}_{n \times k}$:

$$i \left(\begin{array}{cccc} a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} & \dots & a_{in} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} b_{1j} \\ b_{2j} \\ b_{3j} \\ \dots \\ b_{nj} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{ccc} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \sum_{p=1}^n a_{ip} b_{pj} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{array} \right) i$$

Выполним упражнения?

IV.2.6. Свойства произведения матриц

1. Вообще говоря, $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$, то есть умножение матриц **некоммутативно**. Как доказать?

IV.2.6. Свойства произведения матриц

1. Вообще говоря, $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$, то есть умножение матриц **некоммутативно**. Пример:

IV.2.6. Свойства произведения матриц

1. Вообще говоря, $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$, то есть умножение матриц **некоммутативно**. Пример:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

IV.2.6. Свойства произведения матриц

1. Вообще говоря, $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$, то есть умножение матриц **некоммутативно**. Пример:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \qquad = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

IV.2.6. Свойства произведения матриц

1. Вообще говоря, $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$, то есть умножение матриц **некоммутативно**. Пример:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

IV.2.6. Свойства произведения матриц

1. Вообще говоря, $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$ (умножение матриц **некоммутативно**).
2. Из того, что $\mathbf{AB} = \mathbf{0}$ не следует, что $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ или $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ (существование делителей нуля). Как доказать?

IV.2.6. Свойства произведения матриц

1. Вообще говоря, $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$ (умножение матриц **некоммутативно**).
2. Из того, что $\mathbf{AB} = \mathbf{0}$ не следует, что $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ или $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ (существование делителей нуля). Примеры:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

IV.2.6. Свойства произведения матриц

1. Вообще говоря, $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$ (умножение матриц **некоммутативно**).
2. Из того, что $\mathbf{AB} = \mathbf{0}$ не следует, что $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ или $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ (существование делителей нуля).
3. $\lambda(\mathbf{AB}) = (\lambda\mathbf{A})\mathbf{B} = \mathbf{A}(\lambda\mathbf{B})$;

IV.2.6. Свойства произведения матриц

1. Вообще говоря, $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$ (умножение матриц **некоммутативно**).
2. Из того, что $\mathbf{AB} = \mathbf{0}$ не следует, что $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ или $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ (существование делителей нуля).
3. $\lambda(\mathbf{AB}) = (\lambda\mathbf{A})\mathbf{B} = \mathbf{A}(\lambda\mathbf{B})$;
4. $(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$ (ассоциативность);

IV.2.6. Свойства произведения матриц

1. Вообще говоря, $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$ (умножение матриц **некоммутативно**).
2. Из того, что $\mathbf{AB} = \mathbf{0}$ не следует, что $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ или $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ (существование делителей нуля).
3. $\lambda(\mathbf{AB}) = (\lambda\mathbf{A})\mathbf{B} = \mathbf{A}(\lambda\mathbf{B})$;
4. $(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$ (ассоциативность);
5. $\mathbf{A}(\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{AB} + \mathbf{AC}$; $(\mathbf{A} + \mathbf{B})\mathbf{C} = \mathbf{AC} + \mathbf{BC}$ (дистрибутивность);

IV.2.6. Свойства произведения матриц

1. Вообще говоря, $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$ (умножение матриц **некоммутативно**).
2. Из того, что $\mathbf{AB} = \mathbf{0}$ не следует, что $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ или $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ (существование делителей нуля).
3. $\lambda(\mathbf{AB}) = (\lambda\mathbf{A})\mathbf{B} = \mathbf{A}(\lambda\mathbf{B})$;
4. $(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$ (ассоциативность);
5. $\mathbf{A}(\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{AB} + \mathbf{AC}$; $(\mathbf{A} + \mathbf{B})\mathbf{C} = \mathbf{AC} + \mathbf{BC}$ (дистрибутивность);
6. $\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{E}_{n \times n} = \mathbf{E}_{m \times m} \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$, где $\mathbf{E}_{k \times k} = (\delta_{ij})_{k \times k}$ (существование единичного элемента в алгебре матриц);

IV.2.6. Свойства произведения матриц

1. Вообще говоря, $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$ (умножение матриц **некоммутативно**).
2. Из того, что $\mathbf{AB} = \mathbf{0}$ не следует, что $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ или $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ (существование делителей нуля).
3. $\lambda(\mathbf{AB}) = (\lambda\mathbf{A})\mathbf{B} = \mathbf{A}(\lambda\mathbf{B})$;
4. $(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$ (ассоциативность);
5. $\mathbf{A}(\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{AB} + \mathbf{AC}$; $(\mathbf{A} + \mathbf{B})\mathbf{C} = \mathbf{AC} + \mathbf{BC}$ (дистрибутивность);
6. $\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{E}_{n \times n} = \mathbf{E}_{m \times m} \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times n}$, где $\mathbf{E}_{k \times k} = (\delta_{ij})_{k \times k}$ (существование единичного элемента в алгебре матриц);
7. $\mathbf{0} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{0}$.

IV.2.6. Свойства произведения матриц

Доказательство. Мы приведем только доказательство ассоциативности операции умножения матриц, то есть свойство 4: $(AB)C = A(BC)$.

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(AB)C = A(BC)$$

Доказательство.

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(AB)C = A(BC)$$

Доказательство. Как доказать равенство коэффициентов?

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(AB)C = A(BC)$$

Доказательство. Как **доказать равенство коэффициентов**?

Из **определения матрицы** следует, что *надо проверить совпадение соответствующих коэффициентов матриц в левой и правой частях доказываемого равенства.*

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(AB)C = A(BC)$$

Доказательство. Как доказать равенство коэффициентов?

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(AB)C = A(BC)$$

Доказательство. Как доказать равенство коэффициентов?

Применим доказательство приведением к одинаковому виду выражений в левой и правой частях равенства.

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(AB)C = A(BC)$$

Доказательство. Положим $L = (AB)C$, $R = A(BC)$.

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(AB)C = A(BC)$$

Доказательство. Положим $L = (AB)C$, $R = A(BC)$.

Пусть $D = AB$, $F = BC$. Тогда, по **определению произведения матриц**, с одной стороны,

$$l_{ij} =$$

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$$

Доказательство. Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$, $\mathbf{R} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$.

Пусть $\mathbf{D} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{F} = \mathbf{BC}$. Тогда, по **определению произведения матриц**, с одной стороны,

$$l_{ij} = \sum_{p=1}^n d_{ip} c_{pj} =$$

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$$

Доказательство. Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$, $\mathbf{R} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$.

Пусть $\mathbf{D} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{F} = \mathbf{BC}$. Тогда, по **определению произведения матриц**, с одной стороны,

$$l_{ij} = \sum_{p=1}^n d_{ip} c_{pj} = \sum_{p=1}^n \left(\sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} \right) c_{pj} =$$

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$$

Доказательство. Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$, $\mathbf{R} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$.

Пусть $\mathbf{D} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{F} = \mathbf{BC}$. Тогда, по **определению произведения матриц**, с одной стороны,

$$l_{ij} = \sum_{p=1}^n d_{ip} c_{pj} = \sum_{p=1}^n \left(\sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} \right) c_{pj} = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} c_{pj}.$$

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$$

Доказательство. Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$, $\mathbf{R} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$.

Пусть $\mathbf{D} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{F} = \mathbf{BC}$. Тогда, по **определению произведения матриц**, с одной стороны,

$$l_{ij} = \sum_{p=1}^n d_{ip} c_{pj} = \sum_{p=1}^n \left(\sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} \right) c_{pj} = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} c_{pj}.$$

С другой стороны,

$$r_{ij} =$$

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$$

Доказательство. Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$, $\mathbf{R} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$.

Пусть $\mathbf{D} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{F} = \mathbf{BC}$. Тогда, по **определению произведения матриц**, с одной стороны,

$$l_{ij} = \sum_{p=1}^n d_{ip} c_{pj} = \sum_{p=1}^n \left(\sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} \right) c_{pj} = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} c_{pj}.$$

С другой стороны,

$$r_{ij} = \sum_{u=1}^m a_{iu} f_{uj} =$$

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$$

Доказательство. Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$, $\mathbf{R} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$.

Пусть $\mathbf{D} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{F} = \mathbf{BC}$. Тогда, по **определению произведения матриц**, с одной стороны,

$$l_{ij} = \sum_{p=1}^n d_{ip} c_{pj} = \sum_{p=1}^n \left(\sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} \right) c_{pj} = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} c_{pj}.$$

С другой стороны,

$$r_{ij} = \sum_{u=1}^m a_{iu} f_{uj} = \sum_{u=1}^m a_{iu} \left(\sum_{v=1}^n b_{uv} c_{vj} \right) =$$

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$$

Доказательство. Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$, $\mathbf{R} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$.

Пусть $\mathbf{D} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{F} = \mathbf{BC}$. Тогда, по **определению произведения матриц**, с одной стороны,

$$l_{ij} = \sum_{p=1}^n d_{ip} c_{pj} = \sum_{p=1}^n \left(\sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} \right) c_{pj} = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} c_{pj}.$$

С другой стороны,

$$r_{ij} = \sum_{u=1}^m a_{iu} f_{uj} = \sum_{u=1}^m a_{iu} \left(\sum_{v=1}^n b_{uv} c_{vj} \right) = \sum_{v=1}^n \sum_{u=1}^m a_{iu} b_{uv} c_{vj}.$$

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$$

Доказательство. Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$, $\mathbf{R} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$.

$$l_{ij} = \sum_{p=1}^n d_{ip} c_{pj} = \sum_{p=1}^n \left(\sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} \right) c_{pj} = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} c_{pj}.$$

$$r_{ij} = \sum_{u=1}^m a_{iu} f_{uj} = \sum_{u=1}^m a_{iu} \left(\sum_{v=1}^n b_{uv} c_{vj} \right) = \sum_{v=1}^n \sum_{u=1}^m a_{iu} b_{uv} c_{vj}.$$

Как известно, индекс суммирования является «глухим», то есть фактически его в выражении «нет».

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$$

Доказательство. Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$, $\mathbf{R} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$.

$$l_{ij} = \sum_{p=1}^n d_{ip} c_{pj} = \sum_{p=1}^n \left(\sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} \right) c_{pj} = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} c_{pj}.$$

$$r_{ij} = \sum_{u=1}^m a_{iu} f_{uj} = \sum_{u=1}^m a_{iu} \left(\sum_{v=1}^n b_{uv} c_{vj} \right) = \sum_{v=1}^n \sum_{u=1}^m a_{iu} b_{uv} c_{vj}.$$

Как известно, индекс суммирования является «глухим», то есть фактически его в выражении «нет». Например выражение $\sum_{i=1}^3 h_i$ от i не

зависит, так как $\sum_{i=1}^3 h_i = h_1 + h_2 + h_3 = \sum_{j=1}^3 h_j$.

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$$

Доказательство. Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$, $\mathbf{R} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$.

$$l_{ij} = \sum_{p=1}^n d_{ip} c_{pj} = \sum_{p=1}^n \left(\sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} \right) c_{pj} = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} c_{pj}.$$

$$r_{ij} = \sum_{u=1}^m a_{iu} f_{uj} = \sum_{u=1}^m a_{iu} \left(\sum_{v=1}^n b_{uv} c_{vj} \right) = \sum_{v=1}^n \sum_{u=1}^m a_{iu} b_{uv} c_{vj}.$$

Поэтому индекс суммирования всегда можно изменить. Полагая в выражении для r_{ij} $u = q$, $v = p$, получим

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$$

Доказательство. Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$, $\mathbf{R} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$.

$$l_{ij} = \sum_{p=1}^n d_{ip} c_{pj} = \sum_{p=1}^n \left(\sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} \right) c_{pj} = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} c_{pj}.$$

$$r_{ij} = \sum_{u=1}^m a_{iu} f_{uj} = \sum_{u=1}^m a_{iu} \left(\sum_{v=1}^n b_{uv} c_{vj} \right) = \sum_{v=1}^n \sum_{u=1}^m a_{iu} b_{uv} c_{vj}.$$

Поэтому индекс суммирования всегда можно изменить. Полагая в выражении для r_{ij} $u = q$, $v = p$, получим

$$r_{ij} = \sum_{q=1}^m a_{iq} f_{qj} = \sum_{q=1}^m a_{iq} \left(\sum_{p=1}^n b_{qp} c_{pj} \right) = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} c_{pj}.$$

IV.2.6. Свойства произведения матриц

$$(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$$

Доказательство. Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$, $\mathbf{R} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$.

$$l_{ij} = \sum_{p=1}^n d_{ip} c_{pj} = \sum_{p=1}^n \left(\sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} \right) c_{pj} = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} c_{pj}.$$

$$r_{ij} = \sum_{u=1}^m a_{iu} f_{uj} = \sum_{u=1}^m a_{iu} \left(\sum_{v=1}^n b_{uv} c_{vj} \right) = \sum_{v=1}^n \sum_{u=1}^m a_{iu} b_{uv} c_{vj}.$$

Поэтому индекс суммирования всегда можно изменить. Полагая в выражении для r_{ij} $u = q$, $v = p$, получим

$$r_{ij} = \sum_{q=1}^m a_{iq} f_{qj} = \sum_{q=1}^m a_{iq} \left(\sum_{p=1}^n b_{qp} c_{pj} \right) = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m a_{iq} b_{qp} c_{pj}.$$

Значит, $l_{ij} = r_{ij}$, то есть $\mathbf{R} = \mathbf{L}$, что и требовалось доказать.

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}.$$

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} & 2 \\ & \\ & \end{pmatrix}.$$

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 2 & \\ -1 & \\ & \end{pmatrix}.$$

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 2 & \\ -1 & \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} & 2 \\ & \\ & \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} & 2 & 3 \\ & & \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Определение 17. Матрица $\mathbf{B}$ называется транспонированной к матрице $\mathbf{A}$, то есть $\mathbf{A}^t = \mathbf{B}$ тогда и только тогда, когда $b_{ij} = a_{ji}$.

Например,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

$$\mathbf{A}_{m \times n}^t = \mathbf{B}_{n \times m} \Leftrightarrow \left(\begin{cases} 1 \leq i \leq m, \\ 1 \leq j \leq n \end{cases} \Rightarrow b_{ij} = a_{ji} \right)$$

Свойства транспонирования

1. $(\lambda \mathbf{A})^t = \lambda (\mathbf{A}^t);$

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

$$\mathbf{A}_{m \times n}^t = \mathbf{B}_{n \times m} \Leftrightarrow \left(\begin{cases} 1 \leq i \leq m, \\ 1 \leq j \leq n \end{cases} \Rightarrow b_{ij} = a_{ji} \right)$$

Свойства транспонирования

1. $(\lambda \mathbf{A})^t = \lambda (\mathbf{A}^t);$
2. $(\mathbf{A} + \mathbf{B})^t = \mathbf{A}^t + \mathbf{B}^t;$

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

$$\mathbf{A}_{m \times n}^t = \mathbf{B}_{n \times m} \Leftrightarrow \left(\begin{cases} 1 \leq i \leq m, \\ 1 \leq j \leq n \end{cases} \Rightarrow b_{ij} = a_{ji} \right)$$

Свойства транспонирования

1. $(\lambda \mathbf{A})^t = \lambda (\mathbf{A}^t)$;
2. $(\mathbf{A} + \mathbf{B})^t = \mathbf{A}^t + \mathbf{B}^t$;
3. $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$ — транспонирование «меняет местами» порядок сомножителей.

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(AB)^t =$

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Доказываем

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(AB)^t = B^t A^t$.

Доказываем

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(AB)^t = B^t A^t$.

Доказываем равенство.

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(AB)^t = B^t A^t$.

Доказываем равенство.

Способы **доказательства равенства**:

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(AB)^t = B^t A^t$.

Доказываем равенство.

Способы **доказательства равенства**:

— алгебраические преобразования;

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(AB)^t = B^t A^t$.

Доказываем равенство.

Способы **доказательства равенства**:

- алгебраические преобразования;
- сведение к неравенствам $L \leq R$ и $L \geq R$;

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(AB)^t = B^t A^t$.

Доказываем равенство.

Способы **доказательства равенства**:

- алгебраические преобразования;
- сведение к неравенствам $L \leq R$ и $L \geq R$;
- «от противного».

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Доказываем равенство.

Способы **доказательства равенства**:

- алгебраические преобразования;
- сведение к неравенствам $L \leq R$ и $L \geq R$;
- «от противного».

Применим первый способ.

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

Вопросы о матрице сводятся к вопросам об их элементах...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

$$l_{ij} =$$

Вопросы о матрице сводятся к вопросам об их элементах...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

$$l_{ij} = c_{ji} =$$

Вопросы о матрице сводятся к вопросам об их элементах...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

$$l_{ij} = c_{ji} = \sum_{p=1}^m a_{jp} b_{pi} =$$

Вопросы о матрице сводятся к вопросам об их элементах...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

$$l_{ij} = c_{ji} = \sum_{p=1}^m a_{jp} b_{pi} = \sum_{p=1}^m v_{pj} u_{ip}$$

Вопросы о матрице сводятся к вопросам об их элементах...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

$$l_{ij} = c_{ji} = \sum_{p=1}^m a_{jp} b_{pi} = \sum_{p=1}^m v_{pj} u_{ip} = r_{ij}.$$

Вопросы о матрице сводятся к вопросам об их элементах...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

$$l_{ij} = c_{ji} = \sum_{p=1}^m a_{jp} b_{pi} = \sum_{p=1}^m v_{pj} u_{ip} \quad \sum_{p=1}^m u_{ip} v_{pj} = r_{ij}.$$

Вопросы о матрице сводятся к вопросам об их элементах...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

$$l_{ij} = c_{ji} = \sum_{p=1}^m a_{jp} b_{pi} = \sum_{p=1}^m v_{pj} u_{ip} \quad \sum_{p=1}^m u_{ip} v_{pj} = r_{ij}.$$

Однако произведение матриц некоммутативно...

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

$$l_{ij} = c_{ji} = \sum_{p=1}^m a_{jp} b_{pi} = \sum_{p=1}^m v_{pj} u_{ip} \quad \sum_{p=1}^m u_{ip} v_{pj} = r_{ij}.$$

Однако произведение матриц некоммутативно...

Но в последней формуле участвуют только числа!

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

$$l_{ij} = c_{ji} = \sum_{p=1}^m a_{jp} b_{pi} = \sum_{p=1}^m v_{pj} u_{ip} = \sum_{p=1}^m u_{ip} v_{pj} = r_{ij}.$$

Однако произведение матриц некоммутативно...

Но в последней формуле участвуют только числа!

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

$$l_{ij} = c_{ji} = \sum_{p=1}^m a_{jp} b_{pi} = \sum_{p=1}^m v_{pj} u_{ip} = \sum_{p=1}^m u_{ip} v_{pj} = r_{ij}.$$

Свойство доказано.

Остальные свойства докажите самостоятельно.

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

$$l_{ij} = c_{ji} = \sum_{p=1}^m a_{jp} b_{pi} = \sum_{p=1}^m v_{pj} u_{ip} = \sum_{p=1}^m u_{ip} v_{pj} = r_{ij}.$$

Свойство доказано.

Остальные свойства докажите самостоятельно.

Рассмотрим пример?

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

$$l_{ij} = c_{ji} = \sum_{p=1}^m a_{jp} b_{pi} = \sum_{p=1}^m v_{pj} u_{ip} = \sum_{p=1}^m u_{ip} v_{pj} = r_{ij}.$$

Свойство доказано.

Остальные свойства докажите самостоятельно.

Рассмотрим пример?

IV.2.7. Матричные операции: транспонирование матриц

Докажем только **свойство 3**: $(\mathbf{AB})^t = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$.

Положим $\mathbf{L} = (\mathbf{AB})^t$, $\mathbf{R} = \mathbf{B}^t \mathbf{A}^t$, $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B}^t = \mathbf{U}$, $\mathbf{A}^t = \mathbf{V}$.

$$l_{ij} = c_{ji} = \sum_{p=1}^m a_{jp} b_{pi} = \sum_{p=1}^m v_{pj} u_{ip} = \sum_{p=1}^m u_{ip} v_{pj} = r_{ij}.$$

Свойство доказано.

Остальные свойства докажите самостоятельно.

Замечание 1 (о кольцах матриц). Для любого натурального числа n и любого поля¹ K множество матриц размерности $n \times n$ с коэффициентами из K является **кольцом**.

¹Утверждение остается верным даже в случае, если K — не поле, а «всего лишь» кольцо.

IV.3. Некоторые виды матриц, выделяемые с помощью операций

Рассмотренные операции позволяют выделить некоторые важные виды операций. Для этого применим **стратегию приоритетного изучения экстремальных ситуаций**.

IV.3. Некоторые виды матриц, выделяемые с помощью операций

«Экстремальные» ситуации с операцией транспонирования зафиксированы в следующих определениях.

IV.3. Некоторые виды матриц, выделяемые с помощью операций

Определение 18. Матрица $\mathbf{A}$ называется симметричной тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}^t = \mathbf{A}$.

IV.3. Некоторые виды матриц, выделяемые с помощью операций

Определение 18. Матрица $\mathbf{A}$ называется **симметричной** тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}^t = \mathbf{A}$.

Определение 19. Матрица $\mathbf{A}$ называется **кососимметричной** или **(антисимметричной)** тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}^t = -\mathbf{A}$.

IV.3. Некоторые виды матриц, выделяемые с помощью операций

Определение 18. Матрица $\mathbf{A}$ называется **симметричной** тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}^t = \mathbf{A}$.

Определение 19. Матрица $\mathbf{A}$ называется **кососимметричной** или (**антисимметричной**) тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}^t = -\mathbf{A}$.

Определение 20. Говорят, что матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ **коммутируют**, если $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}$.

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Заметим, что **операция умножения матриц** обладает еще одной очень важной особенностью. Зафиксируем в **формуле (1)** из определения произведения матриц, в выражении $\sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}$ номер i . При этом, когда j пробегает номера всех столбцов матрицы $\mathbf{B}$, получим все компоненты i -ой строки матрицы $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$.

IV.4. Умножение матриц по строкам и столбцам («на макроуровне»)

Таким образом, если i -тую строку матрицы $\mathbf{A}$ умножить на матрицу $\mathbf{B}$, то получим в точности i -тую строку матрицы $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \dots & \\ \boxed{a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in}} \\ & & \dots & \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1q} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2q} \\ & & \dots & \\ & & & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1q} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2q} \\ & & \dots & \\ \boxed{c_{i1} & c_{i2} & \dots & c_{iq}} \\ & & \dots & \\ c_{p1} & c_{p2} & \dots & c_{pq} \end{pmatrix}.$$

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Аналогично и для столбцов: *если матрицу $\mathbf{A}$ умножить на j -тый столбец матрицы $\mathbf{B}$, то получим в точности j -тый столбец матрицы $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$.*

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Умножение матриц «на макроуровне» — это разбиение процесса умножения матриц на три этапа:

Первый: сведение умножения матриц к умножению матрицы-строки на матрицу или матрицы на матрицу-столбец;

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Умножение матриц «на макроуровне» — это разбиение процесса умножения матриц на три этапа:

Первый: сведение умножения матриц к умножению матрицы-строки на матрицу или матрицы на матрицу-столбец;

Второй: представление произведения матрицы-строки $\mathbf{A}'$ на матрицу $\mathbf{B}$ в виде линейной комбинации строк матрицы $\mathbf{B}$ с компонентами из $\mathbf{A}'$, или представление произведения матрицы $\mathbf{A}$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$ в виде линейной комбинации столбцов матрицы $\mathbf{A}$ с компонентами из $\mathbf{B}'$;

IV.4. Умножение матриц по строкам и столбцам («на макроуровне»)

Умножение матриц «на макроуровне» — это разбиение процесса умножения матриц на три этапа:

Первый: сведение умножения матриц к умножению матрицы-строки на матрицу или матрицы на матрицу-столбец;

Второй: представление произведения матрицы-строки $\mathbf{A}'$ на матрицу $\mathbf{B}$ в виде линейной комбинации строк матрицы $\mathbf{B}$ с компонентами из $\mathbf{A}'$, или представление произведения матрицы $\mathbf{A}$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$ в виде линейной комбинации столбцов матрицы $\mathbf{A}$ с компонентами из $\mathbf{B}'$;

Третий: «сшивание» полученных строк $\mathbf{C}_i = \mathbf{A}_i \cdot \mathbf{B}$ или столбцов $\mathbf{C}'_j = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}_j$ в матрицу $\mathbf{C} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$.

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Первый этап: сведение умножения матриц

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \dots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ & & \dots & \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} \end{pmatrix}$$

к умножению матрицы-строки на матрицу:

$$\begin{pmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ & & \dots & \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} \end{pmatrix}$$

IV.4. Умножение матриц по строкам и столбцам («на макроуровне»)

Первый этап: сведение умножения матриц

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \dots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ & & \dots & \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} \end{pmatrix}$$

или к умножению матрицы на матрицу-столбец:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \dots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \dots \\ b_{nj} \end{pmatrix}.$$

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Второй этап: представление произведения матрицы-строки $\mathbf{A}'$ на матрицу $\mathbf{B}$ в виде линейной комбинации строк матрицы $\mathbf{B}$ с компонентами из $\mathbf{A}'$, или представление произведения матрицы $\mathbf{A}$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$ в виде линейной комбинации столбцов матрицы $\mathbf{A}$ с компонентами из $\mathbf{B}'$:

$$\begin{pmatrix} c_{i1} & c_{i2} & \dots & c_{ik} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} \end{pmatrix} =$$

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Второй этап: представление произведения матрицы-строки $\mathbf{A}'$ на матрицу $\mathbf{B}$ в виде линейной комбинации строк матрицы $\mathbf{B}$ с компонентами из $\mathbf{A}'$, или представление произведения матрицы $\mathbf{A}$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$ в виде линейной комбинации столбцов матрицы $\mathbf{A}$ с компонентами из $\mathbf{B}'$:

$$\begin{pmatrix} c_{i1} & c_{i2} & \dots & c_{ik} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} a_{i1}b_{11} + \dots + a_{in}b_{n1}; & \dots & a_{i1}b_{1k} + \dots + a_{in}b_{nk} \end{pmatrix} =$$

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Второй этап: представление произведения матрицы-строки $\mathbf{A}'$ на матрицу $\mathbf{B}$ в виде линейной комбинации строк матрицы $\mathbf{B}$ с компонентами из $\mathbf{A}'$, или представление произведения матрицы $\mathbf{A}$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$ в виде линейной комбинации столбцов матрицы $\mathbf{A}$ с компонентами из $\mathbf{B}'$:

$$\begin{aligned} \left(c_{i1} \quad c_{i2} \quad \dots \quad c_{ik} \right) &= \left(a_{i1} \quad a_{i2} \quad \dots \quad a_{in} \right) \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ & \dots & & \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} \end{pmatrix} = \\ &= \left(a_{i1}b_{11} + \dots + a_{in}b_{n1}; \quad \dots \quad a_{i1}b_{1k} + \dots + a_{in}b_{nk} \right) = \\ &= \left(a_{i1}b_{11}; \quad \dots \quad a_{i1}b_{1k} \right) + \dots + \left(a_{in}b_{n1}; \quad \dots \quad a_{in}b_{nk} \right) = \end{aligned}$$

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Второй этап: представление произведения матрицы-строки $\mathbf{A}'$ на матрицу $\mathbf{B}$ в виде линейной комбинации строк матрицы $\mathbf{B}$ с компонентами из $\mathbf{A}'$, или представление произведения матрицы $\mathbf{A}$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$ в виде линейной комбинации столбцов матрицы $\mathbf{A}$ с компонентами из $\mathbf{B}'$:

$$\begin{aligned} \left(c_{i1} \quad c_{i2} \quad \dots \quad c_{ik} \right) &= \left(a_{i1} \quad a_{i2} \quad \dots \quad a_{in} \right) \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ & \dots & & \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} \end{pmatrix} = \\ &= \left(a_{i1}b_{11} + \dots + a_{in}b_{n1}; \quad \dots \quad a_{i1}b_{1k} + \dots + a_{in}b_{nk} \right) = \\ &= \left(a_{i1}b_{11}; \quad \dots \quad a_{i1}b_{1k} \right) + \dots + \left(a_{in}b_{n1}; \quad \dots \quad a_{in}b_{nk} \right) = \\ &= a_{i1} \left(b_{11} \quad b_{12} \quad \dots \quad b_{1k} \right) + \dots + a_{in} \left(b_{n1} \quad b_{n2} \quad \dots \quad b_{nk} \right); \end{aligned}$$

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Второй этап: представление произведения матрицы-строки $\mathbf{A}'$ на матрицу $\mathbf{B}$ в виде линейной комбинации строк матрицы $\mathbf{B}$ с компонентами из $\mathbf{A}'$, или представление произведения матрицы $\mathbf{A}$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$ в виде линейной комбинации столбцов матрицы $\mathbf{A}$ с компонентами из $\mathbf{B}'$:

$$\begin{aligned} \left(c_{i1} \quad c_{i2} \quad \dots \quad c_{ik} \right) &= \left(\mathbf{a}_{i1} \quad a_{i2} \quad \dots \quad a_{in} \right) \begin{pmatrix} \mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{12} & \dots & \mathbf{b}_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ & & \dots & \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} \end{pmatrix} = \\ &= \mathbf{a}_{i1} \left(\mathbf{b}_{11} \quad \mathbf{b}_{12} \quad \dots \quad \mathbf{b}_{1k} \right) + a_{i2} \left(b_{21} \quad b_{22} \quad \dots \quad b_{2k} \right) + \dots \\ &\quad + \dots + a_{in} \left(b_{n1} \quad b_{n2} \quad \dots \quad b_{nk} \right); \end{aligned}$$

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Второй этап: представление произведения матрицы-строки $\mathbf{A}'$ на матрицу $\mathbf{B}$ в виде линейной комбинации строк матрицы $\mathbf{B}$ с компонентами из $\mathbf{A}'$, или представление произведения матрицы $\mathbf{A}$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$ в виде линейной комбинации столбцов матрицы $\mathbf{A}$ с компонентами из $\mathbf{B}'$:

$$\begin{aligned} \left(c_{i1} \quad c_{i2} \quad \dots \quad c_{ik} \right) &= \left(a_{i1} \quad \mathbf{a_{i2}} \quad \dots \quad a_{in} \right) \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ \mathbf{b_{21}} & \mathbf{b_{22}} & \dots & \mathbf{b_{2k}} \\ & \dots & & \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} \end{pmatrix} = \\ &= a_{i1} \left(b_{11} \quad b_{12} \quad \dots \quad b_{1k} \right) + \mathbf{a_{i2}} \left(\mathbf{b_{21}} \quad \mathbf{b_{22}} \quad \dots \quad \mathbf{b_{2k}} \right) + \dots \\ &\quad + \dots + a_{in} \left(b_{n1} \quad b_{n2} \quad \dots \quad b_{nk} \right); \end{aligned}$$

IV.4. Умножение матриц по строкам и столбцам («на макроуровне»)

Второй этап: представление произведения матрицы-строки $\mathbf{A}'$ на матрицу $\mathbf{B}$ в виде линейной комбинации строк матрицы $\mathbf{B}$ с компонентами из $\mathbf{A}'$, или представление произведения матрицы $\mathbf{A}$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$ в виде линейной комбинации столбцов матрицы $\mathbf{A}$ с компонентами из $\mathbf{B}'$:

$$\begin{aligned} \left(c_{i1} \ c_{i2} \ \dots \ c_{ik} \right) &= \left(a_{i1} \ a_{i2} \ \dots \ \mathbf{a_{in}} \right) \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ & & \dots & \\ \mathbf{b_{n1}} & \mathbf{b_{n2}} & \dots & \mathbf{b_{nk}} \end{pmatrix} = \\ &= a_{i1} \left(b_{11} \ b_{12} \ \dots \ b_{1k} \right) + a_{i2} \left(b_{21} \ b_{22} \ \dots \ b_{2k} \right) + \dots \\ &\quad + \dots + \mathbf{a_{in}} \left(\mathbf{b_{n1}} \ \mathbf{b_{n2}} \ \dots \ \mathbf{b_{nk}} \right); \end{aligned}$$

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Второй этап: произведение матрицы-строки $\mathbf{A}'$ на матрицу $\mathbf{B}$ можно трактовать как произведение матрицы $\mathbf{A}'$ на матрицу-столбец $\begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \dots \\ \mathbf{B}_n \end{pmatrix}$, где $\mathbf{B}_p = (b_{p1} \ b_{p2} \ \dots \ b_{pk})$:

$$\begin{pmatrix} c_{i1} & c_{i2} & \dots & c_{ik} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boxed{b_{11} \ b_{12} \ \dots \ b_{1k}} \\ \boxed{b_{21} \ b_{22} \ \dots \ b_{2k}} \\ \dots \\ \boxed{b_{n1} \ b_{n2} \ \dots \ b_{nk}} \end{pmatrix} =$$
$$= a_{i1} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \end{pmatrix} + \dots + a_{in} \begin{pmatrix} b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} \end{pmatrix};$$

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Второй этап: представление произведения матрицы-строки $\mathbf{A}'$ на матрицу $\mathbf{B}$ в виде линейной комбинации строк матрицы $\mathbf{B}$ с компонентами из $\mathbf{A}'$, или представление произведения матрицы $\mathbf{A}$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$ в виде линейной комбинации столбцов матрицы $\mathbf{A}$ с компонентами из $\mathbf{B}'$:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \dots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \dots \\ b_{nj} \end{pmatrix} =$$
$$= b_{1j} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + b_{2j} \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \dots + b_{nj} \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

IV.4. Умножение матриц по строкам и столбцам («на макроуровне»)

Второй этап: представление произведения матрицы-строки $\mathbf{A}'$ на матрицу $\mathbf{B}$ в виде линейной комбинации строк матрицы $\mathbf{B}$ с компонентами из $\mathbf{A}'$, или представление произведения матрицы $\mathbf{A}$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$ в виде линейной комбинации столбцов матрицы $\mathbf{A}$ с компонентами из $\mathbf{B}'$:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a}_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \mathbf{a}_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & \dots & & \\ \mathbf{a}_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{b}_{1j} \\ b_{2j} \\ \dots \\ b_{nj} \end{pmatrix} = \\ = \mathbf{b}_{1j} \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{11} \\ \mathbf{a}_{21} \\ \dots \\ \mathbf{a}_{m1} \end{pmatrix} + b_{2j} \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \dots + b_{nj} \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix}.$$

IV.4. Умножение матриц по строкам и столбцам («на макроуровне»)

Второй этап: представление произведения матрицы-строки $\mathbf{A}'$ на матрицу $\mathbf{B}$ в виде линейной комбинации строк матрицы $\mathbf{B}$ с компонентами из $\mathbf{A}'$, или представление произведения матрицы $\mathbf{A}$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$ в виде линейной комбинации столбцов матрицы $\mathbf{A}$ с компонентами из $\mathbf{B}'$:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \mathbf{a_{12}} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \mathbf{a_{22}} & \dots & a_{2n} \\ & \dots & & \\ a_{m1} & \mathbf{a_{m2}} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{1j} \\ \mathbf{b_{2j}} \\ \dots \\ b_{nj} \end{pmatrix} = \\ = b_{1j} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + \mathbf{b_{2j}} \begin{pmatrix} \mathbf{a_{12}} \\ \mathbf{a_{22}} \\ \dots \\ \mathbf{a_{m2}} \end{pmatrix} + \dots + b_{nj} \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

IV.4. Умножение матриц по строкам и столбцам («на макроуровне»)

Второй этап: представление произведения матрицы-строки $\mathbf{A}'$ на матрицу $\mathbf{B}$ в виде линейной комбинации строк матрицы $\mathbf{B}$ с компонентами из $\mathbf{A}'$, или представление произведения матрицы $\mathbf{A}$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$ в виде линейной комбинации столбцов матрицы $\mathbf{A}$ с компонентами из $\mathbf{B}'$:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & \mathbf{a_{1n}} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \mathbf{a_{2n}} \\ & & \dots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & \mathbf{a_{mn}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \dots \\ \mathbf{b_{nj}} \end{pmatrix} = \\ = b_{1j} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + b_{2j} \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \dots + \mathbf{b_{nj}} \begin{pmatrix} \mathbf{a_{1n}} \\ \mathbf{a_{2n}} \\ \dots \\ \mathbf{a_{mn}} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Второй этап: произведение матрицы $\mathbf{A}$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$ можно воспринимать как произведение матрицы-строки $(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_n)$ на матрицу-столбец $\mathbf{B}'$, где элементами матрицы-строки $(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_n)$ являются столбцы матрицы $\mathbf{A}$:

$$\left(\begin{array}{|c|c|} \hline a_{11} & a_{12} \\ \hline a_{21} & a_{22} \\ \hline \dots & \dots \\ \hline a_{m1} & a_{m2} \\ \hline \end{array} \dots \begin{array}{|c|} \hline a_{1n} \\ \hline a_{2n} \\ \hline \dots \\ \hline a_{mn} \\ \hline \end{array} \right) \begin{pmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \dots \\ b_{nj} \end{pmatrix} =$$
$$= b_{1j} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + b_{2j} \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \dots + b_{nj} \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix}.$$

В самом деле, в формуле $c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}$ для вычисления компонент матрицы $\mathbf{C} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, фиксируя, например, j , перебирая все i , получаем соотношение

$$\begin{pmatrix} c_{1j} \\ c_{2j} \\ \dots \\ c_{mj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{1j} + a_{12}b_{2j} + \dots + a_{1n}b_{nj} \\ a_{21}b_{1j} + a_{22}b_{2j} + \dots + a_{2n}b_{nj} \\ \dots \\ a_{m1}b_{1j} + a_{m2}b_{2j} + \dots + a_{mn}b_{nj} \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix} b_{1j} + \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix} b_{2j} + \dots \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix} b_{nj},$$

то есть **равенство (1)**.

IV.4. Умножение матриц по строчкам и столбцам («на макроуровне»)

Третий этап: «сшивание» полученных строк $C_i = A_i \cdot B$ или столбцов $C'_j = A \cdot B_j$ в матрицу $C = A \cdot B$: $C = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_m \end{pmatrix}$ или

$$C = (C'_1 \ C'_2 \ \dots \ C'_n).$$

Таким образом,

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} A_1 \cdot B \\ A_2 \cdot B \\ \dots \\ A_m \cdot B \end{pmatrix} = (A \cdot B_1 \ A \cdot B_2 \ \dots \ A \cdot B_n).$$

Рассмотрим примеры?

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

Следующая лемма носит технический характер и вызвана одним из существенных отличий матричной алгебры от алгебры чисел. Если x, a, b — действительные числа, то в равенстве $xa = xb$ можно сократить на x кроме случая, когда $x = 0$. В матричной алгебре это не так.

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

Следующая лемма носит технический характер и вызвана одним из существенных отличий матричной алгебры от алгебры чисел. Если x, a, b — действительные числа, то в равенстве $xa = xb$ можно сократить на x кроме случая, когда $x = 0$. В матричной алгебре это не так.

Как это доказать?

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

Следующая лемма носит технический характер и вызвана одним из существенных отличий матричной алгебры от алгебры чисел. Если x, a, b — действительные числа, то в равенстве $xa = xb$ можно сократить на x кроме случая, когда $x = 0$. В матричной алгебре это не так.

Для отрицания общего утверждения достаточно привести контр-пример! В самом деле,

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix},$$

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

Следующая лемма носит технический характер и вызвана одним из существенных отличий матричной алгебры от алгебры чисел. Если x, a, b — действительные числа, то в равенстве $xa = xb$ можно сократить на x кроме случая, когда $x = 0$. В матричной алгебре это не так.

Для отрицания общего утверждения достаточно привести контр-пример! В самом деле,

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix},$$

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

Следующая лемма носит технический характер и вызвана одним из существенных отличий матричной алгебры от алгебры чисел. Если x, a, b — действительные числа, то в равенстве $xa = xb$ можно сократить на x кроме случая, когда $x = 0$. В матричной алгебре это не так.

Для отрицания общего утверждения достаточно привести контр-пример! В самом деле,

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix},$$

но, разумеется, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, то есть «сокращать на матрицу» $\begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}$ нельзя, хотя эта матрица и ненулевая!

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

В доказанной ниже лемме рассмотрен важный случай, когда в матричных равенствах $\mathbf{XA} = \mathbf{XB}$ или $\mathbf{AY} = \mathbf{BY}$ можно «сократить» на матрицу $\mathbf{X}$ (соответственно, на матрицу $\mathbf{Y}$).

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

Лемма 1. Пусть $\mathbf{A}_{m \times n}$ и $\mathbf{B}_{m \times n}$ — матрицы размерности $m \times n$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если для любой строки $\mathbf{X}_{1 \times m}$ выполняется равенство

$$\mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{B}_{m \times n}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n};$$

2) если для любого столбца $\mathbf{Y}_{n \times 1}$ выполняется равенство

$$\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1} = \mathbf{B}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n}.$$

Доказательство.

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

Лемма 1. Пусть $\mathbf{A}_{m \times n}$ и $\mathbf{B}_{m \times n}$ — матрицы размерности $m \times n$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если для любой строки $\mathbf{X}_{1 \times m}$ выполняется равенство

$$\mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{B}_{m \times n}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n};$$

2) если для любого столбца $\mathbf{Y}_{n \times 1}$ выполняется равенство

$$\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1} = \mathbf{B}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n}.$$

Доказательство. Мы докажем только первое утверждение, второе получается аналогично.

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

Лемма 1. Пусть $\mathbf{A}_{m \times n}$ и $\mathbf{B}_{m \times n}$ — матрицы размерности $m \times n$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если для любой строки $\mathbf{X}_{1 \times m}$ выполняется равенство

$$\mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{B}_{m \times n}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n};$$

2) если для любого столбца $\mathbf{Y}_{n \times 1}$ выполняется равенство

$$\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1} = \mathbf{B}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n}.$$

Доказательство. Весь «фокус» состоит в том, что матрица $\mathbf{X}_{1 \times m} = \begin{pmatrix} x_1 & \dots & x_m \end{pmatrix}$ — произвольная, значит, нам надо лишь «с толком распорядиться свободой» выбора этой матрицы.

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

Лемма 1. Пусть $\mathbf{A}_{m \times n}$ и $\mathbf{B}_{m \times n}$ — матрицы размерности $m \times n$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если для любой строки $\mathbf{X}_{1 \times m}$ выполняется равенство

$$\mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{B}_{m \times n}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n};$$

2) если для любого столбца $\mathbf{Y}_{n \times 1}$ выполняется равенство

$$\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1} = \mathbf{B}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n}.$$

Доказательство. Пусть $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_m$ строки матрицы $\mathbf{A}_{m \times n}$, и $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_m$ строки матрицы $\mathbf{B}_{m \times n}$. С помощью «умножения на макроуровне» $\mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{B}_{m \times n}$ можно переписать в виде

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

Лемма 1. Пусть $\mathbf{A}_{m \times n}$ и $\mathbf{B}_{m \times n}$ — матрицы размерности $m \times n$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если для любой строки $\mathbf{X}_{1 \times m}$ выполняется равенство

$$\mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{B}_{m \times n}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n};$$

2) если для любого столбца $\mathbf{Y}_{n \times 1}$ выполняется равенство

$$\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1} = \mathbf{B}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n}.$$

Доказательство. Пусть $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_m$ строки матрицы $\mathbf{A}_{m \times n}$, и $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_m$ строки матрицы $\mathbf{B}_{m \times n}$. С помощью «умножения на макроуровне» $\mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{B}_{m \times n}$ можно переписать в виде

$$x_1 \mathbf{A}_1 + x_2 \mathbf{A}_2 + \dots + x_m \mathbf{A}_m = x_1 \mathbf{B}_1 + x_2 \mathbf{B}_2 + \dots + x_m \mathbf{B}_m.$$

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

Лемма 1. Пусть $\mathbf{A}_{m \times n}$ и $\mathbf{B}_{m \times n}$ — матрицы размерности $m \times n$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если для любой строки $\mathbf{X}_{1 \times m}$ выполняется равенство

$$\mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{B}_{m \times n}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n};$$

2) если для любого столбца $\mathbf{Y}_{n \times 1}$ выполняется равенство

$$\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1} = \mathbf{B}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n}.$$

Доказательство.

$$x_1 \mathbf{A}_1 + x_2 \mathbf{A}_2 + \dots + x_m \mathbf{A}_m = x_1 \mathbf{B}_1 + x_2 \mathbf{B}_2 + \dots + x_m \mathbf{B}_m.$$

Полагая $\mathbf{X}_{1 \times m} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$, получаем $\mathbf{A}_1 = \mathbf{B}_1$.

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

Лемма 1. Пусть $\mathbf{A}_{m \times n}$ и $\mathbf{B}_{m \times n}$ — матрицы размерности $m \times n$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если для любой строки $\mathbf{X}_{1 \times m}$ выполняется равенство

$$\mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{B}_{m \times n}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n};$$

2) если для любого столбца $\mathbf{Y}_{n \times 1}$ выполняется равенство

$$\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1} = \mathbf{B}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n}.$$

Доказательство.

$$x_1 \mathbf{A}_1 + x_2 \mathbf{A}_2 + \dots + x_m \mathbf{A}_m = x_1 \mathbf{B}_1 + x_2 \mathbf{B}_2 + \dots + x_m \mathbf{B}_m.$$

Аналогично, полагая $\mathbf{X}_{1 \times m} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$, имеем $\mathbf{A}_2 = \mathbf{B}_2$ и т.п.

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

Лемма 1. Пусть $\mathbf{A}_{m \times n}$ и $\mathbf{B}_{m \times n}$ — матрицы размерности $m \times n$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если для любой строки $\mathbf{X}_{1 \times m}$ выполняется равенство

$$\mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{B}_{m \times n}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n};$$

2) если для любого столбца $\mathbf{Y}_{n \times 1}$ выполняется равенство

$$\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1} = \mathbf{B}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n}.$$

Доказательство. В конце концов получается, что любая строка матрицы $\mathbf{A}_{m \times n}$ равна соответствующей строке матрицы $\mathbf{B}_{m \times n}$, то есть эти матрицы равны. Доказательство второго пункта идет по той же схеме, но

IV.5. Лемма о сокращении на произвольную матрицу

Лемма 1. Пусть $\mathbf{A}_{m \times n}$ и $\mathbf{B}_{m \times n}$ — матрицы размерности $m \times n$. Тогда справедливы следующие утверждения:

1) если для любой строки $\mathbf{X}_{1 \times m}$ выполняется равенство

$$\mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{X}_{1 \times m} \mathbf{B}_{m \times n}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n};$$

2) если для любого столбца $\mathbf{Y}_{n \times 1}$ выполняется равенство

$$\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1} = \mathbf{B}_{m \times n} \mathbf{Y}_{n \times 1}, \text{ то } \mathbf{A}_{m \times n} = \mathbf{B}_{m \times n}.$$

Доказательство. В конце концов получается, что любая строка матрицы $\mathbf{A}_{m \times n}$ равна соответствующей строке матрицы $\mathbf{B}_{m \times n}$, то есть эти матрицы равны. Доказательство второго пункта идет по той же схеме, но

сравниваются не строки, а столбцы матриц $\mathbf{A}_{m \times n}$ и $\mathbf{B}_{m \times n}$.

V. Детерминант матрицы

При работе с объектом, характеризующимся большим числом чисел, обычно возникает необходимость свести эту массу числовых характеристик к одному-двум числовым параметрам, описывающим объект «в целом».

Важным примером является **след матрицы $\mathbf{X}$** , обозначаемый как $\text{tr } \mathbf{X}$ или $\text{sp } \mathbf{X}$:

$$\text{tr} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{13} & \dots & x_{2n} \\ x_{31} & x_{32} & x_{13} & \dots & x_{3n} \\ & & \dots & & \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \dots & x_{nn} \end{pmatrix} = x_{11} + x_{22} + x_{33} + \dots + x_{nn}.$$

V. Детерминант матрицы

При работе с объектом, характеризующимся большим числом чисел, обычно возникает необходимость свести эту массу числовых характеристик к одному-двум числовым параметрам, описывающим объект «в целом».

Важным примером является **след матрицы $\mathbf{X}$** , обозначаемый как $\text{tr } \mathbf{X}$ или $\text{sp } \mathbf{X}$:

$$\text{tr} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2n} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & \dots & x_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \dots & x_{nn} \end{pmatrix} = x_{11} + x_{22} + x_{33} + \dots + x_{nn}.$$

След матрицы — сумма элементов главной диагонали.

V. Детерминант матрицы

При работе с объектом, характеризующимся большим числом чисел, обычно возникает необходимость свести эту массу числовых характеристик к одному-двум числовым параметрам, описывающим объект «в целом».

Сейчас мы рассмотрим более важную характеристику — детерминант матрицы. Введение этой характеристики квадратной матрицы потребует дополнительных понятий.

V.1. Линейность

Мы предельно кратко рассмотрим понятие линейности, являющееся основным в линейной алгебре.

V.1.1. Линейная комбинация

Определение **21**. Линейной комбинацией матриц $X_1, X_2, \dots, X_n$ с коэффициентами $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ называется матрица $\lambda_1 \cdot X_1 + \lambda_2 \cdot X_2 + \dots + \lambda_n \cdot X_n$.

V.1.2. Линейная функция

Понятие линейной функции будет существенно обобщено в **теории линейных пространств**. Сейчас мы ограничимся следующим «псевдоопределением»:

Пусть в множествах A' и A'' каким-то образом определены операции, соответственно, $+'$ и $+''$, и для любого элемента λ из поля K определены операции λ' и λ'' («умножения» на λ элементов, соответственно, из A' и A''). **Функция** $f: A' \rightarrow A''$ называется **линейной функцией**, если для любых элементов $\lambda_1; \lambda_2; \dots; \lambda_n$ и любых элементов $a_1; a_2; \dots; a_n$ множества A' имеет место равенство

$$f(\lambda'_1 a_1 + ' \lambda'_2 a_2 + ' \dots + ' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) + '' \lambda''_2 f(a_2) + '' \dots + '' \lambda''_n f(a_n). \quad (4)$$

V.1.2. Линейная функция

Как разобраться с новым для вас понятием?

Есть два типовых способа:

V.1.2. Линейная функция

Как разобраться с новым для вас понятием?

Есть два типовых способа:

— рассмотрение достаточно большого числа примеров;

V.1.2. Линейная функция

Как разобраться с новым для вас понятием?

Есть два типовых способа:

- рассмотрение достаточно большого числа примеров;
- анализ определения (получение следствий).

V.1.2. Линейная функция

Как разобраться с новым для вас понятием?

Есть два типовых способа:

- рассмотрение достаточно большого числа примеров;
- анализ определения (получение следствий).

Нередко применяется еще и метод моделирования: построение модели объекта и его изучение.

V.1.2. Линейная функция

Как разобраться с новым для вас понятием?

Есть два типовых способа:

- рассмотрение достаточно большого числа примеров;
- анализ определения (получение следствий).

Нередко применяется еще и метод моделирования: построение модели объекта и его изучение.

Определение понятия можно рассматривать как одну из типовых моделей этого понятия.

V.1.2. Линейная функция

Начнем с примеров линейных функций. Линейными функциями являются:

V.1.2. Линейная функция

Начнем с примеров линейных функций. Линейными функциями являются:

- 1) функция, каждому вектору ставящая в соответствие его проекцию на некоторую ось;

V.1.2. Линейная функция

Начнем с примеров линейных функций. Линейными функциями являются:

- 1) функция, каждому вектору ставящая в соответствие его проекцию на некоторую ось;
- 2) $f_{ij}(X)$ — функция, каждой матрице X ставящая в соответствие элемент матрицы X , стоящий в i -той строке, j -том столбце матрицы X ;

V.1.2. Линейная функция

Начнем с примеров линейных функций. Линейными функциями являются:

1) функция, каждому вектору ставящая в соответствие его проекцию на некоторую ось;

2) $f_{ij}(X)$ — функция, каждой матрице X ставящая в соответствие элемент матрицы X , стоящий в i -той строке, j -том столбце матрицы X ;

3) $\text{tr}(X)$ — **след** квадратной матрицы X — сумма элементов главной диагонали матрицы X :

$$\text{tr} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nn} \end{pmatrix} = x_{11} + x_{22} + \dots + x_{nn}.$$

V.1.2. Линейная функция

Примером нелинейной функции является функция, каждому вектору плоскости или пространства ставящая в соответствие модуль этого вектора.

V.1.2. Линейная функция

Примером нелинейной функции является функция, каждому вектору плоскости или пространства ставящая в соответствие модуль этого вектора.

Как доказать нелинейность?

V.1.2. Линейная функция

Примером нелинейной функции является функция, каждому вектору плоскости или пространства ставящая в соответствие модуль этого вектора.

Так как линейность определяется с помощью тождеств, то опровергнуть линейность можно с помощью контрпримера, например, такого:

V.1.2. Линейная функция

Примером нелинейной функции является функция, каждому вектору плоскости или пространства ставящая в соответствие модуль этого вектора.

Так как линейность определяется с помощью тождеств, то опровергнуть линейность можно с помощью контрпримера, например, такого:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \vec{i} + \vec{j} \right| = \sqrt{2}; \\ \left| \vec{i} \right| + \left| \vec{j} \right| = 2 \end{array} \right. \Rightarrow$$

V.1.2. Линейная функция

Примером нелинейной функции является функция, каждому вектору плоскости или пространства ставящая в соответствие модуль этого вектора.

Так как линейность определяется с помощью тождеств, то опровергнуть линейность можно с помощью контрпримера, например, такого:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \vec{i} + \vec{j} \right| = \sqrt{2}; \\ \left| \vec{i} \right| + \left| \vec{j} \right| = 2 \end{array} \right. \Rightarrow \left| \vec{i} + \vec{j} \right|$$

V.1.2. Линейная функция

Примером нелинейной функции является функция, каждому вектору плоскости или пространства ставящая в соответствие модуль этого вектора.

Так как линейность определяется с помощью тождеств, то опровергнуть линейность можно с помощью контрпримера, например, такого:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \vec{i} + \vec{j} \right| = \sqrt{2}; \\ \left| \vec{i} \right| + \left| \vec{j} \right| = 2 \end{array} \right. \Rightarrow \left| \vec{i} + \vec{j} \right| \neq \left| \vec{i} \right| + \left| \vec{j} \right|.$$

V.1.2. Линейная функция

Примером нелинейной функции является функция, каждому вектору плоскости или пространства ставящая в соответствие модуль этого вектора.

Так как линейность определяется с помощью тождеств, то опровергнуть линейность можно с помощью контрпримера, например, такого:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \vec{i} + \vec{j} \right| = \sqrt{2}; \\ \left| \vec{i} \right| + \left| \vec{j} \right| = 2 \end{array} \right. \Rightarrow \left| \vec{i} + \vec{j} \right| \neq \left| \vec{i} \right| + \left| \vec{j} \right|.$$

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. Пусть для каждого α **поля** K на множествах A и B определены одноместные **операции** α' и, соответственно, α'' , и существуют $\mathcal{O}' \in A$, $\mathcal{O}'' \in B$ такие, что для любых $a_1; a_2; a_3$ из A и $b_1; b_2; b_3$ из B выполняются: 1) $(a_1 + ' a_2) + ' a_3 = a_1 + ' (a_2 + ' a_3)$; 2) $(b_1 + '' b_2) + '' b_3 = b_1 + '' (b_2 + '' b_3)$ (операции $+$ ' и $+$ '' ассоциативны); 3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$, 5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны: 1) **функция** $f : A \rightarrow B$ является линейной; 2) для **функции** f выполняется тождество

$$f(\lambda' a_1 + ' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) + '' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

3) для функции f выполняются тождества

$$f(a_1 + ' a_2) = f(a_1) + '' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha'' f(a). \quad (6)$$

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция** f — линейная, т.е.

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Второе и третье утверждение

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция** f — линейная, т.е.

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Второе и третье утверждение

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция** f — линейная, т.е.

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Второе и третье утверждение являются частным случаем линейности функции.

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) функция f — линейная, т.е.

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Второе и третье утверждение являются частным случаем линейности функции.

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция** f — линейная, т.е.

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Из второго утверждения

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;

3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;

5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция** f — линейная, т.е.

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Из второго утверждения

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция** f — линейная, т.е.

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Из второго утверждения линейность функции f

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) *функция f — линейная, т.е.*

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda''_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Из второго утверждения линейность функции f

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) *функция f — линейная, т.е.*

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda''_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Из второго утверждения линейность функции f докажем *индукцией* по n .

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) *функция f — линейная, т.е.*

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Из второго утверждения линейность функции f докажем *индукцией* по n .

Если в *формуле (4)* положить $n = 2$, то получим утверждение второго пункта. **База доказана.**

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) *функция f — линейная, т.е.*

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Из второго утверждения линейность функции f докажем *индукцией* по n .

Шаг индукции. Пусть $k > 2$ и (4) верна для любого $n \leq k$.

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) *функция f — линейная, т.е.*

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Из второго утверждения линейность функции f докажем *индукцией* по n .

Шаг индукции. Пусть $k > 2$ и (4) верна для любого $n \leq k$.

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1} +' \lambda'_k a'_k) =$$

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) *функция f — линейная, т.е.*

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Из второго утверждения линейность функции f докажем *индукцией* по n .

Шаг индукции. Пусть $k > 2$ и (4) верна для любого $n \leq k$.

$$\begin{aligned} & f(\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1} +' \lambda'_k a'_k) = \\ & = f((\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1}) +' \lambda'_k a'_k) = \end{aligned}$$

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) *функция f — линейная, т.е.*

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Из второго утверждения линейность функции f докажем *индукцией* по n .

Шаг индукции. Пусть $k > 2$ и (4) верна для любого $n \leq k$.

$$\begin{aligned} & f(\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1} +' \lambda'_k a'_k) = \\ & = f((\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1}) +' \lambda'_k a'_k) = \end{aligned}$$

Согласно (5)...

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция f — линейная, т.е.**

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Из второго утверждения линейность функции f докажем **индукцией** по n .

Шаг индукции. Пусть $k > 2$ и (4) верна для любого $n \leq k$.

$$\begin{aligned} & f(\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1} +' \lambda'_k a'_k) = \\ &= f((\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1}) +' \lambda'_k a'_k) = \\ &= f(\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1}) +'' \lambda''_k f(a'_k) = \end{aligned}$$

Согласно (5)...

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция f — линейная, т.е.**

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Из второго утверждения линейность функции f докажем **индукцией** по n .

Шаг индукции. Пусть $k > 2$ и (4) верна для любого $n \leq k$.

$$\begin{aligned} & f(\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1} +' \lambda'_k a'_k) = \\ &= f((\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1}) +' \lambda'_k a'_k) = \\ &= f(\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1}) +'' \lambda''_k f(a'_k) = \end{aligned}$$

Согласно гипотезе индукции...

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция f — линейная, т.е.**

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda''_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Из второго утверждения линейность функции f докажем **индукцией** по n .

Шаг индукции. Пусть $k > 2$ и (4) верна для любого $n \leq k$.

$$\begin{aligned} & f(\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1} +' \lambda'_k a'_k) = \\ &= f((\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1}) +' \lambda'_k a'_k) = \\ &= f(\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1}) +'' \lambda''_k f(a'_k) = \\ &= \lambda''_1 f(a_1) +'' \lambda''_2 f(a_2) +'' \dots +'' \lambda''_{k-1} f(a'_{k-1}) +'' \lambda''_k f(a'_k). \end{aligned}$$

Согласно гипотезе индукции...

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция f — линейная, т.е.**

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda''_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Из второго утверждения линейность функции f докажем **индукцией** по n .

Шаг индукции. Пусть $k > 2$ и (4) верна для любого $n \leq k$.

$$\begin{aligned} & f(\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1} +' \lambda'_k a'_k) = \\ &= f((\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1}) +' \lambda'_k a'_k) = \\ &= f(\lambda'_1 a_1 +' \lambda'_2 a_2 +' \dots +' \lambda'_{k-1} a'_{k-1}) +'' \lambda''_k f(a'_k) = \\ &= \lambda''_1 f(a_1) +'' \lambda''_2 f(a_2) +'' \dots +'' \lambda''_{k-1} f(a'_{k-1}) +'' \lambda''_k f(a'_k). \end{aligned}$$

Шаг индукции доказан. Значит, из (5) следует (4).

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция** f — линейная, т.е.

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda'_1 a_1 +' \mu'_1 a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Осталось доказать, что из **формул (6)** следует **тождество (5)**:

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция** f — линейная, т.е.

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Осталось доказать, что из **формул (6)** следует **тождество (5)**:

$$f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) =$$

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция** f — линейная, т.е.

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Осталось доказать, что из **формул (6)** следует **тождество (5)**:

$$f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = f(\lambda' a_1) +'' f(\mu' a_2) =$$

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция** f — линейная, т.е.

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Осталось доказать, что из **формул (6)** следует **тождество (5)**:

$$f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = f(\lambda' a_1) +'' f(\mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2).$$

V.1.3. Критерии линейности функции

Теорема 1. 1) $(a_1 +' a_2) +' a_3 = a_1 +' (a_2 +' a_3)$; 2) $(b_1 +'' b_2) +'' b_3 = b_1 +'' (b_2 +'' b_3)$;
3) $a + \mathcal{O}' = \mathcal{O}' + a = a$, $b + \mathcal{O}'' = \mathcal{O}'' + b = b$; 4) $\alpha' \mathcal{O}' = \mathcal{O}'$, $\beta'' \mathcal{O}'' = \mathcal{O}''$;
5) $1' a_1 = a_1$, $1'' b_1 = b_1$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) **функция** f — линейная, т.е.

$$f(\lambda'_1 a_1 +' \dots +' \lambda'_n a_n) = \lambda''_1 f(a_1) +'' \dots +'' \lambda'_n f(a_n); \quad (4)$$

$$2) f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2); \quad (5)$$

$$3) f(a_1 +' a_2) = f(a_1) +'' f(a_2) \quad \text{и} \quad f(\alpha' a) = \alpha. \quad (6)$$

Доказательство. Осталось доказать, что из **формул (6)** следует **тождество (5)**:

$$f(\lambda' a_1 +' \mu' a_2) = f(\lambda' a_1) +'' f(\mu' a_2) = \lambda'' f(a_1) +'' \mu'' f(a_2).$$

Критерии линейности функции доказаны.

V.2. Детерминант

В этом разделе мы рассмотрим довольно странную, на первый взгляд, функцию, область определения которой состоит из всех квадратных матриц с компонентами из **поля**² K , а область ее допустимых значений включается в K .

Оказывается, эта функция обладает рядом неожиданных и глубоких свойств и допускает достаточно простую **геометрическую интерпретацию**. Кроме определения, приведенного в данном разделе, распространенным является определение детерминанта, которое иногда называют **«инвариантным»**.

²мы подробно рассмотрим только случаи, когда K — это поле вещественных или комплексных чисел.

V.2.1. Предвкушение: малые размерности

Для развития теории одним из эффективных инструментов является *стратегия приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций*.

Поэтому сначала рассмотрим

V.2.1. Предвкушение: малые размерности

Для развития теории одним из эффективных инструментов является *стратегия приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций*.

Поэтому сначала рассмотрим матрицы

V.2.1. Предвкушение: малые размерности

Для развития теории одним из эффективных инструментов является *стратегия приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций*.

Поэтому сначала рассмотрим матрицы малых размерностей.

V.2.1. Предвкушение: малые размерности

Для развития теории одним из эффективных инструментов является *стратегия приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций*.

Поэтому сначала рассмотрим матрицы малых размерностей.

Кроме того, в качестве «экстремальных» рассмотрим матрицы с числом строк,

V.2.1. Предвкушение: малые размерности

Для развития теории одним из эффективных инструментов является *стратегия приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций*.

Поэтому сначала рассмотрим матрицы малых размерностей.

Кроме того, в качестве «экстремальных» рассмотрим матрицы с числом строк, равным числу столбцов, т.е.

V.2.1. Предвкушение: малые размерности

Для развития теории одним из эффективных инструментов является *стратегия приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций*.

Поэтому сначала рассмотрим матрицы малых размерностей.

Кроме того, в качестве «экстремальных» рассмотрим матрицы с числом строк, равным числу столбцов, т.е. квадратные.

V.2.1. Предвкушение: малые размерности

Для развития теории одним из эффективных инструментов является *стратегия приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций*.

Поэтому сначала рассмотрим матрицы малых размерностей.

Кроме того, в качестве «экстремальных» рассмотрим матрицы с числом строк, равным числу столбцов, т.е. квадратные.

Матрица размерности 1×1 нам неинтересны.

V.2.1. Предвкушение: малые размерности

Для развития теории одним из эффективных инструментов является *стратегия приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций*.

Поэтому сначала рассмотрим матрицы малых размерностей.

Кроме того, в качестве «экстремальных» рассмотрим матрицы с числом строк, равным числу столбцов, т.е. квадратные.

Матрица размерности 1×1 нам неинтересны.

Поэтому сначала рассмотрим некоторые конструкции для матриц размерности 2×2 .

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

Рассмотрим систему линейных уравнений с двумя неизвестными.

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

Рассмотрим систему линейных уравнений с двумя неизвестными.

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

Первое уравнение оставим неизменным.

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

$$\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ \end{cases}$$

Первое уравнение оставим неизменным.

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

$$\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ \end{cases}$$

Из второго уравнения, умноженного на a_{11} , вычтем первое уравнение, умноженное на a_{21} .

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

$$\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ (\quad \quad \quad)y = \end{cases}$$

Из второго уравнения, умноженного на a_{11} , вычтем первое уравнение, умноженное на a_{21} .

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

$$\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})y = \end{cases}$$

Из второго уравнения, умноженного на a_{11} , вычтем первое уравнение, умноженное на a_{21} .

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

$$\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})y = a_{11}b_2 - a_{21}b_1 \end{cases}$$

Из второго уравнения, умноженного на a_{11} , вычтем первое уравнение, умноженное на a_{21} .

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

$$\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})y = a_{11}b_2 - a_{21}b_1 \end{cases}$$

Из второго уравнения выразим y (будем считать, что коэффициент перед y отличен от 0).

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

$$\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})y = a_{11}b_2 - a_{21}b_1 \end{cases} \sim \begin{cases} y = \end{cases}$$

Из второго уравнения выразим y (будем считать, что коэффициент перед y отличен от 0).

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

$$\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})y = a_{11}b_2 - a_{21}b_1 \end{cases} \sim \begin{cases} y = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \end{cases}$$

Из второго уравнения выразим y (будем считать, что коэффициент перед y отличен от 0).

V.2.2. Предвкусение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

$$\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})y = a_{11}b_2 - a_{21}b_1 \end{cases} \sim \begin{cases} y = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \end{cases}$$

Из второго уравнения выразим y (будем считать, что коэффициент перед y отличен от 0).

В первом уравнении выражение $a_{12}y$ перенесём вправо и подставим в него полученное выражение для y .

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

$$\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})y = a_{11}b_2 - a_{21}b_1 \end{cases} \sim \begin{cases} a_{11}x = \\ y = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \end{cases}$$

Из второго уравнения выразим y (будем считать, что коэффициент перед y отличен от 0).

В первом уравнении выражение $a_{12}y$ перенесём вправо и подставим в него полученное выражение для y .

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

$$\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})y = a_{11}b_2 - a_{21}b_1 \end{cases} \sim \begin{cases} a_{11}x = b_1 - a_{12}y, \\ y = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \end{cases}$$

Из второго уравнения выразим y (будем считать, что коэффициент перед y отличен от 0).

В первом уравнении выражение $a_{12}y$ перенесём вправо и подставим в него полученное выражение для y .

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

$$\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})y = a_{11}b_2 - a_{21}b_1 \end{cases} \sim \begin{cases} a_{11}x = b_1 - a_{12} \cdot \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}, \\ y = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \end{cases}$$

Из второго уравнения выразим y (будем считать, что коэффициент перед y отличен от 0).

В первом уравнении выражение $a_{12}y$ перенесём вправо и подставим в него полученное выражение для y .

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

$$\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})y = a_{11}b_2 - a_{21}b_1 \end{cases} \sim \begin{cases} a_{11}x = b_1 - a_{12} \cdot \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}, \\ y = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \end{cases}$$

В правой части первого уравнения приведем к общему знаменателю и в числителе приведём подобные.

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{aligned} \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases} &\sim \begin{cases} x = \\ y = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \end{cases} \\ &\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})y = a_{11}b_2 - a_{21}b_1 \end{cases} \sim \begin{cases} a_{11}x = b_1 - a_{12} \cdot \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}, \\ y = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \end{cases} \end{aligned}$$

В правой части первого уравнения приведем к общему знаменателю и в числителе приведём подобные.

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

$$\begin{aligned} \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases} &\sim \begin{cases} x = \frac{b_1 a_{22} - b_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}}, \\ y = \frac{a_{11} b_2 - a_{21} b_1}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}} \end{cases} \\ &\sim \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})y = a_{11}b_2 - a_{21}b_1 \end{cases} \sim \begin{cases} a_{11}x = b_1 - a_{12} \cdot \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}, \\ y = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \end{cases} \end{aligned}$$

В правой части первого уравнения приведем к общему знаменателю и в числителе приведём подобные.

V.2.2. Предвкусение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

Введем обозначение $\alpha\delta - \beta\gamma = \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix}$.

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases} \sim \begin{cases} x = \frac{b_1 a_{22} - b_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}}, \\ y = \frac{a_{11} b_2 - a_{21} b_1}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}} \end{cases}$$

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

Введем обозначение $\alpha\delta - \beta\gamma = \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix}$.

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases} \sim \begin{cases} x = \frac{b_1 a_{22} - b_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}}, \\ y = \frac{a_{11} b_2 - a_{21} b_1}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}} \end{cases}$$

Выражение, приведенное после заголовка раздела, называется **определителем** или **детерминантом** матрицы размерности 2×2 .

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

Введем обозначение $\alpha\delta - \beta\gamma = \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix}$.

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases} \sim \begin{cases} x = \frac{b_1a_{22} - b_2a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}, \\ y = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \end{cases} \sim \begin{cases} x = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} / \begin{vmatrix} a_{11} & a_{22} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \\ y = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} / \begin{vmatrix} a_{11} & a_{22} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}. \end{cases}$$

Выражение, приведенное после заголовка раздела, называется **определителем** или **детерминантом** матрицы размерности 2×2 .

V.2.2. Предвкушение: формулы Крамера и детерминант для малой размерности

Введем обозначение $\alpha\delta - \beta\gamma = \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix}$.

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases} \sim \begin{cases} x = \frac{b_1a_{22} - b_2a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}, \\ y = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \end{cases} \sim \begin{cases} x = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} / \begin{vmatrix} a_{11} & a_{22} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \\ y = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} / \begin{vmatrix} a_{11} & a_{22} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}. \end{cases}$$

Выражение, приведенное после заголовка раздела, называется **определителем** или **детерминантом** матрицы размерности 2×2 .

В последних обозначениях получаем **формулы Крамера** для системы из двух уравнений с двумя неизвестными.

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

Рассмотрим «экстремальные» произведения матрицы $\mathbf{A}_{3 \times 3}$ на другую матрицу.

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

Рассмотрим «экстремальные» произведения матрицы $\mathbf{A}_{3 \times 3}$ на другую матрицу.

В качестве «экстремального» множителя можно взять, например,

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

Рассмотрим «экстремальные» произведения матрицы $\mathbf{A}_{3 \times 3}$ на другую матрицу.

В качестве «экстремального» множителя можно взять, например, матрицу-строку или матрицу-столбец.

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

Рассмотрим «экстремальные» произведения матрицы $\mathbf{A}_{3 \times 3}$ на другую матрицу.

В качестве «экстремального» множителя можно взять, например, матрицу-строку или матрицу-столбец.

Применим для разнообразия стратегию смены ролей и приоритетов:

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

Рассмотрим «экстремальные» произведения матрицы $\mathbf{A}_{3 \times 3}$ на другую матрицу.

В качестве «экстремального» множителя можно взять, например, матрицу-строку или матрицу-столбец.

Применим для разнообразия стратегию смены ролей и приоритетов:

этот множитель объявим неизвестной, искомой матрицей, и зафиксируем значение произведения...

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} =$$

Рассмотрим «экстремальные» произведения матрицы $\mathbf{A}_{3 \times 3}$ на другую матрицу.

В качестве «экстремального» множителя можно взять, например, матрицу-строку или матрицу-столбец.

Применим для разнообразия стратегию смены ролей и приоритетов:

этот множитель объявим неизвестной, искомой матрицей, и зафиксируем значение произведения...

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

Рассмотрим «экстремальные» произведения матрицы $\mathbf{A}_{3 \times 3}$ на другую матрицу.

В качестве «экстремального» множителя можно взять, например, матрицу-строку или матрицу-столбец.

Применим для разнообразия стратегию смены ролей и приоритетов:

этот множитель объявим неизвестной, искомой матрицей, и зафиксируем значение произведения...

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

Рассмотрим «экстремальные» произведения матрицы $\mathbf{A}_{3 \times 3}$ на другую матрицу.

В качестве «экстремального» множителя можно взять, например, матрицу-строку или матрицу-столбец.

Применим для разнообразия стратегию смены ролей и приоритетов:

этот множитель объявим неизвестной, искомой матрицей, и зафиксируем значение произведения...

Надо бы вместо «вопросиков» подставить что-нибудь экстремальное...

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим «экстремальные» произведения матрицы $\mathbf{A}_{3 \times 3}$ на другую матрицу.

В качестве «экстремального» множителя можно взять, например, матрицу-строку или матрицу-столбец.

Применим для разнообразия стратегию смены ролей и приоритетов:

этот множитель объявим неизвестной, искомой матрицей, и зафиксируем значение произведения...

Надо бы вместо «вопросиков» подставить что-нибудь экстремальное...

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим «экстремальные» произведения матрицы $\mathbf{A}_{3 \times 3}$ на другую матрицу.

В качестве «экстремального» множителя можно взять, например, матрицу-строку или матрицу-столбец.

Применим для разнообразия стратегию смены ролей и приоритетов:

этот множитель объявим неизвестной, искомой матрицей, и зафиксируем значение произведения...

Неинтересно, например, $x = y = z = 0$.

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим «экстремальные» произведения матрицы $\mathbf{A}_{3 \times 3}$ на другую матрицу.

В качестве «экстремального» множителя можно взять, например, матрицу-строку или матрицу-столбец.

Применим для разнообразия стратегию смены ролей и приоритетов:

этот множитель объявим неизвестной, искомой матрицей, и зафиксируем значение произведения...

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим «экстремальные» произведения матрицы $\mathbf{A}_{3 \times 3}$ на другую матрицу.

В качестве «экстремального» множителя можно взять, например, матрицу-строку или матрицу-столбец.

Применим для разнообразия стратегию смены ролей и приоритетов:

этот множитель объявим неизвестной, искомой матрицей, и зафиксируем значение произведения...

Вот теперь хорошо!

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вычислив левую часть, получим:

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вычислив левую часть, получим:

$$\begin{pmatrix} a_{11}x + \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

V.2.3. Предвкусение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вычислив левую часть, получим:

$$\begin{pmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

V.2.3. Предвкусение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вычислив левую часть, получим:

$$\begin{pmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

V.2.3. Предвкусение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вычислив левую часть, получим:

$$\begin{pmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ a_{21}x + \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

V.2.3. Предвкусение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вычислив левую часть, получим:

$$\begin{pmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ a_{21}x + a_{22}y + \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

V.2.3. Предвкусение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вычислив левую часть, получим:

$$\begin{pmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

V.2.3. Предвкусение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вычислив левую часть, получим:

$$\begin{pmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

V.2.3. Предвкусение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{array} \right.$$

Вычислив левую часть, получим:

$$\begin{pmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{cases}$$

Рассмотрим подсистему из второго и третьего уравнений последней системы...

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0, \end{cases}$$

Рассмотрим подсистему из второго и третьего уравнений последней системы...

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0, \end{cases}$$

Преобразуем к виду системы двух уравнений с двумя неизвестными...

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} a_{21}x + a_{22}y = -a_{23}z, \\ a_{31}x + a_{32}y = -a_{33}z. \end{cases}$$

Преобразуем к виду системы двух уравнений с двумя неизвестными...

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} a_{21}x + a_{22}y = -a_{23}z, \\ a_{31}x + a_{32}y = -a_{33}z. \end{cases}$$

И решим ее с помощью **формул Крамера**.

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{array} \right.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{_____} \\ \text{_____} \end{pmatrix},$$

$$\begin{cases} a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} a_{21}x + a_{22}y = -a_{23}z, \\ a_{31}x + a_{32}y = -a_{33}z. \end{cases}$$

И решим ее с помощью **формул Крамера**.

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}} \\ \frac{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}} \end{pmatrix},$$

$$\begin{cases} a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} a_{21}x + a_{22}y = -a_{23}z, \\ a_{31}x + a_{32}y = -a_{33}z. \end{cases}$$

И решим ее с помощью **формул Крамера**.

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-a_{23}z \cdot a_{32} + a_{33}z \cdot a_{22}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}} \\ \frac{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}} \end{pmatrix},$$

$$\begin{cases} a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} a_{21}x + a_{22}y = -a_{23}z, \\ a_{31}x + a_{32}y = -a_{33}z. \end{cases}$$

И решим ее с помощью **формул Крамера**.

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-a_{23}z \cdot a_{32} + a_{33}z \cdot a_{22}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \\ \frac{a_{21} \cdot (-a_{33}z) + a_{31} \cdot a_{23}z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \end{pmatrix},$$

$$\begin{cases} a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} a_{21}x + a_{22}y = -a_{23}z, \\ a_{31}x + a_{32}y = -a_{33}z. \end{cases}$$

И решим ее с помощью **формул Крамера**.

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{array} \right.$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-a_{23}z \cdot a_{32} + a_{33}z \cdot a_{22}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \\ \frac{a_{21} \cdot (-a_{33}z) + a_{31} \cdot a_{23}z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{array} \right.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-a_{23}z \cdot a_{32} + a_{33}z \cdot a_{22}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \\ \frac{a_{21} \cdot (-a_{33}z) + a_{31} \cdot a_{23}z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{array} \right.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-a_{23}z \cdot a_{32} + a_{33}z \cdot a_{22}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \\ \frac{a_{21} \cdot (-a_{33}z) + a_{31} \cdot a_{23}z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{array} \right.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-a_{23}z \cdot a_{32} + a_{33}z \cdot a_{22}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \\ \frac{a_{21} \cdot (-a_{33}z) + a_{31} \cdot a_{23}z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{array} \right.$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-a_{23}z \cdot a_{32} + a_{33}z \cdot a_{22}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \\ \frac{a_{21} \cdot (-a_{33}z) + a_{31} \cdot a_{23}z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

z можно найти из первого уравнения в первой строке:

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{array} \right.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-a_{23}z \cdot a_{32} + a_{33}z \cdot a_{22}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \\ \frac{a_{21} \cdot (-a_{33}z) + a_{31} \cdot a_{23}z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \\ \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\frac{z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \left(a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \right) = 1.$$

V.2.3. Предвкушение: детерминант для 3×3

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = 1, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = 0, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = 0. \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-a_{23}z \cdot a_{32} + a_{33}z \cdot a_{22}}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \\ \frac{a_{21} \cdot (-a_{33}z) + a_{31} \cdot a_{23}z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \\ \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\frac{z}{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}} \underbrace{\left(a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \right)} = 1.$$

$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ Это выражение назовем
определителем матри-
 цы 3×3 .

V.2.4. Предвкушение: дополнительный минор и алгебраическое дополнение

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12} \left(- \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \right) + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

Рассмотрим некоторые понятия, которые мы впоследствии обобщим в определении детерминанта произвольной квадратной матрицы.

V.2.4. Предвкусение: дополнительный минор и алгебраическое дополнение

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \underbrace{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{11}=M_{11}} + a_{12} \left(- \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \right) + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

Детерминант, обозначенный нами через M_{11} получен из исходного детерминанта вычеркиванием первой строки и первого столбца. Он называется **дополнительным минором** элемента a_{11} .

V.2.4. Предвкусение: дополнительный минор и алгебраическое дополнение

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12} \left(- \overbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}}^{M_{12}} \right) + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

Детерминант, обозначенный нами через M_{11} получен из исходного детерминанта вычеркиванием первой строки и первого столбца. Он называется **дополнительным минором** элемента a_{11} .

Аналогично M_{12} — **дополнительный минор** элемента a_{12} и

V.2.4. Предвкусение: дополнительный минор и алгебраическое дополнение

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12} \left(- \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \right) + a_{13} \underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}_{A_{13}=M_{13}}.$$

Детерминант, обозначенный нами через M_{11} получен из исходного детерминанта вычеркиванием первой строки и первого столбца. Он называется **дополнительным минором** элемента a_{11} .

Аналогично M_{12} — **дополнительный минор** элемента a_{12} и M_{13} — **дополнительный минор** элемента a_{13} .

V.2.4. Предвкусение: дополнительный минор и алгебраическое дополнение

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12} \left(- \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \right) + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

Детерминант, обозначенный нами через M_{11} получен из исходного детерминанта вычеркиванием первой строки и первого столбца. Он называется **дополнительным минором** элемента a_{11} .

Аналогично M_{12} — **дополнительный минор** элемента a_{12} и M_{13} — **дополнительный минор** элемента a_{13} .

Алгебраическое дополнение A_{ij} может отличаться от дополнительного минора M_{ij} только знаком: $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$.

V.2.4. Предвкусение: дополнительный минор и алгебраическое дополнение

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \underbrace{\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A_{11}=M_{11}} + a_{12} \left(- \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \right) + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

Детерминант, обозначенный нами через M_{11} получен из исходного детерминанта вычеркиванием первой строки и первого столбца. Он называется **дополнительным минором** элемента a_{11} .

Аналогично M_{12} — **дополнительный минор** элемента a_{12} и M_{13} — **дополнительный минор** элемента a_{13} .

Алгебраическое дополнение A_{ij} может отличаться от дополнительного минора M_{ij} только знаком: $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$.

V.2.4. Предвкусение: дополнительный минор и алгебраическое дополнение

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12} \underbrace{\left(- \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \right)}_{A_{12} = -M_{12}} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

Детерминант, обозначенный нами через M_{11} получен из исходного детерминанта вычеркиванием первой строки и первого столбца. Он называется **дополнительным минором** элемента a_{11} .

Аналогично M_{12} — **дополнительный минор** элемента a_{12} и M_{13} — **дополнительный минор** элемента a_{13} .

Алгебраическое дополнение A_{ij} может отличаться от дополнительного минора M_{ij} только знаком: $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$.

V.2.4. Предвкусение: дополнительный минор и алгебраическое дополнение

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12} \left(- \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \right) + a_{13} \underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}}_{A_{13}=M_{13}}.$$

Детерминант, обозначенный нами через M_{11} получен из исходного детерминанта вычеркиванием первой строки и первого столбца. Он называется **дополнительным минором** элемента a_{11} .

Аналогично M_{12} — **дополнительный минор** элемента a_{12} и M_{13} — **дополнительный минор** элемента a_{13} .

Алгебраическое дополнение A_{ij} может отличаться от дополнительного минора M_{ij} только знаком: $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$.

V.2.5. Индуктивное определение детерминанта

Определение 22. Назовём детерминантом (определителем) матрицы $\mathbf{A}_{n \times n}$ число $\det(\mathbf{A})$, определяемое индуктивно:

База: для матрицы $\mathbf{A}_{1 \times 1} = (a)$ положим $\det(a) = a$;

Шаг: Пусть $\det$ определен для всех матриц размерности $m \times m$, где $m < n$. Тогда для матрицы $\mathbf{A}_{n \times n}$ положим

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{1j} A_{1j}, \quad (7)$$

где A_{ij} — алгебраическое дополнение к элементу, стоящему в i -той строке и j -том столбце матрицы $\mathbf{A}$, определяемое формулой $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$, где M_{ij} — это детерминант матрицы, полученной из $\mathbf{A}$ вычеркиванием i -той строки и j -го столбца, называемый **дополнительным минором** элемента a_{ij} . Число n называется **порядком определителя** (детерминанта) $\det(\mathbf{A})$.

V.2.5. Формулировка индуктивного определения детерминанта

Для обозначения $\det(\mathbf{A})$ используется также запись матрицы $\mathbf{A}$ в прямых, а не круглых скобках. Например,

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} =$$

V.2.5. Формулировка индуктивного определения детерминанта

Для обозначения $\det(\mathbf{A})$ используется также запись матрицы $\mathbf{A}$ в прямых, а не круглых скобках. Например,

$$\begin{aligned}\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \\ &= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} a_{22} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} a_{21} =\end{aligned}$$

V.2.5. Формулировка индуктивного определения детерминанта

Для обозначения $\det(\mathbf{A})$ используется также запись матрицы $\mathbf{A}$ в прямых, а не круглых скобках. Например,

$$\begin{aligned}\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \\ &= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} a_{22} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} a_{21} = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}.\end{aligned}$$

Рассмотреть пример?

V.3. Свойства детерминанта

Рассмотрим основные свойства детерминанта.

V.3.1. «Равноправие строк и столбцов»

Теорема **2**. $\det(\mathbf{A}^t) = \det(\mathbf{A})$, *m.e.*

$$\det \mathbf{A} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}. \quad (8)$$

V.3.1. «Равноправие строк и столбцов»

Теорема **2**. $\det(\mathbf{A}^t) = \det(\mathbf{A})$, *m.e.*

$$\det \mathbf{A} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}. \quad (8)$$

Доказательство. $\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{1+j} M_{1j} =$

V.3.1. «Равноправие строк и столбцов»

Теорема **2**. $\det(\mathbf{A}^t) = \det(\mathbf{A})$, *m.e.*

$$\det \mathbf{A} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}. \quad (8)$$

Доказательство. $\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{1+j} M_{1j} =$

$$= a_{11} M_{11} + \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{1+j} \sum_{i=2}^n$$

V.3.1. «Равноправие строк и столбцов»

Теорема **2**. $\det(\mathbf{A}^t) = \det(\mathbf{A})$, *m.e.*

$$\det \mathbf{A} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}. \quad (8)$$

Доказательство. $\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{1+j} M_{1j} =$

$$= a_{11} M_{11} + \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{1+j} \sum_{i=2}^n a_{i1}$$

V.3.1. «Равноправие строк и столбцов»

Теорема **2**. $\det(\mathbf{A}^t) = \det(\mathbf{A})$, *m.e.*

$$\det \mathbf{A} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}. \quad (8)$$

Доказательство. $\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{1+j} M_{1j} =$

$$= a_{11} M_{11} + \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{1+j} \sum_{i=2}^n a_{i1} M_{\{1,j\},\{i,1\}} =$$

V.3.1. «Равноправие строк и столбцов»

Теорема **2**. $\det(\mathbf{A}^t) = \det(\mathbf{A})$, *m.e.*

$$\det \mathbf{A} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}. \quad (8)$$

Доказательство. $\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{1+j} M_{1j} =$

$$= a_{11} M_{11} + \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{1+j} \sum_{i=2}^n a_{i1} (-1)^{\underbrace{(i-1)+1}_{\substack{\text{в миноре } M_{1j} \\ \text{нумерация строк} \\ \text{начинается с 2}}} M_{\{1,j\},\{i,1\}} =$$

V.3.1. «Равноправие строк и столбцов»

Теорема **2**. $\det(\mathbf{A}^t) = \det(\mathbf{A})$, *m.e.*

$$\det \mathbf{A} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}. \quad (8)$$

Доказательство. $\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{1+j} M_{1j} =$

$$= a_{11} M_{11} + \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{1+j} \sum_{i=2}^n a_{i1} (-1)^{(i-1)+1} M_{\{1,j\},\{i,1\}} =$$

Поменяем местами символы суммирования...

V.3.1. «Равноправие строк и столбцов»

Теорема 2. $\det(\mathbf{A}^t) = \det(\mathbf{A})$, *m.e.*

$$\det \mathbf{A} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}. \quad (8)$$

Доказательство. $\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{1+j} M_{1j} =$

$$= a_{11} M_{11} + \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{1+j} \sum_{i=2}^n a_{i1} (-1)^{(i-1)+1} M_{\{1,j\},\{i,1\}} =$$
$$= a_{11} M_{11} + \sum_{i=2}^n a_{i1} \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{i+j+1} M_{\{1,j\},\{i,1\}} =$$

Поменяем местами символы суммирования...

V.3.1. «Равноправие строк и столбцов»

Теорема 2. $\det(\mathbf{A}^t) = \det(\mathbf{A})$, *m.e.*

$$\det \mathbf{A} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}. \quad (8)$$

Доказательство. $\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{1+j} M_{1j} =$

$$= a_{11} M_{11} + \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{1+j} \sum_{i=2}^n a_{i1} (-1)^{(i-1)+1} M_{\{1,j\},\{i,1\}} =$$
$$= a_{11} M_{11} + \sum_{i=2}^n a_{i1} \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{i+j+1} M_{\{1,j\},\{i,1\}} =$$
$$= a_{11} M_{11} + \sum_{i=2}^n a_{i1} (-1)^{i+1} \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{(j-1)+1} M_{\{1,j\},\{i,1\}} =$$

V.3.1. «Равноправие строк и столбцов»

Теорема **2**. $\det(\mathbf{A}^t) = \det(\mathbf{A})$, *m.e.*

$$\det \mathbf{A} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}. \quad (8)$$

Доказательство. $\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{1+j} M_{1j} =$

$$= a_{11} M_{11} + \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{1+j} \sum_{i=2}^n a_{i1} (-1)^{(i-1)+1} M_{\{1,j\},\{i,1\}} =$$
$$= a_{11} M_{11} + \sum_{i=2}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1} =$$
$$= a_{11} M_{11} + \sum_{i=2}^n a_{i1} (-1)^{i+1} \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{(j-1)+1} M_{\{1,j\},\{i,1\}} =$$

V.3.1. «Равноправие строк и столбцов»

Теорема **2**. $\det(\mathbf{A}^t) = \det(\mathbf{A})$, *m.e.*

$$\det \mathbf{A} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}. \quad (8)$$

Доказательство. $\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{1+j} M_{1j} =$

$$= a_{11} M_{11} + \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{1+j} \sum_{i=2}^n a_{i1} (-1)^{(i-1)+1} M_{\{1,j\},\{i,1\}} =$$
$$= a_{11} M_{11} + \sum_{i=2}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1} =$$

V.3.1. «Равноправие строк и столбцов»

Теорема **2**. $\det(\mathbf{A}^t) = \det(\mathbf{A})$, *m.e.*

$$\det \mathbf{A} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}. \quad (8)$$

Доказательство. $\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{1+j} M_{1j} =$

$$= a_{11} M_{11} + \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{1+j} \sum_{i=2}^n a_{i1} (-1)^{(i-1)+1} M_{\{1,j\},\{i,1\}} =$$
$$= a_{11} M_{11} + \sum_{i=2}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1}.$$

V.3.1. «Равноправие строк и столбцов»

Теорема **2**. $\det(\mathbf{A}^t) = \det(\mathbf{A})$, *m.e.*

$$\det \mathbf{A} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}. \quad (8)$$

Доказательство. $\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{1+j} M_{1j} =$

$$= a_{11} M_{11} + \sum_{j=2}^n a_{1j} (-1)^{1+j} \sum_{i=2}^n a_{i1} (-1)^{(i-1)+1} M_{\{1,j\},\{i,1\}} =$$
$$= a_{11} M_{11} + \sum_{i=2}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1} = \sum_{i=1}^n a_{i1} A_{i1}.$$

Теорема доказана.

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij}A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij}A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство.

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Индукция по размерности (напрашивается из определения).

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Для $n = 2$ проверяется непосредственным счетом:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} =$$

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Для $n = 2$ проверяется непосредственным счетом:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Для $n = 2$ проверяется непосредственным счетом:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc = c \cdot \quad + d \cdot$$

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Для $n = 2$ проверяется непосредственным счетом:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc = c \cdot (-1)^{2+1} b + d \cdot (-1)^{2+2} a.$$

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Для $n = 2$ проверяется непосредственным счетом:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc \quad -cb + da = c \cdot (-1)^{2+1}b + d \cdot (-1)^{2+2}a.$$

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Для $n = 2$ проверяется непосредственным счетом:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc = -cb + da = c \cdot (-1)^{2+1}b + d \cdot (-1)^{2+2}a.$$

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Для $n = 2$ проверяется непосредственным счетом:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc = -cb + da = c \cdot (-1)^{2+1}b + d \cdot (-1)^{2+2}a.$$

База индукции доказана.

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

Применим формулу (7)...

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$\det(\mathbf{A}) =$

Применим формулу (7)...

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} =$$

Применим формулу (7)...

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} =$$

Номера строк и столбцов								
в исходной матрице:		1	...	$j - 1$	j	$j + 1$	...	n
после «вычеркивания»:		—						
1	—	~~a_{11}~~	...	~~$a_{1,j-1}$~~	~~a_{1j}~~	~~$a_{1,j+1}$~~	...	~~a_{1n}~~
2		a_{21}	...	$a_{2,j-1}$	~~a_{2j}~~	$a_{2,j+1}$	...	a_{2n}
3		a_{31}	...	$a_{3,j-1}$	~~a_{3j}~~	$a_{3,j+1}$	...	a_{3n}
...		...						
n		a_{n1}	...	$a_{n,j-1}$	~~a_{nj}~~	$a_{n,j+1}$	...	a_{nn}
в исходной матрице	после «вычеркивания»	Коэффициенты матрицы A						

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij}A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij}A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{1j}(-1)^{j+1}M_{1j} =$$

Номера строк и столбцов								
в исходной матрице:		1	...	$j - 1$	j	$j + 1$	...	n
после «вычеркивания»:					—			
1	—	~~a_{11}~~	...	~~$a_{1,j-1}$~~	~~a_{1j}~~	~~$a_{1,j+1}$~~	...	~~a_{1n}~~
2		a_{21}	...	$a_{2,j-1}$	~~a_{2j}~~	$a_{2,j+1}$	...	a_{2n}
3		a_{31}	...	$a_{3,j-1}$	~~a_{3j}~~	$a_{3,j+1}$	...	a_{3n}
...					...			
n		a_{n1}	...	$a_{n,j-1}$	~~a_{nj}~~	$a_{n,j+1}$	...	a_{nn}
в исходной матрице	после «вычеркивания»	Коэффициенты матрицы A						

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij}A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij}A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{1j}(-1)^{j+1}M_{1j} =$$

Номера строк и столбцов								
в исходной матрице:		1	...	$j - 1$	j	$j + 1$	...	n
после «вычеркивания»:		1	...	$j - 1$	—			
1	—	~~a_{11}~~	...	~~$a_{1,j-1}$~~	~~a_{1j}~~	~~$a_{1,j+1}$~~	...	~~a_{1n}~~
2		a_{21}	...	$a_{2,j-1}$	~~a_{2j}~~	$a_{2,j+1}$	...	a_{2n}
3		a_{31}	...	$a_{3,j-1}$	~~a_{3j}~~	$a_{3,j+1}$	...	a_{3n}
...					...			
n		a_{n1}	...	$a_{n,j-1}$	~~a_{nj}~~	$a_{n,j+1}$	...	a_{nn}
в исходной матрице	после «вычеркивания»	Коэффициенты матрицы A						

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij}A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij}A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{1j}(-1)^{j+1}M_{1j} =$$

Номера строк и столбцов								
в исходной матрице:		1	...	$j - 1$	j	$j + 1$	...	n
после «вычеркивания»:		1	...	$j - 1$	—	j	...	
1	—	~~a_{11}~~	...	~~$a_{1,j-1}$~~	~~a_{1j}~~	~~$a_{1,j+1}$~~	...	~~a_{1n}~~
2		a_{21}	...	$a_{2,j-1}$	~~a_{2j}~~	$a_{2,j+1}$	...	a_{2n}
3		a_{31}	...	$a_{3,j-1}$	~~a_{3j}~~	$a_{3,j+1}$	...	a_{3n}
...					...			
n		a_{n1}	...	$a_{n,j-1}$	~~a_{nj}~~	$a_{n,j+1}$	...	a_{nn}
в исходной матрице	после «вычеркивания»	Коэффициенты матрицы A						

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij}A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij}A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{1j}(-1)^{j+1}M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1}a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik}(-1)^{(i-1)+k}M_{\{1i\},\{kj\}} + \right.$$

Номера строк и столбцов								
в исходной матрице:		1	...	$j-1$	j	$j+1$	...	n
после «вычеркивания»:		1	...	$j-1$	—	j	...	$n-1$
1	—	~~a_{11}~~	...	~~$a_{1,j-1}$~~	~~a_{1j}~~	~~$a_{1,j+1}$~~	...	~~a_{1n}~~
2	1	a_{21}	...	$a_{2,j-1}$	~~a_{2j}~~	$a_{2,j+1}$	...	a_{2n}
3	2	a_{31}	...	$a_{3,j-1}$	~~a_{3j}~~	$a_{3,j+1}$	...	a_{3n}
...	...				...			
n	$n-1$	a_{n1}	...	$a_{n,j-1}$	~~a_{nj}~~	$a_{n,j+1}$	...	a_{nn}
в исходной матрице	после «вычеркивания»	Коэффициенты матрицы A						

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij}A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij}A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j}(-1)^{j+1}M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1}a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik}(-1)^{(i-1)+k}M_{\{1i\},\{kj\}} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=j+1}^n a_{ik}(-1)^{(i-1)+(k-1)}M_{\{1i\},\{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k}a_{1j}a_{ik}M_{\{1i\},\{kj\}} + \\ &\quad + \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k}a_{1j}a_{ik}M_{\{1i\},\{jk\}} \end{aligned}$$

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \end{aligned}$$

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \end{aligned}$$

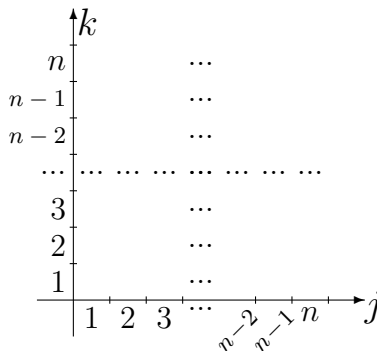
Поменяем местами символы суммирования...

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij}A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij}A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j}(-1)^{j+1}M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1}a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik}(-1)^{(i-1)+k}M_{\{1i\},\{kj\}} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=j+1}^n a_{ik}(-1)^{(i-1)+(k-1)}M_{\{1i\},\{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k}a_{1j}a_{ik}M_{\{1i\},\{kj\}} + \\ &\quad + \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1}a_{1j}a_{ik}M_{\{1i\},\{jk\}} = \end{aligned}$$

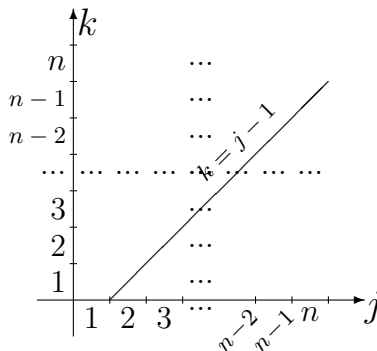


V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \end{aligned}$$

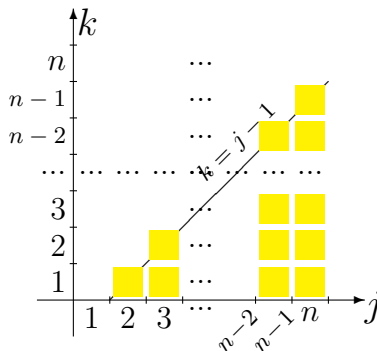


V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \end{aligned}$$

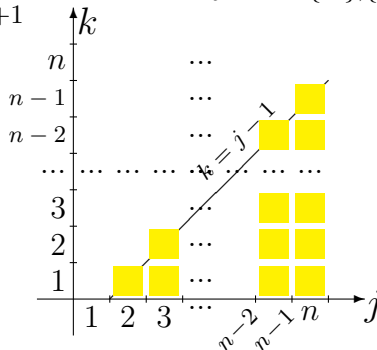


V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \end{aligned}$$

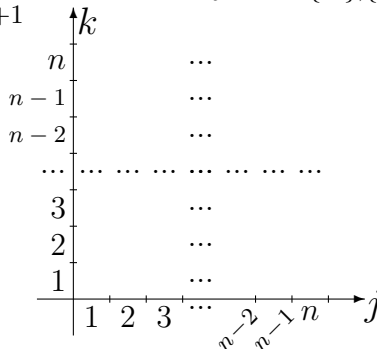


V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \end{aligned}$$

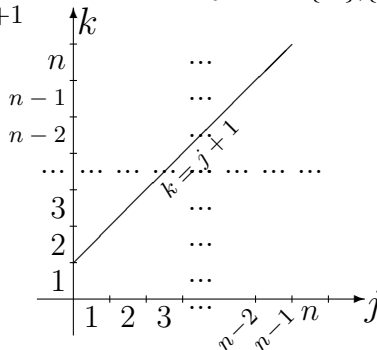


V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \end{aligned}$$

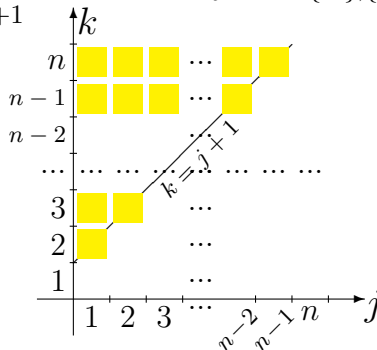


V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \end{aligned}$$

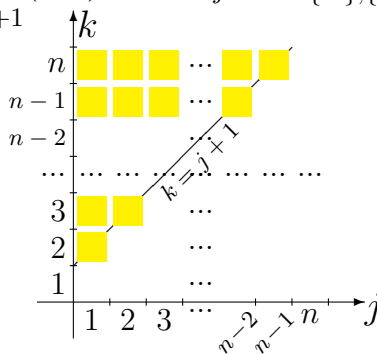


V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{k=2}^n \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \end{aligned}$$



V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{k=2}^n \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} a_{ik} (-1)^{i+k} \sum_{j=k+1}^n (-1)^j a_{1j} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \end{aligned}$$

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{k=2}^n \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} a_{ik} (-1)^{i+k} \sum_{j=k+1}^n (-1)^j a_{1j} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{k=2}^n a_{ik} (-1)^{i+k} \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{j-1} a_{1j} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \end{aligned}$$

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &\quad + \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &\quad + \sum_{k=2}^n \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} a_{ik} (-1)^{i+k} \sum_{j=k+1}^n (-1)^j a_{1j} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &\quad + \sum_{k=2}^n a_{ik} (-1)^{i+k} \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{j-1} a_{1j} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^n a_{ik} (-1)^{i+k} M_{ik} = \end{aligned}$$

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{k=2}^n \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} a_{ik} (-1)^{i+k} \sum_{j=k+1}^n (-1)^j a_{1j} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{k=2}^n a_{ik} (-1)^{i+k} \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{j-1} a_{1j} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^n a_{ik} (-1)^{i+k} M_{ik} = \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{ik}. \end{aligned}$$

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Пусть $n > 2$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &\quad + \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &\quad + \sum_{k=2}^n \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} a_{ik} (-1)^{i+k} \sum_{j=k+1}^n (-1)^j a_{1j} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &\quad + \sum_{k=2}^n a_{ik} (-1)^{i+k} \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{j-1} a_{1j} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^n a_{ik} (-1)^{i+k} M_{ik} = \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{ik}. \end{aligned}$$

Шаг индукции доказан. Первое равенство в (9) доказано.

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство. Аналогично, по теореме о равноправии строк и столбцов, доказывается второе равенство в (9).

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^n a_{1j} (-1)^{j+1} M_{1j} = \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} a_{1j} \left(\sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} (-1)^{(i-1)+k} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \right. \\ &+ \left. \sum_{k=j+1}^n a_{ik} (-1)^{(i-1)+(k-1)} M_{\{1i\}, \{jk\}} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=j+1}^n (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n (-1)^{i+j+k} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{k=2}^n \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{i+j+k-1} a_{1j} a_{ik} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^{n-1} a_{ik} (-1)^{i+k} \sum_{j=k+1}^n (-1)^j a_{1j} M_{\{1i\}, \{kj\}} + \\ &+ \sum_{k=2}^n a_{ik} (-1)^{i+k} \sum_{j=1}^{k-1} (-1)^{j-1} a_{1j} M_{\{1i\}, \{jk\}} = \sum_{k=1}^n a_{ik} (-1)^{i+k} M_{ik} = \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{ik}. \end{aligned}$$

Шаг индукции доказан. Первое равенство в (9) доказано.

V.3.2. Разложение по любой строке или столбцу

Теорема 3. $\det(\mathbf{A}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}. \quad (9)$

Доказательство.

Рассмотрим пример?

V.3.3. Минор, дополнительный к минору

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & -1 & -1 & 3 \\ -1 & 5 & 7 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим минор, построенный на строках с номерами 1 и 4

V.3.3. Минор, дополнительный к минору

$$\begin{pmatrix} \boxed{\begin{array}{ccccc} 3 & 2 & 1 & -2 & 4 \end{array}} \\ 4 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & -1 & -1 & 3 \\ \boxed{\begin{array}{ccccc} -1 & 5 & 7 & 5 & -1 \end{array}} \\ -3 & 3 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим минор, построенный на строках с номерами 1 и 4

V.3.3. Минор, дополнительный к минору

$$\begin{pmatrix} \boxed{\begin{array}{ccccc} 3 & 2 & 1 & -2 & 4 \end{array}} \\ 4 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & -1 & -1 & 3 \\ \boxed{\begin{array}{ccccc} -1 & 5 & 7 & 5 & -1 \end{array}} \\ -3 & 3 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим минор, построенный на строках с номерами 1 и 4 и столбцах с номерами 2 и 5:

V.3.3. Минор, дополнительный к минору

$$\begin{pmatrix} \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 3 & 2 & 1 & -2 & 4 \\ \hline 4 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 2 & -2 & -1 & -1 & 3 \\ \hline -1 & 5 & 7 & 5 & -1 \\ \hline -3 & 3 & 2 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} \end{pmatrix}$$

Рассмотрим минор, построенный на строках с номерами 1 и 4 и столбцах с номерами 2 и 5:

V.3.3. Минор, дополнительный к минору

$$\begin{pmatrix} \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 3 & \mathbf{2} & 1 & -2 & \mathbf{4} \\ \hline 4 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 2 & -2 & -1 & -1 & 3 \\ \hline -1 & \mathbf{5} & 7 & 5 & \mathbf{-1} \\ \hline -3 & 3 & 2 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} \end{pmatrix}$$

Рассмотрим минор, построенный на строках с номерами 1 и 4 и столбцах с номерами 2 и 5:

$$M_{\{1; 4\}, \{2; 5\}} = \begin{vmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{4} \\ \mathbf{5} & \mathbf{-1} \end{vmatrix},$$

V.3.3. Минор, дополнительный к минору

$$\begin{pmatrix} \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 3 & \mathbf{2} & 1 & -2 & \mathbf{4} \\ \hline 4 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 2 & -2 & -1 & -1 & 3 \\ \hline -1 & \mathbf{5} & 7 & 5 & \mathbf{-1} \\ \hline -3 & 3 & 2 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} \end{pmatrix}$$

Рассмотрим минор, построенный на строках с номерами 1 и 4 и столбцах с номерами 2 и 5:

$$M_{\{1; 4\}, \{2; 5\}} = \begin{vmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{4} \\ \mathbf{5} & \mathbf{-1} \end{vmatrix},$$

Минор построенный на остальных строках и столбцах,
т.е.

V.3.3. Минор, дополнительный к минору

3	2	1	-2	4
4	1	0	1	1
2	-2	-1	-1	3
-1	5	7	5	-1
-3	3	2	3	2

Рассмотрим минор, построенный на строках с номерами 1 и 4 и столбцах с номерами 2 и 5:

$$M_{\{1; 4\}, \{2; 5\}} = \begin{vmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{4} \\ \mathbf{5} & \mathbf{-1} \end{vmatrix},$$

Минор построенный на остальных строках и столбцах, т.е. $M_{\{2; 3; 5\}, \{1; 3; 4\}},$

V.3.3. Минор, дополнительный к минору

$$\begin{pmatrix} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & \mathbf{2} & 1 & -2 \\ \hline \mathbf{4} & 1 & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline \mathbf{2} & -2 & -\mathbf{1} & -\mathbf{1} \\ \hline -1 & \mathbf{5} & 7 & 5 \\ \hline -\mathbf{3} & 3 & \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{4} \\ \hline 1 \\ \hline 3 \\ \hline -\mathbf{1} \\ \hline 2 \\ \hline \end{array} \end{pmatrix}$$

Рассмотрим минор, построенный на строках с номерами 1 и 4 и столбцах с номерами 2 и 5:

$$M_{\{1; 4\}, \{2; 5\}} = \begin{vmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{4} \\ \mathbf{5} & -\mathbf{1} \end{vmatrix},$$

Минор построенный на остальных строках и столбцах, т.е. $M_{\{2; 3; 5\}, \{1; 3; 4\}},$

V.3.3. Минор, дополнительный к минору

$$\begin{pmatrix} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & \mathbf{2} & 1 & -2 \\ \hline \mathbf{4} & 1 & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline \mathbf{2} & -2 & \mathbf{-1} & \mathbf{-1} \\ \hline -1 & \mathbf{5} & 7 & 5 \\ \hline \mathbf{-3} & 3 & \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{4} \\ \hline 1 \\ \hline 3 \\ \hline \mathbf{-1} \\ \hline 2 \\ \hline \end{array} \end{pmatrix}$$

Рассмотрим минор, построенный на строках с номерами 1 и 4 и столбцах с номерами 2 и 5:

$$M_{\{1; 4\}, \{2; 5\}} = \begin{vmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{4} \\ \mathbf{5} & \mathbf{-1} \end{vmatrix}, \quad M_{\{2; 3; 5\}, \{1; 3; 4\}} = \begin{vmatrix} \mathbf{4} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \end{vmatrix}.$$

Минор построенный на остальных строках и столбцах,
т.е. $M_{\{2; 3; 5\}, \{1; 3; 4\}},$

V.3.3. Минор, дополнительный к минору

$$\begin{pmatrix} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & \mathbf{2} & 1 & -2 \\ \hline \mathbf{4} & 1 & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline \mathbf{2} & -2 & \mathbf{-1} & \mathbf{-1} \\ \hline -1 & \mathbf{5} & 7 & 5 \\ \hline \mathbf{-3} & 3 & \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{4} \\ \hline 1 \\ \hline 3 \\ \hline \mathbf{-1} \\ \hline 2 \\ \hline \end{array} \end{pmatrix}$$

Рассмотрим минор, построенный на строках с номерами 1 и 4 и столбцах с номерами 2 и 5:

$$M_{\{1; 4\}, \{2; 5\}} = \begin{vmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{4} \\ \mathbf{5} & \mathbf{-1} \end{vmatrix}, \quad M_{\{2; 3; 5\}, \{1; 3; 4\}} = \begin{vmatrix} \mathbf{4} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \end{vmatrix}.$$

Минор построенный на остальных строках и столбцах,

т.е. $M_{\{2; 3; 5\}, \{1; 3; 4\}}$, называется

минором, дополнительным к $M_{\{1; 4\}, \{2; 5\}}$.

V.3.3. Минор, дополнительный к минору

Определение 23. Пусть $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$,
 $1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_k \leq n$, $1 \leq p_1 < p_2 < \dots < p_{n-k} \leq n$,
 $1 \leq q_1 < q_2 < \dots < q_{n-k} \leq n$,
причем $\{p_1; \dots; p_{n-k}\} = \{1; 2; \dots; n\} \setminus \{i_1; \dots; i_k\}$,
 $\{q_1; \dots; q_{n-k}\} = \{1; 2; \dots; n\} \setminus \{j_1; \dots; j_k\}$.

Тогда минор $M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}$, построенный на строках с номерами $p_1, \dots, p_{n-k}$ и столбцах с номерами $q_1, \dots, q_{n-k}$, называется **дополнительным** к минору $M_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}}$, построенному на строках с номерами $i_1, \dots, i_k$ и столбцах с номерами $j_1, \dots, j_k$.

V.4. Алгебраическое дополнение к минору

Определение **24.** В обозначениях **определения 23** алгебраическим дополнением к минору называется число

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{i_1 + \dots + i_k + j_1 + \dots + j_k} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

V.4. Алгебраическое дополнение к минору

Определение **24.** В обозначениях **определения 23** алгебраическим дополнением к минору называется число

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{i_1 + \dots + i_k + j_1 + \dots + j_k} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

Нетрудно понять, что

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{p_1 + \dots + p_{n-k} + q_1 + \dots + q_{n-k}} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

V.4. Алгебраическое дополнение к минору

Определение **24.** В обозначениях **определения 23** алгебраическим дополнением к минору называется число

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{i_1 + \dots + i_k + j_1 + \dots + j_k} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

Нетрудно понять, что

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{p_1 + \dots + p_{n-k} + q_1 + \dots + q_{n-k}} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

В самом деле,

$$(-1)^{p_1 + \dots + p_{n-k} + q_1 + \dots + q_{n-k}} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} =$$

V.4. Алгебраическое дополнение к минору

Определение 24. В обозначениях **определения 23** алгебраическим дополнением к минору называется число

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{i_1 + \dots + i_k + j_1 + \dots + j_k} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

Нетрудно понять, что

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{p_1 + \dots + p_{n-k} + q_1 + \dots + q_{n-k}} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

В самом деле,

$$\begin{aligned} & (-1)^{p_1 + \dots + p_{n-k} + q_1 + \dots + q_{n-k}} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \\ & = (-1)^{(n-i_1) + \dots + (n-i_k) + (n-j_1) + \dots + (n-j_k)} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \end{aligned}$$

V.4. Алгебраическое дополнение к минору

Определение 24. В обозначениях **определения 23** алгебраическим дополнением к минору называется число

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{i_1 + \dots + i_k + j_1 + \dots + j_k} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

Нетрудно понять, что

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{p_1 + \dots + p_{n-k} + q_1 + \dots + q_{n-k}} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

В самом деле,

$$\begin{aligned} & (-1)^{p_1 + \dots + p_{n-k} + q_1 + \dots + q_{n-k}} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \\ & = (-1)^{(n-i_1) + \dots + (n-i_k) + (n-j_1) + \dots + (n-j_k)} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \\ & = (-1)^{nk + nk} (-1)^{-i_1 - \dots - i_k - j_1 - \dots - j_k} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \end{aligned}$$

V.4. Алгебраическое дополнение к минору

Определение 24. В обозначениях **определения 23** алгебраическим дополнением к минору называется число

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{i_1 + \dots + i_k + j_1 + \dots + j_k} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

Нетрудно понять, что

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{p_1 + \dots + p_{n-k} + q_1 + \dots + q_{n-k}} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

В самом деле,

$$\begin{aligned} & (-1)^{p_1 + \dots + p_{n-k} + q_1 + \dots + q_{n-k}} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \\ & = (-1)^{(n-i_1) + \dots + (n-i_k) + (n-j_1) + \dots + (n-j_k)} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \\ & = (-1)^{nk + nk} (-1)^{-i_1 - \dots - i_k - j_1 - \dots - j_k} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \end{aligned}$$

Число $-i_1 - \dots - i_k - j_1 - \dots - j_k$ является чётным тогда и только тогда число $i_1 + \dots + i_k + j_1 + \dots + j_k$ — чётное.

V.4. Алгебраическое дополнение к минору

Определение 24. В обозначениях **определения 23** алгебраическим дополнением к минору называется число

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{i_1 + \dots + i_k + j_1 + \dots + j_k} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

Нетрудно понять, что

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{p_1 + \dots + p_{n-k} + q_1 + \dots + q_{n-k}} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

В самом деле,

$$\begin{aligned} & (-1)^{p_1 + \dots + p_{n-k} + q_1 + \dots + q_{n-k}} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \\ & = (-1)^{(n-i_1) + \dots + (n-i_k) + (n-j_1) + \dots + (n-j_k)} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \\ & = (-1)^{nk + nk} (-1)^{-i_1 - \dots - i_k - j_1 - \dots - j_k} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \\ & = (-1)^{i_1 + \dots + i_k + j_1 + \dots + j_k} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \end{aligned}$$

V.4. Алгебраическое дополнение к минору

Определение 24. В обозначениях **определения 23** алгебраическим дополнением к минору называется число

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{i_1 + \dots + i_k + j_1 + \dots + j_k} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

Нетрудно понять, что

$$A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} = (-1)^{p_1 + \dots + p_{n-k} + q_1 + \dots + q_{n-k}} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}}.$$

В самом деле,

$$\begin{aligned} & (-1)^{p_1 + \dots + p_{n-k} + q_1 + \dots + q_{n-k}} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \\ & = (-1)^{(n-i_1) + \dots + (n-i_k) + (n-j_1) + \dots + (n-j_k)} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \\ & = (-1)^{nk + nk} (-1)^{-i_1 - \dots - i_k - j_1 - \dots - j_k} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \\ & = (-1)^{i_1 + \dots + i_k + j_1 + \dots + j_k} M_{\{p_1; \dots; p_{n-k}\}, \{q_1; \dots; q_{n-k}\}} = \\ & = A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}}, \end{aligned}$$

V.4.1. Теорема Лапласа

Теорема 4. Пусть $\mathbf{A}$ — матрица размерности $n \times n$ и $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$. Тогда $\det \mathbf{A}$ равен сумме произведений вида

$$M_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} \cdot A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}},$$

по всем допустимым $j_1; \dots; j_k$, где $1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n$ и $A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}}$ — **алгебраическое дополнение к минору** $M_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}}$.

V.4.1. Теорема Лапласа

Теорема 4. Пусть $\mathbf{A}$ — матрица размерности $n \times n$ и $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$. Тогда $\det \mathbf{A}$ равен сумме произведений вида

$$M_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}} \cdot A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}},$$

по всем допустимым $j_1; \dots; j_k$, где $1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n$ и $A_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}}$ — **алгебраическое дополнение к минору** $M_{\{i_1; \dots; i_k\}, \{j_1; \dots; j_k\}}$.

Доказательство этой теоремы мы приводить не будем.

Рассмотрим пример?

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство.

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. **Индукция** по размерности (напрашивается из **определения**).

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Для $n = 2$ проверяется непосредственным счетом:

$$\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} =$$

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Для $n = 2$ проверяется непосредственным счетом:

$$\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}.$$

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Для $n = 2$ проверяется непосредственным счетом:

$$\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} = bc - ad \qquad - \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}.$$

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Для $n = 2$ проверяется непосредственным счетом:

$$\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} = bc - ad \quad - (ad - bc) = - \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}.$$

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Для $n = 2$ проверяется непосредственным счетом:

$$\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} = bc - ad = -(ad - bc) = -\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}.$$

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Для $n = 2$ проверяется непосредственным счетом:

$$\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} = bc - ad = -(ad - bc) = -\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}.$$

База индукции доказана.

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Пусть $n \geq 3$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Пусть $n \geq 3$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

Допустим, матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ перестановкой i -й и j -й строк.

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Пусть $n \geq 3$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

Допустим, матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ перестановкой i -й и j -й строк. В силу $n \geq 3$, то найдётся номер $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, отличный от i и от j .

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Пусть $n \geq 3$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

Допустим, матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ перестановкой i -й и j -й строк. В силу $n \geq 3$, то найдётся номер $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, отличный от i и от j .

Согласно **теореме о разложении по любой строке или столбцу...**

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Пусть $n \geq 3$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

Допустим, матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ перестановкой i -й и j -й строк. В силу $n \geq 3$, то найдётся номер $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, отличный от i и от j .

$$\det(\mathbf{A}) =$$

Согласно **теореме о разложении по любой строке или столбцу...**

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Пусть $n \geq 3$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

Допустим, матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ перестановкой i -й и j -й строк. В силу $n \geq 3$, то найдётся номер $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, отличный от i и от j .

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} M_{kp}^{\mathbf{A}} =$$

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Пусть $n \geq 3$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

Допустим, матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ перестановкой i -й и j -й строк. В силу $n \geq 3$, то найдётся номер $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, отличный от i и от j .

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} M_{kp}^{\mathbf{A}} =$$

Обозначим через $M_{kp}^{\mathbf{B}}$ дополнительный минор матрицы $\mathbf{B}$, т.е. минор, полученный из $M_{kp}^{\mathbf{A}}$ перестановкой строк, имевших в матрице $\mathbf{A}$ номера i и j .

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Пусть $n \geq 3$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

Допустим, матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ перестановкой i -й и j -й строк. В силу $n \geq 3$, то найдётся номер $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, отличный от i и от j .

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} M_{kp}^{\mathbf{A}} =$$

Обозначим через $M_{kp}^{\mathbf{B}}$ дополнительный минор матрицы $\mathbf{B}$.

По предположению индукции $M_{kp}^{\mathbf{A}} = -M_{kp}^{\mathbf{B}}$.

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Пусть $n \geq 3$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

Допустим, матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ перестановкой i -й и j -й строк. В силу $n \geq 3$, то найдётся номер $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, отличный от i и от j .

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} M_{kp}^{\mathbf{A}} = \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} (-M_{kp}^{\mathbf{B}}) =$$

Обозначим через $M_{kp}^{\mathbf{B}}$ дополнительный минор матрицы $\mathbf{B}$.

По предположению индукции $M_{kp}^{\mathbf{A}} = -M_{kp}^{\mathbf{B}}$.

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Пусть $n \geq 3$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

Допустим, матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ перестановкой i -й и j -й строк. В силу $n \geq 3$, то найдётся номер $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, отличный от i и от j .

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} M_{kp}^{\mathbf{A}} = \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} (-M_{kp}^{\mathbf{B}}) = \\ &= - \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} M_{kp}^{\mathbf{B}} = \end{aligned}$$

Обозначим через $M_{kp}^{\mathbf{B}}$ дополнительный минор матрицы $\mathbf{B}$.

По предположению индукции $M_{kp}^{\mathbf{A}} = -M_{kp}^{\mathbf{B}}$.

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Пусть $n \geq 3$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

Допустим, матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ перестановкой i -й и j -й строк. В силу $n \geq 3$, то найдётся номер $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, отличный от i и от j .

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} M_{kp}^{\mathbf{A}} = \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} (-M_{kp}^{\mathbf{B}}) = \\ &= - \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} M_{kp}^{\mathbf{B}} = -\det(\mathbf{B}). \end{aligned}$$

Обозначим через $M_{kp}^{\mathbf{B}}$ дополнительный минор матрицы $\mathbf{B}$.

По предположению индукции $M_{kp}^{\mathbf{A}} = -M_{kp}^{\mathbf{B}}$.

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Пусть $n \geq 3$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

Допустим, матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ перестановкой i -й и j -й строк. В силу $n \geq 3$, то найдётся номер $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, отличный от i и от j .

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} M_{kp}^{\mathbf{A}} = \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} (-M_{kp}^{\mathbf{B}}) = \\ &= - \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} M_{kp}^{\mathbf{B}} = -\det(\mathbf{B}). \end{aligned}$$

Шаг индукции доказан.

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Пусть $n \geq 3$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

Допустим, матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ перестановкой i -й и j -й строк. В силу $n \geq 3$, то найдётся номер $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, отличный от i и от j .

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} M_{kp}^{\mathbf{A}} = \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} (-M_{kp}^{\mathbf{B}}) = \\ &= - \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} M_{kp}^{\mathbf{B}} = -\det(\mathbf{B}). \end{aligned}$$

Шаг индукции доказан.

Утверждение о результате перестановки строк доказано.

V.4.2. О перестановке строк или столбцов

Теорема 5. *Если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ перестановкой двух строк или двух столбцов, то $\det(\mathbf{B}) = -\det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. Пусть $n \geq 3$ и для размерности, меньшей n , утверждение верно.

Допустим, матрица $\mathbf{B}$ получена из $\mathbf{A}$ перестановкой i -й и j -й строк. В силу $n \geq 3$, то найдётся номер $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, отличный от i и от j .

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{A}) &= \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} M_{kp}^{\mathbf{A}} = \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} (-M_{kp}^{\mathbf{B}}) = \\ &= - \sum_{p=1}^n a_{kp}(-1)^{k+p} M_{kp}^{\mathbf{B}} = -\det(\mathbf{B}). \end{aligned}$$

Шаг индукции доказан.

Утверждение о результате перестановки столбцов доказывается аналогично. Теорема доказана.

V.4.3. Следствие о детерминанте матрицы с одинаковыми строками

Следствие 1. *Если в матрице A есть две одинаковые строки, то $\det(A) = 0$.*

Доказательство.

V.4.3. Следствие о детерминанте матрицы с одинаковыми строками

Следствие 1. *Если в матрице $\mathbf{A}$ есть две одинаковые строки, то $\det(\mathbf{A}) = 0$.*

Доказательство. Пусть в матрице $\mathbf{A}$ равны строки с номерами i и j . Обозначим через $\mathbf{B}$ матрицу, полученную из $\mathbf{A}$ перестановкой строк с номерами i и j .

V.4.3. Следствие о детерминанте матрицы с одинаковыми строками

Следствие 1. *Если в матрице $\mathbf{A}$ есть две одинаковые строки, то $\det(\mathbf{A}) = 0$.*

Доказательство. Пусть в матрице $\mathbf{A}$ равны строки с номерами i и j . Обозначим через $\mathbf{B}$ матрицу, полученную из $\mathbf{A}$ перестановкой строк с номерами i и j .

Поскольку строки с номерами i и j совпадают, то $\mathbf{A} = \mathbf{B}$.

$$\det \mathbf{A} = \det \mathbf{B} =$$

V.4.3. Следствие о детерминанте матрицы с одинаковыми строками

Следствие 1. *Если в матрице $\mathbf{A}$ есть две одинаковые строки, то $\det(\mathbf{A}) = 0$.*

Доказательство. Пусть в матрице $\mathbf{A}$ равны строки с номерами i и j . Обозначим через $\mathbf{B}$ матрицу, полученную из $\mathbf{A}$ перестановкой строк с номерами i и j .

Поскольку строки с номерами i и j совпадают, то $\mathbf{A} = \mathbf{B}$. По **теореме о перестановке строк или столбцов**

$$\det \mathbf{A} = \det \mathbf{B} =$$

V.4.3. Следствие о детерминанте матрицы с одинаковыми строками

Следствие 1. *Если в матрице $\mathbf{A}$ есть две одинаковые строки, то $\det(\mathbf{A}) = 0$.*

Доказательство. Пусть в матрице $\mathbf{A}$ равны строки с номерами i и j . Обозначим через $\mathbf{B}$ матрицу, полученную из $\mathbf{A}$ перестановкой строк с номерами i и j .

Поскольку строки с номерами i и j совпадают, то $\mathbf{A} = \mathbf{B}$. По **теореме о перестановке строк или столбцов**

$$\det \mathbf{A} = \det \mathbf{B} = -\det \mathbf{A}.$$

V.4.3. Следствие о детерминанте матрицы с одинаковыми строками

Следствие 1. *Если в матрице $\mathbf{A}$ есть две одинаковые строки, то $\det(\mathbf{A}) = 0$.*

Доказательство. Пусть в матрице $\mathbf{A}$ равны строки с номерами i и j . Обозначим через $\mathbf{B}$ матрицу, полученную из $\mathbf{A}$ перестановкой строк с номерами i и j .

Поскольку строки с номерами i и j совпадают, то $\mathbf{A} = \mathbf{B}$. По **теореме о перестановке строк или столбцов**

$$\det \mathbf{A} = \det \mathbf{B} = -\det \mathbf{A}.$$

Следовательно, $\det \mathbf{A} = -\det \mathbf{A}$, откуда $2 \det \mathbf{A} = 0$.

V.4.3. Следствие о детерминанте матрицы с одинаковыми строками

Следствие 1. *Если в матрице $\mathbf{A}$ есть две одинаковые строки, то $\det(\mathbf{A}) = 0$.*

Доказательство. Пусть в матрице $\mathbf{A}$ равны строки с номерами i и j . Обозначим через $\mathbf{B}$ матрицу, полученную из $\mathbf{A}$ перестановкой строк с номерами i и j .

Поскольку строки с номерами i и j совпадают, то $\mathbf{A} = \mathbf{B}$. По **теореме о перестановке строк или столбцов**

$$\det \mathbf{A} = \det \mathbf{B} = -\det \mathbf{A}.$$

Следовательно, $\det \mathbf{A} = -\det \mathbf{A}$, откуда $2 \det \mathbf{A} = 0$.

Следствие доказано.

V.4.4. Теорема о линейности «по строке»

Теорема 6. Пусть матрицы A , B и C совпадают, кроме i -той строки, причем $w = \lambda u + \mu v$, где u, v, w - i -тые строки матриц, соответственно, A , B и C . Тогда $\det(C) = \lambda \det(A) + \mu \det(B)$.

V.4.4. Теорема о линейности «по строке»

Теорема 6. Пусть матрицы A , B и C совпадают, кроме i -той строки, причем $w = \lambda u + \mu v$, где u, v, w - i -тые строки матриц, соответственно, A , B и C . Тогда $\det(C) = \lambda \det(A) + \mu \det(B)$.

Таким образом, если $\det$ рассматривать, как функцию от i -той строки матрицы A (то есть предполагается, что аргументы функции $\det$ различаются только i -той строкой), то $\det$ является **линейной функцией**.

Рассмотрим пример?

V.4.4. Теорема о линейности «по строке»

Теорема 6. Пусть матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$ совпадают, кроме i -той строки, причем $w = \lambda u + \mu v$, где u, v, w - i -тые строки матриц, соответственно, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$. Тогда $\det(\mathbf{C}) = \lambda \det(\mathbf{A}) + \mu \det(\mathbf{B})$.

Доказательство. Заметим, что для любого номера j
 $M_{ij}^{\mathbf{A}} = M_{ij}^{\mathbf{B}} = M_{ij}^{\mathbf{C}}$, где $M_{ij}^{\mathbf{A}}, M_{ij}^{\mathbf{B}}, M_{ij}^{\mathbf{C}}$ — дополнительные миноры к элементу i -й строки и j -о столбца матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$ соответственно.

V.4.4. Теорема о линейности «по строке»

Теорема 6. Пусть матрицы A , B и C совпадают, кроме i -той строки, причем $w = \lambda u + \mu v$, где u, v, w - i -тые строки матриц, соответственно, A , B и C . Тогда $\det(C) = \lambda \det(A) + \mu \det(B)$.

Доказательство. Согласно **теореме о разложении детерминанта по любой строке или столбцу**, имеем

$$\det C =$$

V.4.4. Теорема о линейности «по строке»

Теорема 6. Пусть матрицы A , B и C совпадают, кроме i -той строки, причем $w = \lambda u + \mu v$, где u, v, w - i -тые строки матриц, соответственно, A , B и C . Тогда $\det(C) = \lambda \det(A) + \mu \det(B)$.

Доказательство. Согласно **теореме о разложении детерминанта по любой строке или столбцу**, имеем

$$\det C = \sum_{j=1}^n c_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^C =$$

V.4.4. Теорема о линейности «по строке»

Теорема 6. Пусть матрицы A , B и C совпадают, кроме i -той строки, причем $w = \lambda u + \mu v$, где u, v, w - i -тые строки матриц, соответственно, A , B и C . Тогда $\det(C) = \lambda \det(A) + \mu \det(B)$.

Доказательство. Согласно **теореме о разложении детерминанта по любой строке или столбцу**, имеем

$$\det C = \sum_{j=1}^n c_{ij} (-1)^{i+j} M_{ij}^C = \sum_{j=1}^n (\lambda a_{ij} + \mu b_{ij}) (-1)^{i+j} M_{ij}^C =$$

V.4.4. Теорема о линейности «по строке»

Теорема 6. Пусть матрицы A , B и C совпадают, кроме i -той строки, причем $w = \lambda u + \mu v$, где u, v, w - i -тые строки матриц, соответственно, A , B и C . Тогда $\det(C) = \lambda \det(A) + \mu \det(B)$.

Доказательство. Согласно **теореме о разложении детерминанта по любой строке или столбцу**, имеем

$$\begin{aligned}\det C &= \sum_{j=1}^n c_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^C = \sum_{j=1}^n (\lambda a_{ij} + \mu b_{ij}) (-1)^{i+j} M_{ij}^C = \\ &= \lambda \sum_{j=1}^n a_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^C + \mu \sum_{j=1}^n b_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^C =\end{aligned}$$

V.4.4. Теорема о линейности «по строке»

Теорема 6. Пусть матрицы A , B и C совпадают, кроме i -той строки, причем $w = \lambda u + \mu v$, где u, v, w - i -тые строки матриц, соответственно, A , B и C . Тогда $\det(C) = \lambda \det(A) + \mu \det(B)$.

Доказательство. Согласно **теореме о разложении детерминанта по любой строке или столбцу**, имеем

$$\begin{aligned}\det C &= \sum_{j=1}^n c_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^C = \sum_{j=1}^n (\lambda a_{ij} + \mu b_{ij}) (-1)^{i+j} M_{ij}^C = \\ &= \lambda \sum_{j=1}^n a_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^C + \mu \sum_{j=1}^n b_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^C = \\ &= \lambda \sum_{j=1}^n a_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^A + \mu \sum_{j=1}^n b_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^B =\end{aligned}$$

V.4.4. Теорема о линейности «по строке»

Теорема 6. Пусть матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$ совпадают, кроме i -той строки, причем $w = \lambda u + \mu v$, где u, v, w - i -тые строки матриц, соответственно, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$. Тогда $\det(\mathbf{C}) = \lambda \det(\mathbf{A}) + \mu \det(\mathbf{B})$.

Доказательство. Согласно **теореме о разложении детерминанта по любой строке или столбцу**, имеем

$$\begin{aligned}\det \mathbf{C} &= \sum_{j=1}^n c_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^{\mathbf{C}} = \sum_{j=1}^n (\lambda a_{ij} + \mu b_{ij}) (-1)^{i+j} M_{ij}^{\mathbf{C}} = \\ &= \lambda \sum_{j=1}^n a_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^{\mathbf{C}} + \mu \sum_{j=1}^n b_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^{\mathbf{C}} = \\ &= \lambda \sum_{j=1}^n a_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^{\mathbf{A}} + \mu \sum_{j=1}^n b_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^{\mathbf{B}} = \lambda \det \mathbf{A} + \mu \det \mathbf{B}.\end{aligned}$$

V.4.4. Теорема о линейности «по строке»

Теорема 6. Пусть матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$ совпадают, кроме i -той строки, причем $w = \lambda u + \mu v$, где u, v, w - i -тые строки матриц, соответственно, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$. Тогда $\det(\mathbf{C}) = \lambda \det(\mathbf{A}) + \mu \det(\mathbf{B})$.

Доказательство. Согласно **теореме о разложении детерминанта по любой строке или столбцу**, имеем

$$\begin{aligned}\det \mathbf{C} &= \sum_{j=1}^n c_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^{\mathbf{C}} = \sum_{j=1}^n (\lambda a_{ij} + \mu b_{ij}) (-1)^{i+j} M_{ij}^{\mathbf{C}} = \\ &= \lambda \sum_{j=1}^n a_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^{\mathbf{C}} + \mu \sum_{j=1}^n b_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^{\mathbf{C}} = \\ &= \lambda \sum_{j=1}^n a_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^{\mathbf{A}} + \mu \sum_{j=1}^n b_{ij}(-1)^{i+j} M_{ij}^{\mathbf{B}} = \lambda \det \mathbf{A} + \mu \det \mathbf{B}.\end{aligned}$$

Свойство доказано.

V.4.5. Следствие о детерминанте матрицы с пропорциональными строками

Следствие 2. *Если в матрице A есть две пропорциональные строки, то $\det(A) = 0$.*

Доказательство.

V.4.5. Следствие о детерминанте матрицы с пропорциональными строками

Следствие 2. *Если в матрице A есть две пропорциональные строки, то $\det(A) = 0$.*

Доказательство. Это очевидное следствие из **теоремы о линейности «по строке»** и **следствия о детерминанте матрицы с одинаковыми строками**.

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. *Если матрицы A и B совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы B является суммой i -той строки матрицы A и линейной комбинации остальных строк матрицы A , то $\det(B) = \det(A)$.*

Доказательство.

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. *Если матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы $\mathbf{B}$ является суммой i -той строки матрицы $\mathbf{A}$ и линейной комбинации остальных строк матрицы $\mathbf{A}$, то $\det(\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})$.*

Комментарий. В данной теореме речь идет детерминантах матриц, которые отличаются линейной комбинацией строк.

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. *Если матрицы A и B совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы B является суммой i -той строки матрицы A и линейной комбинации остальных строк матрицы A , то $\det(B) = \det(A)$.*

Комментарий. В данной теореме речь идет о детерминантах матриц, которые отличаются линейной комбинацией строк.

Поэтому естественно, что в нашем доказательстве мы будем опираться на **теорему 6 о линейности детерминанта по строке**.

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. Если матрицы A и B совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы B является суммой i -той строки матрицы A и линейной комбинации остальных строк матрицы A , то $\det(B) = \det(A)$.

Комментарий. В данной теореме речь идет детерминантах матриц, которые отличаются линейной комбинацией строк.

Поэтому естественно, что в нашем доказательстве мы будем опираться на **теорему 6 о линейности детерминанта по строке**.

Совершенно естественно, что доказательство теоремы мы начнем с перевода условия и заключения теорем на язык равенств.

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. *Если матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы $\mathbf{B}$ является суммой i -той строки матрицы $\mathbf{A}$ и линейной комбинации остальных строк матрицы $\mathbf{A}$, то $\det(\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})$.*

Доказательство.

Пусть строка U_j с номером i матрицы $\mathbf{B}$ имеет вид...

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. *Если матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы $\mathbf{B}$ является суммой i -той строки матрицы $\mathbf{A}$ и линейной комбинации остальных строк матрицы $\mathbf{A}$, то $\det(\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. $U_i = \sum_{j=1}^n \lambda_j U_j$ т.е.

Пусть строка U_j с номером i матрицы $\mathbf{B}$ имеет вид...

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. *Если матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы $\mathbf{B}$ является суммой i -той строки матрицы $\mathbf{A}$ и линейной комбинации остальных строк матрицы $\mathbf{A}$, то $\det(\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. $U_i = \sum_{j=1}^n \lambda_j U_j$ т.е. $b_{ik} = \sum_{j=1}^n \lambda_j a_{jk}$, где $\lambda_i = 1$.

Пусть строка U_j с номером i матрицы $\mathbf{B}$ имеет вид...

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. *Если матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы $\mathbf{B}$ является суммой i -той строки матрицы $\mathbf{A}$ и линейной комбинации остальных строк матрицы $\mathbf{A}$, то $\det(\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})$.*

Доказательство. $U_i = \sum_{j=1}^n \lambda_j U_j$ т.е. $b_{ik} = \sum_{j=1}^n \lambda_j a_{jk}$, где $\lambda_i = 1$.

Обозначим через $\mathbf{A}_j$ матрицу, полученную из матрицы $\mathbf{A}$ заменой строки с номером i на строку матрицы $\mathbf{A}$ с номером j .

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. Если матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы $\mathbf{B}$ является суммой i -той строки матрицы $\mathbf{A}$ и линейной комбинации остальных строк матрицы $\mathbf{A}$, то $\det(\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})$.

Доказательство. $U_i = \sum_{j=1}^n \lambda_j U_j$ т.е. $b_{ik} = \sum_{j=1}^n \lambda_j a_{jk}$, где $\lambda_i = 1$.

Обозначим через $\mathbf{A}_j$ матрицу, полученную из матрицы $\mathbf{A}$ заменой строки с номером i на строку матрицы $\mathbf{A}$ с номером j .

По теореме о линейности по строке...

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. Если матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы $\mathbf{B}$ является суммой i -той строки матрицы $\mathbf{A}$ и линейной комбинации остальных строк матрицы $\mathbf{A}$, то $\det(\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})$.

Доказательство. $U_i = \sum_{j=1}^n \lambda_j U_j$ т.е. $b_{ik} = \sum_{j=1}^n \lambda_j a_{jk}$, где $\lambda_i = 1$.

$\det(\mathbf{B}) =$

Обозначим через $\mathbf{A}_j$ матрицу, полученную из матрицы $\mathbf{A}$ заменой строки с номером i на строку матрицы $\mathbf{A}$ с номером j .

По теореме о линейности по строке...

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. Если матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы $\mathbf{B}$ является суммой i -той строки матрицы $\mathbf{A}$ и линейной комбинации остальных строк матрицы $\mathbf{A}$, то $\det(\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})$.

Доказательство. $U_i = \sum_{j=1}^n \lambda_j U_j$ т.е. $b_{ik} = \sum_{j=1}^n \lambda_j a_{jk}$, где $\lambda_i = 1$.

$$\det(\mathbf{B}) = \sum_{j=1}^n \lambda_j \det(\mathbf{A}_j) =$$

Обозначим через $\mathbf{A}_j$ матрицу, полученную из матрицы $\mathbf{A}$ заменой строки с номером i на строку матрицы $\mathbf{A}$ с номером j .

По теореме о линейности по строке...

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. Если матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы $\mathbf{B}$ является суммой i -той строки матрицы $\mathbf{A}$ и линейной комбинации остальных строк матрицы $\mathbf{A}$, то $\det(\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})$.

Доказательство. $U_i = \sum_{j=1}^n \lambda_j U_j$ т.е. $b_{ik} = \sum_{j=1}^n \lambda_j a_{jk}$, где $\lambda_i = 1$.

$$\det(\mathbf{B}) = \sum_{j=1}^n \lambda_j \det(\mathbf{A}_j) =$$

Обозначим через $\mathbf{A}_j$ матрицу, полученную из матрицы $\mathbf{A}$ заменой строки с номером i на строку матрицы $\mathbf{A}$ с номером j .

По следствию в детерминанте матрицы с одинаковыми строками...

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. Если матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы $\mathbf{B}$ является суммой i -той строки матрицы $\mathbf{A}$ и линейной комбинации остальных строк матрицы $\mathbf{A}$, то $\det(\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})$.

Доказательство. $U_i = \sum_{j=1}^n \lambda_j U_j$ т.е. $b_{ik} = \sum_{j=1}^n \lambda_j a_{jk}$, где $\lambda_i = 1$.

$$\det(\mathbf{B}) = \sum_{j=1}^n \lambda_j \det(\mathbf{A}_j) =$$

$$= \dots + \lambda_{i-1} \cdot 0 + 1 \cdot \det(\mathbf{A}) + \lambda_{i+1} \cdot 0 + \dots + \lambda_n \cdot 0 =$$

Обозначим через $\mathbf{A}_j$ матрицу, полученную из матрицы $\mathbf{A}$ заменой строки с номером i на строку матрицы $\mathbf{A}$ с номером j .

По следствию в детерминанте матрицы с одинаковыми строками...

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. Если матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы $\mathbf{B}$ является суммой i -той строки матрицы $\mathbf{A}$ и линейной комбинации остальных строк матрицы $\mathbf{A}$, то $\det(\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})$.

Доказательство. $U_i = \sum_{j=1}^n \lambda_j U_j$ т.е. $b_{ik} = \sum_{j=1}^n \lambda_j a_{jk}$, где $\lambda_i = 1$.

$$\begin{aligned}\det(\mathbf{B}) &= \sum_{j=1}^n \lambda_j \det(\mathbf{A}_j) = \\ &= \dots + \lambda_{i-1} \cdot 0 + 1 \cdot \det(\mathbf{A}) + \lambda_{i+1} \cdot 0 + \dots + \lambda_n \cdot 0 = \det(\mathbf{A}).\end{aligned}$$

Обозначим через $\mathbf{A}_j$ матрицу, полученную из матрицы $\mathbf{A}$ заменой строки с номером i на строку матрицы $\mathbf{A}$ с номером j .

По следствию в детерминанте матрицы с одинаковыми строками...

V.4.6. Теорема о комбинации строк и столбцов в $\det$

Теорема 7. Если матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ совпадают, кроме i -той строки, причем i -тая строка матрицы $\mathbf{B}$ является суммой i -той строки матрицы $\mathbf{A}$ и линейной комбинации остальных строк матрицы $\mathbf{A}$, то $\det(\mathbf{B}) = \det(\mathbf{A})$.

Доказательство. $U_i = \sum_{j=1}^n \lambda_j U_j$ т.е. $b_{ik} = \sum_{j=1}^n \lambda_j a_{jk}$, где $\lambda_i = 1$.

$$\begin{aligned}\det(\mathbf{B}) &= \sum_{j=1}^n \lambda_j \det(\mathbf{A}_j) = \\ &= \dots + \lambda_{i-1} \cdot 0 + 1 \cdot \det(\mathbf{A}) + \lambda_{i+1} \cdot 0 + \dots + \lambda_n \cdot 0 = \det(\mathbf{A}).\end{aligned}$$

Теорема доказана.

V.4.7. Критерий вырожденности матрицы

Теорема 8. $\det(A) = 0$ тогда и только тогда, когда одна из строк матрицы A является линейной комбинацией остальных.

Доказательство.

V.4.7. Критерий вырожденности матрицы

Теорема 8. $\det(A) = 0$ тогда и только тогда, когда одна из строк матрицы A является линейной комбинацией остальных.

Доказательство. Проведем только «для достаточности».

V.4.7. Критерий вырожденности матрицы

Теорема 8. $\det(A) = 0$ тогда и только тогда, когда одна из строк матрицы A является линейной комбинацией остальных.

Доказательство.

В силу **теоремы 5 о перестановке двух строк (столбцов) в детерминанте**, не ограничивая общности рассуждений, можно считать, что n -ая строка является линейной комбинацией остальных, т.е. ...

V.4.7. Критерий вырожденности матрицы

Теорема 8. $\det(A) = 0$ тогда и только тогда, когда одна из строк матрицы A является линейной комбинацией остальных.

Доказательство.
$$a_{nj} = \sum_{k=1}^{n-1} \lambda_k a_{kj}.$$

В силу **теоремы 5 о перестановке двух строк (столбцов) в детерминанте**, не ограничивая общности рассуждений, можно считать, что n -ая строка является линейной комбинацией остальных, т.е. ...

V.4.7. Критерий вырожденности матрицы

Теорема 8. $\det(\mathbf{A}) = 0$ тогда и только тогда, когда одна из строк матрицы $\mathbf{A}$ является линейной комбинацией остальных.

Доказательство.
$$a_{nj} = \sum_{k=1}^{n-1} \lambda_k a_{kj}.$$

Тогда, прибавляя к n -ной строке матрицы $\mathbf{A}$ линейную комбинацию остальных строк с коэффициентами, имеющими обратные знаки, получим нулевую строку.

V.4.7. Критерий вырожденности матрицы

Теорема 8. $\det(\mathbf{A}) = 0$ тогда и только тогда, когда одна из строк матрицы $\mathbf{A}$ является линейной комбинацией остальных.

Доказательство.
$$a_{nj} = \sum_{k=1}^{n-1} \lambda_k a_{kj}.$$

Тогда, прибавляя к n -ной строке матрицы $\mathbf{A}$ линейную комбинацию остальных строк с коэффициентами, имеющими обратные знаки, получим нулевую строку.

Согласно **теореме 7 о комбинации строк и столбцов в детерминанте** детерминант при этом не изменится.

V.4.7. Критерий вырожденности матрицы

Теорема 8. $\det(\mathbf{A}) = 0$ тогда и только тогда, когда одна из строк матрицы $\mathbf{A}$ является линейной комбинацией остальных.

Доказательство.
$$a_{nj} = \sum_{k=1}^{n-1} \lambda_k a_{kj}.$$

Тогда, прибавляя к n -ной строке матрицы $\mathbf{A}$ линейную комбинацию остальных строк с коэффициентами, имеющими обратные знаки, получим нулевую строку.

Согласно **теореме 7 о комбинации строк и столбцов в детерминанте** детерминант при этом не изменится.

«Раскрывая» по полученной нулевой строке, получим нулевой детерминант. Достаточность доказана.

V.4.7. Критерий вырожденности матрицы

Теорема 8. $\det(\mathbf{A}) = 0$ тогда и только тогда, когда одна из строк матрицы $\mathbf{A}$ является линейной комбинацией остальных.

Доказательство.
$$a_{nj} = \sum_{k=1}^{n-1} \lambda_k a_{kj}.$$

Тогда, прибавляя к n -ной строке матрицы $\mathbf{A}$ линейную комбинацию остальных строк с коэффициентами, имеющими обратные знаки, получим нулевую строку.

Согласно **теореме 7 о комбинации строк и столбцов в детерминанте** детерминант при этом не изменится.

«Раскрывая» по полученной нулевой строке, получим нулевой детерминант. Достаточность доказана.

Необходимость пока доказывать не будем.

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство. Будем вести **индукцию** по количеству строк матрицы $\mathbf{A}$.

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}.$$

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} =$$

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} =$$

«Раскроем» этот детерминант по первому столбцу, пользуясь **теоремой 3 о разложении детерминанта по строке или столбцу**.

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} =$$

«Раскроем» этот детерминант по первому столбцу, пользуясь **теоремой 3 о разложении детерминанта по строке или столбцу**.

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} =$$

$$\text{По условию} \quad \begin{cases} d_{11} = a_{11}, \\ \dots \\ d_{m1} = a_{m1}, \\ d_{m+1,1} = \dots = d_{m+n,1} = 0. \end{cases}$$

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} =$$

$$\text{По условию} \quad \begin{cases} d_{11} = a_{11}, \\ \dots \\ d_{m1} = a_{m1}, \\ d_{m+1,1} = \dots = d_{m+n,1} = 0. \end{cases}$$

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} =$$

В частности, если $m = 1$, то утверждение доказано, так как в этом случае $a_{11} = \det \mathbf{A}$ и $M_{11}^{\mathbf{D}} = \det \mathbf{C}$.

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} =$$

В частности, если $m = 1$, то утверждение доказано, так как в этом случае $a_{11} = \det \mathbf{A}$ и $M_{11}^{\mathbf{D}} = \det \mathbf{C}$.

База индукции доказана.

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} =$$

В частности, если $m = 1$, то утверждение доказано, так как в этом случае $a_{11} = \det \mathbf{A}$ и $M_{11}^{\mathbf{D}} = \det \mathbf{C}$.

База индукции доказана.

Проведем **шаг индукции**.

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} =$$

Пусть $m > 1$ и утверждение верно для случая, когда число строк матрицы $\mathbf{A}$ меньше m .

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} =$$

$$M_{i1}^{\mathbf{D}} = \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{(m-1) \times (m-1)}^{(i,1)} & \mathbf{B}_{(m-1) \times n}^{(i)} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} =$$

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} =$$

$$M_{i1}^{\mathbf{D}} = \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{(m-1) \times (m-1)}^{(i,1)} & \mathbf{B}_{(m-1) \times n}^{(i)} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} =$$

По **предположению индукции**, так как $(m-1) < m$, для матрицы $M_{i1}^{\mathbf{D}}$ утверждение теоремы верно.

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} =$$

$$M_{i1}^{\mathbf{D}} = \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{(m-1) \times (m-1)}^{(i,1)} & \mathbf{B}_{(m-1) \times n}^{(i)} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det \mathbf{A}_{(m-1) \times (m-1)}^{(i,1)} \cdot \det \mathbf{C}_{n \times n} =$$

По **предположению индукции**, так как $(m-1) < m$, для матрицы $M_{i1}^{\mathbf{D}}$ утверждение теоремы верно.

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} =$$

$$M_{i1}^{\mathbf{D}} = \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{(m-1) \times (m-1)}^{(i,1)} & \mathbf{B}_{(m-1) \times n}^{(i)} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det \mathbf{A}_{(m-1) \times (m-1)}^{(i,1)} \cdot \det \mathbf{C}_{n \times n} = M_{i1}^{\mathbf{A}} \cdot \det \mathbf{C}.$$

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \\ &= \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{A}} \cdot \det \mathbf{C} = \\ M_{i1}^{\mathbf{D}} &= \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{(m-1) \times (m-1)}^{(i,1)} & \mathbf{B}_{(m-1) \times n}^{(i)} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det \mathbf{A}_{(m-1) \times (m-1)}^{(i,1)} \cdot \det \mathbf{C}_{n \times n} = M_{i1}^{\mathbf{A}} \cdot \det \mathbf{C}. \end{aligned}$$

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \\ &= \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{A}} \cdot \det \mathbf{C} = \left(\sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{A}} \right) \det \mathbf{C} = \\ M_{i1}^{\mathbf{D}} &= \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{(m-1) \times (m-1)}^{(i,1)} & \mathbf{B}_{(m-1) \times n}^{(i)} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det \mathbf{A}_{(m-1) \times (m-1)}^{(i,1)} \cdot \det \mathbf{C}_{n \times n} = M_{i1}^{\mathbf{A}} \cdot \det \mathbf{C}. \end{aligned}$$

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \\ &= \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{A}} \cdot \det \mathbf{C} = \left(\sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{A}} \right) \det \mathbf{C} = \det \mathbf{A} \cdot \det \mathbf{C}. \end{aligned}$$

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \\ &= \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{A}} \cdot \det \mathbf{C} = \left(\sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{A}} \right) \det \mathbf{C} = \det \mathbf{A} \cdot \det \mathbf{C}. \end{aligned}$$

Шаг индукции выполнен.

V.4.8. Теорема о детерминанте полураспавшейся матрицы

Теорема 9. Пусть $\mathbf{A}_{m \times m}$ и $\mathbf{C}_{n \times n}$ — квадратные матрицы. Тогда

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}), \quad \det \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{O}_{m \times n} \\ \mathbf{B}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{C}),$$

где $\mathbf{O}_{p \times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$.

Доказательство.

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{m \times m} & \mathbf{B}_{m \times n} \\ \mathbf{O}_{n \times m} & \mathbf{C}_{n \times n} \end{pmatrix}. \quad \det \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{m+n} d_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{D}} = \\ &= \sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{A}} \cdot \det \mathbf{C} = \left(\sum_{i=1}^m a_{i1} (-1)^{i+1} M_{i1}^{\mathbf{A}} \right) \det \mathbf{C} = \det \mathbf{A} \cdot \det \mathbf{C}. \end{aligned}$$

Шаг индукции выполнен.

Теорема доказана.

V.4.9. Следствие о детерминанте треугольной матрицы

Следствие 3. *Детерминант треугольной матрицы равен произведению элементов главной диагонали.*

V.4.9. Следствие о детерминанте треугольной матрицы

Следствие 3. *Детерминант треугольной матрицы равен произведению элементов главной диагонали.*

Доказательство можно ограничить случаем верхней треугольной матрицы в силу **теоремы 2 о равноправии строк и столбцов**.

V.4.9. Следствие о детерминанте треугольной матрицы

Следствие 3. *Детерминант треугольной матрицы равен произведению элементов главной диагонали.*

Доказательство. Применим **индукцию** по числу строк матрицы. Отметим, что случай матрицы размерности 1×1 формально не удовлетворяет утверждению теоремы, поскольку «по здравому смыслу» в произведении не может быть только один сомножитель. Однако в математике обычно используются **правила для символов суммирования и произведения**, что позволяет утверждать, что теорема верна даже для одноэлементной матрицы.

V.4.9. Следствие о детерминанте треугольной матрицы

Следствие 3. *Детерминант треугольной матрицы равен произведению элементов главной диагонали.*

Доказательство. Применим **индукцию** по числу строк матрицы.

«Для очистки совести» рассмотрим также случай матрицы размерности 2×2 :

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{22} \end{vmatrix} =$$

V.4.9. Следствие о детерминанте треугольной матрицы

Следствие 3. *Детерминант треугольной матрицы равен произведению элементов главной диагонали.*

Доказательство. Применим **индукцию** по числу строк матрицы.

«Для очистки совести» рассмотрим также случай матрицы размерности 2×2 :

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - 0 \cdot a_{12} =$$

V.4.9. Следствие о детерминанте треугольной матрицы

Следствие 3. *Детерминант треугольной матрицы равен произведению элементов главной диагонали.*

Доказательство. Применим **индукцию** по числу строк матрицы.

«Для очистки совести» рассмотрим также случай матрицы размерности 2×2 :

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - 0 \cdot a_{12} = a_{11} \cdot a_{22}.$$

База индукции доказана.

V.4.9. Следствие о детерминанте треугольной матрицы

Следствие 3. *Детерминант треугольной матрицы равен произведению элементов главной диагонали.*

Доказательство. Докажем шаг индукции. Пусть n — число строк матрицы $\mathbf{A}$, причем $n > 2$ и для любой треугольной матрицы с числом строк, меньшим n , теорема верна. Тогда по **теореме 9 о детерминанте полураспавшейся матрицы** и предположению индукции имеем

V.4.9. Следствие о детерминанте треугольной матрицы

Следствие 3. *Детерминант треугольной матрицы равен произведению элементов главной диагонали.*

Доказательство.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2,n-1} & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n-1} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{nn} \end{vmatrix} =$$

V.4.9. Следствие о детерминанте треугольной матрицы

Следствие 3. *Детерминант треугольной матрицы равен произведению элементов главной диагонали.*

Доказательство.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2,n-1} & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n-1} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n-1} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{n-1,n-1} \end{vmatrix} \cdot a_{nn} =$$

V.4.9. Следствие о детерминанте треугольной матрицы

Следствие 3. *Детерминант треугольной матрицы равен произведению элементов главной диагонали.*

Доказательство.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2,n-1} & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n-1} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n-1} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{n-1,n-1} \end{vmatrix} \cdot a_{nn} =$$
$$= a_{11} \cdot a_{22} \cdot \dots \cdot a_{nn}.$$

V.4.9. Следствие о детерминанте треугольной матрицы

Следствие 3. *Детерминант треугольной матрицы равен произведению элементов главной диагонали.*

Доказательство.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2,n-1} & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n-1} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{n-1,n-1} \end{vmatrix} \cdot a_{nn} =$$
$$= a_{11} \cdot a_{22} \cdot \dots \cdot a_{nn}.$$

Шаг индукции доказан. Согласно принципу математической индукции утверждение теоремы выполняется для любой треугольной матрицы.

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема **10**. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство.

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема **10**. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. Продемонстрируем на примере матриц размерности 3×3 .

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. Продемонстрируем на примере матриц размерности 3×3 .

Рассмотрим детерминант следующей матрицы.

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема **10**. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство.

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Рассмотрим детерминант следующей матрицы.

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема **10**. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство.

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

По **теореме о детерминанте полураспавшейся матрицы...**

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема **10**. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

По теореме о детерминанте полураспавшейся матрицы...

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема **10**. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

К четвёртой строке прибавим первую, умноженную на a_{11} и воспользуемся **теоремой о комбинации строк и столбцов в $\det$** .

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{11}b_{13} & 0 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

К четвёртой строке прибавим первую, умноженную на a_{11} и воспользуемся **теоремой о комбинации строк и столбцов в $\det$** .

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{11}b_{13} & 0 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

К четвёртой строке прибавим вторую, умноженную на a_{12} и воспользуемся **теоремой о комбинации строк и столбцов в $\det$** .

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} & 0 & 0 & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{11}b_{13} & 0 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

К четвёртой строке прибавим вторую, умноженную на a_{12} и воспользуемся **теоремой о комбинации строк и столбцов в $\det$** .

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} & 0 & 0 & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{11}b_{13} & 0 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

К четвёртой строке прибавим третью, умноженную на a_{13} и воспользуемся **теоремой о комбинации строк и столбцов в $\det$** .

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23} & 0 & 0 & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

К четвёртой строке прибавим третью, умноженную на a_{13} и воспользуемся **теоремой о комбинации строк и столбцов в $\det$** .

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23} & 0 & 0 & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

Проделаем этот же процесс с пятой строкой.

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} & a_{21}b_{13} & 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

Проделаем этот же процесс с пятой строкой.

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} & a_{21}b_{13} & 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

Проделаем этот же процесс с пятой строкой.

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} & a_{21}b_{13} & 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} & 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

Проделаем этот же процесс с пятой строкой.

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \\
 &= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23} & 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =
 \end{aligned}$$

Проделаем этот же процесс с пятой строкой.

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \\
 &= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23} & 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =
 \end{aligned}$$

Продолжаем этот же процесс с шестой строкой.

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \\
 &= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11} & a_{31}b_{12} & a_{31}b_{13} & 0 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =
 \end{aligned}$$

Проделаем этот же процесс с шестой строкой.

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23} & 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11} & a_{31}b_{12} & a_{31}b_{13} & 0 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Продолжаем этот же процесс с шестой строкой.

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23} & 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

Проделаем этот же процесс с шестой строкой.

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23} & 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

По **теореме о линейности «по строке»**...

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$\begin{aligned}
 &= (-1)^3 \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \\
 &= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =
 \end{aligned}$$

По **теореме о линейности «по строке»**...

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$\begin{aligned}
 &= (-1)^3 \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \\
 &= \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & -1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & -1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =
 \end{aligned}$$

Переставим первую и четвертую строки и применим **теорему о перестановке строк или столбцов...**

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$\begin{aligned}
 &= (-1)^3 \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \\
 &= (-1)^4 \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

Переставим первую и четвертую строки и применим **теорему о перестановке строк или столбцов...**

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$\begin{aligned}
 &= (-1)^3 \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \\ a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \\
 &= (-1)^4 \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =
 \end{aligned}$$

Переставим вторую и пятую строки и применим **теорему о перестановке строк или столбцов...**

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$\begin{aligned}
 &= (-1)^5 \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \\
 &= (-1)^4 \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

Переставим вторую и пятую строки и применим **теорему о перестановке строк или столбцов...**

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$\begin{aligned}
 &= (-1)^5 \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \\
 &= (-1)^4 \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

Переставим третью и шестую строки и применим **теорему о перестановке строк или столбцов...**

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$\begin{aligned}
 &= (-1)^5 \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \\
 &= (-1)^6 \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =
 \end{aligned}$$

Переставим третью и шестую строки и применим **теорему о перестановке строк или столбцов...**

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^6 \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^6 \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

По теореме о детерминанте полураспавшейся матрицы...

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

По **теореме о детерминанте полураспавшейся матрицы...**

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} + a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22} + a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} + a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} + a_{23}b_{33} \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22} + a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} + a_{33}b_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

По **определению произведения матриц...**

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}).$$

По **определению произведения матриц...**

V.4.10. Теорема о детерминанте произведения

Теорема 10. $\det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}) = \det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n})$.

Доказательство. $\det(\mathbf{A}_{n \times n}) \det(\mathbf{B}_{n \times n}) =$

$$= \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \det(\mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{B}_{n \times n}). \quad \text{Теорема доказана.}$$

V.4.11. Теорема о разложении детерминанта по «чужой» строке

Теорема **11**. Если $p \neq q$, то $\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = 0$ и $\sum_{i=1}^n a_{ip}A_{iq} = 0$.

Доказательство.

V.4.11. Теорема о разложении детерминанта по «чужой» строке

Теорема 11. Если $p \neq q$, то $\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = 0$ и $\sum_{i=1}^n a_{ip}A_{iq} = 0$.

Доказательство.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{q-1,1} & a_{q-1,2} & \dots & a_{q-1,n} \\ a_{q1} & a_{q2} & \dots & a_{qn} \\ a_{q+1,1} & a_{q+1,2} & \dots & a_{q+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \det(\mathbf{A})$$

Рассмотрим матрицу $\mathbf{B}$, полученную из $\mathbf{A}$ заменой q -й строки на копию p -й строки.

V.4.11. Теорема о разложении детерминанта по «чужой» строке

Теорема 11. Если $p \neq q$, то $\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = 0$ и $\sum_{i=1}^n a_{ip}A_{iq} = 0$.

Доказательство.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{q-1,1} & a_{q-1,2} & \dots & a_{q-1,n} \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \\ a_{q+1,1} & a_{q+1,2} & \dots & a_{q+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \det(\mathbf{B})$$

Рассмотрим матрицу $\mathbf{B}$, полученную из $\mathbf{A}$ заменой q -й строки на копию p -й строки.

V.4.11. Теорема о разложении детерминанта по «чужой» строке

Теорема **11**. Если $p \neq q$, то $\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = 0$ и $\sum_{i=1}^n a_{ip}A_{iq} = 0$.

Доказательство.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{q-1,1} & a_{q-1,2} & \dots & a_{q-1,n} \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \\ a_{q+1,1} & a_{q+1,2} & \dots & a_{q+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \det(\mathbf{B})$$

Разложим этот детерминант по q -й строке.

V.4.11. Теорема о разложении детерминанта по «чужой» строке

Теорема **11**. Если $p \neq q$, то $\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = 0$ и $\sum_{i=1}^n a_{ip}A_{iq} = 0$.

Доказательство.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{q-1,1} & a_{q-1,2} & \dots & a_{q-1,n} \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \\ a_{q+1,1} & a_{q+1,2} & \dots & a_{q+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \det(\mathbf{B})$$

В матрицах $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ совпадают **алгебраические дополнения** к элементам q -й строки, поскольку при их вычислении вычеркивается строка, которой они отличаются друг от друга.

Разложим этот детерминант по q -й строке.

V.4.11. Теорема о разложении детерминанта по «чужой» строке

Теорема **11**. Если $p \neq q$, то $\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = 0$ и $\sum_{i=1}^n a_{ip}A_{iq} = 0$.

Доказательство.

$$\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{q-1,1} & a_{q-1,2} & \dots & a_{q-1,n} \\ \mathbf{a_{p1} \quad a_{p2} \quad \dots \quad a_{pn}} \\ a_{q+1,1} & a_{q+1,2} & \dots & a_{q+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \det(\mathbf{B})$$

В матрицах **A** и **B** совпадают **алгебраические дополнения** к элементам q -й строки, поскольку при их вычислении вычеркивается строка, которой они отличаются друг от друга.

Разложим этот детерминант по q -й строке.

V.4.11. Теорема о разложении детерминанта по «чужой» строке

Теорема 11. Если $p \neq q$, то $\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = 0$ и $\sum_{i=1}^n a_{ip}A_{iq} = 0$.

Доказательство.

$$\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{q-1,1} & a_{q-1,2} & \dots & a_{q-1,n} \\ \mathbf{a_{p1} \quad a_{p2} \quad \dots \quad a_{pn}} \\ a_{q+1,1} & a_{q+1,2} & \dots & a_{q+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \det(\mathbf{B})$$

По **следствию о детерминанте матрицы с одинаковыми строками...**

V.4.11. Теорема о разложении детерминанта по «чужой» строке

Теорема 11. Если $p \neq q$, то $\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = 0$ и $\sum_{i=1}^n a_{ip}A_{iq} = 0$.

Доказательство.

$$\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{q-1,1} & a_{q-1,2} & \dots & a_{q-1,n} \\ \mathbf{a_{p1} \quad a_{p2} \quad \dots \quad a_{pn}} \\ a_{q+1,1} & a_{q+1,2} & \dots & a_{q+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \det(\mathbf{B}) = 0.$$

По **следствию о детерминанте матрицы с одинаковыми строками...**

V.4.11. Теорема о разложении детерминанта по «чужой» строке

Теорема 11. Если $p \neq q$, то $\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = 0$ и $\sum_{i=1}^n a_{ip}A_{iq} = 0$.

Доказательство.

$$\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{q-1,1} & a_{q-1,2} & \dots & a_{q-1,n} \\ \mathbf{a_{p1} \quad a_{p2} \quad \dots \quad a_{pn}} \\ a_{q+1,1} & a_{q+1,2} & \dots & a_{q+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \det(\mathbf{B}) = 0.$$

Доказательство второго равенства можно провести аналогично, достаточно в матрице A заменить q -й столбец копией столбца с номером p .

V.4.11. Теорема о разложении детерминанта по «чужой» строке

Теорема 11. Если $p \neq q$, то $\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = 0$ и $\sum_{i=1}^n a_{ip}A_{iq} = 0$.

Доказательство.

$$\sum_{j=1}^n a_{pj}A_{qj} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{q-1,1} & a_{q-1,2} & \dots & a_{q-1,n} \\ \mathbf{a_{p1} \quad a_{p2} \quad \dots \quad a_{pn}} \\ a_{q+1,1} & a_{q+1,2} & \dots & a_{q+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \det(\mathbf{B}) = 0.$$

Рассмотрим пример использования свойств детерминанта?

V.5. Геометрическая интерпретация детерминанта

Рассмотрим плоскость с декартовой прямоугольной системой координат xOy , и множество векторов, выходящих из начала координат. Пусть $\vec{i}, \vec{j}$ — единичные векторы координатных осей.

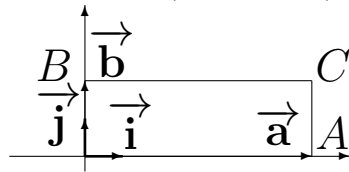
V.5. Геометрическая интерпретация детерминанта

Рассмотрим функцию S , каждой паре векторов $\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}}$,
 $\vec{\mathbf{b}} = b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}}$ ставящую в соответствие число $\begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$.

V.5. Геометрическая интерпретация детерминанта

Рассмотрим функцию S , каждой паре векторов $\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{b}} = b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}}$ ставящую в соответствие число $\begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$.

Начнем с простого случая: пусть $\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}}$ и $\vec{\mathbf{b}} = b_y \vec{\mathbf{j}}$.



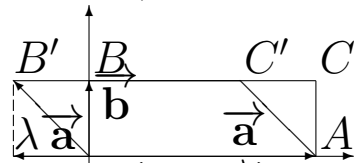
Рассмотрим прямоугольник $OACB$, построенный на векторах $\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}$. Тогда $S(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}) = \begin{vmatrix} a_x & 0 \\ 0 & b_y \end{vmatrix} = a_x b_y$ — это либо площадь прямоугольника $OACB$, либо значение этой площади, взятое со знаком «минус». Нетрудно даже сформулировать правило для определения, когда $S(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}})$ равно площади, а когда — площади со знаком «минус», но это нас сейчас не интересует.

V.5. Геометрическая интерпретация детерминанта

Рассмотрим функцию S , каждой паре векторов $\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{b}} = b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}}$ ставящую в соответствие число $\begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$.

Пусть λ — произвольное вещественное число (рисунок соответствует отрицательному значению λ).

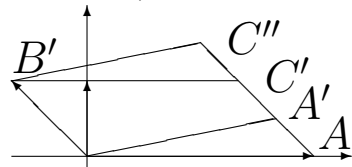
В силу свойств детерминанта $S(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} + \lambda \vec{\mathbf{a}}) = S(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}})$. Отметим, что площади прямоугольника $OACB$ и параллелограмма $OAC'B'$ также равны. Поэтому значение $S(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} + \lambda \vec{\mathbf{a}})$ по модулю равно площади параллелограмма $OAC'B'$.



V.5. Геометрическая интерпретация детерминанта

Рассмотрим функцию S , каждой паре векторов $\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{b}} = b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}}$ ставящую в соответствие число $\begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$.

Теперь возьмем произвольное вещественное число μ .



С одной стороны, по свойствам детерминанта имеем $S(\vec{\mathbf{a}} + \mu(\vec{\mathbf{b}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}), \vec{\mathbf{b}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}) = S(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} + \lambda\vec{\mathbf{a}})$, с другой стороны, площади параллелограммов $OAC'B'$ и $OA'C''B'$ равны. Таким образом, значение $S(\vec{\mathbf{a}} + \mu(\vec{\mathbf{b}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}), \vec{\mathbf{b}} + \lambda\vec{\mathbf{a}})$ по модулю равно площади параллелограмма $OA'C''B'$.

V.5. Геометрическая интерпретация детерминанта

Рассмотрим функцию S , каждой паре векторов $\vec{\mathbf{a}} = a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{b}} = b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}}$ ставящую в соответствие число $\begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$.

Следовательно, мы можем сформулировать правило: *абсолютная величина числа $\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix}$ равна площади параллелограмма, построенного на векторах $\alpha \vec{\mathbf{i}} + \beta \vec{\mathbf{j}}$ и $\gamma \vec{\mathbf{i}} + \delta \vec{\mathbf{j}}$.*

V.5. Геометрическая интерпретация детерминанта

Аналогично можно показать, что абсолютная величина числа $\det \begin{pmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{pmatrix}$ равна объему параллелепипеда, построенного на векторах $a_x \vec{\mathbf{i}} + a_y \vec{\mathbf{j}} + a_z \vec{\mathbf{k}}$, $b_x \vec{\mathbf{i}} + b_y \vec{\mathbf{j}} + b_z \vec{\mathbf{k}}$ и $c_x \vec{\mathbf{i}} + c_y \vec{\mathbf{j}} + c_z \vec{\mathbf{k}}$.

Значение этого детерминанта называют еще ориентированной площадью или, соответственно, ориентированным объемом.

V.6. Аксиоматическое определение детерминанта

Оказывается, рассмотренная геометрическая интерпретация детерминанта приводит к весьма неожиданному³ результату. А именно, справедлива следующая теорема.

³При принятой нами схеме изложения понятия детерминанта.

V.6. Аксиоматическое определение детерминанта

Теорема 12. Пусть функция $\det^*$ каждой квадратной матрице ставит в соответствие число, причем выполняются следующие утверждения:

1. если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ умножением i -той строки на число λ , то $\det^*(\mathbf{B}) = \lambda \cdot \det^*(\mathbf{A})$;
2. если матрица $\mathbf{B}$ получена из матрицы $\mathbf{A}$ прибавлением к i -той строке другой строки матрицы $\mathbf{A}$, то $\det^*(\mathbf{B}) = \det^*(\mathbf{A})$;
3. если $\mathbf{E}$ — единичная матрица, то $\det^*(\mathbf{E}) = 1$.

Тогда $\det^*(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{A})$.

V.6. Аксиоматическое определение детерминанта

Доказательство теоремы об аксиоматическом определении детерминанта мы приводить не будем, с ним можно ознакомиться, например, в учебнике «Курош А. Г. Курс высшей алгебры.— М.: Наука.— 1968.— 431 с.».

V.7. Инвариантная трактовка детерминанта

Сейчас мы рассмотрим трактовку детерминанта, обычно рассматриваемую при обучении профессиональных математиков.

V.7.1. Перестановки (подстановки)

Определение 25. Перестановкой *или* подстановкой на множестве Ω называется **взаимно однозначное отображение** множества Ω на себя.

Предлог «на» означает, что всякий элемент из Ω имеет прообраз в Ω относительно данной перестановки.

V.7.1. Перестановки (подстановки)

Определение 25. Перестановкой *или* подстановкой на множестве Ω называется **взаимно однозначное отображение** множества Ω на себя.

Нас сейчас интересует случай $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$. Такая перестановка является функцией с конечной областью определения, поэтому ее можно задавать таблицей значений. Пусть f — произвольная перестановка на множестве $\{1, 2, \dots, n\}$, с такой таблицей:

x	1	2	...	n
$f(x)$	a_1	a_2	...	a_n

V.7.1. Перестановки (подстановки)

Определение 25. Перестановкой *или* подстановкой на множестве Ω называется **взаимно однозначное отображение** множества Ω на себя.

Пусть f — произвольная перестановка на множестве $\{1, 2, \dots, n\}$, с такой таблицей:

x	1	2	$\dots$	n
$f(x)$	a_1	a_2	$\dots$	a_n

Попытаемся оптимизировать эту запись для рассматриваемого класса функций. У любой перестановки на множестве $\{1, 2, \dots, n\}$ первая строка одинакова (с точностью до аргумента этой функции).

V.7.1. Перестановки (подстановки)

Определение 25. Перестановкой или подстановкой на множестве Ω называется **взаимно однозначное отображение** множества Ω на себя.

Пусть f — произвольная перестановка на множестве $\{1, 2, \dots, n\}$, с такой таблицей:

x	1	2	$\dots$	n
$f(x)$	a_1	a_2	$\dots$	a_n

Поэтому, говоря о перестановках этого множества, первую строку таблицы обычно не пишут, а во второй строке опускают обозначение $f(x)$. Таким образом, вместо, например, «перестановка s , заданная таблицей

x	1	2	3	4
$s(x)$	2	4	3	1

», пишут «перестановка $(2\ 4\ 3\ 1)$ ».

V.7.2. Перестановки: инверсия

Определение 26. Если f — перестановка множества $\{1, 2, \dots, n\}$ и u, v — такие элементы множества $\{1, 2, \dots, n\}$, что $u < v$ и $f(u) > f(v)$, то пара $(f(u); f(v))$ называется **инверсией** перестановки f .

V.7.2. Перестановки: инверсия

Определение 26. Если f — перестановка множества $\{1, 2, \dots, n\}$ и u, v — такие элементы множества $\{1, 2, \dots, n\}$, что $u < v$ и $f(u) > f(v)$, то пара $(f(u); f(v))$ называется **инверсией** перестановки f .

Как разобраться?

V.7.2. Перестановки: инверсия

Определение 26. Если f — перестановка множества $\{1, 2, \dots, n\}$ и u, v — такие элементы множества $\{1, 2, \dots, n\}$, что $u < v$ и $f(u) > f(v)$, то пара $(f(u); f(v))$ называется **инверсией** перестановки f .

Например, для перестановки $(3; 1; 2)$ множество всех инверсий состоит из двух элементов: $\{(3; 1); (3; 2)\}$. Для перестановки $(2; 4; 1; 3)$ множество всех инверсий состоит из трех элементов:

$$\{(2; 1); (4; 1); (4; 3)\}.$$

V.7.2. Перестановки: инверсия

Определение 26. Если f — перестановка множества $\{1, 2, \dots, n\}$ и u, v — такие элементы множества $\{1, 2, \dots, n\}$, что $u < v$ и $f(u) > f(v)$, то пара $(f(u); f(v))$ называется **инверсией** перестановки f .

Можно сказать, что инверсия означает нарушение порядка $1 < 2 < \dots < n$, происходящее под действием перестановки f : было $u < v$, а после действия f получаем $f(u) > f(v)$. Таким образом, количество инверсий перестановки f — это количество всех «нарушений» порядка, «вносимых» перестановкой f в последовательность $1, 2, \dots, n$.

V.7.3. Инвариантное определение детерминанта

Определение 27. Если $\mathbf{A}$ — квадратная матрица размерности $n \times n$, то ее **детерминантом** или **определителем** называется число

$$\sum_{p_1 \in \{1; \dots; n\}} \sum_{p_2 \in \{1; \dots; n\} \setminus \{p_1\}} \dots \sum_{p_n \in \{1; \dots; n\} \setminus \{p_1; p_2; \dots; p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1; \dots; p_n)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} \cdot \dots \cdot$$

(10) где $\mu(p_1; \dots; p_n)$ равно числу всех различных **инверсий перестановки** $(p_1, \dots, p_n)$. Детерминант матрицы $\mathbf{A}$ обычно обозначается через $|\mathbf{A}|$ или $\det(\mathbf{A})$.

V.7.3. Инвариантное определение детерминанта

Определение 27. Если $\mathbf{A}$ — квадратная матрица размерности $n \times n$, то ее **детерминантом** или **определителем** называется число

$$\sum_{p_1 \in \{1; \dots; n\}} \sum_{p_2 \in \{1; \dots; n\} \setminus \{p_1\}} \dots \sum_{p_n \in \{1; \dots; n\} \setminus \{p_1; p_2; \dots; p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1; \dots; p_n)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} \cdot \dots \cdot$$

(10) где $\mu(p_1; \dots; p_n)$ равно числу всех различных **инверсий перестановки** $(p_1, \dots, p_n)$. Детерминант матрицы $\mathbf{A}$ обычно обозначается через $|\mathbf{A}|$ или $\det(\mathbf{A})$.

Замечание. Могут возникнуть сомнения в корректности этого определения, так как мы не доказали, что функция, заданная формулой $\varphi(i) = p_i$ является **перестановкой**. Мы не сделали этого потому, что взаимная однозначность функции φ следует из того, что согласно **равенству (10)** номера $p_1, \dots, p_n$ попарно различны.

V.7.3. Инвариантное определение детерминанта

Определение 27. Если $\mathbf{A}$ — квадратная матрица размерности $n \times n$, то ее **детерминантом** или **определителем** называется число

$$\sum_{p_1 \in \{1; \dots; n\}} \sum_{p_2 \in \{1; \dots; n\} \setminus \{p_1\}} \dots \sum_{p_n \in \{1; \dots; n\} \setminus \{p_1; p_2; \dots; p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1; \dots; p_n)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} \cdot \dots \cdot$$

(10) где $\mu(p_1; \dots; p_n)$ равно числу всех различных **инверсий перестановки** $(p_1, \dots, p_n)$. Детерминант матрицы $\mathbf{A}$ обычно обозначается через $|\mathbf{A}|$ или $\det(\mathbf{A})$.

Как разобраться?

V.7.3. Инвариантное определение детерминанта

Определение 27. Если $\mathbf{A}$ — квадратная матрица размерности $n \times n$, то ее **детерминантом** или **определителем** называется число

$$\sum_{p_1 \in \{1; \dots; n\}} \sum_{p_2 \in \{1; \dots; n\} \setminus \{p_1\}} \dots \sum_{p_n \in \{1; \dots; n\} \setminus \{p_1; p_2; \dots; p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1; \dots; p_n)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} \cdot \dots \cdot$$

(10) где $\mu(p_1; \dots; p_n)$ равно числу всех различных **инверсий перестановки** $(p_1, \dots, p_n)$. Детерминант матрицы $\mathbf{A}$ обычно обозначается через $|\mathbf{A}|$ или $\det(\mathbf{A})$.

Как разобраться?

Обычно применяется два варианта: **рассмотрение примеров** или анализ определения (в частности, изучение свойств с помощью получения следствий, доказательства теорем).

V.7.3. Инвариантное определение детерминанта

Определение 27. Если $\mathbf{A}$ — квадратная матрица размерности $n \times n$, то ее **детерминантом** или **определителем** называется число

$$\sum_{p_1 \in \{1; \dots; n\}} \sum_{p_2 \in \{1; \dots; n\} \setminus \{p_1\}} \dots \sum_{p_n \in \{1; \dots; n\} \setminus \{p_1; p_2; \dots; p_{n-1}\}} (-1)^{\mu(p_1; \dots; p_n)} a_{1p_1} \cdot a_{2p_2} \cdot \dots \cdot$$

(10) где $\mu(p_1; \dots; p_n)$ равно числу всех различных **инверсий перестановки** $(p_1, \dots, p_n)$. Детерминант матрицы $\mathbf{A}$ обычно обозначается через $|\mathbf{A}|$ или $\det(\mathbf{A})$.

Как разобраться?

Обычно применяется два варианта: **рассмотрение примеров** или анализ определения (в частности, изучение свойств с помощью получения следствий, доказательства теорем).

Дальнейшее изучение подразумевает доказательство рассмотренных ранее свойств, что в нашем случае мы делать не будем.

VI. Обратная матрица

Обычно, когда осуществляется какое-либо действие, рано или поздно возникает потребность в «обратном» действии. Например, мы ввели операцию умножения матриц, которая по известным матрицам $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ позволяет найти матрицу $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$. А как быть, если в этом уравнении известны матрицы $\mathbf{C}$ и, например, $\mathbf{B}$, а требуется найти $\mathbf{A}$?

VI. Обратная матрица

Обычно, когда осуществляется какое-либо действие, рано или поздно возникает потребность в «обратном» действии. Например, мы ввели операцию умножения матриц, которая по известным матрицам $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ позволяет найти матрицу $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$. А как быть, если в этом уравнении известны матрицы $\mathbf{C}$ и, например, $\mathbf{B}$, а требуется найти $\mathbf{A}$?

В соответствии со стратегией приоритетного изучения экстремальных ситуаций нам следует начать с ситуации, когда матрица $\mathbf{C}$ является «самой простой». Из списка матриц «наиболее простыми» представляются единичная и нулевая матрицы.

Нулевая матрица не представляется перспективной даже с учетом существования делителей нуля в матричной алгебре.

VI. Обратная матрица

Обычно, когда осуществляется какое-либо действие, рано или поздно возникает потребность в «обратном» действии. Например, мы ввели операцию умножения матриц, которая по известным матрицам $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ позволяет найти матрицу $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$. А как быть, если в этом уравнении известны матрицы $\mathbf{C}$ и, например, $\mathbf{B}$, а требуется найти $\mathbf{A}$?

В соответствии со стратегией приоритетного изучения экстремальных ситуаций нам следует начать с ситуации, когда матрица $\mathbf{C}$ является «самой простой». Из списка матриц «наиболее простыми» представляются единичная и нулевая матрицы.

Поэтому следует рассмотреть ситуацию, когда матрица $\mathbf{C}$ является единичной, т.е. научиться решать уравнения $\mathbf{BX} = \mathbf{E}$.

VI. Обратная матрица

Обычно, когда осуществляется какое-либо действие, рано или поздно возникает потребность в «обратном» действии. Например, мы ввели операцию умножения матриц, которая по известным матрицам $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ позволяет найти матрицу $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$. А как быть, если в этом уравнении известны матрицы $\mathbf{C}$ и, например, $\mathbf{B}$, а требуется найти $\mathbf{A}$?

Если мы научимся решать уравнения $\mathbf{BX} = \mathbf{E}$, то, умножая обе части уравнения $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$ слева на матрицу $\mathbf{X}$, получаем $\mathbf{CX} = (\mathbf{AB})\mathbf{X}$. Но, по свойствам умножения матриц и выбору матрицы $\mathbf{X}$, получаем

$$(\mathbf{AB})\mathbf{X} = \mathbf{A}(\mathbf{BX}) = \mathbf{AE} = \mathbf{A}.$$

Поэтому $\mathbf{A} = \mathbf{CX}$.

VI.1. Определение обратной матрицы

Определение 28. Матрица $\mathbf{A}^{-1}$ называется **обратной** к квадратной матрице $\mathbf{A}$, если выполняются равенства $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{E}$.

VI.2. Теорема об однозначности обратной матрицы

Определение 28. Матрица A^{-1} называется обратной к квадратной матрице A , если выполняются равенства $AA^{-1} = A^{-1}A = E$.

Теорема 13 (об однозначности обратной матрицы). Если существует матрица, **обратная** к матрице A , то эта **обратная матрица** определяется однозначно.

Доказательство.

VI.2. Теорема об однозначности обратной матрицы

Определение 28. Матрица A^{-1} называется **обратной** к квадратной матрице A , если выполняются равенства $AA^{-1} = A^{-1}A = E$.

Теорема 13 (об однозначности обратной матрицы). Если существует матрица, **обратная** к матрице A , то эта **обратная матрица** определяется однозначно.

Доказательство. Пусть B и C — обратные к матрице A . Тогда

VI.2. Теорема об однозначности обратной матрицы

Определение 28. Матрица A^{-1} называется обратной к квадратной матрице A , если выполняются равенства $AA^{-1} = A^{-1}A = E$.

Теорема 13 (об однозначности обратной матрицы). Если существует матрица, **обратная** к матрице A , то эта **обратная матрица** определяется однозначно.

Доказательство. Пусть B и C — обратные к матрице A . Тогда

$$AB = E$$

VI.2. Теорема об однозначности обратной матрицы

Определение 28. Матрица A^{-1} называется обратной к квадратной матрице A , если выполняются равенства $AA^{-1} = A^{-1}A = E$.

Теорема 13 (об однозначности обратной матрицы). Если существует матрица, **обратная** к матрице A , то эта **обратная матрица** определяется однозначно.

Доказательство. Пусть B и C — обратные к матрице A . Тогда

$$AB = E$$

Умножим обе части этого равенства слева на матрицу C :

$$= C(AB) = CE =$$

VI.2. Теорема об однозначности обратной матрицы

Определение 28. Матрица A^{-1} называется обратной к квадратной матрице A , если выполняются равенства $AA^{-1} = A^{-1}A = E$.

Теорема 13 (об однозначности обратной матрицы). Если существует матрица, **обратная** к матрице A , то эта **обратная матрица** определяется однозначно.

Доказательство. Пусть B и C — обратные к матрице A . Тогда

$$AB = E$$

Умножим обе части этого равенства слева на матрицу C :

$$= C(AB) = CE = C.$$

VI.2. Теорема об однозначности обратной матрицы

Определение 28. Матрица A^{-1} называется обратной к квадратной матрице A , если выполняются равенства $AA^{-1} = A^{-1}A = E$.

Теорема 13 (об однозначности обратной матрицы). Если существует матрица, **обратная** к матрице A , то эта **обратная матрица** определяется однозначно.

Доказательство. Пусть B и C — обратные к матрице A . Тогда

$$AB = E$$

Умножим обе части этого равенства слева на матрицу C :

$$= (CA) B = C (AB) = CE = C.$$

VI.2. Теорема об однозначности обратной матрицы

Определение 28. Матрица A^{-1} называется обратной к квадратной матрице A , если выполняются равенства $AA^{-1} = A^{-1}A = E$.

Теорема 13 (об однозначности обратной матрицы). Если существует матрица, **обратная** к матрице A , то эта **обратная матрица** определяется однозначно.

Доказательство. Пусть B и C — обратные к матрице A . Тогда

$$AB = E$$

Умножим обе части этого равенства слева на матрицу C :

$$= EB = (CA) B = C (AB) = CE = C.$$

VI.2. Теорема об однозначности обратной матрицы

Определение 28. Матрица A^{-1} называется **обратной** к квадратной матрице A , если выполняются равенства $AA^{-1} = A^{-1}A = E$.

Теорема 13 (об однозначности обратной матрицы). Если существует матрица, **обратная** к матрице A , то эта **обратная матрица** определяется однозначно.

Доказательство. Пусть B и C — обратные к матрице A . Тогда

$$AB = E$$

Умножим обе части этого равенства слева на матрицу C :

$$B = EB = (CA)B = C(AB) = CE = C.$$

Значит, $C = B$, что и требовалось доказать.

VI.3. Теорема об условии обратимости квадратной матрицы

Теорема 14. *Если $\mathbf{A}$ — квадратная матрица и $\mathbf{AB} = \mathbf{CA} = \mathbf{E}$, то $\mathbf{B} = \mathbf{C} = \mathbf{A}^{-1}$.*

Много слов естественного языка...

VI.3. Теорема об условии обратимости квадратной матрицы

Теорема 14. $A_{n \times n} \cdot B = C \cdot A_{n \times n} = E \Rightarrow B = C = A^{-1}$.

Доказательство.

VI.3. Теорема об условии обратимости квадратной матрицы

Теорема 14. $A_{n \times n} \cdot B = C \cdot A_{n \times n} = E \Rightarrow B = C = A^{-1}$.

Доказательство.

$$AB = E \Rightarrow$$

VI.3. Теорема об условии обратимости квадратной матрицы

Теорема 14. $A_{n \times n} \cdot B = C \cdot A_{n \times n} = E \Rightarrow B = C = A^{-1}$.

Доказательство.

$$AB = E \Rightarrow \begin{cases} AB = E, \\ C(AB)A = CE A, \\ C(AB) = CE \end{cases} \Rightarrow$$

VI.3. Теорема об условии обратимости квадратной матрицы

Теорема 14. $A_{n \times n} \cdot B = C \cdot A_{n \times n} = E \Rightarrow B = C = A^{-1}$.

Доказательство.

$$AB = E \Rightarrow \begin{cases} AB = E, \\ C(AB)A = CE A, \\ C(AB) = CE \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = E, \\ (CA)(BA) = CA, \\ (CA)B = C \end{cases} \Rightarrow$$

VI.3. Теорема об условии обратимости квадратной матрицы

Теорема 14. $A_{n \times n} \cdot B = C \cdot A_{n \times n} = E \Rightarrow B = C = A^{-1}$.

Доказательство.

$$\begin{aligned} AB = E &\Rightarrow \begin{cases} AB = E, \\ C(AB)A = CE A, \\ C(AB) = CE \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = E, \\ (CA)(BA) = CA, \\ (CA)B = C \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} AB = E, \\ E(BA) = E, \\ EB = C \end{cases} \Rightarrow \end{aligned}$$

VI.3. Теорема об условии обратимости квадратной матрицы

Теорема 14. $A_{n \times n} \cdot B = C \cdot A_{n \times n} = E \Rightarrow B = C = A^{-1}$.

Доказательство.

$$AB = E \Rightarrow \begin{cases} AB = E, \\ C(AB)A = CE A, \\ C(AB) = CE \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = E, \\ (CA)(BA) = CA, \\ (CA)B = C \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AB = E, \\ E(BA) = E, \\ EB = C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = E, \\ BA = E, \\ B = C \end{cases} \Rightarrow$$

VI.3. Теорема об условии обратимости квадратной матрицы

Теорема 14. $A_{n \times n} \cdot B = C \cdot A_{n \times n} = E \Rightarrow B = C = A^{-1}$.

Доказательство.

$$\begin{aligned} AB = E &\Rightarrow \begin{cases} AB = E, \\ C(AB)A = CE A, \\ C(AB) = CE \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = E, \\ (CA)(BA) = CA, \\ (CA)B = C \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} AB = E, \\ E(BA) = E, \\ EB = C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = E, \\ BA = E, \\ B = C \end{cases} \Rightarrow B = A^{-1}. \end{aligned}$$

Теорема доказана.

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

Конкретизируем:

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

Конкретизируем: найти матрицу, обратную к $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

Конкретизируем: найти матрицу, обратную к $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

Сформулируем **на языке равенств...**

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Конкретизируем: найти матрицу, обратную к $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

Сформулируем **на языке равенств...**

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

Применим стратегию поиска и применения аналогии.

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

Похожее выражение встречалось **при вычислении детерминанта матрицы...**

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} =$$

Похожее выражение встречалось **при вычислении детерминанта матрицы...**

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \quad + 1 \cdot \quad + (-1) \cdot$$

Похожее выражение встречалось **при вычислении детерминанта матрицы...**

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

Похожее выражение встречалось **при вычислении детерминанта матрицы...**

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

Попробуем в качестве коэффициентов подставить элементы второй строки...

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

Попробуем в качестве коэффициентов подставить элементы второй строки...

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

$$5 \cdot x_{11} + (-8) \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{31} =$$

Попробуем в качестве коэффициентов подставить элементы второй строки...

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

$$5 \cdot x_{11} + (-8) \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{31} = 0.$$

Попробуем в качестве коэффициентов подставить элементы второй строки...

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

$$5 \cdot x_{11} + (-8) \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

Попробуем в качестве коэффициентов подставить элементы второй строки...

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

$$5 \cdot x_{11} + (-8) \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{31} = 0.$$

$$= 5 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-8) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

Попробуем в качестве коэффициентов подставить элементы второй строки...

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

$$5 \cdot x_{11} + (-8) \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5 & -8 & 3 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-8) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

Попробуем в качестве коэффициентов подставить элементы второй строки...

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

$$5 \cdot x_{11} + (-8) \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5 & -8 & 3 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-8) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

Попробуем в качестве коэффициентов подставить элементы второй строки...

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

$$5 \cdot x_{11} + (-8) \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5 & -8 & 3 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-8) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

Проделаем то же с третьей строкой.

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

$$5 \cdot x_{11} + (-8) \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5 & -8 & 3 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-8) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

$$2 \cdot x_{11} + (-3) \cdot x_{21} + 1 \cdot x_{31} =$$

Проделаем то же с третьей строкой.

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

$$5 \cdot x_{11} + (-8) \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5 & -8 & 3 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-8) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

$$2 \cdot x_{11} + (-3) \cdot x_{21} + 1 \cdot x_{31} = 0.$$

Проделаем то же с третьей строкой.

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

$$5 \cdot x_{11} + (-8) \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5 & -8 & 3 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-8) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

$$2 \cdot x_{11} + (-3) \cdot x_{21} + 1 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

Проделаем то же с третьей строкой.

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

$$5 \cdot x_{11} + (-8) \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5 & -8 & 3 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-8) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

$$2 \cdot x_{11} + (-3) \cdot x_{21} + 1 \cdot x_{31} = 0.$$

$$= 5 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-8) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

Проделаем то же с третьей строкой.

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

$$5 \cdot x_{11} + (-8) \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5 & -8 & 3 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-8) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

$$2 \cdot x_{11} + (-3) \cdot x_{21} + 1 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-3) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

Проделаем то же с третьей строкой.

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

$$5 \cdot x_{11} + (-8) \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5 & -8 & 3 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-8) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

$$2 \cdot x_{11} + (-3) \cdot x_{21} + 1 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-3) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

Проделаем то же с третьей строкой.

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Скажем, для элемента $c_{11} = 1$ имеем:

$$1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{21} + (-1) \cdot x_{31} = 1.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

$$5 \cdot x_{11} + (-8) \cdot x_{21} + 3 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5 & -8 & 3 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-8) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

$$2 \cdot x_{11} + (-3) \cdot x_{21} + 1 \cdot x_{31} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-3) \cdot \left(- \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

Используя понятие **алгебраического дополнения**, получаем...

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phantom{x_{11}} & \phantom{x_{12}} & \phantom{x_{13}} \\ \phantom{x_{21}} & \phantom{x_{22}} & \phantom{x_{23}} \\ \phantom{x_{31}} & \phantom{x_{32}} & \phantom{x_{33}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phantom{x_{11}} & \phantom{x_{12}} & \phantom{x_{13}} \\ \phantom{x_{21}} & \phantom{x_{22}} & \phantom{x_{23}} \\ \phantom{x_{31}} & \phantom{x_{32}} & \phantom{x_{33}} \end{pmatrix}.$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} \\ A_{12} \\ A_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}.$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} \\ A_{12} \\ A_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \\ \\ \end{pmatrix}.$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} \\ A_{12} \\ A_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} \\ A_{12} \\ A_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \\ A_{13} & A_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \\ A_{13} & A_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \\ 0 & \end{pmatrix}.$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \\ A_{13} & A_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta \\ 0 & \end{pmatrix}.$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \\ A_{13} & A_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}. \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}.$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}.$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}. \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$\text{Значит, } \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} =$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}. \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$\text{Значит, } \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}. \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$\text{Значит, } \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}.$$

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}. \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$\text{Значит, } \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}.$$

Матрица $\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$ называется **присоединенной**.

VI.4. Нахождение обратной матрицы: прелюдия

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}. \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}.$$

Значит,
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}.$$

Матрица $\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$ называется **присоединенной**.

Данное рассуждение можно обобщить **следующей теоремой**.

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, *обратная* к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство.

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. Необходимость. Пусть для матрицы $\mathbf{A}$ существует **обратная**. Тогда

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. Необходимость. Пусть для матрицы $\mathbf{A}$ существует **обратная**. Тогда

По определению **обратной матрицы...**

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. Необходимость. Пусть для матрицы $\mathbf{A}$ существует **обратная**. Тогда

$$= \det(\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1}) =$$

По определению **обратной матрицы...**

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. Необходимость. Пусть для матрицы $\mathbf{A}$ существует **обратная**. Тогда

$$= \det(\mathbf{E}) = \det(\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1}) =$$

По определению **обратной матрицы...**

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. Необходимость. Пусть для матрицы $\mathbf{A}$ существует **обратная**. Тогда

$$1 = \det(\mathbf{E}) = \det(\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1}) =$$

По определению **обратной матрицы...**

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. Необходимость. Пусть для матрицы $\mathbf{A}$ существует **обратная**. Тогда

$$1 = \det(\mathbf{E}) = \det(\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1}) =$$

По **теореме о детерминанте произведения матриц** имеем...

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. Необходимость. Пусть для матрицы $\mathbf{A}$ существует **обратная**. Тогда

$$1 = \det(\mathbf{E}) = \det(\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1}) = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{A}^{-1}),$$

По **теореме о детерминанте произведения матриц** имеем...

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. Необходимость. Пусть для матрицы $\mathbf{A}$ существует **обратная**. Тогда

$$1 = \det(\mathbf{E}) = \det(\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1}) = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{A}^{-1}),$$

откуда получаем требуемое неравенство $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. Необходимость. Пусть для матрицы $\mathbf{A}$ существует **обратная**. Тогда

$$1 = \det(\mathbf{E}) = \det(\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1}) = \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{A}^{-1}),$$

откуда получаем требуемое неравенство $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Необходимость доказана.

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, *обратная* к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. Нам надо доказать

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. Нам надо доказать существование **обратной матрицы**.

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. Нам надо доказать

существование **обратной матрицы**.

Как можно доказать существование какого-то «объекта»?

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. Нам надо доказать

существование **обратной матрицы**.

Как можно доказать существование какого-то «объекта»?

Самый лучший способ — «предъявить» этот «объект». В данном случае мы действительно можем явно указать обратную матрицу.

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Обозначим через $\mathbf{P}_{\mathbf{A}}$ так называемую **присоединенную матрицу**:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = (p_{ij})_{n \times n} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ & \dots & & \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}.$$

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Обозначим через $\mathbf{P}_{\mathbf{A}}$ так называемую **присоединенную** матрицу:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = (p_{ij})_{n \times n} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ & \dots & & \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}.$$

Иными словами, $\mathbf{P}_{\mathbf{A}}$ — матрица, **транспонированная** к матрице из алгебраических дополнений к элементам матрицы $\mathbf{A}$.

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Обозначим через $\mathbf{P}_{\mathbf{A}}$ так называемую **присоединенную матрицу**:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = (p_{ij})_{n \times n} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ & \dots & & \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}.$$

Покажем, что $\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_{\mathbf{A}}$.

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Обозначим через $\mathbf{P}_{\mathbf{A}}$ так называемую **присоединенную матрицу**:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = (p_{ij})_{n \times n} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ & \dots & & \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}.$$

Покажем, что $\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_{\mathbf{A}}$.

Для этого, согласно определению, надо проверить выполнение равенств

и

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Обозначим через $\mathbf{P}_{\mathbf{A}}$ так называемую **присоединенную матрицу**:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = (p_{ij})_{n \times n} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ & \dots & & \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}.$$

Покажем, что $\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_{\mathbf{A}}$.

Для этого, согласно определению, надо проверить выполнение равенств $\mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \mathbf{E}$ и $\frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{E}$.

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Обозначим через $\mathbf{P}_{\mathbf{A}}$ так называемую **присоединенную матрицу**:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = (p_{ij})_{n \times n} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ & \dots & & \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}.$$

Покажем, что $\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_{\mathbf{A}}$.

Для этого, согласно определению, надо проверить выполнение равенств $\mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \mathbf{E}$ и $\frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{E}$.

Мы проверим только выполнение равенства $\mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \mathbf{E}$, второе проверяется аналогично.

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. $p_{ij} = A_{ji}$. Положим $\mathbf{D} = \mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A}$. Тогда

$$d_{ij} =$$

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. $p_{ij} = A_{ji}$. Положим $\mathbf{D} = \mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A}$. Тогда

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} p_{kj} =$$

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. $p_{ij} = A_{ji}$. Положим $\mathbf{D} = \mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A}$. Тогда

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} p_{kj} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} A_{jk} =$$

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. $p_{ij} = A_{ji}$. Положим $\mathbf{D} = \mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A}$. Тогда

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} p_{kj} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} A_{jk} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{jk}.$$

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. $p_{ij} = A_{ji}$. Положим $\mathbf{D} = \mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A}$. Тогда

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} p_{kj} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} A_{jk} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{jk}.$$

При $i = j$ по определению детерминанта получаем...

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. $p_{ij} = A_{ji}$. Положим $\mathbf{D} = \mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A}$. Тогда

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} p_{kj} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} A_{jk} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{jk}.$$

$$d_{ii} =$$

При $i = j$ по определению детерминанта получаем...

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. $p_{ij} = A_{ji}$. Положим $\mathbf{D} = \mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A}$. Тогда

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} p_{kj} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} A_{jk} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{jk}.$$

$$d_{ii} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \det(\mathbf{A}) =$$

При $i = j$ по определению детерминанта получаем...

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. $p_{ij} = A_{ji}$. Положим $\mathbf{D} = \mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A}$. Тогда

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} p_{kj} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} A_{jk} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{jk}.$$

$$d_{ii} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \det(\mathbf{A}) = 1.$$

При $i = j$ по определению детерминанта получаем...

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. $p_{ij} = A_{ji}$. Положим $\mathbf{D} = \mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A}$. Тогда

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} p_{kj} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} A_{jk} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{jk}.$$

$$d_{ii} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \det(\mathbf{A}) = 1.$$

При $i \neq j$ по **теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке**, имеем

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. $p_{ij} = A_{ji}$. Положим $\mathbf{D} = \mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A}$. Тогда

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} p_{kj} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} A_{jk} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{jk}.$$

$$d_{ii} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \det(\mathbf{A}) = 1.$$

При $i \neq j$ по **теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке**, имеем $d_{ij} = 0$.

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. $p_{ij} = A_{ji}$. Положим $\mathbf{D} = \mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A}$. Тогда

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} p_{kj} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} A_{jk} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{jk}.$$

$$d_{ii} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \det(\mathbf{A}) = 1.$$

При $i \neq j$ по **теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке**, имеем $d_{ij} = 0$. Значит, $\mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A} = \mathbf{E}$.

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть $\det(\mathbf{A}) \neq 0$. $p_{ij} = A_{ji}$. Положим $\mathbf{D} = \mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A}$. Тогда

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} p_{kj} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \frac{1}{\det(\mathbf{A})} A_{jk} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{jk}.$$

$$d_{ii} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \det(\mathbf{A}) = 1.$$

При $i \neq j$ по **теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке**, имеем $d_{ij} = 0$. Значит, $\mathbf{A} \cdot \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A} = \mathbf{E}$.

Равенство $\frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathbf{P}_\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{E}$ докажите самостоятельно.

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Определение 29. Квадратная матрица называется **невырожденной** тогда и только тогда, когда ее детерминант не равен 0.

VI.5. Критерий обратимости матрицы

Теорема 15. Матрица, **обратная** к матрице $\mathbf{A}$, существует тогда и только тогда, когда $\mathbf{A}$ — квадратная матрица, и $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

Определение 29. Квадратная матрица называется **невырожденной** тогда и только тогда, когда ее детерминант не равен 0.

В этих терминах получаем, что критерий обратимости матрицы утверждает, что понятия обратимости матрицы и невырожденности матрицы совпадают.

Рассмотрим пример к доказательству критерия обратимости матрицы?

Рассмотрим пример вычисления обратной к матрице 2×2 ?

VI.6. Свойства операции обращения матрицы

1. $(\mathbf{A}^{-1})^{-1} = \mathbf{A};$
2. $(\lambda \mathbf{A})^{-1} = \lambda^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1};$
3. $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1};$
4. $(\mathbf{A}^{-1})^t = (\mathbf{A}^t)^{-1}.$

VI.6. Свойства операции обращения матрицы

1. $(\mathbf{A}^{-1})^{-1} = \mathbf{A}$;
2. $(\lambda \mathbf{A})^{-1} = \lambda^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}$;
3. $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}$;
4. $(\mathbf{A}^{-1})^t = (\mathbf{A}^t)^{-1}$.

Доказательства. Докажем, например, свойство 3.

VI.6. Свойства операции обращения матрицы

1. $(\mathbf{A}^{-1})^{-1} = \mathbf{A}$;
2. $(\lambda \mathbf{A})^{-1} = \lambda^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}$;
3. $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}$;
4. $(\mathbf{A}^{-1})^t = (\mathbf{A}^t)^{-1}$.

Доказательства. Докажем, например, свойство 3.

Пока мы можем воспользоваться только определением **обратной матрицы**. Таким образом, надо проверить, что произведение матрицы $\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}$ из правой части доказываемого равенства на матрицу $\mathbf{AB}$ равно $\mathbf{E}$.

VI.6. Свойства операции обращения матрицы

1. $(\mathbf{A}^{-1})^{-1} = \mathbf{A}$;
2. $(\lambda \mathbf{A})^{-1} = \lambda^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}$;
3. $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}$;
4. $(\mathbf{A}^{-1})^t = (\mathbf{A}^t)^{-1}$.

Доказательства. Докажем, например, свойство 3.

$$(\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}) (\mathbf{AB}) =$$

VI.6. Свойства операции обращения матрицы

1. $(\mathbf{A}^{-1})^{-1} = \mathbf{A}$;
2. $(\lambda \mathbf{A})^{-1} = \lambda^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}$;
3. $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}$;
4. $(\mathbf{A}^{-1})^t = (\mathbf{A}^t)^{-1}$.

Доказательства. Докажем, например, свойство 3.

$$(\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}) (\mathbf{AB}) = \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}) \mathbf{B} =$$

VI.6. Свойства операции обращения матрицы

1. $(\mathbf{A}^{-1})^{-1} = \mathbf{A}$;
2. $(\lambda \mathbf{A})^{-1} = \lambda^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}$;
3. $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}$;
4. $(\mathbf{A}^{-1})^t = (\mathbf{A}^t)^{-1}$.

Доказательства. Докажем, например, свойство 3.

$$(\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}) (\mathbf{AB}) = \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}) \mathbf{B} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{B} =$$

VI.6. Свойства операции обращения матрицы

1. $(\mathbf{A}^{-1})^{-1} = \mathbf{A}$;
2. $(\lambda \mathbf{A})^{-1} = \lambda^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}$;
3. $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}$;
4. $(\mathbf{A}^{-1})^t = (\mathbf{A}^t)^{-1}$.

Доказательства. Докажем, например, свойство 3.

$$(\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}) (\mathbf{AB}) = \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}) \mathbf{B} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{B} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{B} =$$

VI.6. Свойства операции обращения матрицы

1. $(\mathbf{A}^{-1})^{-1} = \mathbf{A}$;
2. $(\lambda \mathbf{A})^{-1} = \lambda^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}$;
3. $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}$;
4. $(\mathbf{A}^{-1})^t = (\mathbf{A}^t)^{-1}$.

Доказательства. Докажем, например, свойство 3.

$$(\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}) (\mathbf{AB}) = \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}) \mathbf{B} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{B} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{B} = \mathbf{E}.$$

Равенство $(\mathbf{AB}) (\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^{-1}) = \mathbf{E}$ проверяется аналогично.

VI.7. Методы нахождения обратной матрицы

Обычно для нахождения **обратной матрицы** применяется один из двух способов: 1) с помощью **присоединенной матрицы**; 2) метод Гаусса.

VI.7. Методы нахождения обратной матрицы

Первый способ: с помощью присоединенной матрицы:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ & & \dots & \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}.$$

Отметим, что сначала следует находить матрицу из алгебраических дополнений, а потом — детерминант, так как для вычисления детерминанта можно использовать найденные алгебраические дополнения, что, кстати, позволяет при этом проверить правильность вычисления присоединенной матрицы (надо вычислить детерминант разложениями по всем строкам).

VI.7. Методы нахождения обратной матрицы

Второй способ: метод Гаусса, который мы подробно рассмотрим в разделе, посвященном системам линейных уравнений.

Рассмотреть пример?

VII. Ранг матрицы

Рассмотрим важную характеристику матрицы, характеризующую «уровень независимости» строк матрицы и «уровень независимости» столбцов матрицы.

VII.1. Минор матрицы

Определение 30. Минором матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, построенным на строках $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ и столбцах $\{j_1, j_2, \dots, j_k\}$ назовем определитель M матрицы $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$.

$$M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ & & \dots & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \end{pmatrix}$$

При этом саму матрицу $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$ мы будем называть матрицей, соответствующей минору M . Таким образом, $M = \det M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$. Количество строк матрицы $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$ (то есть порядок детерминанта $M = \det M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$) называется порядком этого минора.

VII.1. Минор матрицы

Определение 30. Минором матрицы $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$,
 $\mathbf{M}_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ & & \dots & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \end{pmatrix}$ построенным на строках $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ и столбцах $\{j_1, j_2, \dots, j_k\}$ назовем определитель M матрицы $\mathbf{M}_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$.

Как разобраться с определением?

VII.1. Минор матрицы

Определение 30. Минором матрицы $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$,
 $\mathbf{M}_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ & & \dots & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \end{pmatrix}$ построенным на строках $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ и столбцах $\{j_1, j_2, \dots, j_k\}$ назовем определитель M матрицы $\mathbf{M}_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$.

Как разобраться с определением?

Обычно применяют два способа.

VII.1. Минор матрицы

Определение 30. Минором матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$,
 $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ & & \dots & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \end{pmatrix}$ построенным на строках $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ и столбцах $\{j_1, j_2, \dots, j_k\}$ назовем определитель M матрицы $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$.

Как разобраться с определением?

Обычно применяют два способа. Перечислим все три;-)

VII.1. Минор матрицы

Определение 30. Минором матрицы $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$,
 $\mathbf{M}_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ & & \dots & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \end{pmatrix}$ построенным на строках $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ и столбцах $\{j_1, j_2, \dots, j_k\}$ назовем определитель M матрицы $\mathbf{M}_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$.

Как разобраться с определением?

Обычно применяют два способа. Перечислим все три;-)

1) анализ определения (построение теории: получение следствий, введение дополнительных определений, доказательство теорем);

VII.1. Минор матрицы

Определение 30. Минором матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$,
 $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ & & \dots & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \end{pmatrix}$ построенным на строках $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ и столбцах $\{j_1, j_2, \dots, j_k\}$ назовем определитель M матрицы $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$.

Как разобраться с определением?

Обычно применяют два способа. Перечислим все три;-)

- 1) анализ определения;
- 2) рассмотрение разнообразных примеров;

VII.1. Минор матрицы

Определение 30. Минором матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$,
 $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ & & \dots & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \end{pmatrix}$ построенным на строках $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ и столбцах $\{j_1, j_2, \dots, j_k\}$ назовем определитель M матрицы $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$.

Как разобраться с определением?

Обычно применяют два способа. Перечислим все три;-)

- 1) анализ определения;
- 2) рассмотрение разнообразных примеров;
- 3) построение и анализ моделей.

VII.1. Минор матрицы

Определение 30. Минором матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$,
 $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ & & \dots & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \end{pmatrix}$ построенным на строках $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ и столбцах $\{j_1, j_2, \dots, j_k\}$ назовем определитель M матрицы $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$.

Как разобраться с определением?

Обычно применяют два способа. Перечислим все три;-)

- 1) анализ определения;
- 2) рассмотрение разнообразных примеров;
- 3) построение и анализ моделей.

Обычно начинают с примеров.

VII.1. Минор матрицы

Определение 30. Минором матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, построенным на строках $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ и столбцах $\{j_1, j_2, \dots, j_k\}$ назовем определитель M матрицы $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$.

$$M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ & & \dots & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \end{pmatrix}$$

Рассмотрим минор матрицы, построенный на строках с номерами 2, 4 и столбцах с номерами 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ 3 & 7 & 2 & -3 \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ 1 & 3 & -8 & 5 \\ 4 & -7 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

VII.1. Минор матрицы

Определение 30. Минором матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$,
построенным на строках
 $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ & \dots & & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \end{pmatrix}$ $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ и столбцах
 $\{j_1, j_2, \dots, j_k\}$ назовем
определитель M матрицы $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$.

Рассмотрим минор
матрицы, постро-
енный на строках
с номерами 2, 4 и
столбцах с номера-
ми 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ \mathbf{3} & \mathbf{7} & \mathbf{2} & \mathbf{-3} \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{-8} & \mathbf{5} \\ 4 & -7 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

VII.1. Минор матрицы

Определение 30. Минором матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, построенным на строках $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ и столбцах $\{j_1, j_2, \dots, j_k\}$ назовем определитель M матрицы $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$.

Рассмотрим минор матрицы, построенный на строках с номерами 2, 4 и столбцах с номерами 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ 3 & 7 & 2 & -3 \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ 1 & 3 & -8 & 5 \\ 4 & -7 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

VII.1. Минор матрицы

Определение 30. Минором матрицы $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, построенным на строках $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ и столбцах $\{j_1, j_2, \dots, j_k\}$ назовем определитель M матрицы $\mathbf{M}_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$.

$$\mathbf{M}_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ & & \dots & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \end{pmatrix}$$

Рассмотрим минор матрицы, построенный на строках с номерами 2, 4 и столбцах с номерами 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ \boxed{3} & 7 & \boxed{2} & -3 \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ \boxed{1} & 3 & \boxed{-8} & 5 \\ 4 & -7 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

VII.1. Минор матрицы

Определение 30. Минором матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, построенным на строках $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ и столбцах $\{j_1, j_2, \dots, j_k\}$ назовем определитель M матрицы $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$.

$$M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ & & \dots & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \end{pmatrix}$$

Рассмотрим минор матрицы, построенный на строках с номерами 2, 4 и столбцах с номерами 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ \boxed{3} & 7 & \boxed{2} & -3 \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ \boxed{1} & 3 & \boxed{-8} & 5 \\ 4 & -7 & 3 & -5 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -8 \end{vmatrix} =$$

VII.1. Минор матрицы

Определение 30. Минором матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, построенным на строках $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ и столбцах $\{j_1, j_2, \dots, j_k\}$ назовем определитель M матрицы $M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}}$.

$$M_{\{i_1, \dots, i_k\}, \{j_1, \dots, j_k\}} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ & & \dots & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \end{pmatrix}$$

Рассмотрим минор матрицы, построенный на строках с номерами 2, 4 и столбцах с номерами 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ \boxed{3} & 7 & \boxed{2} & -3 \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ \boxed{1} & 3 & \boxed{-8} & 5 \\ 4 & -7 & 3 & -5 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -8 \end{vmatrix} = -26.$$

VII.2. Окаймляющий минор матрицы

Определение 31. Пусть M — минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках с номерами $i_1, \dots, i_k$, и столбцах с номерами $j_1, \dots, j_k$, i_{k+1} — номер строки матрицы $\mathbf{A}$, не входящий в множество $\{i_1, \dots, i_k\}$, j_{k+1} — номер столбца, не входящий в список $\{j_1, \dots, j_k\}$. Тогда минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках $i_1, \dots, i_k, i_{k+1}$ и столбцах $j_1, \dots, j_k, j_{k+1}$ называется **окаймляющим** для минора M .

Рассмотрим минор матрицы, построенный на строках с номерами 2, 4 и столбцах с номерами 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ \boxed{3} & 7 & \boxed{2} & -3 \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ \boxed{1} & 3 & \boxed{-8} & 5 \\ 4 & -7 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

VII.2. Окаймляющий минор матрицы

Определение 31. Пусть M — минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках с номерами $i_1, \dots, i_k$, и столбцах с номерами $j_1, \dots, j_k$, i_{k+1} — номер строки матрицы $\mathbf{A}$, не входящий в множество $\{i_1, \dots, i_k\}$, j_{k+1} — номер столбца, не входящий в список $\{j_1, \dots, j_k\}$. Тогда минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках $i_1, \dots, i_k, i_{k+1}$ и столбцах $j_1, \dots, j_k, j_{k+1}$ называется **окаймляющим** для минора M .

Рассмотрим минор матрицы, построенный на строках с номерами 2, 4 и столбцах с номерами 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ \boxed{3} & 7 & \boxed{2} & -3 \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ \boxed{1} & 3 & \boxed{-8} & 5 \\ 4 & -7 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

Окаймляем **5-й строкой** и **4-м столбцом**.

VII.2. Окаймляющий минор матрицы

Определение 31. Пусть M — минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках с номерами $i_1, \dots, i_k$, и столбцах с номерами $j_1, \dots, j_k$, i_{k+1} — номер строки матрицы $\mathbf{A}$, не входящий в множество $\{i_1, \dots, i_k\}$, j_{k+1} — номер столбца, не входящий в список $\{j_1, \dots, j_k\}$. Тогда минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках $i_1, \dots, i_k, i_{k+1}$ и столбцах $j_1, \dots, j_k, j_{k+1}$ называется **окаймляющим** для минора M .

Рассмотрим минор матрицы, построенный на строках с номерами 2, 4 и столбцах с номерами 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ \boxed{3} & 7 & \boxed{2} & -\mathbf{3} \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ \boxed{1} & 3 & \boxed{-8} & \mathbf{5} \\ \mathbf{4} & -7 & \mathbf{3} & -\mathbf{5} \end{pmatrix}$$

Окаймляем **5-й строкой** и **4-м столбцом**.

VII.2. Окаймляющий минор матрицы

Определение 31. Пусть M — минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках с номерами $i_1, \dots, i_k$, и столбцах с номерами $j_1, \dots, j_k$, i_{k+1} — номер строки матрицы $\mathbf{A}$, не входящий в множество $\{i_1, \dots, i_k\}$, j_{k+1} — номер столбца, не входящий в список $\{j_1, \dots, j_k\}$. Тогда минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках $i_1, \dots, i_k, i_{k+1}$ и столбцах $j_1, \dots, j_k, j_{k+1}$ называется **окаймляющим** для минора M .

Рассмотрим минор матрицы, построенный на строках с номерами 2, 4 и столбцах с номерами 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ \boxed{3} & 7 & \boxed{2} & -\mathbf{3} \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ \boxed{1} & 3 & \boxed{-8} & \mathbf{5} \\ \mathbf{4} & -7 & \mathbf{3} & -\mathbf{5} \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 1 & -8 & 5 \\ 4 & 3 & -5 \end{vmatrix} =$$

Окаймляем **5-й строкой** и **4-м столбцом**.

VII.2. Окаймляющий минор матрицы

Определение 31. Пусть M — минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках с номерами $i_1, \dots, i_k$, и столбцах с номерами $j_1, \dots, j_k$, i_{k+1} — номер строки матрицы $\mathbf{A}$, не входящий в множество $\{i_1, \dots, i_k\}$, j_{k+1} — номер столбца, не входящий в список $\{j_1, \dots, j_k\}$. Тогда минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках $i_1, \dots, i_k, i_{k+1}$ и столбцах $j_1, \dots, j_k, j_{k+1}$ называется **окаймляющим** для минора M .

Рассмотрим минор матрицы, построенный на строках с номерами 2, 4 и столбцах с номерами 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ \boxed{3} & 7 & \boxed{2} & -\mathbf{3} \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ \boxed{1} & 3 & \boxed{-8} & \mathbf{5} \\ \mathbf{4} & -7 & \mathbf{3} & -\mathbf{5} \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 1 & -8 & 5 \\ 4 & 3 & -5 \end{vmatrix} = 20.$$

Окаймляем **5-й строкой** и **4-м столбцом**.

VII.2. Окаймляющий минор матрицы

Определение 31. Пусть M — минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках с номерами $i_1, \dots, i_k$, и столбцах с номерами $j_1, \dots, j_k$, i_{k+1} — номер строки матрицы $\mathbf{A}$, не входящий в множество $\{i_1, \dots, i_k\}$, j_{k+1} — номер столбца, не входящий в список $\{j_1, \dots, j_k\}$. Тогда минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках $i_1, \dots, i_k, i_{k+1}$ и столбцах $j_1, \dots, j_k, j_{k+1}$ называется **окаймляющим** для минора M .

Рассмотрим минор матрицы, построенный на строках с номерами 2, 4 и столбцах с номерами 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ \boxed{3} & 7 & \boxed{2} & -3 \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ \boxed{1} & 3 & \boxed{-8} & 5 \\ 4 & -7 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

Окаймляем **5-й строкой** и **2-м столбцом**.

VII.2. Окаймляющий минор матрицы

Определение 31. Пусть M — минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках с номерами $i_1, \dots, i_k$, и столбцах с номерами $j_1, \dots, j_k$, i_{k+1} — номер строки матрицы $\mathbf{A}$, не входящий в множество $\{i_1, \dots, i_k\}$, j_{k+1} — номер столбца, не входящий в список $\{j_1, \dots, j_k\}$. Тогда минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках $i_1, \dots, i_k, i_{k+1}$ и столбцах $j_1, \dots, j_k, j_{k+1}$ называется **окаймляющим** для минора M .

Рассмотрим минор матрицы, построенный на строках с номерами 2, 4 и столбцах с номерами 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ \boxed{3} & \textcolor{violet}{7} & \boxed{2} & -3 \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ \boxed{1} & \textcolor{violet}{3} & \boxed{-8} & 5 \\ \textcolor{violet}{4} & \textcolor{violet}{-7} & \textcolor{violet}{3} & -5 \end{pmatrix}$$

Окаймляем **5-й строкой** и **2-м столбцом**.

VII.2. Окаймляющий минор матрицы

Определение 31. Пусть M — минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках с номерами $i_1, \dots, i_k$, и столбцах с номерами $j_1, \dots, j_k$, i_{k+1} — номер строки матрицы $\mathbf{A}$, не входящий в множество $\{i_1, \dots, i_k\}$, j_{k+1} — номер столбца, не входящий в список $\{j_1, \dots, j_k\}$. Тогда минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках $i_1, \dots, i_k, i_{k+1}$ и столбцах $j_1, \dots, j_k, j_{k+1}$ называется **окаймляющим** для минора M .

Рассмотрим минор матрицы, построенный на строках с номерами 2, 4 и столбцах с номерами 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ \boxed{3} & \color{violet}{7} & \boxed{2} & -3 \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ \boxed{1} & \color{violet}{3} & \boxed{-8} & 5 \\ \color{violet}{4} & \color{violet}{-7} & \color{violet}{3} & -5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 7 & 2 \\ 1 & 3 & -8 \\ 4 & -7 & 3 \end{vmatrix} =$$

Окаймляем **5-й строкой** и **2-м столбцом**.

VII.2. Окаймляющий минор матрицы

Определение 31. Пусть M — минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках с номерами $i_1, \dots, i_k$, и столбцах с номерами $j_1, \dots, j_k$, i_{k+1} — номер строки матрицы $\mathbf{A}$, не входящий в множество $\{i_1, \dots, i_k\}$, j_{k+1} — номер столбца, не входящий в список $\{j_1, \dots, j_k\}$. Тогда минор матрицы $\mathbf{A}$, построенный на строках $i_1, \dots, i_k, i_{k+1}$ и столбцах $j_1, \dots, j_k, j_{k+1}$ называется **окаймляющим** для минора M .

Рассмотрим минор матрицы, построенный на строках с номерами 2, 4 и столбцах с номерами 1, 3.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 7 \\ \boxed{3} & \color{violet}{7} & \boxed{2} & -3 \\ 5 & 4 & -9 & 1 \\ \boxed{1} & \color{violet}{3} & \boxed{-8} & 5 \\ \color{violet}{4} & \color{violet}{-7} & \color{violet}{3} & -5 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 7 & 2 \\ 1 & 3 & -8 \\ 4 & -7 & 3 \end{vmatrix} = -424.$$

Окаймляем **5-й строкой** и **2-м столбцом**.

VII.3. Базисный минор матрицы

Определение 31. Пусть M — минор матрицы A , построенный на строках с номерами $i_1, \dots, i_k$, и столбцах с номерами $j_1, \dots, j_k$, i_{k+1} — номер строки матрицы A , не входящий в множество $\{i_1, \dots, i_k\}$, j_{k+1} — номер столбца, не входящий в список $\{j_1, \dots, j_k\}$. Тогда минор матрицы A , построенный на строках $i_1, \dots, i_k, i_{k+1}$ и столбцах $j_1, \dots, j_k, j_{k+1}$ называется **окаймляющим** для минора M .

Определение 32. Ненулевой минор матрицы A , имеющий наибольший порядок, называется **базисным минором** матрицы A .

VII.3. Базисный минор матрицы

Определение 31. Пусть M — минор матрицы A , построенный на строках с номерами $i_1, \dots, i_k$, и столбцах с номерами $j_1, \dots, j_k$, i_{k+1} — номер строки матрицы A , не входящий в множество $\{i_1, \dots, i_k\}$, j_{k+1} — номер столбца, не входящий в список $\{j_1, \dots, j_k\}$. Тогда минор матрицы A , построенный на строках $i_1, \dots, i_k, i_{k+1}$ и столбцах $j_1, \dots, j_k, j_{k+1}$ называется **окаймляющим** для минора M .

Определение 32. Ненулевой минор матрицы A , имеющий наибольший порядок, называется **базисным минором** матрицы A .

В матрице может быть несколько базисных миноров, т.е. ненулевых миноров порядка r , причем все миноры порядка $r + 1$ и выше, нулевые.

VII.4. Определения ранга матрицы

Определение 33. Рангом матрицы A называется максимальный порядок ненулевых миноров. Ранг нулевой матрицы принимается равным нулю.

VII.4. Определения ранга матрицы

Определение 33. Рангом матрицы A называется максимальный порядок ненулевых миноров. Ранг нулевой матрицы принимается равным нулю.

Например, ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ равен двум.

Дело в том, что имеются ненулевые миноры, построенные на одной строке и одном столбце (таких много), поэтому ранг этой матрицы не меньше 1. Есть ненулевые миноры, построенные на двух строках и двух столбцах, например, первой и третьей строках и первом и втором столбце (есть и другие): $\begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{1} & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ \boxed{-1} & \boxed{1} & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$.

VII.4. Определения ранга матрицы

Определение 33. Рангом матрицы A называется максимальный порядок ненулевых миноров. Ранг нулевой матрицы принимается равным нулю.

Например, ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ равен двум.

Любой минор, построенный на трех строках исходной матрицы, равен 0. Действительно, четвертый столбец исходной матрицы — нулевой, поэтому любой минор, построенный на системе столбцов, включающей в себя четвертый столбец, будет нулевым. Осталось заметить, что минор, построенный на первом, втором и третьем столбцах

исходной матрицы: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0.$

VII.4. Определения ранга матрицы

Определение 33. Рангом матрицы A называется максимальный порядок ненулевых миноров. Ранг нулевой матрицы принимается равным нулю.

Определение 34. Строчным (столбцовым) рангом матрицы A назовем максимальное число строк (столбцов) матрицы, образующих **линейно независимую** систему. Иными словами, строчный ранг матрицы — размерность **линейной оболочки** системы матриц-строк (матриц-столбцов) матрицы A .

Рассмотреть пример?

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Определение 34. Строчным (столбцовым) рангом матрицы A назовем максимальное число строк (столбцов) матрицы, образующих **линейно независимую** систему. Иными словами, строчный ранг матрицы — размерность **линейной оболочки** системы матриц-строк (матриц-столбцов) матрицы A .

Лемма 2 (о свойстве строк «базисного» минора.). Пусть минор M матрицы $A = A_{m \times n}$, построенный на строках с номерами из $I = \{i_1, \dots, i_k\}$ и столбцах $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ таков, что $M \neq 0$, но всякий **окаймляющий** его минор — нулевой. Тогда множество строк с номерами из I является базисом **линейной оболочки** множества строк матрицы A . Аналогично множество столбцов с номерами из J является базисом **линейной оболочки** множества столбцов матрицы A .

Можно сформулировать эту лемму иначе.

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Лемма 2 (о свойстве строк «базисного» минора.). Пусть минор M матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{m \times n}$, построенный на строках с номерами из $I = \{i_1, \dots, i_k\}$ и столбцах $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ таков, что $M \neq 0$, но всякий **окаймляющий** его минор — нулевой. Тогда, во-первых, множество строк с номерами из I образует **линейно независимую систему**, и, во-вторых, любая строка матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** строк с номерами из I (аналогично для столбцов).

Рассмотрим пример?

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Лемма 2 (о свойстве строк «базисного» минора.). Пусть минор M матрицы $A = A_{m \times n}$, построенный на строках с номерами из $I = \{i_1, \dots, i_k\}$ и столбцах $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ таков, что $M \neq 0$, но всякий **окаймляющий** его минор — нулевой. Тогда, во-первых, множество строк с номерами из I образует **линейно независимую систему**, и, во-вторых, любая строка матрицы A является **линейной комбинацией** строк с номерами из I (аналогично для столбцов).

Замечание к названию леммы. Фактически это свойство не базисного минора, а минора, формально более общего вида — ненулевого минора, все **окаймляющие** миноры которого нулевые. Мы докажем потом, что такой минор обязательно является базисным.

Рассмотреть пример?

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Лемма 2 (о свойстве строк «базисного» минора.). Пусть минор M матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{m \times n}$, построенный на строках с номерами из $I = \{i_1, \dots, i_k\}$ и столбцах $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ таков, что $M \neq 0$, но всякий **окаймляющий** его минор — нулевой. Тогда, во-первых, множество строк с номерами из I образует **линейно независимую систему**, и, во-вторых, любая строка матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** строк с номерами из I (аналогично для столбцов).

Доказательство. Согласно **теореме о линейных комбинациях базисных векторов (критерию базиса)** надо проверить, что, во-первых, все строки матрицы $\mathbf{A}$ с номерами из I линейно независимы и, во-вторых, любая строка матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** строк матрицы $\mathbf{A}$ с номерами из I .

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Лемма 2 (о свойстве строк «базисного» минора.). Пусть минор M матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{m \times n}$, построенный на строках с номерами из $I = \{i_1, \dots, i_k\}$ и столбцах $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ таков, что $M \neq 0$, но всякий **окаймляющий** его минор — нулевой. Тогда, во-первых, множество строк с номерами из I образует **линейно независимую систему**, и, во-вторых, любая строка матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** строк с номерами из I (аналогично для столбцов).

Доказательство. Пусть набор строк матрицы $\mathbf{A}$ с номерами из I является линейно зависимой системой векторов. Тогда существуют такие числа $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$, что

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Лемма 2 (о свойстве строк «базисного» минора.). Пусть минор M матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{m \times n}$, построенный на строках с номерами из $I = \{i_1, \dots, i_k\}$ и столбцах $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ таков, что $M \neq 0$, но всякий **окаймляющий** его минор — нулевой. Тогда, во-первых, множество строк с номерами из I образует **линейно независимую систему**, и, во-вторых, любая строка матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** строк с номерами из I (аналогично для столбцов).

Доказательство.

$$\begin{aligned} \lambda_1 \begin{pmatrix} a_{i_1,1} & a_{i_1,2} & \dots & a_{i_1,n} \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} a_{i_2,1} & a_{i_2,2} & \dots & a_{i_2,n} \end{pmatrix} + \dots + \\ + \lambda_k \begin{pmatrix} a_{i_k,1} & a_{i_k,2} & \dots & a_{i_k,n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Лемма 2 (о свойстве строк «базисного» минора.). Пусть минор M матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{m \times n}$, построенный на строках с номерами из $I = \{i_1, \dots, i_k\}$ и столбцах $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ таков, что $M \neq 0$, но всякий **окаймляющий** его минор — нулевой. Тогда, во-первых, множество строк с номерами из I образует **линейно независимую систему**, и, во-вторых, любая строка матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** строк с номерами из I (аналогично для столбцов).

Доказательство. Тогда для любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ справедливо равенство $\lambda_1 a_{i_1, j} + \lambda_2 a_{i_2, j} + \dots + \lambda_k a_{i_k, j} = 0$.

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Лемма 2 (о свойстве строк «базисного» минора.). Пусть минор M матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{m \times n}$, построенный на строках с номерами из $I = \{i_1, \dots, i_k\}$ и столбцах $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ таков, что $M \neq 0$, но всякий **окаймляющий** его минор — нулевой. Тогда, во-первых, множество строк с номерами из I образует **линейно независимую систему**, и, во-вторых, любая строка матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** строк с номерами из I (аналогично для столбцов).

Доказательство. Тогда для любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ справедливо равенство $\lambda_1 a_{i_1, j} + \lambda_2 a_{i_2, j} + \dots + \lambda_k a_{i_k, j} = 0$.

В частности, это равенство справедливо для любого номера $j \in J$.

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Лемма 2 (о свойстве строк «базисного» минора.). Пусть минор M матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{m \times n}$, построенный на строках с номерами из $I = \{i_1, \dots, i_k\}$ и столбцах $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ таков, что $M \neq 0$, но всякий **окаймляющий** его минор — нулевой. Тогда, во-первых, множество строк с номерами из I образует **линейно независимую систему**, и, во-вторых, любая строка матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** строк с номерами из I (аналогично для столбцов).

Доказательство. Тогда для любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ справедливо равенство $\lambda_1 a_{i_1, j} + \lambda_2 a_{i_2, j} + \dots + \lambda_k a_{i_k, j} = 0$.

В частности, это равенство справедливо для любого номера $j \in J$. Поэтому система строк матрицы $\mathbf{M}$, соответствующей минору M , линейно зависима.

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Лемма 2 (о свойстве строк «базисного» минора.). Пусть минор M матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{m \times n}$, построенный на строках с номерами из $I = \{i_1, \dots, i_k\}$ и столбцах $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ таков, что $M \neq 0$, но всякий **окаймляющий** его минор — нулевой. Тогда, во-первых, множество строк с номерами из I образует **линейно независимую систему**, и, во-вторых, любая строка матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** строк с номерами из I (аналогично для столбцов).

Доказательство. Тогда для любого номера $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ справедливо равенство $\lambda_1 a_{i_1, j} + \lambda_2 a_{i_2, j} + \dots + \lambda_k a_{i_k, j} = 0$.

В частности, это равенство справедливо для любого номера $j \in J$. Поэтому система строк матрицы $\mathbf{M}$, соответствующей минору M , линейно зависима. Следовательно, $M = \det \mathbf{M}$ — нулевой минор, что противоречит выбору M .

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Лемма 2 (о свойстве строк «базисного» минора.). Пусть минор M матрицы $A = A_{m \times n}$, построенный на строках с номерами из $I = \{i_1, \dots, i_k\}$ и столбцах $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ таков, что $M \neq 0$, но всякий **окаймляющий** его минор — нулевой. Тогда, во-первых, множество строк с номерами из I образует **линейно независимую систему**, и, во-вторых, любая строка матрицы A является **линейной комбинацией** строк с номерами из I (аналогично для столбцов).

Доказательство. Нам осталось доказать, что любая строка матрицы A является **линейной комбинацией** строк с номерами из I .

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Лемма 2 (о свойстве строк «базисного» минора.). Пусть минор M матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{m \times n}$, построенный на строках с номерами из $I = \{i_1, \dots, i_k\}$ и столбцах $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ таков, что $M \neq 0$, но всякий **окаймляющий** его минор — нулевой. Тогда, во-первых, множество строк с номерами из I образует **линейно независимую систему**, и, во-вторых, любая строка матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** строк с номерами из I (аналогично для столбцов).

Доказательство. Нам осталось доказать, что любая строка матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** строк с номерами из I . Пусть i — номер произвольной строки матрицы $\mathbf{A}$.

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Лемма 2 (о свойстве строк «базисного» минора.). Пусть минор M матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{m \times n}$, построенный на строках с номерами из $I = \{i_1, \dots, i_k\}$ и столбцах $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ таков, что $M \neq 0$, но всякий **окаймляющий** его минор — нулевой. Тогда, во-первых, множество строк с номерами из I образует **линейно независимую систему**, и, во-вторых, любая строка матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** строк с номерами из I (аналогично для столбцов).

Доказательство. Если $i \in I$, то i -я строка матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** строк матрицы $\mathbf{A}$ с коэффициентами $\lambda_1, \dots, \lambda_k$, где $\lambda_j = \begin{cases} 0, & \text{при } j \neq i, \\ 1, & \text{при } j = i. \end{cases}$

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Лемма 2 (о свойстве строк «базисного» минора.). Пусть минор M матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{m \times n}$, построенный на строках с номерами из $I = \{i_1, \dots, i_k\}$ и столбцах $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ таков, что $M \neq 0$, но всякий **окаймляющий** его минор — нулевой. Тогда, во-первых, множество строк с номерами из I образует **линейно независимую систему**, и, во-вторых, любая строка матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** строк с номерами из I (аналогично для столбцов).

Доказательство. Остается рассмотреть случай $i \notin I$. Пусть j — номер произвольного столбца матрицы $\mathbf{A}$.

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Положим $\mathbf{M}^{[j]} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} & a_{i_1 j} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} & a_{i_2 j} \\ & & \dots & & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} & a_{i_k j} \\ a_{i j_1} & a_{i j_2} & \dots & a_{i j_k} & a_{i j} \end{pmatrix}$. Таким образом,

$\mathbf{M}^{[j]}$ получена из $\mathbf{M}$ добавлением строки снизу и столбца справа, состоящих из соответствующих элементов i -й строки и j -го столбца матрицы $\mathbf{A}$. Заметим, что $\det(\mathbf{M}^{[j]}) = 0$. В самом деле, если $j \in J$, то в $\mathbf{M}^{[j]}$ имеется два одинаковых столбца, поэтому $\det(\mathbf{M}^{[j]}) = 0$. Если же $j \notin J$, то $\mathbf{M}^{[j]}$ — матрица, соответствующая минору, **окаймляющему** минор M , поэтому $\det(\mathbf{M}^{[j]}) = 0$ по выбору минора M .

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

Итак, доказано, что $\det(\mathbf{M}^{[j]}) = 0$. А сейчас нас ожидает приятный сюрприз. «Раскроем» этот детерминант по последнему столбцу:

$$0 = \det(\mathbf{M}^{[j]}) = a_{i_1 j} B_1 + a_{i_2 j} B_2 + \dots + a_{i_k j} B_k + a_{ij} M, \quad (7)$$

$$B_p = (-1)^{p+k+1} \begin{vmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i_{p-2} j_1} & a_{i_{p-2} j_2} & \dots & a_{i_{p-2} j_k} \\ a_{i_{p-1} j_1} & a_{i_{p-1} j_2} & \dots & a_{i_{p-1} j_k} \\ a_{i_{p+1} j_1} & a_{i_{p+1} j_2} & \dots & a_{i_{p+1} j_k} \\ a_{i_{p+2} j_1} & a_{i_{p+2} j_2} & \dots & a_{i_{p+2} j_k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \\ a_{ij_1} & a_{ij_2} & \dots & a_{ij_k} \end{vmatrix}.$$

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

А теперь — обещанный сюрприз: числа B_p не зависят от выбора j . Действительно, от выбора номера j зависят только элементы

последнего столбца матрицы $\mathbf{M}^{[j]} = \begin{pmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} & a_{i_1 j} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} & a_{i_2 j} \\ & & \dots & & \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} & a_{i_k j} \\ a_{i j_1} & a_{i j_2} & \dots & a_{i j_k} & a_{i j} \end{pmatrix}$, но

при вычислении дополнительных миноров к элементам последнего столбца матрицы $\mathbf{M}^{[j]}$ сам этот столбец вычеркивается. Вы не видите повода для ликования? Вот он: мы получили **равенство (7)**, из которого следует, что

$$a_{ij} = -\frac{B_1}{M} \cdot a_{i_1 j} - \frac{B_2}{M} \cdot a_{i_2 j} - \dots - \frac{B_k}{M} \cdot a_{i_k j},$$

VII.5. Лемма о свойстве строк базисного минора

$$a_{ij} = -\frac{B_1}{M} \cdot a_{i_1j} - \frac{B_2}{M} \cdot a_{i_2j} - \dots - \frac{B_k}{M} \cdot a_{i_kj},$$

причем в этом равенстве коэффициенты $-\frac{B_p}{M}$ *не зависят от j* . И вот эффектная концовка: по определению матричных операций «сложение» и «умножение на скаляр» получаем равенство

$$\begin{pmatrix} a_{i1} & \dots & a_{in} \end{pmatrix} = \sum_{p=1}^k \left(-\frac{B_p}{M} \right) \cdot \begin{pmatrix} a_{i_p1} & \dots & a_{i_pn} \end{pmatrix},$$

то есть i -я строка матрицы $\mathbf{A}$ действительно является **линейной комбинацией** строк матрицы $\mathbf{A}$ с номерами из I . Лемма доказана.

VII.6. Критерий базисного минора

Теорема 16 (критерий базисного минора). *Минор матрицы A является **базисным** тогда и только тогда, когда он ненулевой и все миноры, его **окаймляющие**, равны 0.*

Доказательство.

VII.6. Критерий базисного минора

Теорема 16 (критерий базисного минора). *Минор матрицы A является **базисным** тогда и только тогда, когда он ненулевой и все миноры, его **окаймляющие**, равны 0.*

Доказательство. Необходимость следует из **определения базисного минора**.

Достаточность. Пусть у рассматриваемого ненулевого минора M^0 все миноры, его **окаймляющие**, равны 0. В качестве M в условии леммы о свойстве строк «базисного» минора можно взять и минор M^0 , и любой базисный минор. По лемме о свойстве строк «базисного» минора и теореме о количестве базисных векторов у этих миноров одинаковая размерность. Таким образом, M^0 — максимальный ненулевой минор, то есть базисный. Теорема доказана.

VII.7. Теорема о совпадении трех рангов

Теорема 17 (о совпадении трех рангов). *Ранг матрицы A совпадает с ее строчным и столбцовым рангом.*

Доказательство теоремы о совпадении трех рангов.

VII.7. Теорема о совпадении трех рангов

Теорема 17 (о совпадении трех рангов). *Ранг матрицы A совпадает с ее строчным и столбцовым рангом.*

Доказательство теоремы о совпадении трех рангов. Докажем, что **строчный** ранг равен рангу матрицы. Пусть строки с номерами $I = \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ образуют базис **линейной оболочки** множества строк матрицы A . Пусть M — базисный минор матрицы A . Тогда по лемме о свойстве строк «базисного» минора и теореме о количестве базисных векторов получаем, что количество строк минора M (то есть ранг матрицы A) равно размерности **линейной оболочки** множества строк матрицы A (то есть строчному рангу матрицы A). Аналогично доказывается и утверждение о равенстве ранга матрицы A и столбцового ранга матрицы A . Теорема доказана.

VII.8. Теорема об инвариантности рангов матрицы

Теорема 18 (об инвариантности рангов матрицы). При любых элементарных преобразованиях матрицы ее **строчный** и **столбцовый** ранги не меняются. Не меняют ранга также следующие преобразования матрицы:

- 1) удаление нулевой строки;
- 2) удаление нулевого столбца;
- 3) удаление строки, являющейся **линейной комбинацией** остальных строк матрицы;
- 4) удаление столбца, являющегося **линейной комбинацией** остальных столбцов матрицы;
- 5) транспонирование матрицы;
- 6) умножение на **невырожденную** матрицу.

Доказательство

VII.8. Теорема об инвариантности рангов матрицы

Доказательство, что не меняют ранга матрицы преобразования: 1) удаление нулевой строки; 2) удаление нулевого столбца; 3) удаление строки, являющейся **линейной комбинацией** остальных строк матрицы; 4) удаление столбца, являющегося **линейной комбинацией** остальных столбцов матрицы; 5) транспонирование матрицы — следует из **теоремы 17 о совпадении трех рангов** и **свойств линейно зависимых и линейно независимых систем векторов**.

VII.8. Теорема об инвариантности рангов матрицы

Осталось показать, что умножение на невырожденную матрицу не меняет ранга исходной матрицы.

VII.8. Теорема об инвариантности рангов матрицы

Осталось показать, что умножение на невырожденную матрицу не меняет ранга исходной матрицы. Сначала докажем это для случая, когда умножение на **невырожденную** матрицу проводится слева. Итак, пусть

VII.8. Теорема об инвариантности рангов матрицы

Осталось показать, что умножение на невырожденную матрицу не меняет ранга исходной матрицы. Сначала докажем это для случая, когда умножение на **невырожденную** матрицу проводится слева. Итак, пусть $\mathbf{A} = (a_{ij})_{m \times m}$, $\mathbf{B} = (b_{ij})_{m \times n}$, $\det \mathbf{A} \neq 0$. Надо доказать, что $\text{Rg}(\mathbf{AB}) = \text{Rg}(\mathbf{B})$.

Рассмотрим линейное пространство U размерности m , и выберем в нем базис $\mathbf{B} = \{e_1, \dots, e_m\}$. Положим $e'_i = a_{1i}e_1 + \dots + a_{mi}e_m$ для $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, где a_{ji} — коэффициенты матрицы $\mathbf{A}$. Тогда система $\mathbf{B}' = \{e'_1, \dots, e'_m\}$ является базисом линейного пространства U , причем, согласно **формуле из определения матрицы перехода**, для матрицы перехода имеем $\mathbf{T}_{\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{B}'} = \mathbf{A}$.

VII.8. Теорема об инвариантности рангов матрицы

Рассмотрим линейное пространство U размерности m , и выберем в нем базис $\mathbf{B} = \{e_1, \dots, e_m\}$. Положим $e'_i = a_{1i}e_1 + \dots + a_{mi}e_m$ для $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, где a_{ji} — коэффициенты матрицы $\mathbf{A}$. Тогда система $\mathbf{B}' = \{e'_1, \dots, e'_m\}$ является базисом линейного пространства U , причем, согласно [формуле из определения матрицы перехода](#), для матрицы перехода имеем $\mathbf{T}_{\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{B}'} = \mathbf{A}$. Обозначим через V линейную оболочку системы векторов вида $v_i = b_{1i}e'_1 + \dots + b_{mi}e'_m$, где b_{ji} — коэффициенты матрицы $\mathbf{B}$. Согласно [теореме о координатах вектора в разных базисах](#), столбцами матрицы $\mathbf{AB}$ являются столбцы координат векторов v_i в базисе $\mathbf{B}$.

Таким образом, матрицы $\mathbf{B}$ и $\mathbf{AB}$ состоят из столбцов координат векторов v_i в базисах, соответственно, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}'$.

VII.8. Теорема об инвариантности рангов матрицы

Рассмотрим линейное пространство U размерности m , и выберем в нем базис $\mathbf{B} = \{e_1, \dots, e_m\}$. Мы ввели обозначения: $\mathbf{A} = (a_{ij})_{m \times m}$, $\mathbf{B} = (b_{ij})_{m \times n}$, $e'_i = a_{1i}e_1 + \dots + a_{mi}e_m$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, \dots, e'_m\}$, V — линейная оболочка системы векторов вида $v_i = b_{1i}e'_1 + \dots + b_{mi}e'_m$.

Матрицы $\mathbf{B}$ и $\mathbf{AB}$ состоят из столбцов координат векторов v_i в базисах, соответственно, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}'$. Выберем в системе векторов $\{v_1, \dots, v_m\}$ максимальную **линейно независимую** подсистему $\{v_{p_1}, v_{p_2}, \dots, v_{p_r}\}$. Согласно **теореме о стандартном изоморфизме в $\mathbb{R}^n$** , система матриц-столбцов $\{[v_{p_1}]_{\mathbf{B}}, \dots, [v_{p_r}]_{\mathbf{B}}\}$ является максимальной **линейно независимой** подсистемой системы столбцов матрицы $\mathbf{B}$, и система матриц-столбцов $\{[v_{p_1}]_{\mathbf{B}'}, \dots, [v_{p_r}]_{\mathbf{B}'}\}$ является максимальной **линейно независимой** подсистемой системы столбцов матрицы $\mathbf{AB}$.

VII.8. Теорема об инвариантности рангов матрицы

Рассмотрим линейное пространство U размерности m , и выберем в нем базис $\mathbf{B} = \{e_1, \dots, e_m\}$. Мы ввели обозначения: $\mathbf{A} = (a_{ij})_{m \times m}$, $\mathbf{B} = (b_{ij})_{m \times n}$, $e'_i = a_{1i}e_1 + \dots + a_{mi}e_m$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, \dots, e'_m\}$, V — линейная оболочка системы векторов вида $v_i = b_{1i}e'_1 + \dots + b_{mi}e'_m$.

Система матриц-столбцов $\{[v_{p_1}]_{\mathbf{B}}, \dots, [v_{p_r}]_{\mathbf{B}}\}$ является максимальной **линейно независимой** подсистемой системы столбцов матрицы $\mathbf{B}$, и система матриц-столбцов $\{[v_{p_1}]_{\mathbf{B}'}, \dots, [v_{p_r}]_{\mathbf{B}'}\}$ является максимальной **линейно независимой** подсистемой системы столбцов матрицы $\mathbf{AB}$. Поэтому, по **теореме о линейных комбинациях базисных векторов** $r = \text{Rg } \mathbf{B} = \text{Rg } (\mathbf{AB})$. Иными словами, умножение слева на **невырожденную** матрицу не меняет ранга исходной матрицы.

VII.8. Теорема об инвариантности рангов матрицы

Теорема 18 (об инвариантности рангов матрицы). При любых элементарных преобразованиях матрицы ее **строчный** и **столбцовый** ранги не меняются. Не меняют ранга:

- 1) удаление нулевой строки;
- 2) удаление нулевого столбца;
- 3) удаление строки, являющейся **линейной комбинацией** остальных строк матрицы;
- 4) удаление столбца, являющегося **линейной комбинацией** остальных столбцов матрицы;
- 5) транспонирование матрицы;
- 6) умножение на **невырожденную** матрицу.

Продолжение доказательства. Если умножение на невырожденную матрицу проводится справа, то с помощью транспонирования ситуация сводится к уже рассмотренному случаю:

VII.8. Теорема об инвариантности рангов матрицы

Продолжение доказательства. Если умножение на невырожденную матрицу проводится справа, то с помощью транспонирования ситуация сводится к уже рассмотренному случаю: в силу известного тождества имеем $(\mathbf{BA})^t = \mathbf{A}^t \mathbf{B}^t$, имеем

$$\operatorname{Rg} \mathbf{B} = \operatorname{Rg} (\mathbf{B}^t) = \operatorname{Rg} (\mathbf{A}^t \mathbf{B}^t) = \operatorname{Rg} ((\mathbf{BA})^t) = \operatorname{Rg} (\mathbf{BA}).$$

Наконец, если $\mathbf{A}$ и $\mathbf{C}$ — квадратные **невырожденные** матрицы и произведение $\mathbf{ABC}$ определено, то, согласно **ассоциативности операции умножения матриц** и доказанным выше равенствам, имеем

$$\operatorname{Rg} (\mathbf{ABC}) = \operatorname{Rg} ((\mathbf{AB}) \mathbf{C}) = \operatorname{Rg} (\mathbf{AB}) = \operatorname{Rg} \mathbf{B}.$$

VII.9. Критерий вырожденности матрицы

Теорема 19 (критерий вырожденности матрицы). Для квадратной матрицы $\mathbf{A}$ следующие условия эквивалентны:

1. Хотя бы одна из строк матрицы $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** остальных строк;
2. хотя бы один из столбцов $\mathbf{A}$ является **линейной комбинацией** остальных столбцов;
3. $\det(\mathbf{A}) = 0$.

Это следствие из **теоремы о совпадении трех рангов**.

VIII. Некоторые понятия теории систем линейных уравнений

Здесь мы ограничимся первоначальными сведениями и подробным изложением одного из основных методов решения систем линейных уравнений: **метода Гаусса**. Для решения некоторых систем линейных уравнений можно применить **формулы Крамера**.

VIII.1. Основные определения теории СЛУ

Определение 35. Системой уравнений *относительно неизвестных* $x_1, x_2, \dots, x_n$ называется выражение вида

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = g_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = g_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ \dots \\ f_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = g_m(x_1, x_2, \dots, x_n). \end{array} \right. \quad (8)$$

Это выражение представляет собой высказывание об одновременной истинности всех уравнений этой системы.

VIII.1. Основные определения теории СЛУ

Определение 35. Системой уравнений относительно неизвестных $x_1, x_2, \dots, x_n$ называется выражение вида

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = g_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = g_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ \dots \\ f_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = g_m(x_1, x_2, \dots, x_n). \end{array} \right. \quad (8)$$

Это выражение представляет собой высказывание об одновременной истинности всех уравнений этой системы.

В случае, когда система состоит только из одного уравнения, левую фигурную скобку обычно не пишут, то есть пишут

VIII.1. Основные определения теории СЛУ

Определение 35. Системой уравнений относительно неизвестных $x_1, x_2, \dots, x_n$ называется выражение вида

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = g_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = g_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ \dots \\ f_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = g_m(x_1, x_2, \dots, x_n). \end{array} \right. \quad (8)$$

Это выражение представляет собой высказывание об одновременной истинности всех уравнений этой системы.

В случае, когда система состоит только из одного уравнения, левую фигурную скобку обычно не пишут, то есть пишут

$2x - y = 3$ вместо $\{2x - y = 3\}$.

VIII.1. Основные определения теории СЛУ

Определение 36. Системой линейных уравнений *относительно неизвестных* $x_1, x_2, \dots, x_n$ называется система уравнений вида

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m, \end{array} \right. \quad (9)$$

где a_{ij} — некоторые числа, называемые **коэффициентами** этой системы, и b_j — также числа, называемые **свободными членами системы (9)**.

VIII.1. Основные определения теории СЛУ

Определение 36. Системой линейных уравнений *относительно неизвестных* $x_1, x_2, \dots, x_n$ называется система уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m, \end{cases} \quad (9)$$

где a_{ij} — некоторые числа, называемые **коэффициентами** этой системы, и b_j — также числа, называемые **свободными членами системы (9)**.

В общем случае a_{ij} и b_j являются элементами некоторого **кольца**.

VIII.1. Основные определения теории СЛУ

Определение 36. Системой линейных уравнений *относительно неизвестных* $x_1, x_2, \dots, x_n$ называется система уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m, \end{cases} \quad (9)$$

где a_{ij} — некоторые числа, называемые **коэффициентами** этой системы, и b_j — также числа, называемые **свободными членами системы (9)**.

Если при этом $b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$, то **система линейных уравнений (9)** называется **однородной системой линейных уравнений** (сокращенно **ОСЛУ**).

VIII.1. Основные определения теории СЛУ

Определение 36. Системой линейных уравнений *относительно неизвестных* $x_1, x_2, \dots, x_n$ называется система уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m, \end{cases} \quad (9)$$

где a_{ij} — некоторые числа, называемые **коэффициентами** этой системы, и b_j — также числа, называемые **свободными членами системы (9)**.

Если хотя бы один из $b_1, b_2, \dots, b_m$ отличен от 0, то **система линейных уравнений (9)** называется **неоднородной системой линейных уравнений (НСЛУ)**.

VIII.1. Основные определения теории СЛУ

Определение 36. Системой линейных уравнений *относительно неизвестных* $x_1, x_2, \dots, x_n$ называется система уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m, \end{cases} \quad (9)$$

где a_{ij} — некоторые числа, называемые **коэффициентами** этой системы, и b_j — также числа, называемые **свободными членами системы (9)**.

Название «система линейных уравнений» обусловлено тем, что выражение $\alpha_1x_1 + \alpha_2x_2 + \dots + \alpha_nx_n$ является **линейной комбинацией** неизвестных $x_1, x_2, \dots, x_n$ с коэффициентами $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$.

VIII.2. Некоторые проблемы теории СЛУ

Каков круг проблем, которыми мы должны заниматься в теории систем линейных уравнений? Наука воспринимает и обрабатывает только информацию, представленную в одной из стандартных форм. Из этого утверждения вытекают следующие задачи.

Во-первых, следует определить несколько стандартных форм представления системы линейных уравнений.

VIII.2. Некоторые проблемы теории СЛУ

Каков круг проблем, которыми мы должны заниматься в теории систем линейных уравнений? Наука воспринимает и обрабатывает только информацию, представленную в одной из стандартных форм. Из этого утверждения вытекают следующие задачи.

Во-первых, следует определить несколько стандартных форм представления системы линейных уравнений.

Во-вторых, актуальным является вопрос о равносильных преобразованиях системы уравнений.

VIII.2. Некоторые проблемы теории СЛУ

Каков круг проблем, которыми мы должны заниматься в теории систем линейных уравнений? Наука воспринимает и обрабатывает только информацию, представленную в одной из стандартных форм. Из этого утверждения вытекают следующие задачи.

Во-первых, следует определить несколько стандартных форм представления системы линейных уравнений.

Во-вторых, актуальным является вопрос о равносильных преобразованиях системы уравнений.

В-третьих, желательно разработать алгоритм преобразования системы уравнений к наиболее важным стандартным формам представления.

VIII.3. Стандартные формы представления СЛУ

Цель 2. *Разработать стандартные формы представления системы линейных уравнений.*

Для создания других стандартных форм представления системы линейных уравнений нам надо определиться с целями их создания. Начнем с компактности. Форма **представления (9)** нередко оказывается чрезмерно громоздкой при получении формул и других результатов теоретического анализа.

VIII.3. Стандартные формы представления СЛУ

Цель 2. *Разработать стандартные формы представления системы линейных уравнений.*

Компактностью и богатыми возможностями отличается аппарат матричной алгебры, поэтому особую роль играет тот факт, что **систему линейных уравнений (9)** можно представить в виде

VIII.3. Стандартные формы представления СЛУ

Цель 2. Разработать стандартные формы представления системы линейных уравнений.

Компактностью и богатыми возможностями отличается аппарат матричной алгебры, поэтому особую роль играет тот факт, что **систему линейных уравнений (9)** можно представить в виде

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix} x_2 + \dots + \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix} x_n = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

VIII.3. Стандартные формы представления СЛУ

Цель 2. Разработать стандартные формы представления системы линейных уравнений.

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix} x_2 + \dots + \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix} x_n = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

Используя «**умножение матриц на макроуровне**», последнее равенство, равносильное **системе (9)**, можно представить в виде

VIII.3. Стандартные формы представления СЛУ

Цель 2. Разработать стандартные формы представления системы линейных уравнений.

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix} x_2 + \dots + \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix} x_n = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

Используя «**умножение матриц на макроуровне**», последнее равенство, равносильное **системе (9)**, можно представить в виде

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \dots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}. \quad (10)$$

VIII.3. Стандартные формы представления СЛУ

Цель 2. *Разработать стандартные формы представления системы линейных уравнений.*

Итак, любую **систему линейных уравнений (9)** можно представить в виде матричного уравнения $AX = B$, где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \dots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

VIII.3. Стандартные формы представления СЛУ

Цель 2. Разработать стандартные формы представления системы линейных уравнений.

Итак, любую систему линейных уравнений (9) можно представить в виде матричного уравнения $AX = B$, где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \dots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

Ниже мы подробнее займемся матричными уравнениями вида $AX = B$. Интерес к таким уравнениям вызван, в частности, тем обстоятельством, что для отыскания обратной матрицы можно решить матричное уравнение $AX = E$, где E — единичная матрица соответствующей размерности.

VIII.3. Стандартные формы представления СЛУ

Цель 2. *Разработать стандартные формы представления системы линейных уравнений.*

Недостатком **системы уравнений (9)**, который сохраняется и в **форме (10)** остается неочевидность значений переменных, при которых выполняются все равенства **системы (9)** и **матричное уравнение (10)**.

VIII.3. Стандартные формы представления СЛУ

Цель 2. *Разработать стандартные формы представления системы линейных уравнений.*

Недостатком **системы уравнений (9)**, который сохраняется и в **форме (10)** остается неочевидность значений переменных, при которых выполняются все равенства **системы (9)** и **матричное уравнение (10)**.

Используя стратегию приоритетного изучения экстремальных ситуаций, можно выделить наиболее простую форму представления систем линейных уравнений:

VIII.3. Стандартные формы представления СЛУ

Цель 2. *Разработать стандартные формы представления системы линейных уравнений.*

Недостатком **системы уравнений (9)**, который сохраняется и в **форме (10)** остается неочевидность значений переменных, при которых выполняются все равенства **системы (9)** и **матричное уравнение (10)**.

Используя стратегию приоритетного изучения экстремальных ситуаций, можно выделить наиболее простую форму представления систем линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 = u_1; \\ x_2 = u_2; \\ \dots \\ x_n = u_n. \end{cases}$$

VIII.3. Стандартные формы представления СЛУ

Цель 2. *Разработать стандартные формы представления системы линейных уравнений.*

Недостатком **системы уравнений (9)**, который сохраняется и в **форме (10)** остается неочевидность значений переменных, при которых выполняются все равенства **системы (9)** и **матричное уравнение (10)**.

Используя стратегию приоритетного изучения экстремальных ситуаций, можно выделить наиболее простую форму представления систем линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 = u_1; \\ x_2 = u_2; \\ \dots \\ x_n = u_n. \end{cases}$$

Таким образом, актуальной является задача приведения СЛУ к данному виду.

VIII.3. Стандартные формы представления СЛУ

Цель 2. *Разработать стандартные формы представления системы линейных уравнений.*

Недостатком **системы уравнений (9)**, который сохраняется и в **форме (10)** остается неочевидность значений переменных, при которых выполняются все равенства **системы (9)** и **матричное уравнение (10)**.

Используя стратегию приоритетного изучения экстремальных ситуаций, можно выделить наиболее простую форму представления систем линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 = u_1; \\ x_2 = u_2; \\ \dots \\ x_n = u_n. \end{cases}$$

На эту задачу можно выйти и из других соображений.

VIII.4. Решение СЛУ

Понятие «решение системы линейных уравнений» на первый взгляд является несложным.

VIII.4.1. Частное решение СЛУ

Определение **37**. Решением (или частным решением) **системы (8)** называется такой набор значений $u_1, u_2, \dots, u_n$ неизвестных $x_1, x_2, \dots, x_n$, что при подстановке этих значений вместо соответствующих переменных в каждое уравнение системы получается верное высказывание.

VIII.4.1. Частное решение СЛУ

Определение 37. Решением (или частным решением) *системы (8)* называется такой набор значений $u_1, u_2, \dots, u_n$ неизвестных $x_1, x_2, \dots, x_n$, что при подстановке этих значений вместо соответствующих переменных в каждое уравнение системы получается верное высказывание.

Например, набор значений 3, -4 неизвестных, соответственно, x, y является решением системы уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25; \\ x - y = -1, \end{cases}$$
 поскольку при подстановке $x = 3, y = -4$ каждое из уравнений «превращается» в истинное высказывание.

VIII.4.1. Частное решение СЛУ

Определение 37. Решением (или частным решением) **системы (8)** называется такой набор значений $u_1, u_2, \dots, u_n$ неизвестных $x_1, x_2, \dots, x_n$, что при подстановке этих значений вместо соответствующих переменных в каждое уравнение системы получается верное высказывание.

Естественным образом возникает вопрос о стандартных формах задания решения уравнения. Принцип **бритвы Оккама** предписывает по возможности обойтись без существенно новых конструкций. Будем отталкиваться от **рассмотренных форм (10)** задания **системы линейных уравнений (9)**.

VIII.4.1. Частное решение СЛУ

Определение 37. Решением (или частным решением) **системы (8)** называется такой набор значений $u_1, u_2, \dots, u_n$ неизвестных $x_1, x_2, \dots, x_n$, что при подстановке этих значений вместо соответствующих переменных в каждое уравнение системы получается верное высказывание.

В итоге получаем две стандартные формы задания решения уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = u_1; \\ x_2 = u_2; \\ \dots \\ x_n = u_n \end{array} \right. \quad \text{и} \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_n \end{pmatrix}. \quad (11)$$

VIII.4.2. Совместные и несовместные системы

Определение **38**. Если *система (8)* имеет хотя бы одно решение, она называется **совместной** системой, если же у этой системы решений нет — то **несовместной**.

VIII.4.2. Совместные и несовместные системы

Определение 38. Если *система (8)* имеет хотя бы одно решение, она называется **совместной** системой, если же у этой системы решений нет — то **несовместной**.

Система уравнений может иметь не одно решение. Известно, что, например, система линейных уравнений либо несовместна (не имеет решений), либо имеет единственное решение, либо имеет *бесконечно много* решений. В частности, СЛУ не может иметь ровно 2 решения.

VIII.4.2. Совместные и несовместные системы

Определение 38. Если *система (8)* имеет хотя бы одно решение, она называется **совместной** системой, если же у этой системы решений нет — то **несовместной**.

Система уравнений может иметь не одно решение.

VIII.4.2. Совместные и несовместные системы

Определение 38. Если *система (8)* имеет хотя бы одно решение, она называется **совместной** системой, если же у этой системы решений нет — то **несовместной**.

Система уравнений может иметь не одно решение.

Известно, что, например, система линейных уравнений либо несовместна (не имеет решений), либо имеет единственное решение, либо имеет *бесконечно много* решений. В частности, СЛУ не может иметь ровно 2 решения. Впоследствии мы подробнее изучим *множество* решений системы линейных уравнений, а сейчас обсудим вопрос о том, как можно задать это множество.

VIII.4.2. Совместные и несовместные системы

Определение 38. Если *система (8)* имеет хотя бы одно решение, она называется **совместной** системой, если же у этой системы решений нет — то **несовместной**.

Система уравнений может иметь не одно решение.

Например, общее решение системы из одного уравнения $x - 2y + 3z = 2$ можно представить в виде

VIII.4.2. Совместные и несовместные системы

Определение 38. Если *система (8)* имеет хотя бы одно решение, она называется **совместной** системой, если же у этой системы решений нет — то **несовместной**.

Система уравнений может иметь не одно решение.

Например, общее решение системы из одного уравнения $x - 2y + 3z = 2$ можно представить в виде $x =$

VIII.4.2. Совместные и несовместные системы

Определение 38. Если *система (8)* имеет хотя бы одно решение, она называется **совместной** системой, если же у этой системы решений нет — то **несовместной**.

Система уравнений может иметь не одно решение.

Например, общее решение системы из одного уравнения $x - 2y + 3z = 2$ можно представить в виде $x = 2 + 2y - 3z$.

VIII.4.2. Совместные и несовместные системы

Определение 38. Если *система (8)* имеет хотя бы одно решение, она называется **совместной** системой, если же у этой системы решений нет — то **несовместной**.

Система уравнений может иметь не одно решение.

Например, общее решение системы из одного уравнения $x - 2y + 3z = 2$ можно представить в виде $x = 2 + 2y - 3z$.

Такую запись можно интерпретировать следующим образом: x мы считаем «настоящей неизвестной», а переменные y, z — «параметрами».

VIII.4.2. Совместные и несовместные системы

Определение 38. Если *система (8)* имеет хотя бы одно решение, она называется **совместной** системой, если же у этой системы решений нет — то **несовместной**.

Система уравнений может иметь не одно решение.

Например, общее решение системы из одного уравнения $x - 2y + 3z = 2$ можно представить в виде $x = 2 + 2y - 3z$.

Такую запись можно интерпретировать следующим образом: x мы считаем «настоящей неизвестной», а переменные y, z — «параметрами».

Если «параметрам» y, z придать произвольные значения и вычислить по формуле $x = 2 + 2y - 3z$ значение «настоящей переменной» x , то полученный набор значений переменных x, y, z будет решением исходной системы $x - 2y + 3z = 2$.

VIII.4.2. Совместные и несовместные системы

Форма записи решения, представляющая собой систему выражений для «настоящих переменных» через те переменные, которые считаются «параметрами», удобна для случая, когда исходная система была представлена в **форме (9)**. Если же исходная система была представлена в **матричной форме (10)**, то и ответ желательно представить в матричной форме. Это можно сделать, например, следующим образом.

VIII.4.2. Совместные и несовместные системы

Обозначим через C, D значения, соответственно, переменных y, z .

Тогда решение можно представить в виде $\begin{cases} x = 2 + 2C - 3D; \\ y = C; \\ z = D \end{cases}$ или

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + D \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Такая форма представления ответа (см. также [пример](#) и [пример](#)) положена в основу следующего определения.

VIII.4.3. Общее решение СЛУ

Определение 39.

Система функций
 $\left\{ \varphi_i(C_1, C_2, \dots, C_k) \mid 1 \leq i \leq n \right\}$ *называется общим решением*
системы уравнений (9), если

во-первых, при любых значениях $P_1, P_2, \dots, P_k$ переменных

$$C_1, C_2, \dots, C_k \text{ набор } \begin{cases} x_1 = \varphi_1(P_1, P_2, \dots, P_k), \\ x_2 = \varphi_2(P_1, P_2, \dots, P_k), \\ \dots \\ x_n = \varphi_n(P_1, P_2, \dots, P_k) \end{cases} \begin{matrix} \text{является} \\ \text{решением} \\ \text{системы (9);} \end{matrix}$$

$$\text{во-вторых, для любого решения } \begin{cases} x_1 = u_1, \\ x_2 = u_2, \\ \dots \\ x_n = u_n \end{cases} \begin{matrix} \text{системы (9)} \\ \text{найдется} \\ \text{такой набор чисел} \\ P_1, P_2, \dots, P_k, \end{matrix}$$

что $u_i = \varphi_i(P_1, P_2, \dots, P_k)$ для всех $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Рассмотрим пример?

IX. Методы решения СЛУ

Универсальной процедуры решения систем произвольных уравнений не существует. В отличие от общей ситуации, для систем линейных уравнений такие процедуры давно известны. Мы рассмотрим только 2 из них: решение с помощью **формул Крамера** (применяема только к относительно узкому классу линейных уравнений) и решение **методом Гаусса**. Сейчас мы рассмотрим метод решения, основанный на **формулах Крамера** (решение системы из n линейных уравнений с n неизвестными), а потом подробно обсудим метод, более универсальный и более эффективный для систем с большим числом неизвестных, так называемый *метод Гаусса*.

IX.1. Формулы Крамера

Теорема 20 (Крамер). Пусть матрица A коэффициентов **системы линейных уравнений (9)** — квадратная, то есть $m = n$, причем $\det A \neq 0$. Положим $\Delta = \det A$, и, для $k \in \{1, 2, \dots, n\}$, обозначим через Δ_{x_k} детерминант матрицы, полученной из A заменой k -го столбца столбцом свободных членов, то есть

$$\Delta_{x_k} = \det \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,k-1} & b_1 & a_{1,k+1} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & \dots & a_{2,k-1} & b_2 & a_{2,k+1} & \dots & a_{2,n} \\ & & & \dots & & & \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,k-1} & b_n & a_{n,k+1} & \dots & a_{n,n} \end{pmatrix}.$$

Тогда справедливы следующие формулы, называемые **формулами Крамера**: $x_k = \frac{\Delta_{x_k}}{\Delta}$.

Рассмотрим пример с идеей доказательства?

IX.1. Формулы Крамера

Доказательство. Пусть $\begin{cases} x_1 = x_1^*, \\ x_2 = x_2^*, \\ \dots \\ x_n = x_n^* \end{cases}$ — решение **системы (9)**. Используя свойства детерминанта, получаем:

IX.1. Формулы Крамера

Доказательство. Пусть $\begin{cases} x_1 = x_1^*, \\ x_2 = x_2^*, \\ \dots \\ x_n = x_n^* \end{cases}$ — решение **системы (9)**. Ис-

пользуя свойства детерминанта, получаем:

$$\Delta \cdot x_k^* = \det \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,k-1} & a_{1,k} & a_{1,k+1} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & \dots & a_{2,k-1} & a_{2,k} & a_{2,k+1} & \dots & a_{2,n} \\ & & & \dots & & & \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,k-1} & a_{n,k} & a_{n,k+1} & \dots & a_{n,n} \end{pmatrix} \cdot x_k^* =$$

IX.1. Формулы Крамера

Доказательство. Пусть $\begin{cases} x_1 = x_1^*, \\ x_2 = x_2^*, \\ \dots \\ x_n = x_n^* \end{cases}$ — решение **системы (9)**. Ис-

пользуя свойства детерминанта, получаем:

$$\begin{aligned} \Delta \cdot x_k^* &= \det \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,k-1} & a_{1,k} & a_{1,k+1} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & \dots & a_{2,k-1} & a_{2,k} & a_{2,k+1} & \dots & a_{2,n} \\ & & & \dots & & & \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,k-1} & a_{n,k} & a_{n,k+1} & \dots & a_{n,n} \end{pmatrix} \cdot x_k^* = \\ &= \det \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,k-1} & a_{1,k}x_k^* & a_{1,k+1} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & \dots & a_{2,k-1} & a_{2,k}x_k^* & a_{2,k+1} & \dots & a_{2,n} \\ & & & \dots & & & \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,k-1} & a_{n,k}x_k^* & a_{n,k+1} & \dots & a_{n,n} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

IX.1. Формулы Крамера

Доказательство. Пусть $\begin{cases} x_1 = x_1^*, \\ x_2 = x_2^*, \\ \dots \\ x_n = x_n^* \end{cases}$ — решение **системы (9)**. Ис-

пользуя свойства детерминанта, получаем:

$$\Delta \cdot x_k^* = \det \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,k-1} & a_{1,k}x_k^* & a_{1,k+1} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & \dots & a_{2,k-1} & a_{2,k}x_k^* & a_{2,k+1} & \dots & a_{2,n} \\ & & & \dots & & & \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,k-1} & a_{n,k}x_k^* & a_{n,k+1} & \dots & a_{n,n} \end{pmatrix}.$$

Как известно, детерминант не изменится, если в последней матрице заменить k -й столбец суммой k -го столбца с линейной комбинацией остальных столбцов. В качестве коэффициентов выберем числа x_1^* для первого столбца, x_2^* — для второго и т.д. Тогда элемент q -ой строки k -го столбца будет иметь вид:

IX.1. Формулы Крамера

Доказательство. Пусть $\begin{cases} x_1 = x_1^*, \\ x_2 = x_2^*, \\ \dots \\ x_n = x_n^* \end{cases}$ — решение **системы (9)**. Ис-

пользуя свойства детерминанта, получаем:

$$\Delta \cdot x_k^* = \det \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,k-1} & a_{1,k}x_k^* & a_{1,k+1} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & \dots & a_{2,k-1} & a_{2,k}x_k^* & a_{2,k+1} & \dots & a_{2,n} \\ & & & \dots & & & \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,k-1} & a_{n,k}x_k^* & a_{n,k+1} & \dots & a_{n,n} \end{pmatrix}.$$

Тогда элемент q -ой строки k -го столбца будет иметь вид:

$$\underbrace{a_{q,1}x_1^* + \dots + a_{q,k-1}x_{k-1}^*}_{\substack{\text{линейная} \\ \text{элементов} \\ \text{столбцов}}} \underbrace{+ a_{q,k}x_k^*}_{\substack{\text{комбинация} \\ \text{первых} \\ k-1}} + \underbrace{a_{q,k+1}x_{k+1}^* + \dots + a_{q,n}x_n^*}_{\substack{\text{линейная комбинация эле-} \\ \text{ментов последних} \\ \text{столбцов}}} \quad n-k$$

IX.1. Формулы Крамера

Доказательство. Следовательно,

$$\Delta \cdot x_k^* = \begin{vmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,k-1} & \sum_{p=1}^n a_{1,p} x_p^* & a_{1,k+1} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & \dots & a_{2,k-1} & \sum_{p=1}^n a_{2,p} x_p^* & a_{2,k+1} & \dots & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,k-1} & \sum_{p=1}^n a_{n,p} x_p^* & a_{n,k+1} & \dots & a_{n,n} \end{vmatrix}.$$

Но набор чисел $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ является решением **системы (9)**, поэтому $\sum_{p=1}^n a_{q,p} x_p^* = b_q$, то есть

IX.1. Формулы Крамера

Доказательство. Следовательно,

$$\Delta \cdot x_k^* = \begin{vmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,k-1} & \sum_{p=1}^n a_{1,p} x_p^* & a_{1,k+1} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & \dots & a_{2,k-1} & \sum_{p=1}^n a_{2,p} x_p^* & a_{2,k+1} & \dots & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,k-1} & \sum_{p=1}^n a_{n,p} x_p^* & a_{n,k+1} & \dots & a_{n,n} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,k-1} & b_1 & a_{1,k+1} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & \dots & a_{2,k-1} & b_2 & a_{2,k+1} & \dots & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,k-1} & b_n & a_{n,k+1} & \dots & a_{n,n} \end{vmatrix} = \Delta_{x_k}.$$

IX.1. Формулы Крамера

Доказательство. Следовательно,

$$\Delta \cdot x_k^* = \begin{vmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,k-1} & \sum_{p=1}^n a_{1,p} x_p^* & a_{1,k+1} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & \dots & a_{2,k-1} & \sum_{p=1}^n a_{2,p} x_p^* & a_{2,k+1} & \dots & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,k-1} & \sum_{p=1}^n a_{n,p} x_p^* & a_{n,k+1} & \dots & a_{n,n} \end{vmatrix} = \Delta_{x_k}.$$

Следовательно, $x_k^* = \frac{\Delta_{x_k}}{\Delta}$, что и требовалось доказать.

Рассмотреть пример?

IX.2. Метод Гаусса: случай единственного решения

Сначала мы рассмотрим метод Гаусса (метод исключения неизвестных) на **простом примере**.

Метод Гаусса решения СЛУ называют еще *методом исключения неизвестных*. Метод Гаусса основан на преобразованиях системы уравнений, приводящих эту систему к, в некотором смысле, максимально простому виду. Сначала добьемся, чтобы, например, переменная x осталась только в первом уравнении. Как это сделать? Рассмотрим «арсенал» доступных средств. Сначала разберемся, какие преобразования допустимы. При решении системы уравнений нас сейчас интересует только множество решений этой системы. Поэтому допустимыми следует считать такие преобразования, которые не изменяют множество решений системы уравнений. Прежде чем продолжить решение этого примера, рассмотрим несколько новых понятий.

IX.2. Метод Гаусса: случай единственного решения

Определение 40. *Две системы уравнений называются равносильными, если множество решений первой системы равно множеству решений второй системы уравнений.*

IX.2. Метод Гаусса: случай единственного решения

Определение 40. *Две системы уравнений называются равносильными, если множество решений первой системы равно множеству решений второй системы уравнений.*

Иными словами, системы уравнений равносильны тогда и только тогда, когда всякое решение первой системы является решением второй системы и наоборот, всякое решение второй системы уравнений является решением первой системы.

IX.2. Метод Гаусса: случай единственного решения

Определение 40. *Две системы уравнений называются равносильными, если множество решений первой системы равно множеству решений второй системы уравнений.*

Иными словами, системы уравнений равносильны тогда и только тогда, когда всякое решение первой системы является решением второй системы и наоборот, всякое решение второй системы уравнений является решением первой системы.

Переход к последней формулировке осуществлен с помощью определения равенства множеств. Действительно, пусть A — множество решений первой системы уравнений, B — множество решений второй системы. Тогда высказывание $A = B$, согласно *определению* равенства множеств, означает, что любой элемент множества A (то есть решение первой системы) является элементом множества B (то есть решением второй системы) и наоборот.

IX.2. Метод Гаусса: случай единственного решения

Рассмотрим следующие преобразования системы уравнений.

- **Произведением** уравнения $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ на число λ назовем уравнение $\lambda f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \lambda g(x_1, x_2, \dots, x_n)$;
- **Суммой** уравнений $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и $u(x_1, x_2, \dots, x_n) = v(x_1, x_2, \dots, x_n)$ назовем уравнение

$$\begin{aligned} & f(x_1, x_2, \dots, x_n) + u(x_1, x_2, \dots, x_n) = \\ & = g(x_1, x_2, \dots, x_n) + v(x_1, x_2, \dots, x_n). \end{aligned}$$

IX.2. Метод Гаусса: случай единственного решения

Оказывается, для решения систем линейных уравнений нам достаточно ограничиться следующими преобразованиями системы уравнений:

IX.2. Метод Гаусса: случай единственного решения

Оказывается, для решения систем линейных уравнений нам достаточно ограничиться следующими преобразованиями системы уравнений:

- перестановка уравнений системы. Например, равносильными являются системы $\begin{cases} -x - y = 2 \\ 2x + 3y - z = 1 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$ и $\begin{cases} -x - y = 2 \\ x + y + z = 3 \\ 2x + 3y - z = 1 \end{cases}$, получаемые друг из друга перестановкой второго и третьего уравнений;

IX.3. Элементарные преобразования систем уравнений

Оказывается, для решения систем линейных уравнений нам достаточно ограничиться следующими преобразованиями системы уравнений:

- перестановка уравнений системы;

IX.3. Элементарные преобразования систем уравнений

Оказывается, для решения систем линейных уравнений нам достаточно ограничиться следующими преобразованиями системы уравнений:

- перестановка уравнений системы;
- умножение левой и правой частей любого уравнения системы на ненулевое число. Например, равносильными являются системы

$$\overline{\begin{cases} -x - y = 2 \\ 2x + 3y - z = 1 \\ x + y + z = 3 \end{cases}} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x + y = -2 \\ 2x + 3y - z = 1 \\ x + y + z = 3 \end{cases}, \text{ так как они получаются}$$

друг из друга умножением первого уравнения на -1 (точнее, на -1 умножаются левая и правая части первого уравнения);

IX.3. Элементарные преобразования систем уравнений

Оказывается, для решения систем линейных уравнений нам достаточно ограничиться следующими преобразованиями системы уравнений:

- перестановка уравнений системы;
- умножение левой и правой частей любого уравнения системы на ненулевое число;
- Заменой одного из уравнений системы суммой этого уравнения с линейной комбинацией других уравнений.

IX.3. Элементарные преобразования систем уравнений

Например, системы $\begin{cases} -x - y = 2 \\ 2x + 3y - z = 1 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$ и

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ 2x + 3y - z = 1 \\ x + y + z + (-x - y) - 3(2x + 3y - z) = 2 \end{cases} \quad \text{равносильны, так как}$$

вторая система получается из первой заменой третьего уравнения на сумму третьего уравнения первой системы с линейной комбинацией первого и второго уравнений с коэффициентами 1 и, соответственно, -3 (2 в правой части — это $3 + 2 - 3 \cdot 1$).

IX.3. Элементарные преобразования систем уравнений

Оказывается, для решения систем линейных уравнений нам достаточно ограничиться следующими преобразованиями системы уравнений:

- перестановка уравнений системы;
- умножение левой и правой частей любого уравнения системы на ненулевое число;
- Заменой одного из уравнений системы суммой этого уравнения с линейной комбинацией других уравнений.

IX.4. Теорема о равносильных преобразованиях СЛУ

Теорема 21. Пусть СЛУ A получена из СЛУ B с помощью последовательных преобразований одного из следующих видов:

IX.4. Теорема о равносильных преобразованиях СЛУ

Теорема 21. Пусть СЛУ A получена из СЛУ B с помощью последовательных преобразований одного из следующих видов:

— перестановка уравнений системы;

IX.4. Теорема о равносильных преобразованиях СЛУ

Теорема 21. Пусть СЛУ A получена из СЛУ B с помощью последовательных преобразований одного из следующих видов:

- перестановка уравнений системы;
- умножение левой и правой частей одного из уравнений на некоторое ненулевое число λ ;

IX.4. Теорема о равносильных преобразованиях СЛУ

Теорема 21. Пусть СЛУ A получена из СЛУ B с помощью последовательных преобразований одного из следующих видов:

- перестановка уравнений системы;
- умножение левой и правой частей одного из уравнений на некоторое ненулевое число λ ;
- заменой одного из уравнений системы суммой этого уравнения с линейной комбинацией остальных уравнений;

IX.4. Теорема о равносильных преобразованиях СЛУ

Теорема 21. Пусть СЛУ A получена из СЛУ B с помощью последовательных преобразований одного из следующих видов:

- перестановка уравнений системы;
- умножение левой и правой частей одного из уравнений на некоторое ненулевое число λ ;
- заменой одного из уравнений системы суммой этого уравнения с линейной комбинацией остальных уравнений;
- удалением из системы уравнений тождества $0 = 0$;

IX.4. Теорема о равносильных преобразованиях СЛУ

Теорема 21. Пусть СЛУ A получена из СЛУ B с помощью последовательных преобразований одного из следующих видов:

- перестановка уравнений системы;
- умножение левой и правой частей одного из уравнений на некоторое ненулевое число λ ;
- заменой одного из уравнений системы суммой этого уравнения с линейной комбинацией остальных уравнений;
- удалением из системы уравнений тождества $0 = 0$;
- добавлением в систему уравнений линейной комбинации уравнений системы B .

IX.4. Теорема о равносильных преобразованиях СЛУ

Теорема 21. Пусть СЛУ A получена из СЛУ B с помощью последовательных преобразований одного из следующих видов:

- перестановка уравнений системы;
- умножение левой и правой частей одного из уравнений на некоторое ненулевое число λ ;
- заменой одного из уравнений системы суммой этого уравнения с линейной комбинацией остальных уравнений;
- удалением из системы уравнений тождества $0 = 0$;
- добавлением в систему уравнений линейной комбинации уравнений системы B .

Тогда системы A и B равносильны.

IX.4. Теорема о равносильных преобразованиях СЛУ

Доказательство. Логическая структура этой теоремы для вас может показаться необычной: это система теорем-импликаций типа «если система B получена из системы A перестановкой двух уравнений системы A , то системы A и B равносильны» и др. Продолжение доказательства можно рассматривать как несложное упражнение по теме «доказательство теорем».

Возникли вопросы? Нужен комментарий?

Рассмотреть пример?

IX.5. Краткое описание метода Гаусса

Сделаем некоторые выводы из **решения примера**. С помощью метода Гаусса поиск решения системы линейных уравнений (СЛУ) осуществляется в 2 этапа, называемых *прямым* и *обратным* ходом метода Гаусса.

IX.5. Краткое описание метода Гаусса

Сделаем некоторые выводы из **решения примера**. С помощью метода Гаусса поиск решения системы линейных уравнений (СЛУ) осуществляется в 2 этапа, называемых *прямым* и *обратным* ходом метода Гаусса.

На первом этапе мы постепенно исключаем неизвестные из уравнений, «находящихся ниже» того уравнения, с помощью которого проводится это исключение: сначала с помощью первого уравнения исключили во втором и третьем уравнениях переменную x , потом с помощью второго исключили в третьем уравнении переменную y .

IX.5. Краткое описание метода Гаусса

Прямой ход метода Гаусса можно истолковать таким образом: уравнение, с помощью которого мы исключаем соответствующую неизвестную из «нижележащих» уравнений, является своеобразным «инструментом».

IX.5. Краткое описание метода Гаусса

Прямой ход метода Гаусса можно истолковать таким образом: уравнение, с помощью которого мы исключаем соответствующую неизвестную из «нижележащих» уравнений, является своеобразным «инструментом». Сначала мы подготавливаем этот «инструмент», добиваясь единичного коэффициента перед интересующей нас переменной.

IX.5. Краткое описание метода Гаусса

Прямой ход метода Гаусса можно истолковать таким образом: уравнение, с помощью которого мы исключаем соответствующую неизвестную из «нижележащих» уравнений, является своеобразным «инструментом». Сначала мы подготавливаем этот «инструмент», добиваясь единичного коэффициента перед интересующей нас переменной. В первом уравнении нас интересует переменная x , во втором уравнении (после «очистки» второго и третьего уравнений от x), — это y , в третьем уравнении (после «удаления» y из третьего уравнения) — это переменная z .

IX.5. Краткое описание метода Гаусса

Прямой ход метода Гаусса можно истолковать таким образом: уравнение, с помощью которого мы исключаем соответствующую неизвестную из «нижележащих» уравнений, является своеобразным «инструментом». Сначала мы подготавливаем этот «инструмент», добываясь единичного коэффициента перед интересующей нас переменной. В первом уравнении нас интересует переменная x , во втором уравнении (после «очистки» второго и третьего уравнений от x), — это y , в третьем уравнении (после «удаления» y из третьего уравнения) — это переменная z . При этом каждый раз после «изготовления инструмента» (получения единичного коэффициента перед соответствующей переменной) сама «инструментальная строка» и все вышележащие строки больше не изменяются на протяжении всего прямого хода метода Гаусса.

IX.5. Краткое описание метода Гаусса

В отличие от прямого хода, на протяжении обратного хода метода Гаусса в качестве «инструментальной строки» используются нижние строки матрицы, и с их помощью исключаются неизвестные из «вышележащих» уравнений.

IX.5. Краткое описание метода Гаусса

Прямой ход метода Гаусса на матричном языке в **рассматриваемом примере** осуществлялся следующим образом:

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, начиная с левого верхнего угла, потом полученной «инструментальной строкой» с 1 на главной диагонали получаем нули ниже этой единички (слева-сверху — вправо-вниз):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} * & * & * & \dots & * & * \\ * & * & * & \dots & * & * \\ * & * & * & \dots & * & * \\ & & & \dots & & \dots \\ * & * & * & \dots & * & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, начиная с левого верхнего угла, потом полученной «инструментальной строкой» с 1 на главной диагонали получаем нули ниже этой единички (слева-сверху — вправо-вниз):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & * & * & \dots & * & * \\ * & * & * & \dots & * & * \\ * & * & * & \dots & * & * \\ & & & \dots & & \dots \\ * & * & * & \dots & * & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, начиная с левого верхнего угла, потом полученной «инструментальной строкой» с 1 на главной диагонали получаем нули ниже этой единички (слева-сверху — вправо-вниз):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \mathbf{1} & * & * & \dots & * & * \\ * & * & * & \dots & * & * \\ * & * & * & \dots & * & * \\ & & & \dots & & \dots \\ * & * & * & \dots & * & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, начиная с левого верхнего угла, потом полученной «инструментальной строкой» с 1 на главной диагонали получаем нули ниже этой единички (слева-сверху — вправо-вниз):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \mathbf{1} & * & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & * & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & * & * & \dots & * & * \\ & & & \dots & & \dots \\ \mathbf{0} & * & * & \dots & * & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, начиная с левого верхнего угла, потом полученной «инструментальной строкой» с 1 на главной диагонали получаем нули ниже этой единички (слева-сверху — вправо-вниз):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \mathbf{1} & * & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & * & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & * & * & \dots & * & * \\ & & & \dots & & \dots \\ \mathbf{0} & * & * & \dots & * & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, начиная с левого верхнего угла, потом полученной «инструментальной строкой» с 1 на главной диагонали получаем нули ниже этой единички (слева-сверху — вправо-вниз):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \mathbf{1} & * & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \textcolor{violet}{1} & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & * & * & \dots & * & * \\ & & & \dots & & \dots \\ \mathbf{0} & * & * & \dots & * & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, начиная с левого верхнего угла, потом полученной «инструментальной строкой» с 1 на главной диагонали получаем нули ниже этой единички (слева-сверху — вправо-вниз):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \mathbf{1} & * & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & * & * & \dots & * & * \\ & & \dots & & & \dots \\ \mathbf{0} & * & * & \dots & * & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, начиная с левого верхнего угла, потом полученной «инструментальной строкой» с 1 на главной диагонали получаем нули ниже этой единички (слева-сверху — вправо-вниз):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \mathbf{1} & * & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & * & \dots & * & * \\ & & \dots & & & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & * & \dots & * & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, начиная с левого верхнего угла, потом полученной «инструментальной строкой» с 1 на главной диагонали получаем нули ниже этой единицы (слева-сверху — вправо-вниз):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \mathbf{1} & * & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & * & \dots & * & * \\ & & \dots & & & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & * & \dots & * & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, начиная с левого верхнего угла, потом полученной «инструментальной строкой» с 1 на главной диагонали получаем нули ниже этой единицы (слева-сверху — вправо-вниз):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \mathbf{1} & * & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \textcolor{violet}{1} & \dots & * & * \\ & & \dots & & & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & * & \dots & * & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, начиная с левого верхнего угла, потом полученной «инструментальной строкой» с 1 на главной диагонали получаем нули ниже этой единички (слева-сверху — вправо-вниз).

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \mathbf{1} & * & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \dots & * & * \\ & & \dots & & & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & * & \dots & * & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, начиная с левого верхнего угла, потом полученной «инструментальной строкой» с 1 на главной диагонали получаем нули ниже этой единицы (слева-сверху — вправо-вниз):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \mathbf{1} & * & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \dots & * & * \\ & & \dots & & & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & * & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, начиная с левого верхнего угла, потом полученной «инструментальной строкой» с 1 на главной диагонали получаем нули ниже этой единички (слева-сверху — вправо-вниз):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \mathbf{1} & * & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \dots & * & * \\ & & \dots & & & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & * & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, начиная с левого верхнего угла, потом полученной «инструментальной строкой» с 1 на главной диагонали получаем нули ниже этой единички (слева-сверху — вправо-вниз):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \mathbf{1} & * & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & * & \dots & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \dots & * & * \\ & & \dots & & & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{1} & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & * & * & \dots & * & * \\ 0 & 1 & * & \dots & * & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & * & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & * & * & \dots & * & * \\ 0 & 1 & * & \dots & * & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & * & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \textcolor{violet}{1} & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & * & * & \dots & * & * \\ 0 & 1 & * & \dots & * & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & * & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{1} & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & * & * & \dots & * & * \\ 0 & 1 & * & \dots & * & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & * & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{1} & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & * & * & \dots & * & * \\ 0 & 1 & * & \dots & * & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{1} & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & * & * & \dots & * & * \\ 0 & 1 & * & \dots & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{1} & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & * & * & \dots & 0 & * \\ 0 & 1 & * & \dots & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & * & * & \dots & \mathbf{0} & * \\ 0 & 1 & * & \dots & \mathbf{0} & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \mathbf{0} & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{1} & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & * & * & \dots & 0 & * \\ 0 & 1 & * & \dots & 0 & * \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & * & * & \dots & 0 & * \\ 0 & 1 & * & \dots & 0 & * \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & * & * & \dots & 0 & * \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & * & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & * & \mathbf{0} & \dots & 0 & * \\ 0 & 1 & \mathbf{0} & \dots & 0 & * \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & * & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & \textcolor{violet}{1} & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & * & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & * & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & \mathbf{0} & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \end{array} \right)$$

Представление метода Гаусса на матричном языке:

- Во время прямого хода метода Гаусса мы постепенно получали единицы на главной диагонали матрицы, и нули — ниже нее.
- Во время обратного хода метода Гаусса мы получаем нули выше главной диагонали, начиная с правого края матрицы коэффициентов (справа-снизу — влево-вверх):

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & * \\ & & & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & * \end{array} \right)$$

«Расшифровывая» полученную матрицу как систему линейных уравнений, получаем искомое решение исходной СЛУ.

IX.6. Фундаментальная система решений (ФСР). Фундаментальная матрица

Теперь рассмотрим **более сложный пример**, в котором решение не является единственным.

$$\text{Форма записи ответа} \begin{cases} a = 2 - 11c + 8d + 5e, \\ b = 1 - 6c + 5d + 3e, \end{cases} \quad \text{примененная нами}$$

при **решении примера**, в некоторых случаях нас не будет устраивать. В теории линейных пространств более удобной является форма записи, использующая понятие *фундаментальной системы решений*. Понятие фундаментальной системы решений ОСЛУ и фундаментальной матрицы мы рассмотрим в главе, посвященной теории линейных пространств.

IX.6. Фундаментальная система решений (ФСР). Фундаментальная матрица

Для того, чтобы записать общее решение $\begin{cases} a = 2 - 11c + 8d + 5e, \\ b = 1 - 6c + 5d + 3e, \end{cases}$

системы уравнений примера в соответствии с определением общего решения, достаточно положить $c = C_1$, $d = C_2$, $e = C_3$. Тогда общее решение исходной системы можно представить в виде

$$\begin{cases} a = 2 + -11C_1 + 8C_2 + 5C_3, \\ b = 1 + -6C_1 + 5C_2 + 3C_3, \\ c = C_1, \\ d = C_2, \\ e = C_3. \end{cases}$$

IX.6. Фундаментальная система решений (ФСР). Фундаментальная матрица

Последнюю систему уравнений часто записывают в матричной форме, «индустриальную методику» получения которой мы рассмотрим ниже, в **разделе IX.7**:

$$\begin{cases} a = 2 + -11C_1 + 8C_2 + 5C_3, \\ b = 1 + -6C_1 + 5C_2 + 3C_3, \\ c = C_1, \\ d = C_2, \\ e = C_3. \end{cases}$$

IX.6. Фундаментальная система решений (ФСР).

Фундаментальная матрица

$$\begin{cases} a = 2 + -11C_1 + 8C_2 + 5C_3, \\ b = 1 + -6C_1 + 5C_2 + 3C_3, \\ c = C_1, \\ d = C_2, \\ e = C_3. \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C_1 \begin{pmatrix} -11 \\ -6 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + C_3 \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

что с помощью «умножения матриц на макроуровне» представляется в виде

IX.6. Фундаментальная система решений (ФСР).

Фундаментальная матрица

$$\begin{cases} a = 2 + -11C_1 + 8C_2 + 5C_3, \\ b = 1 + -6C_1 + 5C_2 + 3C_3, \\ c = C_1, \\ d = C_2, \\ e = C_3. \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C_1 \begin{pmatrix} -11 \\ -6 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + C_3 \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

что с помощью «умножения матриц на макроуровне» пред-

ставляется в виде

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -11 & 8 & 5 \\ -6 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}.$$

IX.6. Фундаментальная система решений (ФСР). Фундаментальная матрица

Система уравнений
$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 0 \\ a - 2b - c + 2d + e = 0 \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 0 \\ 3a - 5b + 3c + d = 0 \\ 5a - 8b + 7c - e = 0 \end{cases}$$
 называется *однородной системой уравнений*, **соответствующей** исходной системе
$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1 \\ a - 2b - c + 2d + e = 0 \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1 \\ 3a - 5b + 3c + d = 1 \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases}$$

IX.6. Фундаментальная система решений (ФСР). Фундаментальная матрица

Матрица $\Phi = \begin{pmatrix} -11 & 8 & 5 \\ -6 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ называется **фундаментальной матрицей** однородной системы линейных уравнений $\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 0 \\ a - 2b - c + 2d + e = 0 \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 0 \\ 3a - 5b + 3c + d = 0 \\ 5a - 8b + 7c - e = 0 \end{cases}$, а система матриц-столбцов $\begin{pmatrix} -11 \\ -6 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ — **фундаментальной системой решений** этой однородной системы линейных уравнений.

Наш способ получения фундаментальной матрицы из «преобразованной» расширенной матрицы является «ремесленным».

IX.6. Фундаментальная система решений (ФСР). Фундаментальная матрица

Матрица $\Phi = \begin{pmatrix} -11 & 8 & 5 \\ -6 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ называется **фундаментальной матрицей** однородной системы линейных уравнений $\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 0 \\ a - 2b - c + 2d + e = 0 \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 0 \\ 3a - 5b + 3c + d = 0 \\ 5a - 8b + 7c - e = 0 \end{cases}$, а система матриц-столбцов $\begin{pmatrix} -11 \\ -6 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ — **фундаментальной системой решений** этой однородной системы линейных уравнений.

Более короткий «индустриальный» метод получения фундаментальной матрицы, см. **рис. 3**, и **рис. 4**, мы рассмотрим в **разделе IX.7**, в процессе решения **соответствующего примера**.

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

Сейчас мы рассмотрим «индустриальный» метод получения фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений после приведения матрицы ее коэффициентов к указанному виду. Мы будем иллюстрировать выкладки на примере ОСЛУ, соответствующей НСЛУ **примера**. Все преобразования метода Гаусса будем проводить на матричном языке (см. **список этих преобразований для матричной формы записи**). Как **уже отмечалось**, целью этих преобразований является получение равносильной системы уравнений, у которой матрица коэффициентов имеет «единичный фрагмент».

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

В частности, при решении упомянутого **примера** получена система, матрица коэффициентов которой имеет следующий вид (столбец свободных членов соответствующей однородной системы мы не пишем, так как мы сейчас занимаемся соответствующей ОСЛУ, а для однородной системы линейных уравнений при всех преобразованиях метода Гаусса столбец свободных членов остается нулевым)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix}.$$

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix}$. При этом «единичный фрагмент» состоит из первого и второго столбцов этой матрицы.

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix}$. При этом «единичный фрагмент» состоит из первого и второго столбцов этой матрицы. Все неизвестные, отвечающие этим номерам столбцов (**в примере** это a, b) будем считать «настоящими» неизвестными, а все остальные неизвестные (в **при-
мере** это c, d, e) — параметрами.

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix}$. При этом «единичный фрагмент» состоит из первого и второго столбцов этой матрицы. Все неизвестные, отвечающие этим номерам столбцов (**в примере** это a, b) будем считать «настоящими» неизвестными, а все остальные неизвестные (в **примере** это c, d, e) — параметрами.

Будем искать фундаментальную систему решений в виде набора столбцов, в которых все параметры нулевые, кроме одного, равного 1. В роли этого «исключительного параметра», равного 1, сначала выбирается первый параметр, потом — второй параметр, потом — третий параметр, и т.п.

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix}$. При этом «единичный фрагмент» состоит из первого и второго столбцов этой матрицы. Все неизвестные, отвечающие этим номерам столбцов (**в примере** это a, b) будем считать «настоящими» неизвестными, а все остальные неизвестные (в **примере** это c, d, e) — параметрами.

Будем искать фундаментальную систему решений в виде набора столбцов, в которых все параметры нулевые, кроме одного, равного 1. В роли этого «исключительного параметра», равного 1, сначала выбирается первый параметр, потом — второй параметр, потом — третий параметр, и т.п. Эту процедуру мы назовем на нашем слэнге «протаскиванием единицы через параметры».

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

Обратите внимание на тот факт, что числа в матрице являются *коэффициентами* перед неизвестными, а при «протаскивании единички через параметры» мы говорим о *значениях переменных*, то есть мы придаем какие-то значения одним переменным (неизвестным, которые мы считаем параметрами) и находим соответствующие значения других переменных («настоящих» неизвестных). На самом деле сейчас мы решаем систему линейных уравнений, которую можно представить в матричном виде

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix}}_{\text{коэффициенты}} \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{неиз-} \\ \text{вест-} \\ \text{ные}}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Таким образом, во время выполнения преобразований метода Гаусса, мы работали с *коэффициентами* перед неизвестными, а сейчас, на этапе записи решения, мы «манипулируем» с неизвестными: «протаскиваем единичку» через «параметры» x_3, x_4, x_5 , и вычисляем соответствующие значения «настоящих неизвестных» x_1, x_2 .

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{11} & -8 & -5 \\ 0 & 1 & \mathbf{6} & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \mathbf{1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \mathbf{1} \begin{pmatrix} \mathbf{11} \\ \mathbf{6} \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{11} & -8 & -5 \\ 0 & 1 & \mathbf{6} & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \mathbf{1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \mathbf{1} \begin{pmatrix} \mathbf{11} \\ \mathbf{6} \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbf{11} \\ -\mathbf{6} \end{pmatrix}.$$

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{11} & -8 & -5 \\ 0 & 1 & \mathbf{6} & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \mathbf{1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{-11} \\ \mathbf{-6} \\ \mathbf{1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \mathbf{1} \begin{pmatrix} \mathbf{11} \\ \mathbf{6} \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{-11} \\ \mathbf{-6} \end{pmatrix}.$$

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \\ \mathbf{1} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \end{pmatrix} + \mathbf{1} \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \\ \mathbf{1} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \end{pmatrix} + \mathbf{1} \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{8} \\ \mathbf{5} \end{pmatrix}.$$

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \\ \textcolor{blue}{1} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \textcolor{violet}{8} \\ \textcolor{violet}{5} \\ 0 \\ \textcolor{blue}{1} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \end{pmatrix} + \textcolor{blue}{1} \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \textcolor{violet}{8} \\ \textcolor{violet}{5} \end{pmatrix}.$$

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -\mathbf{5} \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -\mathbf{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} + \mathbf{1} \begin{pmatrix} -\mathbf{5} \\ -\mathbf{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -\mathbf{5} \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -\mathbf{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} + \mathbf{1} \begin{pmatrix} -\mathbf{5} \\ -\mathbf{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{5} \\ \mathbf{3} \end{pmatrix}.$$

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -\mathbf{5} \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -\mathbf{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{5} \\ \mathbf{3} \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} + \mathbf{1} \begin{pmatrix} -\mathbf{5} \\ -\mathbf{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{5} \\ \mathbf{3} \end{pmatrix}.$$

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{11} & -8 & -5 \\ 0 & 1 & \mathbf{6} & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \Phi = \begin{pmatrix} \mathbf{-11} & \bullet & \bullet \\ \mathbf{-6} & \bullet & \bullet \\ \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \Phi = \begin{pmatrix} -11 & 8 & \bullet \\ -6 & 5 & \bullet \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

IX.7. Получение общего решения ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \Phi = \begin{pmatrix} -11 & 8 & 5 \\ -6 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \mapsto \begin{array}{c|ccc} \text{«настоящие»} & & & & \\ \text{неизвестные} & & & & \\ \hline x_1 & x_2 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} & & & & \\ \hline & & \uparrow & & \\ & & \text{«активный» столбец} & & \end{array} \mapsto \begin{pmatrix} -11 \\ -6 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mapsto \begin{array}{c|ccc} \text{«настоящие»} & & & & \\ \text{неизвестные} & & & & \\ \hline x_1 & x_2 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} & & & & \\ \hline & & \uparrow & & \\ & & \text{«активный» столбец} & & \end{array} \mapsto \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \mapsto \begin{array}{c|ccc} \text{«настоящие»} & & & & \\ \text{неизвестные} & & & & \\ \hline x_1 & x_2 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} & & & & \\ \hline & & & & \uparrow \\ & & & & \text{«активный» столбец} \end{array} \mapsto \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.

$$\left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right) \mapsto \left(\begin{array}{c} -11 \\ -6 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \mapsto \left(\begin{array}{c} 8 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right) \mapsto \left(\begin{array}{c} 5 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right)$$

Рис. 4.

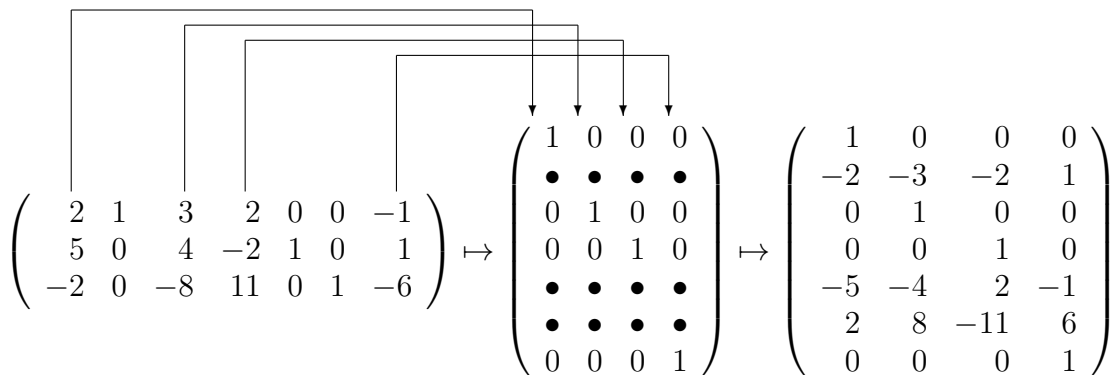
Другой пример: допустим, решая некоторую ОСЛУ методом Гаусса, мы получили следующую матрицу коэффициентов:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ 5 & 0 & 4 & -2 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -8 & 11 & 0 & 1 & -6 \end{pmatrix}$$

«Единичный фрагмент» в этом случае образуют второй, пятый и шестой столбцы этой матрицы. Процесс получения фундаментальной матрицы проиллюстрирован на рис. 5 (вместо точек • вставляем компоненты соответствующего «активного столбца» матрицы коэффициентов с обратными знаками).

Другой пример: допустим, решая некоторую ОСЛУ методом Гаусса, мы получили следующую матрицу коэффициентов:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ 5 & 0 & 4 & -2 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -8 & 11 & 0 & 1 & -6 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ 5 & 0 & 4 & -2 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -8 & 11 & 0 & 1 & -6 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & -4 & 2 & -1 \\ 2 & 8 & -11 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Рис. 5.

Рассмотреть **еще один пример решения однородной системы линейных уравнений?**

IX.8. Получение частного решения НСЛУ

Теперь **посмотрим, как аналогичная «индустриальная технология» позволяет быстро получать частное решение НСЛУ.**

Х. Основные теоретические результаты

Мы рассмотрим несколько теорем:

- теорему Кронекера-Капелли;
- теорему об общем решении НСЛУ;
- теорему о линейных комбинациях решений ОСЛУ;
- теорему о размерности пространства решений ОСЛУ.

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Доказательство.

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Доказательство. *Необходимость.* Пусть

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Доказательство. Необходимость. Пусть СЛУ $AX = B$ совместна.

Нам надо доказать

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Доказательство. Необходимость. Пусть СЛУ $AX = B$ совместна.

Нам надо доказать *равенство* (равенство рангов, то есть чисел).
Для **доказательства равенства обычно используются**:

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Доказательство. Необходимость. Пусть СЛУ $AX = B$ совместна.

Нам надо доказать *равенство* (равенство рангов, то есть чисел).
Для **доказательства равенства обычно используются**:

- *равносильные преобразования*;

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Доказательство. Необходимость. Пусть СЛУ $AX = B$ совместна.

Нам надо доказать *равенство* (равенство рангов, то есть чисел).
Для **доказательства равенства обычно используются**:

- *равносильные преобразования*;
- *сведение к двум неравенствам*:
$$\begin{cases} L \leq R, \\ L \geq R \end{cases} \Rightarrow L = R;$$

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.

Доказательство. Необходимость. Пусть СЛУ $AX = B$ совместна.

Нам надо доказать равенство (равенство рангов, то есть чисел).
Для доказательства равенства обычно используются:

- равносильные преобразования;
- сведение к двум неравенствам:
$$\begin{cases} L \leq R, \\ L \geq R \end{cases} \Rightarrow L = R;$$
- метод «от противного».

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Доказательство. Необходимость. Пусть СЛУ $AX = B$ совместна.

Нам надо доказать *равенство* (равенство рангов, то есть чисел).
Для **доказательства равенства обычно используются**:

- *равносильные преобразования;*
- *сведение к двум неравенствам: $\begin{cases} L \leq R, \\ L \geq R \end{cases} \Rightarrow L = R;$*
- *метод «от противного».*

В данном случае проще всего применить второй из этих методов.

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Доказательство. Пусть СЛУ $AX = B$ совместна.

Очевидно, что $\text{Rg}(A) \leq \text{Rg}(A \mid B)$, так как, по **теореме о равенстве трех рангов**, ранг равен столбцовому рангу.

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Доказательство. Пусть СЛУ $AX = B$ совместна.

Осталось показать обратное неравенство: $\text{Rg}(A) \geq \text{Rg}(A \mid B)$.

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Доказательство. Пусть СЛУ $AX = B$ совместна.

Используя **умножение матриц на макроуровне** получаем, что если система линейных уравнений $AX = B$ имеет решение, то столбец B является линейной комбинацией столбцов матрицы A .

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Доказательство. Пусть СЛУ $AX = B$ совместна.

Используя **умножение матриц на макроуровне** получаем, что если система линейных уравнений $AX = B$ имеет решение, то столбец B является линейной комбинацией столбцов матрицы A .

Поэтому, по **теореме о линейных комбинациях базисных векторов**, базис линейной оболочки системы столбцов матрицы A является базисом линейной оболочки системы столбцов матрицы $(A \mid B)$.

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Доказательство. Пусть СЛУ $AX = B$ совместна.

Используя **умножение матриц на макроуровне** получаем, что если система линейных уравнений $AX = B$ имеет решение, то столбец B является линейной комбинацией столбцов матрицы A .

Поэтому, по **теореме о линейных комбинациях базисных векторов**, базис линейной оболочки системы столбцов матрицы A является базисом линейной оболочки системы столбцов матрицы $(A \mid B)$.

Таким образом, столбцовые ранги матриц A и $(A \mid B)$ совпадают.

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Доказательство. Пусть СЛУ $AX = B$ совместна.

Используя **умножение матриц на макроуровне** получаем, что если система линейных уравнений $AX = B$ имеет решение, то столбец B является линейной комбинацией столбцов матрицы A .

Поэтому, по **теореме о линейных комбинациях базисных векторов**, базис линейной оболочки системы столбцов матрицы A является базисом линейной оболочки системы столбцов матрицы $(A \mid B)$.

Таким образом, столбцовые ранги матриц A и $(A \mid B)$ совпадают.

Согласно **теореме о равенстве трех рангов** получаем, что если система уравнений $AX = B$ имеет решение, то ранг матрицы A равен рангу матрицы $(A \mid B)$. Необходимость доказана.

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы $\mathbf{A}$ равен рангу расширенной матрицы $(\mathbf{A} \mid \mathbf{B})$.*

Достаточность. Пусть $\text{Rg}(\mathbf{A}) = \text{Rg}(\mathbf{A} \mid \mathbf{B})$.

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Достаточность. Пусть $\text{Rg}(A) = \text{Rg}(A \mid B)$.

Согласно **теореме о равенстве трех рангов**, это означает, что их столбцовые ранги совпадают.

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Достаточность. Пусть $\text{Rg}(A) = \text{Rg}(A \mid B)$.

Согласно **теореме о равенстве трех рангов**, это означает, что их столбцовые ранги совпадают. Значит, максимальная линейно независимая система столбцов матрицы A является максимальной линейно независимой системой столбцов матрицы $(A \mid B)$.

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Достаточность. Пусть $\text{Rg}(A) = \text{Rg}(A \mid B)$.

Согласно **теореме о равенстве трех рангов**, это означает, что их столбцовые ранги совпадают. Значит, максимальная линейно независимая система столбцов матрицы A является максимальной линейно независимой системой столбцов матрицы $(A \mid B)$.

Согласно **теореме о линейных комбинациях базисных векторов** столбец B является линейной комбинацией этой максимальной линейно независимой системы столбцов матрицы A .

Х.1. Теорема Кронекера-Капелли

Теорема 22. *СЛУ $AX = B$ **совместна** тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы $(A \mid B)$.*

Достаточность. Пусть $\text{Rg}(A) = \text{Rg}(A \mid B)$.

Согласно **теореме о равенстве трех рангов**, это означает, что их столбцовые ранги совпадают. Значит, максимальная линейно независимая система столбцов матрицы A является максимальной линейно независимой системой столбцов матрицы $(A \mid B)$.

Согласно **теореме о линейных комбинациях базисных векторов** столбец B является линейной комбинацией этой максимальной линейно независимой системы столбцов матрицы A .

Последнее утверждение с помощью **умножения матриц на макроуровне** легко представить в виде $AX = B$. Таким образом, СЛУ $AX = B$ имеет решение, то есть совместна. Теорема доказана.

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство.

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение соответствующей ОСЛУ, $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ.

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение соответствующей ОСЛУ, $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ.

Тогда при любых значениях переменных $C_1, \dots, C_m$ имеем...

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение соответствующей ОСЛУ, $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ.

$$\mathbf{A} (\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}) =$$

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение соответствующей ОСЛУ, $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ.

$$\mathbf{A} (\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}) = \mathbf{A}\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}} =$$

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение соответствующей ОСЛУ, $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ.

$$\mathbf{A} (\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}) = \mathbf{A}\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{0} + \mathbf{B} =$$

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение соответствующей ОСЛУ, $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ.

$$\mathbf{A} (\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}) = \mathbf{A}\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{0} + \mathbf{B} = \mathbf{B},$$

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение соответствующей ОСЛУ, $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ.

$$\mathbf{A} (\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}) = \mathbf{A}\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{0} + \mathbf{B} = \mathbf{B},$$

то есть при любых значениях параметров $C_1, \dots, C_m$ матрица-столбец $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$ является решением НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Осталось доказать, что для любого решения $\check{\mathbf{X}}$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ можно так подобрать константы $C_1, \dots, C_m$, что $\check{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$.

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Осталось доказать, что для любого решения $\check{\mathbf{X}}$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ можно так подобрать константы $C_1, \dots, C_m$, что $\check{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$.

Рассмотрим разность $\mathbf{X} = \check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}$.

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Осталось доказать, что для любого решения $\check{\mathbf{X}}$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ можно так подобрать константы $C_1, \dots, C_m$, что $\check{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$.

Рассмотрим разность $\mathbf{X} = \check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}$.

Заметим, что это решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, так как

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Осталось доказать, что для любого решения $\check{\mathbf{X}}$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ можно так подобрать константы $C_1, \dots, C_m$, что $\check{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$.

Рассмотрим разность $\mathbf{X} = \check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}$.

Заметим, что это решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, так как $\mathbf{A}(\check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}) =$

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Осталось доказать, что для любого решения $\check{\mathbf{X}}$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ можно так подобрать константы $C_1, \dots, C_m$, что $\check{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$.

Рассмотрим разность $\mathbf{X} = \check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}$.

Заметим, что это решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, так как $\mathbf{A}(\check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}) = \mathbf{A}\check{\mathbf{X}} - \mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}} =$

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Осталось доказать, что для любого решения $\check{\mathbf{X}}$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ можно так подобрать константы $C_1, \dots, C_m$, что $\check{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$.

Рассмотрим разность $\mathbf{X} = \check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}$.

Заметим, что это решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, так как $\mathbf{A}(\check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}) = \mathbf{A}\check{\mathbf{X}} - \mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{B} - \mathbf{B} =$

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Осталось доказать, что для любого решения $\check{\mathbf{X}}$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ можно так подобрать константы $C_1, \dots, C_m$, что $\check{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$.

Рассмотрим разность $\mathbf{X} = \check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}$.

Заметим, что это решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, так как $\mathbf{A}(\check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}) = \mathbf{A}\check{\mathbf{X}} - \mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{B} - \mathbf{B} = \mathbf{0}$.

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Осталось доказать, что для любого решения $\check{\mathbf{X}}$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ можно так подобрать константы $C_1, \dots, C_m$, что $\check{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$.

Рассмотрим разность $\mathbf{X} = \check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}$.

Заметим, что это решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, так как $\mathbf{A}(\check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}) = \mathbf{A}\check{\mathbf{X}} - \mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{B} - \mathbf{B} = \mathbf{0}$.

Поэтому найдутся такие значения параметров $C_1, \dots, C_m$, что $\mathbf{X} = \check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}} =$

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Осталось доказать, что для любого решения $\check{\mathbf{X}}$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ можно так подобрать константы $C_1, \dots, C_m$, что $\check{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$.

Рассмотрим разность $\mathbf{X} = \check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}$.

Заметим, что это решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, так как $\mathbf{A}(\check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}) = \mathbf{A}\check{\mathbf{X}} - \mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{B} - \mathbf{B} = \mathbf{0}$.

Поэтому найдутся такие значения параметров $C_1, \dots, C_m$, что $\mathbf{X} = \check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$,

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Осталось доказать, что для любого решения $\check{\mathbf{X}}$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ можно так подобрать константы $C_1, \dots, C_m$, что $\check{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$.

Рассмотрим разность $\mathbf{X} = \check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}$.

Заметим, что это решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, так как $\mathbf{A}(\check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}}) = \mathbf{A}\check{\mathbf{X}} - \mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{B} - \mathbf{B} = \mathbf{0}$.

Поэтому найдутся такие значения параметров $C_1, \dots, C_m$, что $\mathbf{X} = \check{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$, то есть $\check{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, что и требовалось доказать.

Теорема доказана.

Х.2. Теорема об общем решении НСЛУ

Теорема 23. *Общее решение $\mathbf{X}_1(C_1, \dots, C_m)$ НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$ имеет вид $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m) + \tilde{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}_0(C_1, \dots, C_m)$ — общее решение ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а $\tilde{\mathbf{X}}$ — произвольное фиксированное решение исходной НСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$.*

Доказательство. Таким образом, вопрос о структуре общего решения **НСЛУ** сводится к вопросу о структуре общего решения соответствующего **ОСЛУ**.

Х.3. Теорема о линейных комбинациях решений ОСЛУ

Теорема 24. *Линейная комбинация решений ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$ является решением этой ОСЛУ.*

Доказательство.

Х.3. Теорема о линейных комбинациях решений ОСЛУ

Теорема 24. *Линейная комбинация решений ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$ является решением этой ОСЛУ.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{X}_1$ и $\mathbf{X}_2$ — решения ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$. Надо проверить, что $\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2$ является решением этой ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$.

Х.3. Теорема о линейных комбинациях решений ОСЛУ

Теорема 24. *Линейная комбинация решений ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$ является решением этой ОСЛУ.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{X}_1$ и $\mathbf{X}_2$ — решения ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$. Надо проверить, что $\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2$ является решением этой ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$.

Это означает, что надо проверить равенство $\mathbf{A}(\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2) = \mathbf{0}$.

Х.3. Теорема о линейных комбинациях решений ОСЛУ

Теорема 24. *Линейная комбинация решений ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$ является решением этой ОСЛУ.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{X}_1$ и $\mathbf{X}_2$ — решения ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$. Надо проверить, что $\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2$ является решением этой ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$.

Это означает, что надо проверить равенство $\mathbf{A}(\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2) = \mathbf{0}$.

Это очевидно, так как по свойствам произведения матриц и в силу того, что $\mathbf{X}_1$ и $\mathbf{X}_2$ — решения ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$, получаем

$$\mathbf{A}(\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2) =$$

Х.3. Теорема о линейных комбинациях решений ОСЛУ

Теорема 24. *Линейная комбинация решений ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$ является решением этой ОСЛУ.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{X}_1$ и $\mathbf{X}_2$ — решения ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$. Надо проверить, что $\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2$ является решением этой ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$.

Это означает, что надо проверить равенство $\mathbf{A}(\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2) = \mathbf{0}$.

Это очевидно, так как по свойствам произведения матриц и в силу того, что $\mathbf{X}_1$ и $\mathbf{X}_2$ — решения ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$, получаем

$$\mathbf{A}(\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2) = \lambda\mathbf{AX}_1 + \mu\mathbf{AX}_2 =$$

Х.3. Теорема о линейных комбинациях решений ОСЛУ

Теорема 24. *Линейная комбинация решений ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$ является решением этой ОСЛУ.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{X}_1$ и $\mathbf{X}_2$ — решения ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$. Надо проверить, что $\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2$ является решением этой ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$.

Это означает, что надо проверить равенство $\mathbf{A}(\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2) = \mathbf{0}$.

Это очевидно, так как по свойствам произведения матриц и в силу того, что $\mathbf{X}_1$ и $\mathbf{X}_2$ — решения ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$, получаем

$$\mathbf{A}(\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2) = \lambda\mathbf{AX}_1 + \mu\mathbf{AX}_2 = \mathbf{0} + \mathbf{0} =$$

Х.3. Теорема о линейных комбинациях решений ОСЛУ

Теорема 24. *Линейная комбинация решений ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$ является решением этой ОСЛУ.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{X}_1$ и $\mathbf{X}_2$ — решения ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$. Надо проверить, что $\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2$ является решением этой ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$.

Это означает, что надо проверить равенство $\mathbf{A}(\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2) = \mathbf{0}$.

Это очевидно, так как по свойствам произведения матриц и в силу того, что $\mathbf{X}_1$ и $\mathbf{X}_2$ — решения ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$, получаем

$$\mathbf{A}(\lambda\mathbf{X}_1 + \mu\mathbf{X}_2) = \lambda\mathbf{AX}_1 + \mu\mathbf{AX}_2 = \mathbf{0} + \mathbf{0} = \mathbf{0}.$$

Теорема доказана.

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

Теорема 25. Множество решений ОСЛУ $\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{X}_{n \times 1} = \mathbf{0}_{m \times 1}$ является подпространством линейного пространства $\mathbb{R}^n$ размерности $n - r$, где r — ранг матрицы $\mathbf{A}$.

Доказательство.

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

Теорема 25. Множество решений ОСЛУ $\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{X}_{n \times 1} = \mathbf{0}_{m \times 1}$ является подпространством линейного пространства $\mathbb{R}^n$ размерности $n - r$, где r — ранг матрицы $\mathbf{A}$.

Доказательство. Тот факт, что множество решений ОСЛУ является подпространством, легко получить с помощью **критерия подпространства** и **теоремы о линейных комбинациях решений ОСЛУ**.

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

Теорема 25. *Множество решений ОСЛУ $\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{X}_{n \times 1} = \mathbf{0}_{m \times 1}$ является подпространством линейного пространства $\mathbb{R}^n$ размерности $n - r$, где r — ранг матрицы $\mathbf{A}$.*

Доказательство. Осталось доказать утверждение о размерности пространства решений. Согласно **теореме о совпадении трех рангов** имеем, что ранг матрицы коэффициентов равен размерности линейной оболочки системы столбцов матрицы $\mathbf{A}$ коэффициентов ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$.

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

Теорема 25. Множество решений ОСЛУ $\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{X}_{n \times 1} = \mathbf{0}_{m \times 1}$ является подпространством линейного пространства $\mathbb{R}^n$ размерности $n - r$, где r — ранг матрицы $\mathbf{A}$.

Доказательство. Осталось доказать утверждение о размерности пространства решений. Согласно **теореме о совпадении трех рангов** имеем, что ранг матрицы коэффициентов равен размерности линейной оболочки системы столбцов матрицы $\mathbf{A}$ коэффициентов ОСЛУ $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$.

Перенумеровывая, при необходимости, неизвестные, можно считать, что первые r столбцов матрицы коэффициентов $\mathbf{A}$ образуют **базис линейной оболочки** системы столбцов матрицы $\mathbf{A}$.

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

Теорема 25. Множество решений ОСЛУ $\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{X}_{n \times 1} = \mathbf{0}_{m \times 1}$ является подпространством линейного пространства $\mathbb{R}^n$ размерности $n - r$, где r — ранг матрицы $\mathbf{A}$.

Доказательство. Считаем, что первые r столбцов матрицы коэффициентов $\mathbf{A}$ образуют **базис линейной оболочки** системы столбцов матрицы $\mathbf{A}$.

По **теореме о линейных комбинациях базисных векторов** имеем, что для любого $j \in \{r + 1, \dots, n\}$ найдутся коэффициенты $\lambda_{1j}, \dots, \lambda_{rj}$ такие, что

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

Теорема 25. Множество решений ОСЛУ $\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{X}_{n \times 1} = \mathbf{0}_{m \times 1}$ является подпространством линейного пространства $\mathbb{R}^n$ размерности $n - r$, где r — ранг матрицы $\mathbf{A}$.

Доказательство. Считаем, что первые r столбцов матрицы коэффициентов $\mathbf{A}$ образуют **базис линейной оболочки** системы столбцов матрицы $\mathbf{A}$.

$$\begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \dots \\ a_{nj} \end{pmatrix} = \lambda_{1j} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{pmatrix} + \lambda_{2j} \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{pmatrix} + \dots + \lambda_{rj} \begin{pmatrix} a_{1r} \\ a_{2r} \\ \dots \\ a_{nr} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \dots \\ a_{nj} \end{pmatrix} = \lambda_{1j} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{pmatrix} + \lambda_{2j} \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{pmatrix} + \dots + \lambda_{rj} \begin{pmatrix} a_{1r} \\ a_{2r} \\ \dots \\ a_{nr} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

С помощью **теоремы о линейных комбинациях базисных векторов** докажем, что система решений

$$\begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{21} \\ \dots \\ \lambda_{r1} \\ -1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \lambda_{12} \\ \lambda_{22} \\ \dots \\ \lambda_{r2} \\ 0 \\ -1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \lambda_{1r} \\ \lambda_{2r} \\ \dots \\ \lambda_{rr} \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ -1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

является **базисом подпространства решений ОСЛУ** $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$.

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

То, что каждый элемент **системы (14)** является решением этой ОСЛУ, очевиден: согласно **равенствам (13)**

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{1k} \\ \dots \\ \lambda_{rk} \\ 0 \\ \dots \\ -1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} =$$

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

То, что каждый элемент **системы (14)** является решением этой ОСЛУ, очевиден: согласно **равенствам (13)**

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{1k} \\ \dots \\ \lambda_{rk} \\ 0 \\ \dots \\ -1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = \lambda_{1k} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{pmatrix} + \dots + \lambda_{rk} \begin{pmatrix} a_{1r} \\ a_{2r} \\ \dots \\ a_{nr} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_{1k} \\ a_{2k} \\ \dots \\ a_{nk} \end{pmatrix} =$$

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

То, что каждый элемент **системы (14)** является решением этой ОСЛУ, очевиден: согласно **равенствам (13)**

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{1k} \\ \dots \\ \lambda_{rk} \\ 0 \\ \dots \\ -1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = \lambda_{1k} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{pmatrix} + \dots + \lambda_{rk} \begin{pmatrix} a_{1r} \\ a_{2r} \\ \dots \\ a_{nr} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_{1k} \\ a_{2k} \\ \dots \\ a_{nk} \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

Линейная независимость **системы (14)** также очевидна: если

$$\alpha_1 \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \dots \\ \lambda_{r1} \\ -1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_2 \begin{pmatrix} \lambda_{12} \\ \dots \\ \lambda_{r2} \\ 0 \\ -1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + \alpha_{n-r} \begin{pmatrix} \lambda_{1r} \\ \dots \\ \lambda_{rr} \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix},$$

то для любого номера $k \in \{1, 2, \dots, n - r\}$ из сравнения $(r + k)$ -й строки матриц из левой и правой частей последнего равенства следует, что $\alpha_k = 0$.

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

Осталось проверить полноту **системы (14)**, то есть осталось убедиться в том, что любое решение системы $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$ является линейной комбинацией матриц-столбцов из **системы (14)**.

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

Возьмем произвольное решение $(x_1 \dots x_n)^t$ **системы (14)**. Тогда по **теореме о линейных комбинациях решений ОСЛУ** решением этой системы является такой набор значений переменных:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_r \\ x_{r+1} \\ x_{r+2} \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} - x_{r+1} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \dots \\ \lambda_{r1} \\ -1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} - x_{r+2} \begin{pmatrix} \lambda_{12} \\ \dots \\ \lambda_{r2} \\ 0 \\ -1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} - \dots - x_n \begin{pmatrix} \lambda_{1r} \\ \dots \\ \lambda_{rr} \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_r \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\text{где } y_k = x_k - \sum_{j=1}^{n-r} x_{r+j} \lambda_{kj}.$$

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_r \\ x_{r+1} \\ x_{r+2} \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} - x_{r+1} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \dots \\ \lambda_{r1} \\ -1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} - x_{r+2} \begin{pmatrix} \lambda_{12} \\ \dots \\ \lambda_{r2} \\ 0 \\ -1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} - \dots - x_n \begin{pmatrix} \lambda_{1r} \\ \dots \\ \lambda_{rr} \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_r \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix},$$

где $y_k = x_k - \sum_{j=1}^{n-r} x_{r+j} \lambda_{kj}$. Подставляя это решение в уравнение, получаем

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1r} & a_{1,r+1} & \dots & a_{1,n} \\ \dots & & & \dots & & \\ a_{n1} & \dots & a_{nr} & a_{n,r+1} & \dots & a_{n,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_r \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^r y_j \begin{pmatrix} a_{1j} \\ \dots \\ a_{nj} \end{pmatrix}.$$

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1r} & a_{1,r+1} & \dots & a_{1,n} \\ & & & \dots & & \\ a_{n1} & \dots & a_{nr} & a_{n,r+1} & \dots & a_{n,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_r \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^r y_j \begin{pmatrix} a_{1j} \\ \dots \\ a_{nj} \end{pmatrix}.$$

Но первые n столбцов матрицы $\mathbf{A}$ линейно независимы (так как это базис системы строк матрицы $\mathbf{A}$), поэтому $y_1 = \dots = y_r = 0$, то есть

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_r \\ x_{r+1} \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = x_{r+1} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \dots \\ \lambda_{r1} \\ -1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + x_{r+2} \begin{pmatrix} \lambda_{12} \\ \dots \\ \lambda_{r2} \\ 0 \\ -1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} - \dots + x_n \begin{pmatrix} \lambda_{1r} \\ \dots \\ \lambda_{rr} \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Х.4. Теорема о размерности пространства решений ОСЛУ

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_r \\ x_{r+1} \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = x_{r+1} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \dots \\ \lambda_{r1} \\ -1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + x_{r+2} \begin{pmatrix} \lambda_{12} \\ \dots \\ \lambda_{r2} \\ 0 \\ -11 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} - \dots + x_n \begin{pmatrix} \lambda_{1r} \\ \dots \\ \lambda_{rr} \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Значит, **система векторов (14)** является базисом пространства решений системы $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, в частности, его размерность равна $n - r$, что и требовалось доказать.

Х.5. Теорема об общем решении ОСЛУ

Теорема 26. *Общее решение ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$ имеет вид $C_1\mathbf{X}_1 + \dots + C_m\mathbf{X}_m$, где $m = n - r$, n — число неизвестных, r — ранг матрицы коэффициентов $\mathbf{A}$, $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_m$ — базис линейного пространства решений ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$.*

Доказательство.

Х.5. Теорема об общем решении ОСЛУ

Теорема 26. *Общее решение ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$ имеет вид $C_1\mathbf{X}_1 + \dots + C_m\mathbf{X}_m$, где $m = n - r$, n — число неизвестных, r — ранг матрицы коэффициентов $\mathbf{A}$, $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_m$ — базис линейного пространства решений ОСЛУ $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$.*

Доказательство. Эта теорема является непосредственным следствием из **теоремы о размерности пространства решений ОСЛУ** и **теоремы о линейных комбинациях базисных векторов**. Теорема доказана.

Х.6. Фундаментальная матрица

Из **умножения матриц на макроуровне** получаем, что

$$C_1\mathbf{X}_1 + \dots + C_m\mathbf{X}_m = \Phi \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_m \end{pmatrix},$$

где $\Phi = (\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2 \dots \mathbf{X}_m)$.

Х.6. Фундаментальная матрица

Из **умножения матриц на макроуровне** получаем, что

$$C_1\mathbf{X}_1 + \dots + C_m\mathbf{X}_m = \Phi \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_m \end{pmatrix},$$

где $\Phi = (\mathbf{X}_1\mathbf{X}_2\dots\mathbf{X}_m)$.

Определение 41. Система $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_m$ называется **фундаментальной системой решений** *ОСЛУ* $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а матрица Φ — фундаментальной матрицей.

Х.6. Фундаментальная матрица

Из **умножения матриц на макроуровне** получаем, что

$$C_1\mathbf{X}_1 + \dots + C_m\mathbf{X}_m = \Phi \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_m \end{pmatrix},$$

где $\Phi = (\mathbf{X}_1\mathbf{X}_2 \dots \mathbf{X}_m)$.

Определение 41. Система $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_m$ называется **фундаментальной системой решений** *ОСЛУ* $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$, а матрица Φ — фундаментальной матрицей.

Мы будем использовать аббревиатуру ФСР вместо фразы «фундаментальная система решений». «Индустриальная» методика нахождения ФСР была нами рассмотрена при решении **примеров**.

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$1) \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2} =$$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$1) \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2} =$$

При $p = 1 \dots$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$1) \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2} = \frac{1(1-1)}{2} +$$

При $p = 1 \dots$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$1) \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2} = \frac{1(1-1)}{2} +$$

При $p = 2 \dots$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$1) \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2} = \frac{1(1-1)}{2} + \frac{2(2-1)}{2} +$$

При $p = 2 \dots$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$1) \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2} = \frac{1(1-1)}{2} + \frac{2(2-1)}{2} +$$

При $p = 3 \dots$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$1) \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2} = \frac{1(1-1)}{2} + \frac{2(2-1)}{2} + \frac{3(3-1)}{2} +$$

При $p = 3 \dots$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$1) \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2} = \frac{1(1-1)}{2} + \frac{2(2-1)}{2} + \frac{3(3-1)}{2} +$$

При $p = 4 \dots$

Пример 1. *Вычислите:*

1) $\sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}$; **2)** $\sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha)$; **3)** $\sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}$.

Решение.

1) $\sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2} = \frac{1(1-1)}{2} + \frac{2(2-1)}{2} + \frac{3(3-1)}{2} + \frac{4(4-1)}{2} =$

При $p = 4 \dots$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\begin{aligned} 1) \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2} &= \frac{1(1-1)}{2} + \frac{2(2-1)}{2} + \frac{3(3-1)}{2} + \frac{4(4-1)}{2} = \\ &= 0 + 1 + 3 + 6 = \end{aligned}$$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\begin{aligned} 1) \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2} &= \frac{1(1-1)}{2} + \frac{2(2-1)}{2} + \frac{3(3-1)}{2} + \frac{4(4-1)}{2} = \\ &= 0 + 1 + 3 + 6 = 10. \end{aligned}$$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha) =$$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha) =$$

При $\alpha = 2 \dots$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha) = 2 \cdot (6-2) +$$

При $\alpha = 2 \dots$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha) = 2 \cdot (6-2) +$$

При $\alpha = 3 \dots$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha) = 2 \cdot (6-2) + 3 \cdot (6-3) +$$

При $\alpha = 3 \dots$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha) = 2 \cdot (6-2) + 3 \cdot (6-3) +$$

При $\alpha = 4 \dots$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha) = 2 \cdot (6-2) + 3 \cdot (6-3) + 4 \cdot (6-4) =$$

При $\alpha = 4 \dots$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha) = 2 \cdot (6-2) + 3 \cdot (6-3) + 4 \cdot (6-4) = 8 + 9 + 8 =$$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha) = 2 \cdot (6-2) + 3 \cdot (6-3) + 4 \cdot (6-4) = 8 + 9 + 8 = 25.$$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j} =$$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j} = \frac{3^2-5}{7-3} +$$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j} = \frac{3^2-5}{7-3} + \frac{4^2-5}{7-4} +$$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j} = \frac{3^2-5}{7-3} + \frac{4^2-5}{7-4} + \frac{5^2-5}{7-5} +$$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j} = \frac{3^2-5}{7-3} + \frac{4^2-5}{7-4} + \frac{5^2-5}{7-5} + \frac{6^2-5}{7-6} =$$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\begin{aligned} \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j} &= \frac{3^2-5}{7-3} + \frac{4^2-5}{7-4} + \frac{5^2-5}{7-5} + \frac{6^2-5}{7-6} = \\ &= \frac{4}{4} + \frac{11}{3} + \frac{20}{2} + \frac{31}{1} = \end{aligned}$$

Пример 1. *Вычислите:*

$$\textcolor{red}{1)} \sum_{p=1}^4 \frac{p(p-1)}{2}; \quad \textcolor{red}{2)} \sum_{\alpha=2}^4 \alpha(6-\alpha); \quad \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j}.$$

Решение.

$$\begin{aligned} \textcolor{red}{3)} \sum_{j=3}^6 \frac{j^2-5}{7-j} &= \frac{3^2-5}{7-3} + \frac{4^2-5}{7-4} + \frac{5^2-5}{7-5} + \frac{6^2-5}{7-6} = \\ &= \frac{4}{4} + \frac{11}{3} + \frac{20}{2} + \frac{31}{1} = 45\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Вернёмся к лекции или решим другой пример?

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$1) \sum_{i=1}^5 x_i =$$

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$1) \sum_{i=1}^5 x_i =$$

i пробегает значения от

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$1) \sum_{\mathbf{i}=1}^5 x_i =$$

i пробегает значения от 1 до

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

1) $\sum_{i=1}^5 x_i =$

i пробегает значения от 1 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$1) \sum_{i=1}^5 x_i =$$

При $i = 1 \dots$

i пробегает значения от 1 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$1) \sum_{i=1}^5 x_i = x_1 +$$

При $i = 1 \dots$

i пробегает значения от 1 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$1) \sum_{i=1}^5 x_i = x_1 +$$

При $i = 2 \dots$

i пробегает значения от 1 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$1) \sum_{i=1}^5 x_i = x_1 + x_2 +$$

При $i = 2 \dots$

i пробегает значения от 1 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$1) \sum_{i=1}^5 x_i = x_1 + x_2 +$$

При $i = 3 \dots$

i пробегает значения от 1 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

1) $\sum_{i=1}^5 x_i = x_1 + x_2 + x_3 +$

При $i = 3 \dots$

i пробегает значения от 1 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

1) $\sum_{i=1}^5 x_i = x_1 + x_2 + x_3 +$

При $i = 4 \dots$

i пробегает значения от 1 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

1) $\sum_{i=1}^5 x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 +$

При $i = 4 \dots$

i пробегает значения от 1 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

1) $\sum_{i=1}^5 x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 +$

При $i = 5...$

i пробегает значения от 1 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

1) $\sum_{i=1}^5 x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$.

При $i = 5$.

i пробегает значения от 1 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{2)} \sum_{q=3}^5 \Phi_q =$$

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{2)} \sum_{q=3}^5 \Phi_q =$$

q пробегает значения от

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{2)} \sum_{q=3}^5 \Phi_q =$$

q пробегает значения от 3 до

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{2)} \sum_{q=3}^5 \Phi_q =$$

q пробегает значения от 3 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$2) \sum_{q=3}^5 \Phi_q =$$

При $i = 3 \dots$

q пробегает значения от 3 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{2)} \sum_{q=3}^5 \Phi_q = \Phi_3 +$$

При $i = 3 \dots$

q пробегает значения от 3 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{2)} \sum_{q=3}^5 \Phi_q = \Phi_3 +$$

При $i = 4 \dots$

q пробегает значения от 3 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{2)} \sum_{q=3}^5 \Phi_q = \Phi_3 + \Phi_4 +$$

При $i = 4 \dots$

q пробегает значения от 3 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{2)} \sum_{q=3}^5 \Phi_q = \Phi_3 + \Phi_4 +$$

При $i = 5 \dots$

q пробегает значения от 3 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{2)} \sum_{q=3}^5 \Phi_q = \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5.$$

При $i = 5$.

q пробегает значения от 3 до 5.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{3)} \sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s} =$$

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{3)} \sum_{s=1}^3 t_{2.s} =$$

При $i = 1 \dots$

i пробегает значения от 1 до 3.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{3)} \sum_{s=1}^3 t_{2.s} = t_2 +$$

При $i = 1 \dots$

i пробегает значения от 1 до 3.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{3)} \sum_{s=1}^3 t_{2.s} = t_2 +$$

При $i = 2 \dots$

i пробегает значения от 1 до 3.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{3)} \sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s} = t_2 + t_4 +$$

При $i = 2 \dots$

i пробегает значения от 1 до 3.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{3)} \sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s} = t_2 + t_4 +$$

При $i = 3 \dots$

i пробегает значения от 1 до 3.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$\mathbf{3)} \sum_{s=1}^3 t_{2.s} = t_2 + t_4 + t_6.$$

При $i = 3$.

i пробегает значения от 1 до 3.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$4) \sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha} =$$

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$4) \sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha} =$$

i пробегает значения от

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$4) \sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha} =$$

i пробегает значения от 3 до

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$4) \sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha} =$$

i пробегает значения от 3 до 6.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$4) \sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha} =$$

При $i = 3 \dots$

i пробегает значения от 3 до 6.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$4) \sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha} = H_4 +$$

При $i = 3 \dots$

i пробегает значения от 3 до 6.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$4) \sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha} = H_4 +$$

При $i = 4 \dots$

i пробегает значения от 3 до 6.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$4) \sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha} = H_4 + H_3 +$$

При $i = 4 \dots$

i пробегает значения от 3 до 6.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$4) \sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha} = H_4 + H_3 +$$

При $i = 5 \dots$

i пробегает значения от 3 до 6.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$4) \sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha} = H_4 + H_3 + H_2 +$$

При $i = 5 \dots$

i пробегает значения от 3 до 6.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2.s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$4) \sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha} = H_4 + H_3 + H_2 +$$

При $i = 6 \dots$

i пробегает значения от 3 до 6.

Пример 2. В выражениях «избавиться» от символа суммирования: **1)** $\sum_{i=1}^5 x_i$; **2)** $\sum_{q=3}^5 \Phi_q$; **3)** $\sum_{s=1}^3 t_{2 \cdot s}$; **4)** $\sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha}$;

Решение.

$$4) \sum_{\alpha=3}^6 H_{7-\alpha} = H_4 + H_3 + H_2 + H_1.$$

При $i = 6 \dots$

i пробегает значения от 3 до 6.

Вернёмся к лекции или решим другой пример?

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение.

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 = \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{i=1}^n a_i\right).$

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 = \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{i=1}^n a_i\right).$

Казалось бы, осталось только «раскрыть скобки».

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем
$$\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 = \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{i=1}^n a_i\right).$$

Казалось бы, осталось только «раскрыть скобки». Но этому препятствует тот факт, что индекс i в первой сумме изменяется независимо от значения этой переменной во второй сумме. Поэтому мы сначала проведем замену переменной, по которой производится суммирование, например, во второй сумме.

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 = \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{i=1}^n a_i\right)$.

С помощью свойства $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \lambda = \left(\sum_{i=1}^n a_i \lambda\right)$, где $\lambda = \left(\sum_{j=1}^n a_j\right)$, получаем

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 = \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{i=1}^n a_i\right).$

С помощью свойства $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \lambda = \left(\sum_{i=1}^n a_i \lambda\right)$, где $\lambda = \left(\sum_{j=1}^n a_j\right)$, получаем

$$\left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) =$$

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 = \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{i=1}^n a_i\right)$.

С помощью свойства $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \lambda = \left(\sum_{i=1}^n a_i \lambda\right)$, где $\lambda = \left(\sum_{j=1}^n a_j\right)$, получаем

$$\left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) = \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{j=1}^n a_j\right) =$$

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 = \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{i=1}^n a_i\right)$.

С помощью свойства $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \lambda = \left(\sum_{i=1}^n a_i \lambda\right)$, где $\lambda = \left(\sum_{j=1}^n a_j\right)$, получаем

$$\begin{aligned} \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) &= \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{j=1}^n a_j\right) = \\ &= \sum_{i=1}^n \left(a_i \left(\sum_{j=1}^n a_j\right) \right) = \end{aligned}$$

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 = \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{i=1}^n a_i\right)$.

С помощью свойства $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \lambda = \left(\sum_{i=1}^n a_i \lambda\right)$, где $\lambda = \left(\sum_{j=1}^n a_j\right)$, получаем

$$\begin{aligned} \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) &= \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{j=1}^n a_j\right) = \\ &= \sum_{i=1}^n \left(a_i \left(\sum_{j=1}^n a_j \right) \right) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j. \end{aligned}$$

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j$.

Проверка: с одной стороны

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j$.

Проверка: с одной стороны

$$\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 =$$

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j$.

Проверка: с одной стороны

$$\left(\sum_{i=1}^2 a_i\right)^2 = (a_1 + a_2)(a_1 + a_2) =$$

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j$.

Проверка: с одной стороны

$$\left(\sum_{i=1}^2 a_i\right)^2 = (a_1 + a_2)(a_1 + a_2) = a_1 a_1 + a_1 a_2 + a_2 a_1 + a_2 a_2,$$

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j$.

Проверка: с одной стороны

$$\left(\sum_{i=1}^2 a_i\right)^2 = (a_1 + a_2)(a_1 + a_2) = a_1 a_1 + a_1 a_2 + a_2 a_1 + a_2 a_2,$$

С другой стороны,

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 a_i a_j =$$

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j$.

Проверка: с одной стороны

$$\left(\sum_{i=1}^2 a_i\right)^2 = (a_1 + a_2)(a_1 + a_2) = a_1 a_1 + a_1 a_2 + a_2 a_1 + a_2 a_2,$$

С другой стороны,

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 a_i a_j = a_1 a_1 + a_1 a_2 + a_2 a_1 + a_2 a_2,$$

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j$.

Проверка: с одной стороны

$$\left(\sum_{i=1}^2 a_i\right)^2 = (a_1 + a_2)(a_1 + a_2) = a_1 a_1 + a_1 a_2 + a_2 a_1 + a_2 a_2,$$

С другой стороны,

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 a_i a_j = a_1 a_1 + a_1 a_2 + a_2 a_1 + a_2 a_2,$$

формула выполняется.

Пример 3. Записать выражение $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ в виде суммы произведений чисел a_p .

Решение. Имеем $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j$.

Проверка: получили, что

$$\left(\sum_{i=1}^2 a_i\right)^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 a_i a_j.$$

Конечно, «стопроцентной гарантии» наша проверка не дает, но все-таки результат проверки существенно добавил нам уверенности в справедливости полученной формулы.

Вернёмся к лекции или решим другой пример?

Пример 4. *Переставить местами знаки суммирования в выражении*

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Пример 4. *Переставить местами знаки суммирования в выражении*

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При $p = 1$ переменная q пробегает значения от

Пример 4. *Переставить местами знаки суммирования в выражении*

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При $p = 1$ переменная q пробегает значения от

Пример 4. *Переставить местами знаки суммирования в выражении*

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При $p = 1$ переменная q пробегает значения от 1 до

Пример 4. *Переставить местами знаки суммирования в выраже-*

нии
$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При $p = 1$ переменная q пробегает значения от 1 до

Пример 4. *Переставить местами знаки суммирования в выражении*

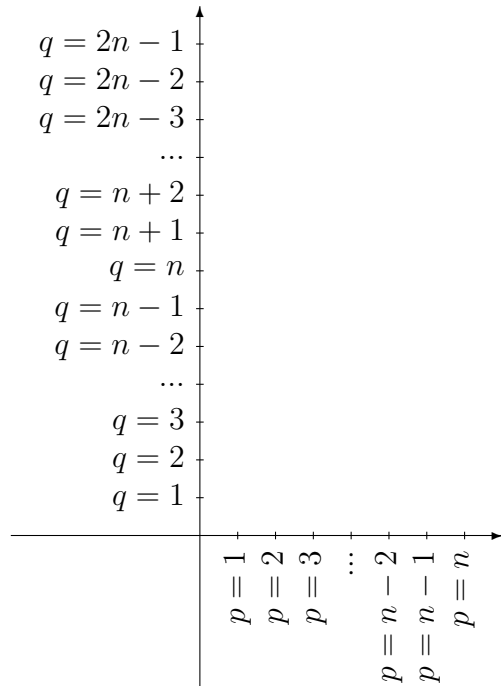
$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При $p = 1$ переменная q пробегает значения от 1 до $2n - 1$.

Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{нии} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

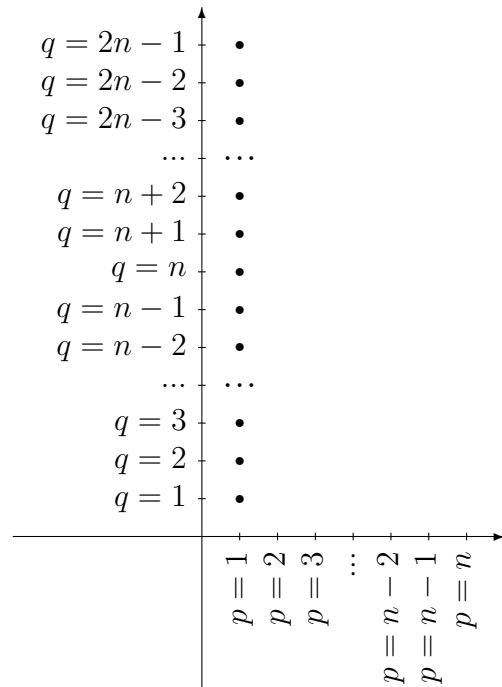
Решение. При $p = 1$ переменная q пробегает значения от 1 до $2n - 1$.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

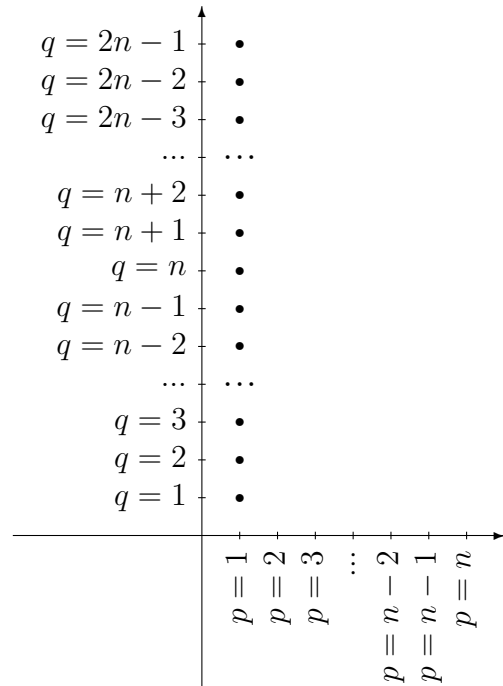
Решение. При $p = 1$ переменная q пробегает значения от 1 до $2n - 1$.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{нии } \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При любом p переменная q пробегает значения от

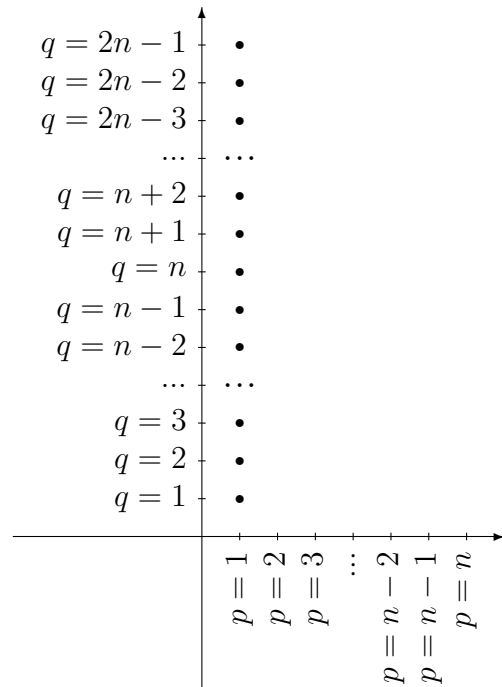


Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{нии } \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При любом p переменная q пробегает значения от

Нижняя граница для q задана уравнени-

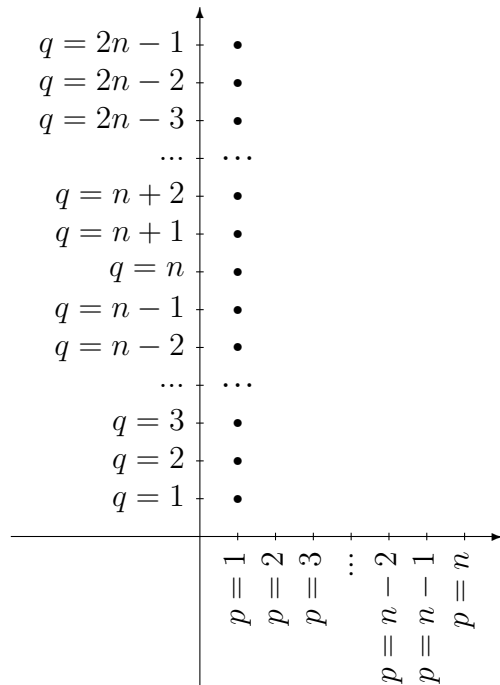


Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{нии } \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При любом p переменная q пробегает значения от

Нижняя граница для q задана уравнени-

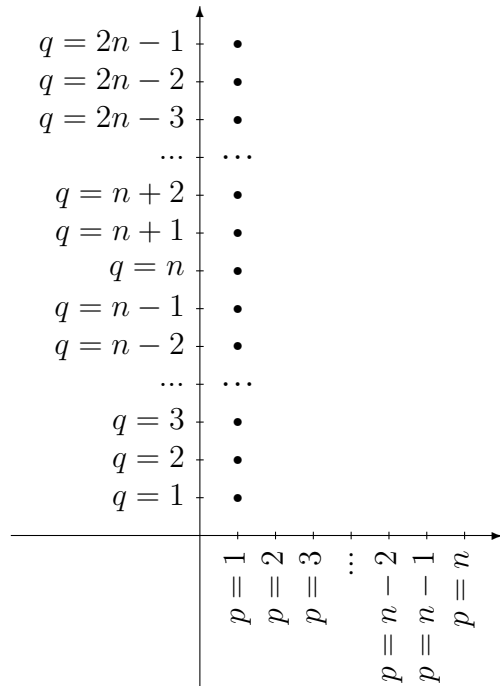


Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При любом p переменная q пробегает значения от

Нижняя граница для q задана уравнением $q = p$.

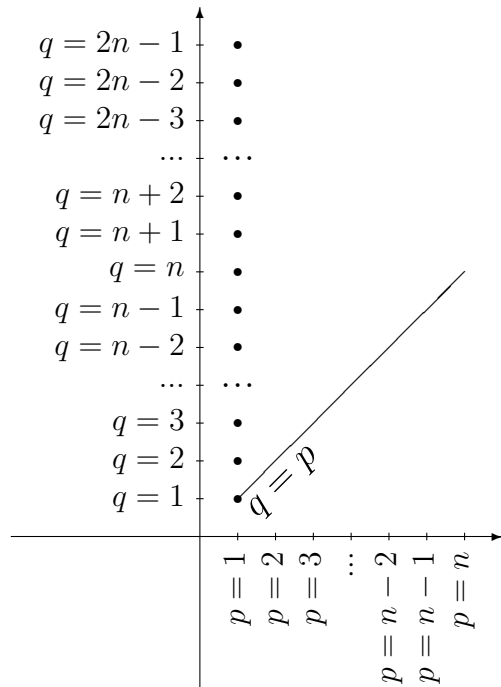


Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{нии } \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При любом p переменная q пробегает значения от p до

Нижняя граница для q задана уравнени-
ем $q = p$.

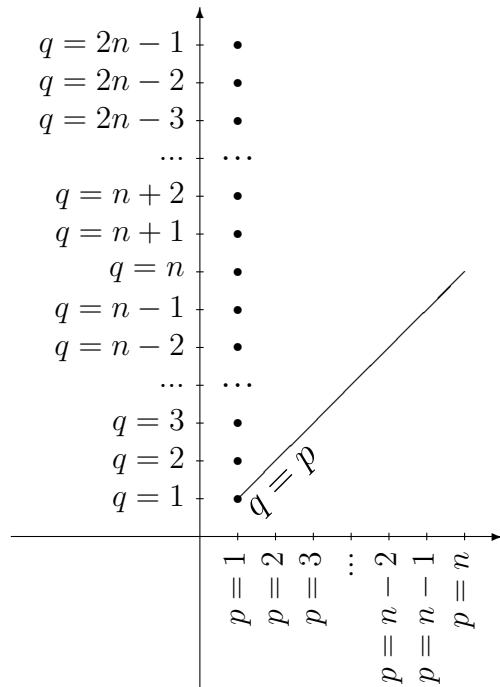


Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{нии } \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При любом p переменная q пробегает значения от p до

Верхняя граница для q задана уравнени-

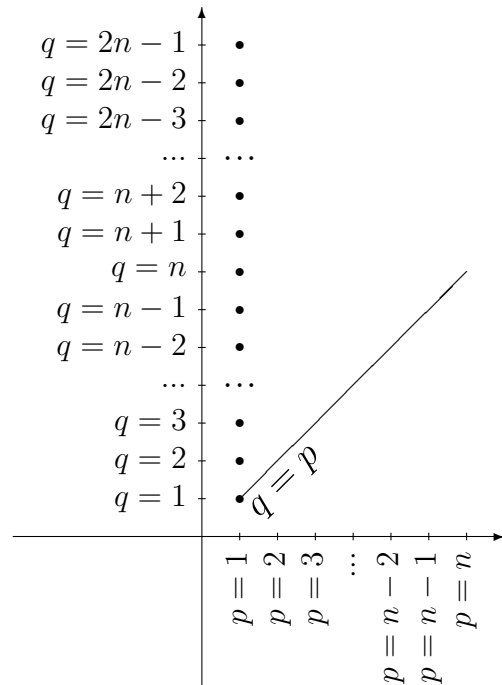


Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При любом p переменная q пробегает значения от p до

Верхняя граница для q задана уравнени-

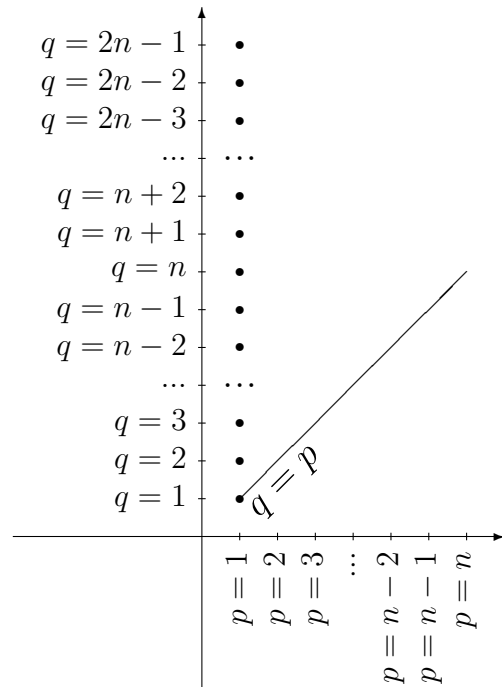


Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При любом p переменная q пробегает значения от p до

Верхняя граница для q задана уравнением $q = 2n - p$.

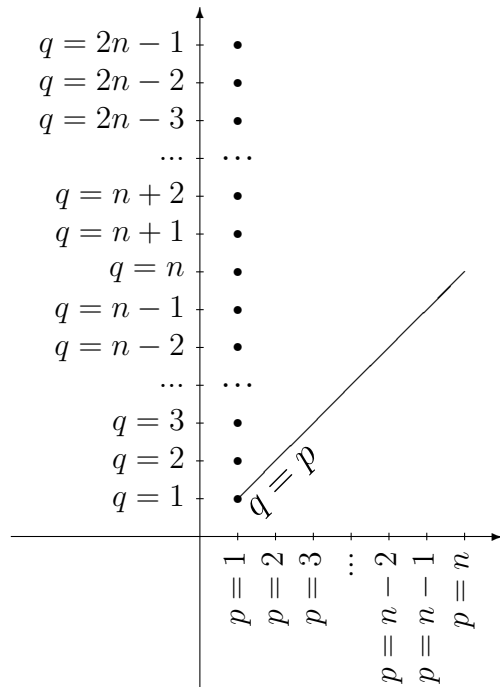


Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При любом p переменная q пробегает значения от p до $2n - p$.

Верхняя граница для q задана уравнением $q = 2n - p$.

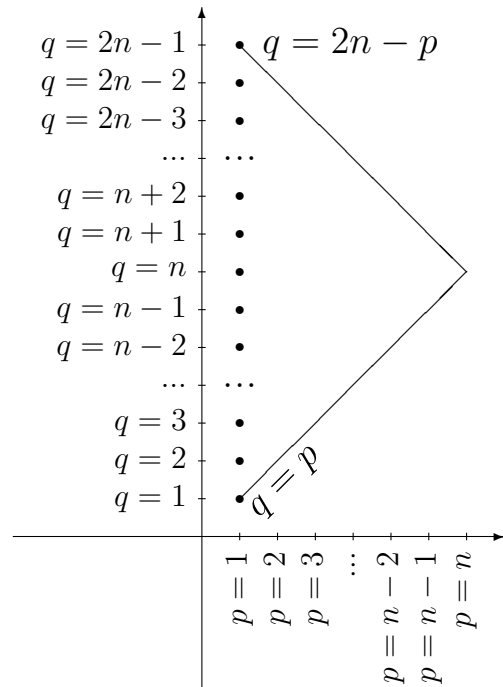


Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{нии } \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При любом p переменная q пробегает значения от p до $2n - p$.

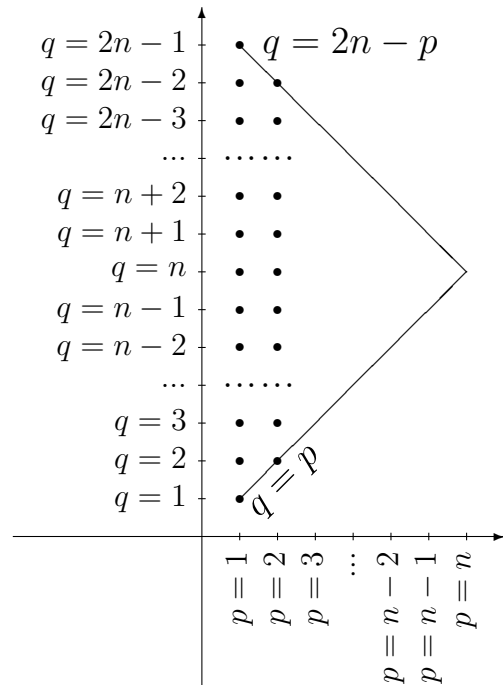
Верхняя граница для q задана уравнением $q = 2n - p$.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

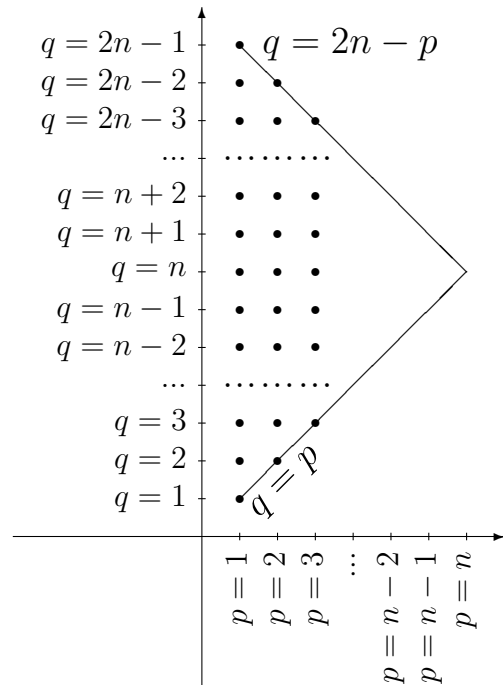
Решение. При любом p переменная q пробегает значения от p до $2n - p$.



Пример 4. *Переставить местами знаки суммирования в выраже-*

$$\text{нии } \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

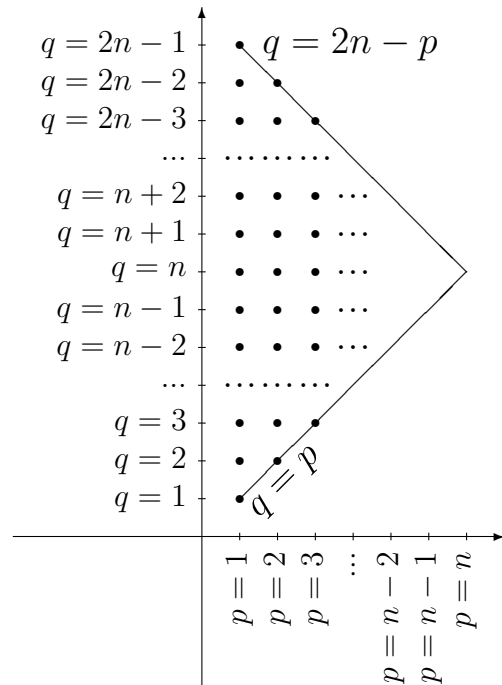
Решение. При любом p переменная q пробегает значения от p до $2n - p$.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

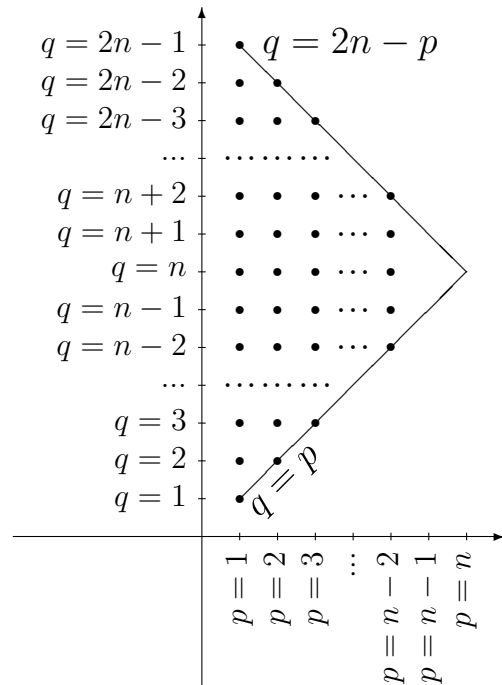
Решение. При любом p переменная q пробегает значения от p до $2n - p$.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

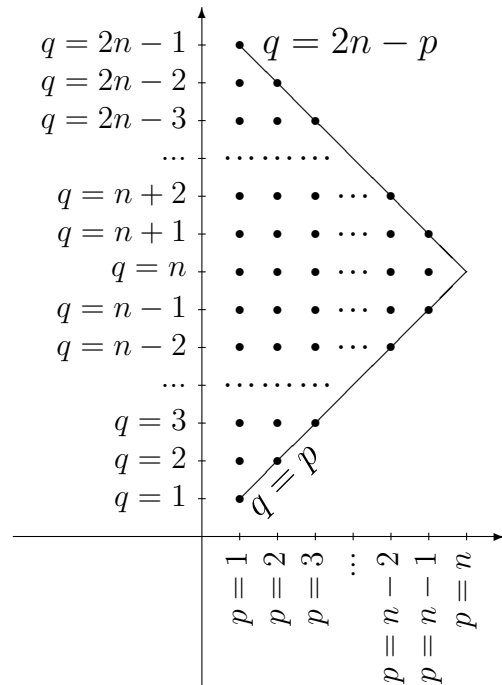
Решение. При любом p переменная q пробегает значения от p до $2n - p$.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

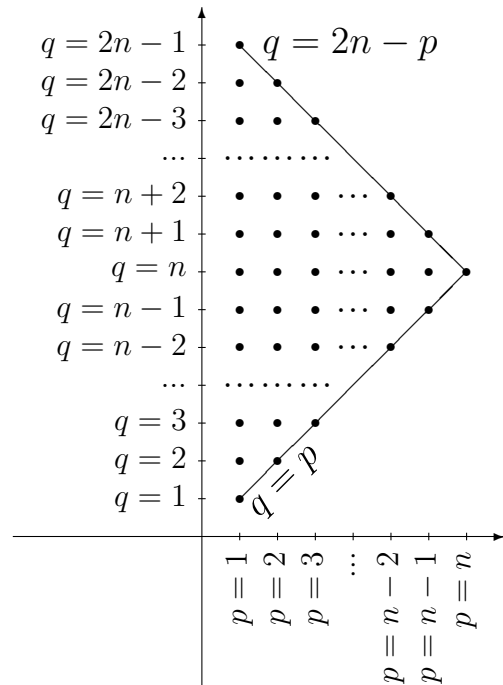
Решение. При любом p переменная q пробегает значения от p до $2n - p$.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение. При любом p переменная q пробегает значения от p до $2n - p$.

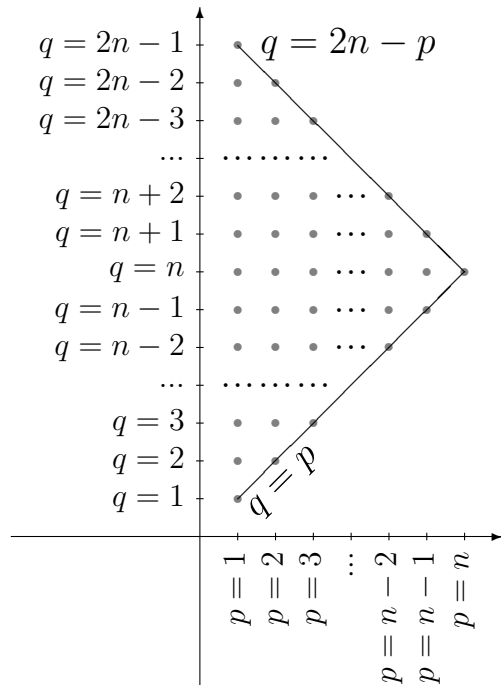


Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=?}^? \sum_{p=?}^? b_{pq} \dots$$



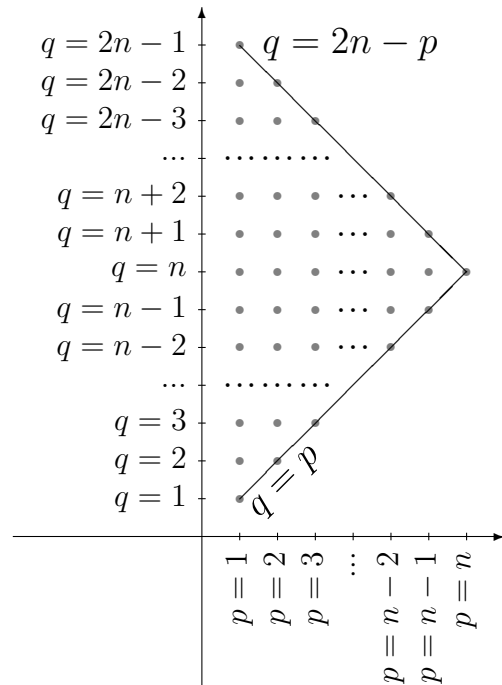
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=?}^? \sum_{p=?}^? b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q ...



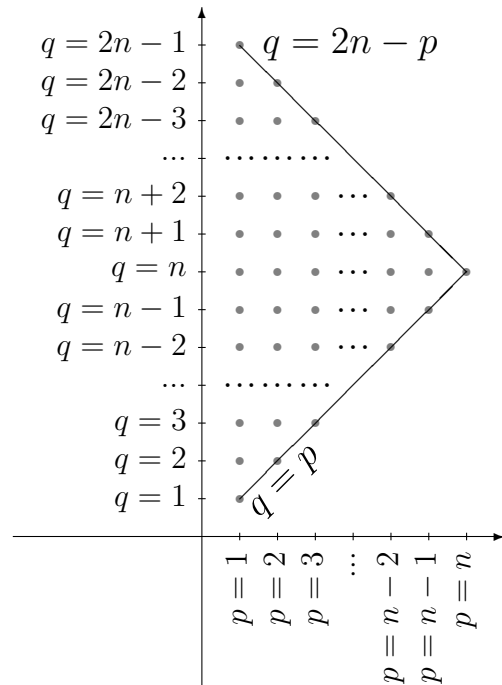
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=?}^? \sum_{p=?}^? b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q ...



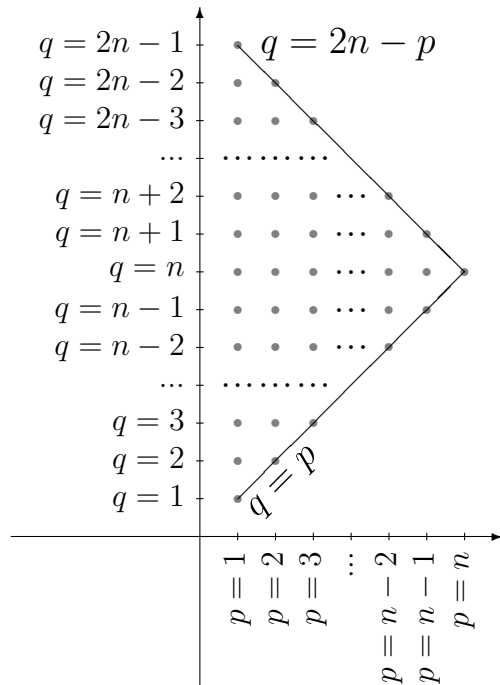
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^{2n-1} \sum_{p=?}^{?} b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q ...



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

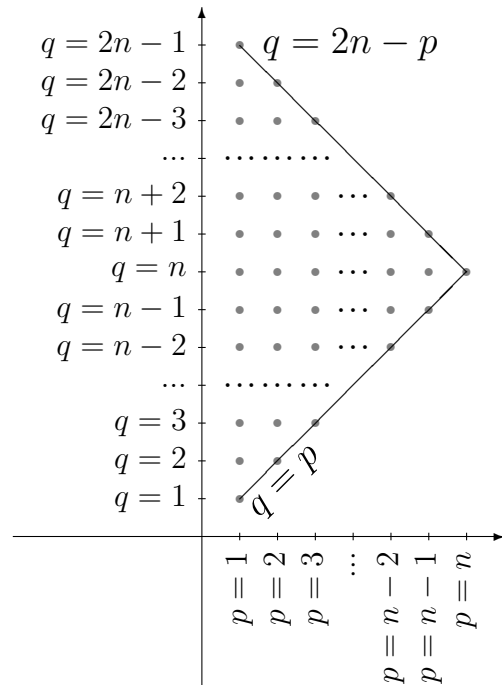
$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^? \sum_{p=?}^? b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от

перемен-



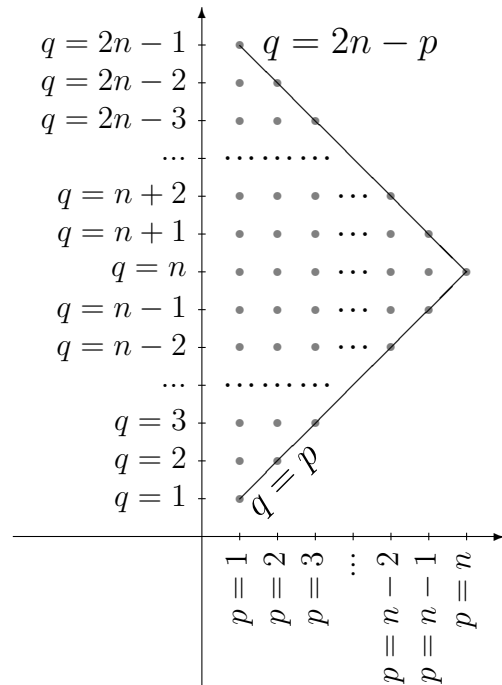
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^? \sum_{p=?}^? b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от 1 до



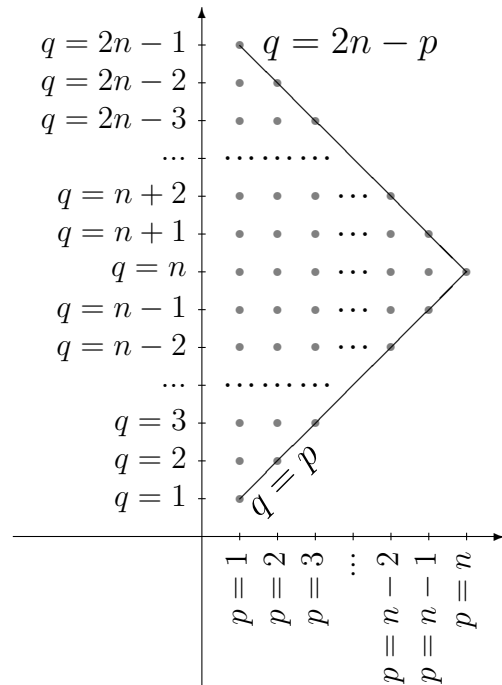
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^? \sum_{p=1}^? b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от 1 до



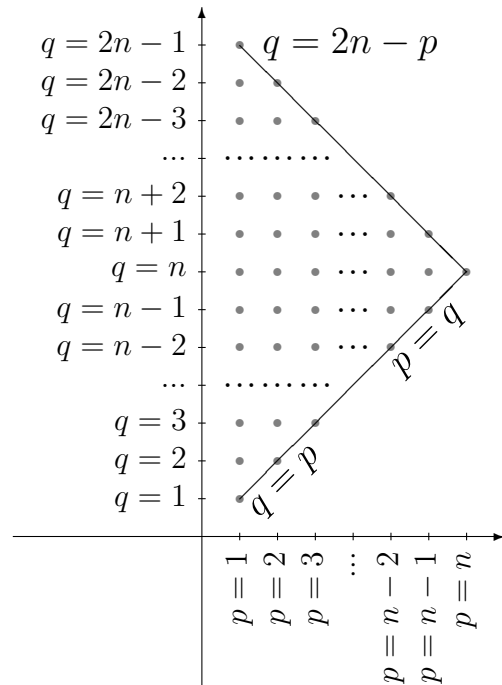
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^? \sum_{p=1}^? b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от 1 до



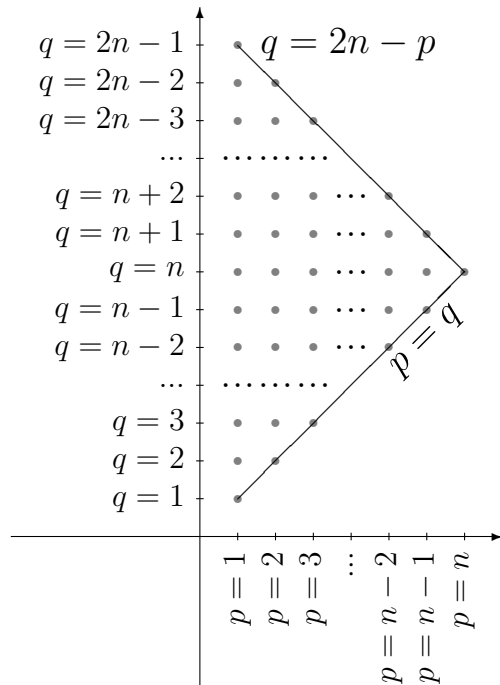
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^? \sum_{p=1}^{?} b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от 1 до q .



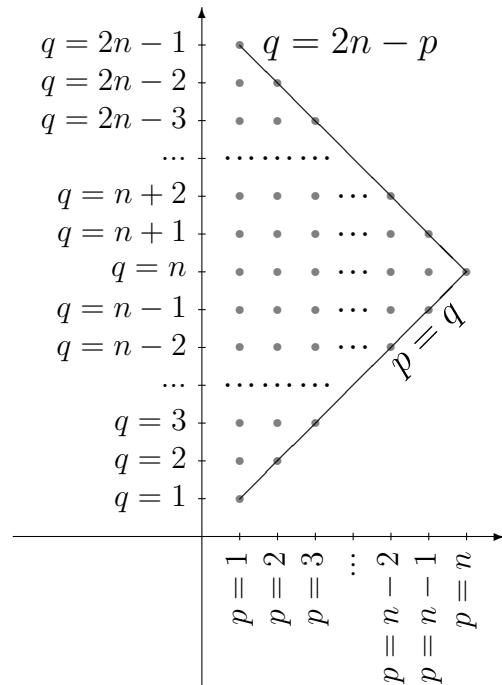
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^? \sum_{p=1}^{\text{q}} b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от 1 до q .



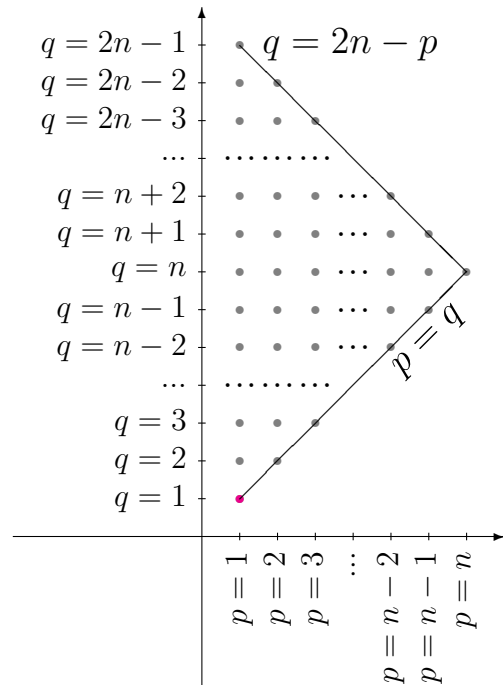
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^? \sum_{p=1}^q b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от 1 до q .



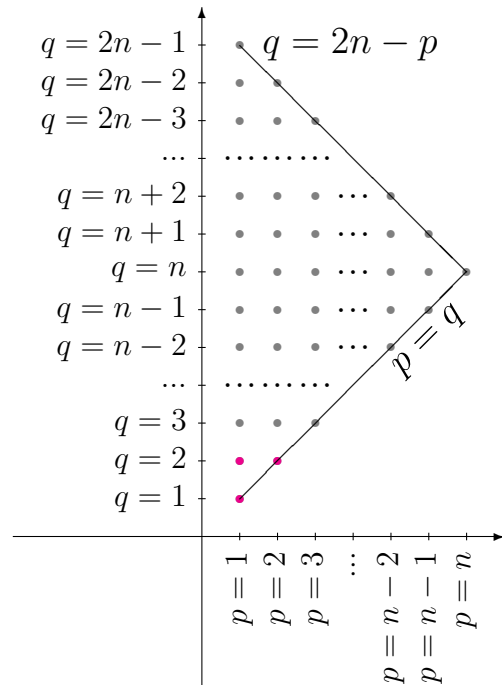
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^? \sum_{p=1}^q b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от 1 до q .



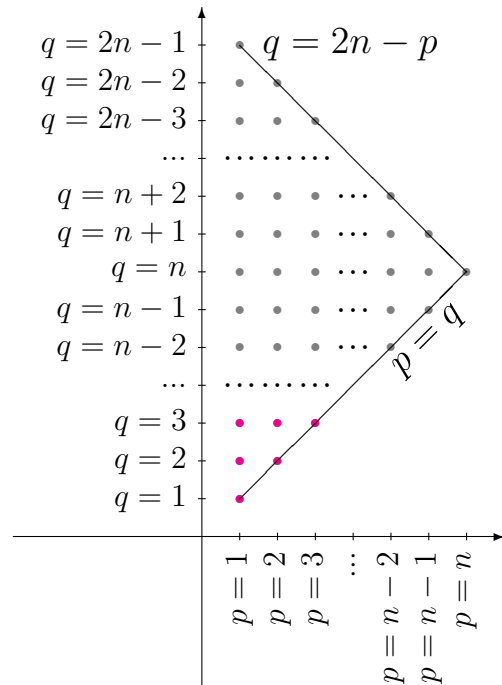
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^? \sum_{p=1}^q b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от 1 до q .



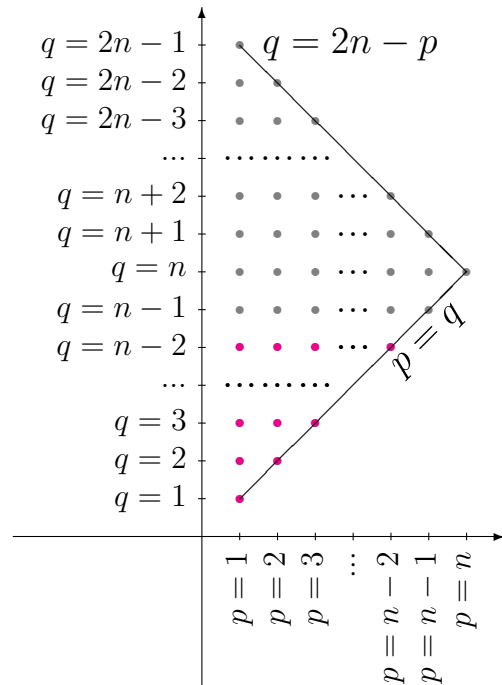
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^? \sum_{p=1}^q b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от 1 до q .



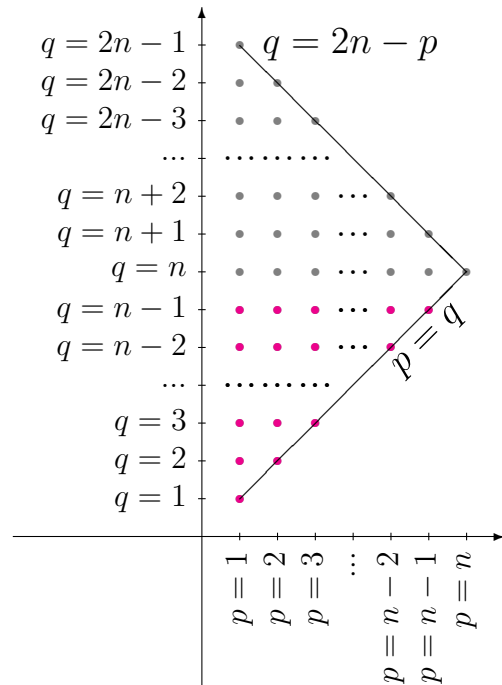
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^? \sum_{p=1}^q b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от 1 до q .



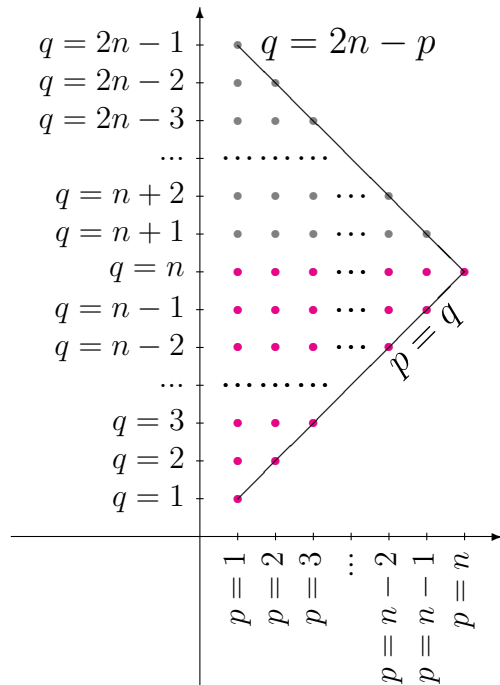
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^? \sum_{p=1}^q b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от 1 до q .



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

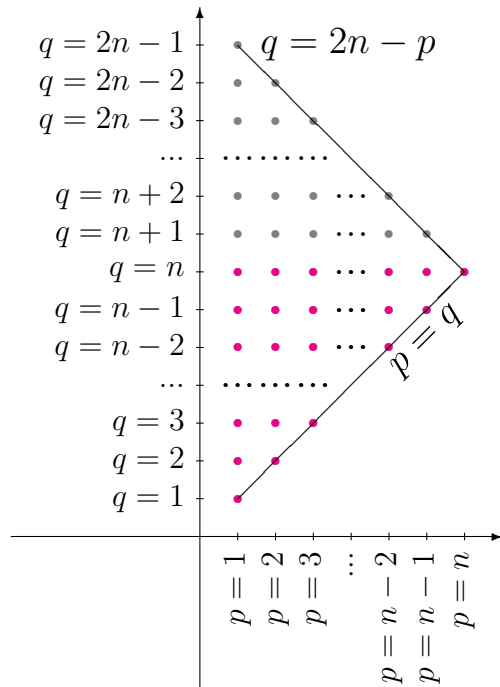
$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^? \sum_{p=1}^q b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от 1 до q .

Но при бóльших значениях q верхний предел значений p будет другим.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

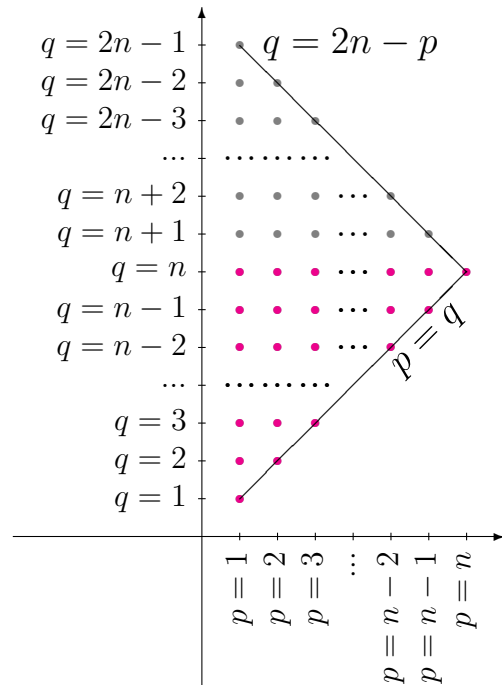
Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^? \sum_{p=1}^q b_{pq} \dots$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от 1 до q .

Но при бóльших значениях q верхний предел значений p будет другим.

Что делать?



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

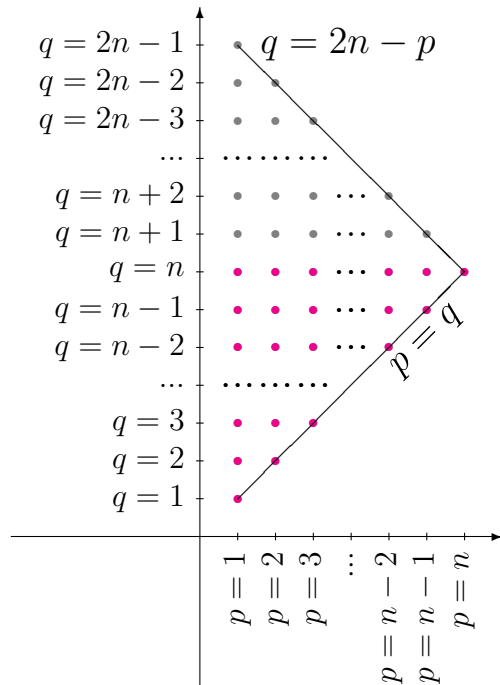
Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^{\text{■}} \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=\text{■}}^? \sum_{p=?}^? b_{pq}$$

При небольших значениях q переменная p пробегает значения от 1 до q .

Но при бóльших значениях q верхний предел значений p будет другим.

Что делать?

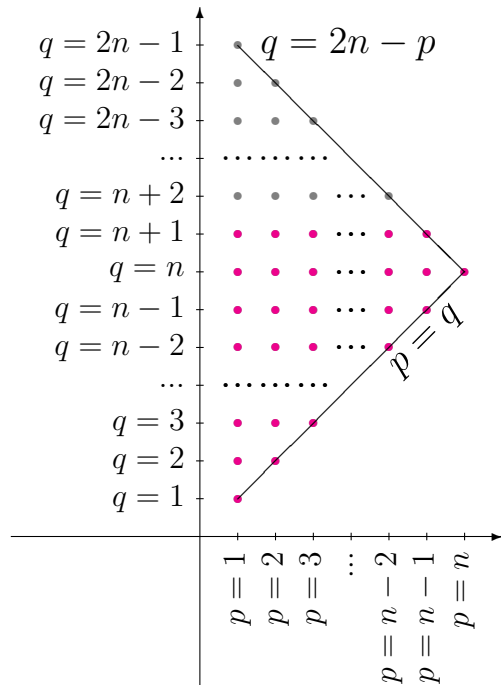


Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^? \sum_{p=?}^? b_{pq}$$



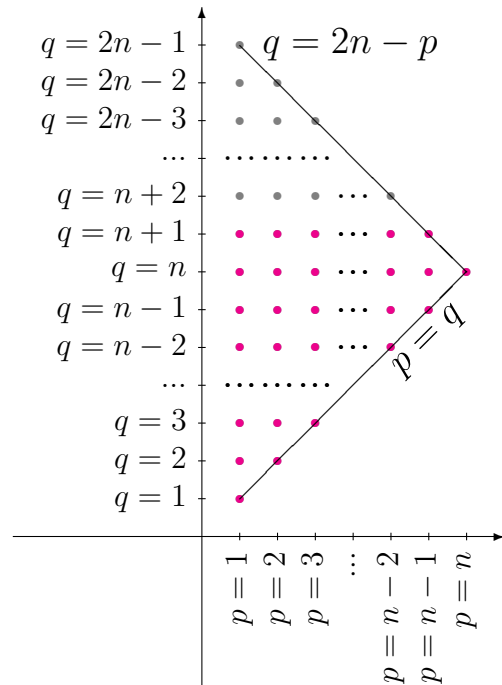
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^? \sum_{p=?}^? b_{pq}$$

Нижняя граница значений p :



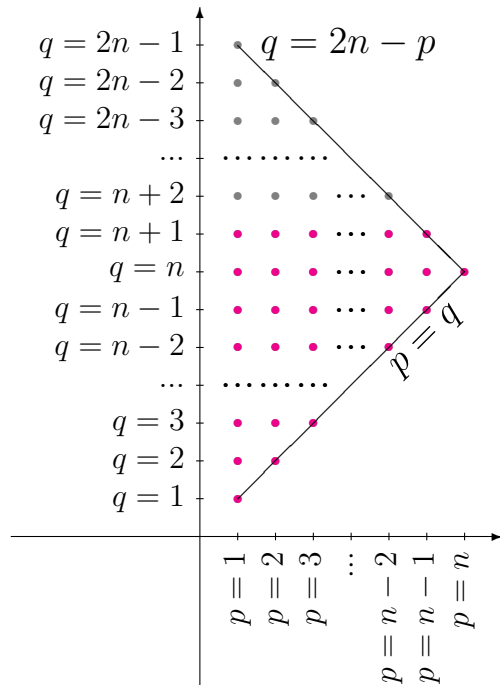
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^? \sum_{p=?}^? b_{pq}$$

Нижняя граница значений p : $q = 1$.



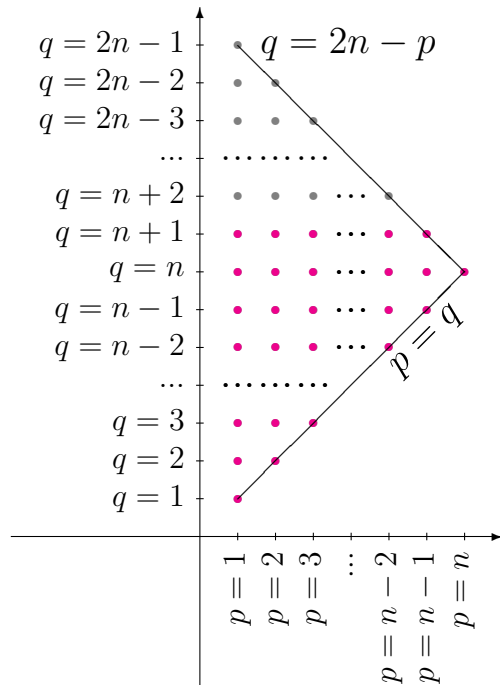
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^? \sum_{p=1}^? b_{pq}$$

Нижняя граница значений p : $q = 1$.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

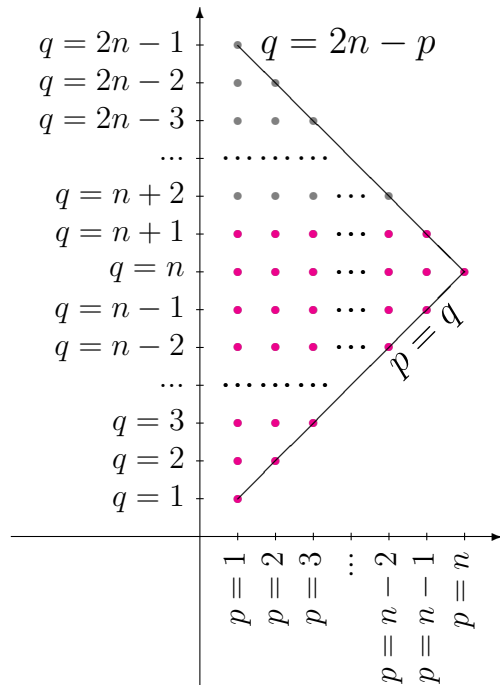
$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^? \sum_{p=1}^? b_{pq}$$

Нижняя граница значений p : $q = 1$.

Верхняя граница для p :



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

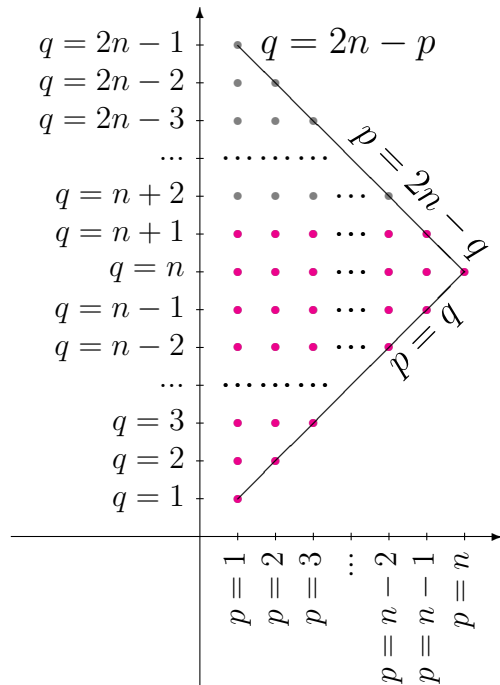
$$\text{ннн} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^? \sum_{p=1}^? b_{pq}$$

Нижняя граница значений p : $q = 1$.

Верхняя граница для p :



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

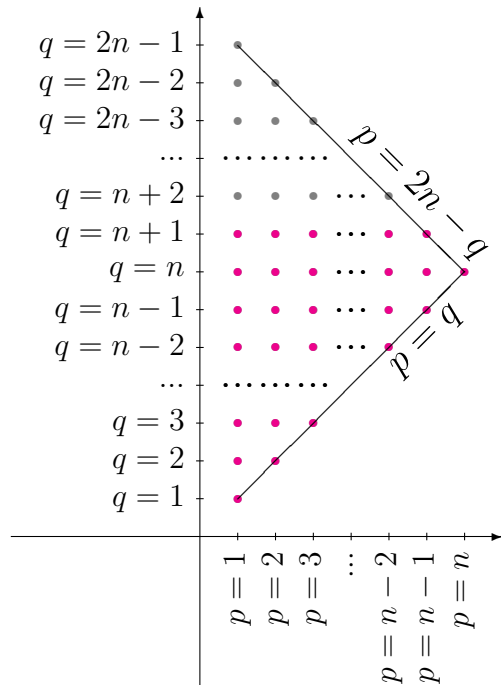
$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^? \sum_{p=1}^? b_{pq}$$

Нижняя граница значений p : $q = 1$.

Верхняя граница для p : $p = 2n - q$.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

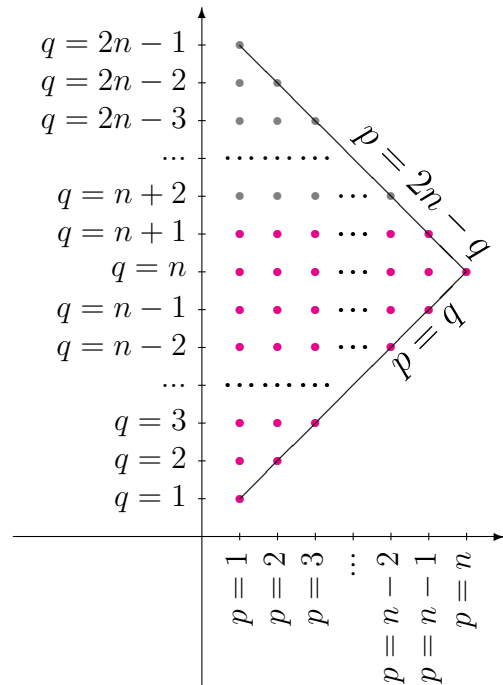
$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^{2n-n} \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}$$

Нижняя граница значений p : $q = 1$.

Верхняя граница для p : $p = 2n - q$.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

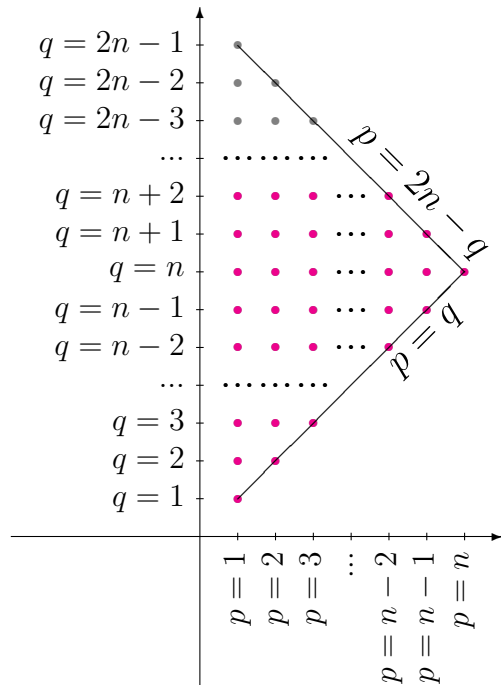
$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^? \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}$$

Нижняя граница значений p : $q = 1$.

Верхняя граница для p : $p = 2n - q$.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

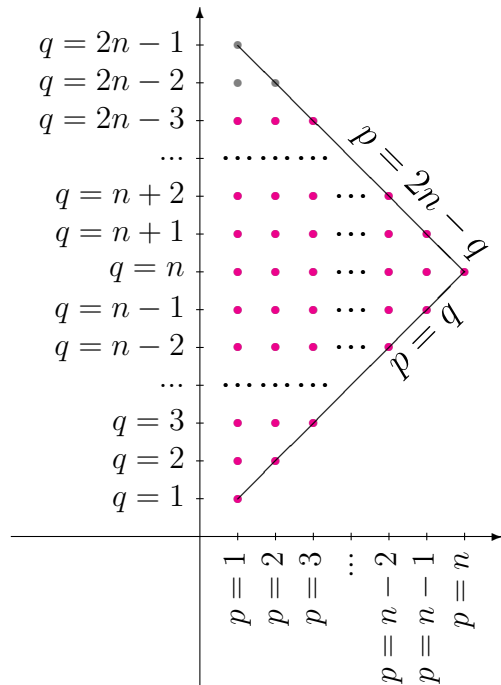
$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^? \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}$$

Нижняя граница значений p : $q = 1$.

Верхняя граница для p : $p = 2n - q$.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

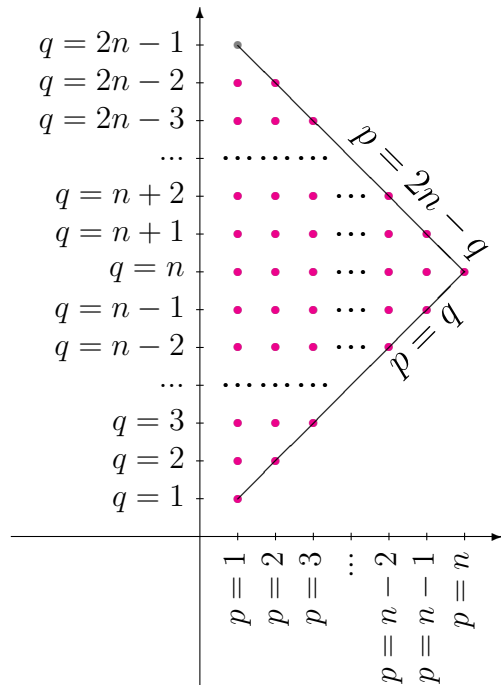
$$\text{ннн} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^? \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}$$

Нижняя граница значений p : $q = 1$.

Верхняя граница для p : $p = 2n - q$.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

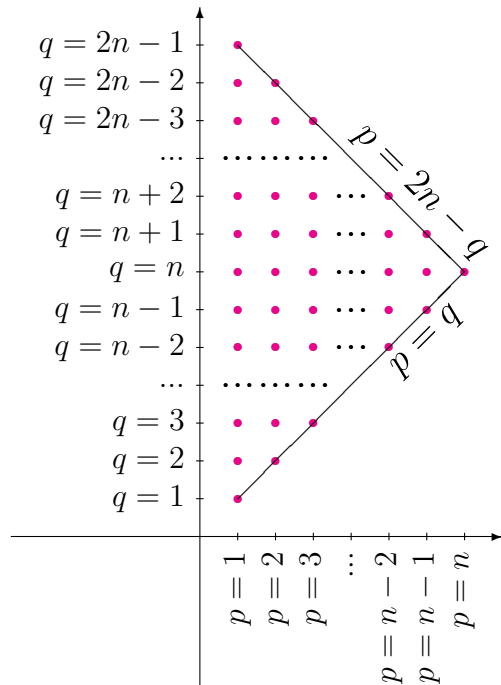
$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^? \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}$$

Нижняя граница значений p : $q = 1$.

Верхняя граница для p : $p = 2n - q$.



Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

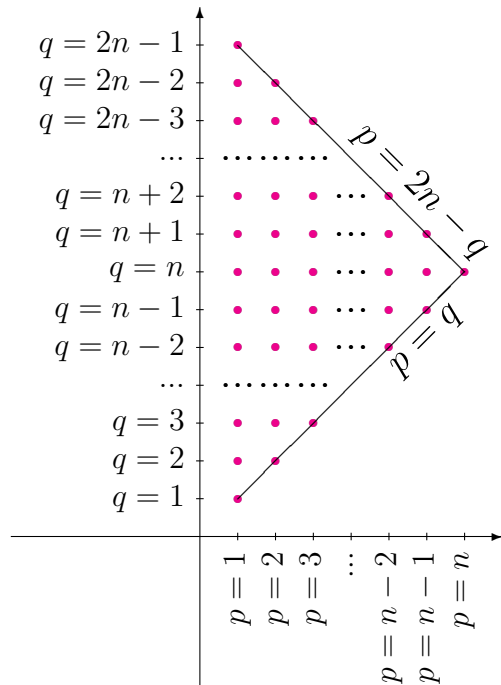
$$\text{или} \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^{2n-1} \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}$$

Нижняя граница значений p : $q = 1$.

Верхняя граница для p : $p = 2n - q$.



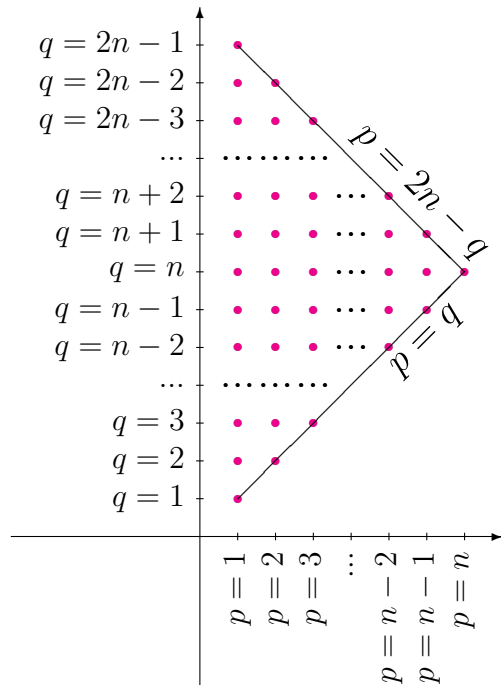
Пример 4. Переставить местами знаки суммирования в выраже-

$$\text{нии } \sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq}.$$

Решение.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^{2n-1} \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}.$$

Задача решена.



$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^{2n-1} \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}.$$

Проверка: с одной стороны

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{6-p} b_{pq} =$$

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^{2n-1} \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}.$$

Проверка: с одной стороны

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{6-p} b_{pq} = (b_{11} + b_{12} + b_{13} + b_{14} + b_{15}) +$$

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^{2n-1} \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}.$$

Проверка: с одной стороны

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{6-p} b_{pq} = (b_{11} + b_{12} + b_{13} + b_{14} + b_{15}) + (b_{22} + b_{23} + b_{24}) +$$

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^{2n-1} \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}.$$

Проверка: с одной стороны

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{6-p} b_{pq} = (b_{11} + b_{12} + b_{13} + b_{14} + b_{15}) + (b_{22} + b_{23} + b_{24}) + b_{33}.$$

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^{2n-1} \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}.$$

Проверка: с одной стороны

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{6-p} b_{pq} = (b_{11} + b_{12} + b_{13} + b_{14} + b_{15}) + (b_{22} + b_{23} + b_{24}) + b_{33}.$$

С другой стороны,

$$\sum_{q=1}^3 \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=4}^5 \sum_{p=1}^{6-q} b_{pq} =$$

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^{2n-1} \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}.$$

Проверка: с одной стороны

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{6-p} b_{pq} = (b_{11} + b_{12} + b_{13} + b_{14} + b_{15}) + (b_{22} + b_{23} + b_{24}) + b_{33}.$$

С другой стороны,

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^3 \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=4}^5 \sum_{p=1}^{6-q} b_{pq} = \\ & = (b_{11} + (b_{12} + b_{22}) + (b_{13} + b_{23} + b_{33})) + \end{aligned}$$

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^{2n-1} \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}.$$

Проверка: с одной стороны

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{6-p} b_{pq} = (b_{11} + b_{12} + b_{13} + b_{14} + b_{15}) + (b_{22} + b_{23} + b_{24}) + b_{33}.$$

С другой стороны,

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^3 \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=4}^5 \sum_{p=1}^{6-q} b_{pq} = \\ & = (b_{11} + (b_{12} + b_{22}) + (b_{13} + b_{23} + b_{33})) + ((b_{14} + b_{24}) + b_{15}). \end{aligned}$$

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^{2n-1} \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}.$$

Проверка: с одной стороны

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{6-p} b_{pq} = (b_{11} + b_{12} + b_{13} + b_{14} + b_{15}) + (b_{22} + b_{23} + b_{24}) + b_{33}.$$

С другой стороны,

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^3 \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=4}^5 \sum_{p=1}^{6-q} b_{pq} = \\ & = (b_{11} + (b_{12} + b_{22}) + (b_{13} + b_{23} + b_{33})) + ((b_{14} + b_{24}) + b_{15}). \end{aligned}$$

Таким образом, равенство $\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{6-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^3 \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=4}^5 \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}$ действительно имеет место.

$$\sum_{p=1}^n \sum_{q=p}^{2n-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^n \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=n+1}^{2n-1} \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}.$$

Подчеркнём, что такая проверка не даёт «стопроцентной гарантии», но это все же «лучше, чем ничего».

Таким образом, равенство $\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{6-p} b_{pq} = \sum_{q=1}^3 \sum_{p=1}^q b_{pq} + \sum_{q=4}^5 \sum_{p=1}^{2n-q} b_{pq}$ действительно имеет место.

Вернёмся к лекции или решим другой пример?

Пример 5. Упростить выражение $(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n}$.

Решение.

Пример 5. Упростить выражение $(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n}$.

Решение. «Раскроем скобки»:

$$(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n} =$$

Пример 5. Упростить выражение $(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n}$.

Решение. «Раскроем скобки»:

$$(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n} = \sum_{n=1}^3 3 \cdot 2^n x^{2n} - \sum_{n=1}^3 6 \cdot 2^n x^{2n+2},$$

Пример 5. Упростить выражение $(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n}$.

Решение. «Раскроем скобки»:

$$(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n} = \sum_{n=1}^3 3 \cdot 2^n x^{2n} - \sum_{n=1}^3 6 \cdot 2^n x^{2n+2},$$

$$(3-6x) (2x^2 + 4x^4 + 8x^6) =$$

Пример 5. Упростить выражение $(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n}$.

Решение. «Раскроем скобки»:

$$(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n} = \sum_{n=1}^3 3 \cdot 2^n x^{2n} - \sum_{n=1}^3 6 \cdot 2^n x^{2n+2},$$

$$(3 - 6x) (2x^2 + 4x^4 + 8x^6) = 3 \cdot 2x^2 + 3 \cdot 4x^4 + 3 \cdot 8x^6 - 6 \cdot 2x^4 - 6 \cdot 4x^6 - 6 \cdot 8x^8.$$

Пример 5. Упростить выражение $(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n}$.

Решение. «Раскроем скобки»:

$$(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n} = \sum_{n=1}^3 3 \cdot 2^n x^{2n} - \sum_{n=1}^3 6 \cdot 2^n x^{2n+2},$$

$$(3 - 6x) (2x^2 + 4x^4 + 8x^6) = 3 \cdot 2x^2 + 3 \cdot 4x^4 + 3 \cdot 8x^6 - 6 \cdot 2x^4 - 6 \cdot 4x^6 - 6 \cdot 8x^8.$$

Напрашивается привести подобные члены. Для этого в сумме

$\sum_{n=1}^3 6 \cdot 2^n x^{2n+2}$ перейдем к индексу суммирования $m = n + 1$, получим

$\sum_{m=2}^4 3 \cdot 2^m x^{2m}$. Имеем

Пример 5. Упростить выражение $(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n}$.

Решение. «Раскроем скобки»:

$$(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n} = \sum_{n=1}^3 3 \cdot 2^n x^{2n} - \sum_{n=1}^3 6 \cdot 2^n x^{2n+2},$$

$$(3-6x) (2x^2 + 4x^4 + 8x^6) = 3 \cdot 2x^2 + 3 \cdot 4x^4 + 3 \cdot 8x^6 - 6 \cdot 2x^4 - 6 \cdot 4x^6 - 6 \cdot 8x^8.$$

$$(3-6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n} =$$

Пример 5. Упростить выражение $(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n}$.

Решение. «Раскроем скобки»:

$$(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n} = \sum_{n=1}^3 3 \cdot 2^n x^{2n} - \sum_{n=1}^3 6 \cdot 2^n x^{2n+2},$$

$$(3 - 6x^2) (2x^2 + 4x^4 + 8x^6) = 3 \cdot 2x^2 + 3 \cdot 4x^4 + 3 \cdot 8x^6 - 6 \cdot 2x^4 - 6 \cdot 4x^6 - 6 \cdot 8x^8.$$

$$(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n} = \sum_{n=1}^3 3 \cdot 2^n x^{2n} - \sum_{m=2}^4 3 \cdot 2^m x^{2m} =$$

Пример 5. Упростить выражение $(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n}$.

Решение. «Раскроем скобки»:

$$(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n} = \sum_{n=1}^3 3 \cdot 2^n x^{2n} - \sum_{n=1}^3 6 \cdot 2^n x^{2n+2},$$

$$(3-6x) (2x^2 + 4x^4 + 8x^6) = 3 \cdot 2x^2 + 3 \cdot 4x^4 + 3 \cdot 8x^6 - 6 \cdot 2x^4 - 6 \cdot 4x^6 - 6 \cdot 8x^8.$$

$$(3-6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n} = \sum_{n=1}^3 3 \cdot 2^n x^{2n} - \sum_{m=2}^4 3 \cdot 2^m x^{2m} = \sum_{k=1}^3 3 \cdot 2^k x^{2k} - \sum_{k=2}^4 3 \cdot 2^k x^{2k}.$$

Пример 5. Упростить выражение $(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n}$.

Решение. «Раскроем скобки»:

$$(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n} = \sum_{n=1}^3 3 \cdot 2^n x^{2n} - \sum_{n=1}^3 6 \cdot 2^n x^{2n+2},$$

$$(3 - 6x^2) (2x^2 + 4x^4 + 8x^6) = 3 \cdot 2x^2 + 3 \cdot 4x^4 + 3 \cdot 8x^6 - 6 \cdot 2x^4 - 6 \cdot 4x^6 - 6 \cdot 8x^8.$$

$$(3 - 6x^2) \sum_{n=1}^3 2^n x^{2n} = \sum_{n=1}^3 3 \cdot 2^n x^{2n} - \sum_{m=2}^4 3 \cdot 2^m x^{2m} = \sum_{k=1}^3 3 \cdot 2^k x^{2k} - \sum_{k=2}^4 3 \cdot 2^k x^{2k}.$$

$$= 3 \cdot 2^1 x^{2 \cdot 1} + \sum_{k=2}^3 3 \cdot 2^k x^{2k} - \sum_{k=2}^3 3 \cdot 2^k x^{2k} - 3 \cdot 2^4 x^{2 \cdot 4} = 6x^2 - 48x^8.$$

Вернёмся к лекции или самостоятельно решим задачи?

Задания для самостоятельного выполнения

Задача XI.1. (Ответ приведен на стр.2581.) Проверьте непосредственным вычислением (переходя от записи с помощью символа суммирования к обычной записи) справедливость формулы

$$\sum_{p=2}^3 x_p \sum_{q=1}^3 y_{pq} = \sum_{q=1}^3 \sum_{p=2}^3 x_p y_{pq}.$$

Задача XI.2. (Ответ приведен на стр.2585.) Проверьте непосредственным вычислением равенства

$$\sum_{i=0}^3 i(i+2) = \sum_{i=1}^4 (i-1)(i+1) = \sum_{j=1}^4 (j^2 - 1).$$

Задача XI.3. (Ответ приведен на стр.2589.)

Проверьте непосредственным вычислением, выполняется ли равенство $\sum_{n=1}^3 (2n)^2 \stackrel{?}{=} \sum_{m=2}^6 m^2$.
Сколько слагаемых в левой и правой частях этой формулы?

Задача XI.4. (Ответ приведен на стр.2593.) Запишите с помощью символа суммирования выражения

a) $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,

b) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **c)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Задача XI.5. (Ответ приведен на стр.2626.) Переставьте местами сим-

волы суммирования $\sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 i(j+1)$. Проверьте правильность результата непосредственным вычислением.

Задача XI.6. (Ответ приведен на стр.2631.) Переставьте местами сим-

волы суммирования в выражении $\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{p+3} t_{pq}$.

Пример 6. *На складах №1 и №2 в городе А товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе В — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.*

Решение.

Пример 6. *На складах №1 и №2 в городе А товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе В — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.*

Решение.

К-во товара в тоннах в А

Тип товара	

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

К-во товара в тоннах в A

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3

Пример 6. *На складах №1 и №2 в городе А товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе В — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.*

Решение.

К-во товара в тоннах в А

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1			
Склад №2			

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

К-во товара в тоннах в A

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2			

Пример 6. *На складах №1 и №2 в городе А товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе В — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.*

Решение.

К-во товара в тоннах в А

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

К-во товара в тоннах в A

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

К-во товара в тоннах в B

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

К-во товара в тоннах в A

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

К-во товара в тоннах в B

Тип товара	

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

К-во товара в тоннах в A

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

К-во товара в тоннах в B

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

К-во товара в тоннах в A

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

К-во товара в тоннах в B

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1			
Склад №2			

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

К-во товара в тоннах в A

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

К-во товара в тоннах в B

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	b_{11}	b_{12}	b_{13}
Склад №2			

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

К-во товара в тоннах в A

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

К-во товара в тоннах в B

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	b_{11}	b_{12}	b_{13}
Склад №2	b_{21}	b_{22}	b_{23}

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

К-во товара в тоннах в A

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

К-во товара в тоннах в B

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	b_{11}	b_{12}	b_{13}
Склад №2	b_{21}	b_{22}	b_{23}

Обозначим требуемый массив данных как матрицу C .

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} =$$

К-во товара в тоннах в A

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

К-во товара в тоннах в B

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	b_{11}	b_{12}	b_{13}
Склад №2	b_{21}	b_{22}	b_{23}

Обозначим требуемый массив данных как матрицу C .

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} =$$

К-во товара в тоннах в A

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

К-во товара в тоннах в B

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	b_{11}	b_{12}	b_{13}
Склад №2	b_{21}	b_{22}	b_{23}

Надо пересчитать в килограммах количество товара на складах в городе A ...

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} +$$

К-во товара в тоннах в A

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

К-во товара в тоннах в B

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	b_{11}	b_{12}	b_{13}
Склад №2	b_{21}	b_{22}	b_{23}

Надо пересчитать в килограммах количество товара на складах в городе A ...

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе А товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе В — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} +$$

К-во товара в тоннах в А

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

К-во товара в тоннах в В

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	b_{11}	b_{12}	b_{13}
Склад №2	b_{21}	b_{22}	b_{23}

Надо пересчитать в килограммах количество товара на складах в городе А...

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} +$$

К-во товара в тоннах в A

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

К-во товара в тоннах в B

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	b_{11}	b_{12}	b_{13}
Склад №2	b_{21}	b_{22}	b_{23}

Надо пересчитать в килограммах количество товара на складах в городе A и в городе B .

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} =$$

К-во товара в тоннах в A

К-во товара в тоннах в B

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	b_{11}	b_{12}	b_{13}
Склад №2	b_{21}	b_{22}	b_{23}

Надо пересчитать в килограммах количество товара на складах в городе A и в городе B .

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} + 1000 \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} =$$

К-во товара в тоннах в A

К-во товара в тоннах в B

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	b_{11}	b_{12}	b_{13}
Склад №2	b_{21}	b_{22}	b_{23}

Надо пересчитать в килограммах количество товара на складах в городе A и в городе B .

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} + 1000 \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = 100\mathbf{A} + 1000\mathbf{B}.$$

К-во товара в тоннах в A

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Склад №2	a_{21}	a_{22}	a_{23}

К-во товара в тоннах в B

Тип товара	тип 1	тип 2	тип 3
Склад №1	b_{11}	b_{12}	b_{13}
Склад №2	b_{21}	b_{22}	b_{23}

Надо пересчитать в килограммах количество товара на складах в городе A и в городе B .

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} + 1000 \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = 100\mathbf{A} + 1000\mathbf{B}.$$

Обозначим через $\circ$ операцию $\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = 100 \cdot \mathbf{A} + 1000 \cdot \mathbf{B}$.

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} + 1000 \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = 100\mathbf{A} + 1000\mathbf{B}.$$

Обозначим через $\circ$ операцию $\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = 100 \cdot \mathbf{A} + 1000 \cdot \mathbf{B}$.

Операция $\circ$ введена на «языке формул для матриц в целом».

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} + 1000 \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = 100\mathbf{A} + 1000\mathbf{B}.$$

Обозначим через $\circ$ операцию $\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = 100 \cdot \mathbf{A} + 1000 \cdot \mathbf{B}$.

Операция $\circ$ введена на «языке формул для матриц в целом».

Нетрудно перевести ее определение на «язык формул для элементов матриц»:

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} + 1000 \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = 100\mathbf{A} + 1000\mathbf{B}.$$

Обозначим через $\circ$ операцию $\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = 100 \cdot \mathbf{A} + 1000 \cdot \mathbf{B}$.

Операция $\circ$ введена на «языке формул для матриц в целом».

Нетрудно перевести ее определение на «язык формул для элементов матриц»: $c_{\alpha\beta} =$

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} + 1000 \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = 100\mathbf{A} + 1000\mathbf{B}.$$

Обозначим через $\circ$ операцию $\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = 100 \cdot \mathbf{A} + 1000 \cdot \mathbf{B}$.

Операция $\circ$ введена на «языке формул для матриц в целом».

Нетрудно перевести ее определение на «язык формул для элементов матриц»: $c_{\alpha\beta} = 100 \cdot a_{\alpha\beta} + 1000 \cdot b_{\alpha\beta}$.

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} + 1000 \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = 100\mathbf{A} + 1000\mathbf{B}.$$

Обозначим через $\circ$ операцию $\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = 100 \cdot \mathbf{A} + 1000 \cdot \mathbf{B}$.

Операция $\circ$ введена на «языке формул для матриц в целом».

Нетрудно перевести ее определение на «язык формул для элементов матриц»: $c_{\alpha\beta} = 100 \cdot a_{\alpha\beta} +$

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе А товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе В — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} + 1000 \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = 100\mathbf{A} + 1000\mathbf{B}.$$

Обозначим через $\circ$ операцию $\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = 100 \cdot \mathbf{A} + 1000 \cdot \mathbf{B}$.

Операция $\circ$ введена на «языке формул для матриц в целом».

Нетрудно перевести ее определение на «язык формул для элементов матриц»: $c_{\alpha\beta} = 100 \cdot a_{\alpha\beta} + 1000 \cdot b_{\alpha\beta}$

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе A товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе B — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} + 1000 \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = 100\mathbf{A} + 1000\mathbf{B}.$$

Обозначим через $\circ$ операцию $\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = 100 \cdot \mathbf{A} + 1000 \cdot \mathbf{B}$.

Операция $\circ$ введена на «языке формул для матриц в целом».

Нетрудно перевести ее определение на «язык формул для элементов матриц»: $c_{\alpha\beta} = 100 \cdot a_{\alpha\beta} + 1000 \cdot b_{\alpha\beta}$.

Пример 6. На складах №1 и №2 в городе А товар трех типов измеряют в центнерах, а на аналогичных складах в городе В — в тоннах. Определите операцию, которая позволила бы найти суммарное количество товара на складах №1 и №2 в килограммах.

Решение.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} = 100 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} + 1000 \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = 100\mathbf{A} + 1000\mathbf{B}.$$

Обозначим через $\circ$ операцию $\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = 100 \cdot \mathbf{A} + 1000 \cdot \mathbf{B}$.

Операция $\circ$ введена на «языке формул для матриц в целом».

Нетрудно перевести ее определение на «язык формул для элементов матриц»: $c_{\alpha\beta} = 100 \cdot a_{\alpha\beta} + 1000 \cdot b_{\alpha\beta}$.

Вернемся к лекции?

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение этих матриц выполнимо...

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение этих матриц выполнимо...

Теперь найдем размерность произведения.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение этих матриц выполнимо...

Теперь найдем размерность произведения.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение этих матриц выполнимо...

Теперь найдем размерность произведения.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение этих матриц выполнимо...

Теперь найдем размерность произведения.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение этих матриц выполнимо...

Теперь найдем размерность произведения.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.
Значит, умножение матриц $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ выполнимо...

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение матриц $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ выполнимо...

Теперь найдем размерность матрицы $\mathbf{B}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение матриц $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ выполнимо...

Теперь найдем размерность матрицы $\mathbf{B}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение матриц $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ выполнимо...

Теперь найдем размерность матрицы $\mathbf{B}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение матриц $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ выполнимо...

Теперь найдем размерность матрицы $\mathbf{B}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение матриц $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ выполнимо...

Теперь найдем размерность матрицы $\mathbf{B}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение матриц $\mathbf{P}$ и $\mathbf{Q}$ выполнимо...

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение матриц $\mathbf{P}$ и $\mathbf{Q}$ выполнимо...

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение матриц $\mathbf{P}$ и $\mathbf{Q}$ выполнимо...

Умножение матриц $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ также выполнимо...

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение матриц $\mathbf{P}$ и $\mathbf{Q}$ выполнимо...

Умножение матриц $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ также выполнимо...

Теперь найдем размерность матрицы $\mathbf{C}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение матриц $\mathbf{P}$ и $\mathbf{Q}$ выполнимо...

Умножение матриц $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ также выполнимо...

Теперь найдем размерность матрицы $\mathbf{C}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение матриц $\mathbf{P}$ и $\mathbf{Q}$ выполнимо...

Умножение матриц $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ также выполнимо...

Теперь найдем размерность матрицы $\mathbf{C}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение матриц $\mathbf{P}$ и $\mathbf{Q}$ выполнимо...

Умножение матриц $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ также выполнимо...

Теперь найдем размерность матрицы $\mathbf{C}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

Сначала установим размерности матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$.

Значит, умножение матриц $\mathbf{P}$ и $\mathbf{Q}$ выполнимо...

Умножение матриц $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ также выполнимо...

Теперь найдем размерность матрицы $\mathbf{C}$.

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum p_{ij} \cdot q_{jk} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum p_{ij} \cdot q_{jk} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum p_u \cdot q =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum p_u \cdot q =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum p_u \cdot q_v =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1} p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_u q +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_u \cdot q_v +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum q \cdot r =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum q \cdot r =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum q_{\alpha} \cdot r =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum q_{\alpha} \cdot r =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum q_{\alpha} \cdot r_{\beta} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha} r_{\beta} +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1} r_{1\beta} +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + p_{\alpha} \ q_{\beta},$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum p \quad .$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum p \cdot \sum$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum p \cdot \sum q \cdot r =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum p \cdot \sum q \cdot r =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum p_i \cdot \sum q \cdot r =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum p_i \cdot \sum q \cdot r =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum p_i \cdot \sum q \cdot r_j =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma j} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_i \cdot \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma j} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma j} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} =$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{1j} + p_{i2}q_{2j} + \dots + p_{it}q_{tj}.$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{1j} + p_{i2}q_{2j} + \dots + p_{it}q_{tj}.$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i2}q_{21}r_{1j} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{it}q_{t1}r_{1j} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{it}q_{t1}r_{1j} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

+ p q r +

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{it}q_{t1}r_{1j} + \dots + p_{it}q_{tx}r_{xj}.$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{it}q_{t1}r_{1j} + \dots + p_{it}q_{tx}r_{xj}.$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots + p_{it}q_{t1}r_{1j} + \dots + p_{it}q_{tx}r_{xj}.$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots + p_{i2}q_{21}r_{1j} +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + \dots + p_{i2}q_{2x}r_{xj} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots + p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + \dots + p_{i2}q_{2x}r_{xj} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + \dots + p_{i2}q_{2x}r_{xj} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + \dots + p_{i2}q_{2x}r_{xj} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + \dots + p_{it}q_{t1}r_{1j} + p_{it}q_{t2}r_{2j} + \dots + p_{it}q_{tx}r_{xj}.$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + p_{i2}q_{2x}r_{xj} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + p_{i2}q_{2x}r_{xj} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + p_{i2}q_{2x}r_{xj} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + p_{i2}q_{23}r_{3j} + \dots +$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + p_{i2}q_{23}r_{3j} + \dots + p_{it}q_{tx}r_{xj}.$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + p_{i2}q_{23}r_{3j} + \dots + p_i q r \quad .$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + p_{i2}q_{23}r_{3j} + \dots + p_i q r_j.$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha 1}r_{1\beta} + q_{\alpha 2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots + p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + p_{i2}q_{23}r_{3j} + \dots + p_{it}q_{t1}r_{1j} + \dots + p_{it}q_{tx}r_{xj}.$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots + p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + p_{i2}q_{23}r_{3j} + \dots + p_{it}q_{tx}r_{xj}.$$

Пример 7. Даны матрицы $\mathbf{P} = (p_{ij})_{s \times t}$, $\mathbf{Q} = (q_{ij})_{t \times x}$ и $\mathbf{R} = (r_{ij})_{x \times y}$. Запишите с помощью знака суммирования Σ и «в рассыпанном виде» формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$, $\mathbf{B} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, $\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$.

Решение. $\mathbf{A}_{s \times x} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x}$, $\mathbf{B}_{t \times y} = \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$,
 $\mathbf{C}_{s \times y} = \mathbf{P}_{s \times t} \cdot \mathbf{Q}_{t \times x} \cdot \mathbf{R}_{x \times y}$.

$$a_{uv} = \sum_{\alpha=1}^t p_{u\alpha} \cdot q_{\alpha v} = p_{u1}q_{1v} + p_{u2}q_{2v} + \dots + p_{ut}q_{tv},$$

$$b_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^x q_{\alpha\gamma} \cdot r_{\gamma\beta} = q_{\alpha1}r_{1\beta} + q_{\alpha2}r_{2\beta} + \dots + q_{\alpha x}r_{x\beta},$$

$$c_{ij} = \sum_{\alpha=1}^t p_{i\alpha} \cdot \sum_{\beta=1}^x q_{\alpha\beta} \cdot r_{\beta j} = p_{i1}q_{11}r_{1j} + p_{i1}q_{12}r_{2j} + \dots + p_{i1}q_{1x}r_{xj} + \dots +$$

$$+ p_{i2}q_{21}r_{1j} + p_{i2}q_{22}r_{2j} + p_{i2}q_{23}r_{3j} + \dots + p_{it}q_{tx}r_{xj}.$$

Вернемся у лекции?

Пример 8. Произведение матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение.

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение.

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. **a)** $c_{ij} =$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} =$

Конкретизируем...

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} =$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} =$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} =$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Индексы — 3 и 2. Значит, умножаем третью строку на

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} =$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Индексы — 3 и 2. Значит, умножаем третью строку на

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} =$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Индексы — 3 и 2. Значит, умножаем третью строку на вторую строку.

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} =$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Индексы — 3 и 2. Значит, умножаем третью строку на вторую строку.

Пример 8. Произведение матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. a) $c_{ij} = \sum$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} = \sum a_{ik} b_{kj} =$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} = \sum a_{ik} b_{kj} =$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. **a)** $c_{ij} = \sum a_i b_j =$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. **a)** $c_{ij} = \sum a_i b_j =$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. **a)** $c_{ij} = \sum a_i b_j =$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. **a)** $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{kj} =$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. **a)** $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{kj} =$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. a) $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{jk} =$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{jk} = a_i b_j +$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. a)
$$c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{jk} = a_i \cdot b_j +$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. a)
$$c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{jk} = a_{i1} b_{j1} +$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матрицы «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. a) $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{jk} = a_{i1} b_{j1} + a_{i2} b_{j2} + a_{i3} b_{j3}$.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. a)
$$c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{jk} = a_{i1} b_{j1} + a_{i2} b_{j2} + a_{i3} b_{j3}.$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. a) $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{jk} = a_{i1} b_{j1} + a_{i2} b_{j2} + a_{i3} b_{j3} .$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} .$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. a) $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{jk} = a_{i1} b_{j1} + a_{i2} b_{j2} + a_{i3} b_{j3}$.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. a) $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik}b_{jk} = a_{i1}b_{j1} + a_{i2}b_{j2} + a_{i3}b_{j3}.$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. a) $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{jk} = a_{i1}b_{j1} + a_{i2}b_{j2} + a_{i3}b_{j3}.$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} =$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik}b_{jk} = a_{i1}b_{j1} + a_{i2}b_{j2} + a_{i3}b_{j3}.$

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{jk} = a_{i1}b_{j1} + a_{i2}b_{j2} + a_{i3}b_{j3}.$

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{pmatrix} = \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{jk} = a_{i1}b_{j1} + a_{i2}b_{j2} + a_{i3}b_{j3}.$

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{jk} = a_{i1}b_{j1} + a_{i2}b_{j2} + a_{i3}b_{j3}.$

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{jk} = a_{i1}b_{j1} + a_{i2}b_{j2} + a_{i3}b_{j3}.$

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}. \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** $\star$: «строка на строку»; **b)** **c)**

Решение. а) $c_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{jk} = a_{i1}b_{j1} + a_{i2}b_{j2} + a_{i3}b_{j3}.$

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^t. \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. **b)** $d_{ij} =$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. **b)** $d_{ij} =$

Конкретизируем...

Пример 8. Произведение матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. **b)** $d_{ij} =$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. **b)** $d_{ij} =$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. **b)** $d_{ij} =$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Индексы — 3 и 2. Значит, умножаем третий столбец на

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. **b)** $d_{ij} =$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Индексы — 3 и 2. Значит, умножаем третий столбец на

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. **b)** $d_{ij} =$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Индексы — 3 и 2. Значит, умножаем третий столбец на вторую строку.

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. **b)** $d_{ij} =$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Индексы — 3 и 2. Значит, умножаем третий столбец на вторую строку.

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б) $d_{ij} = \sum$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. **b)** $d_{ij} = \sum a_{ik} b_{kj} =$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б) $d_{ij} = \sum a_{ij} b_{ij} =$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б) $d_{ij} = \sum a_{ij} b_{ij} =$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. **b)** $d_{ij} = \sum a_{i\cdot} b_{\cdot j} =$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б) $d_{ij} = \sum a_{ij} b_j =$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б) $d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{kj} =$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б) $d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{kj} =$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. b)
$$d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} =$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б) $d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a \cdot b +$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б)
$$d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a_{i1} b_{j1} + a_{i2} b_{j2} + a_{i3} b_{j3}$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б) $d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a_{1i} b_{j1} +$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б) $d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a_{1i} b_{j1} + a_{2i} b_{j2} + a_{3i} b_{j3}$.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б)
$$d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a_{1i} b_{j1} + a_{2i} b_{j2} + a_{3i} b_{j3}.$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б)
$$d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a_{1i} b_{j1} + a_{2i} b_{j2} + a_{3i} b_{j3} .$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} .$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б)
$$d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a_{1i} b_{j1} + a_{2i} b_{j2} + a_{3i} b_{j3} .$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} .$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б) $d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a_{1i} b_{j1} + a_{2i} b_{j2} + a_{3i} b_{j3}.$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б)
$$d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a_{1i} b_{j1} + a_{2i} b_{j2} + a_{3i} b_{j3}.$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} =$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б)
$$d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a_{1i} b_{j1} + a_{2i} b_{j2} + a_{3i} b_{j3}.$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б)
$$d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a_{1i} b_{j1} + a_{2i} b_{j2} + a_{3i} b_{j3}.$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{pmatrix} = \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б)
$$d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a_{1i} b_{j1} + a_{2i} b_{j2} + a_{3i} b_{j3}.$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{pmatrix} = \mathbf{A}^t. \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б)
$$d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a_{1i} b_{j1} + a_{2i} b_{j2} + a_{3i} b_{j3}.$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{pmatrix} = \mathbf{A}^t \cdot \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б) $d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a_{1i} b_{j1} + a_{2i} b_{j2} + a_{3i} b_{j3}.$

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{pmatrix} = \mathbf{A}^t \cdot \mathbf{B}^t. \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** $\circ$: «столбец на строку»; **c)**

Решение. б)
$$d_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{jk} = a_{1i} b_{j1} + a_{2i} b_{j2} + a_{3i} b_{j3}.$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{pmatrix} = \mathbf{A}^t \cdot \mathbf{B}^t. \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} =$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} =$

Конкретизируем...

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} =$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} =$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} =$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Индексы — 3 и 2. Значит, умножаем третий столбец на

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} =$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Индексы — 3 и 2. Значит, умножаем третий столбец на

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} =$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Индексы — 3 и 2. Значит, умножаем третий столбец на второй столбец.

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} =$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Индексы — 3 и 2. Значит, умножаем третий столбец на второй столбец.

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} = \sum$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} = \sum a_{ik} b_{kj} =$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} = \sum a_{ik} b_{kj} =$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} = \sum a_{ij} b_{ij} =$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} = \sum a_{ij} b_{ij} =$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} = \sum a_i b_j =$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{kj} =$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} b_{kj} =$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} =$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. с) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} \cdot b_{kj} = a \cdot b +$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} = a_{i1} b_{1j} +$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} = a_{1i} b_{1j} +$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} = a_{1i} b_{1j} + a_{2i} b_{2j} + a_{3i} b_{3j}$.

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} = a_{1i} b_{1j} + a_{2i} b_{2j} + a_{3i} b_{3j}$.

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} = a_{1i} b_{1j} + a_{2i} b_{2j} + a_{3i} b_{3j}.$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} = a_{1i} b_{1j} + a_{2i} b_{2j} + a_{3i} b_{3j}$.

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} = a_{1i} b_{1j} + a_{2i} b_{2j} + a_{3i} b_{3j}.$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} = a_{1i} b_{1j} + a_{2i} b_{2j} + a_{3i} b_{3j}.$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} =$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} = a_{1i} b_{1j} + a_{2i} b_{2j} + a_{3i} b_{3j}.$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} = a_{1i} b_{1j} + a_{2i} b_{2j} + a_{3i} b_{3j}.$

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} = a_{1i} b_{1j} + a_{2i} b_{2j} + a_{3i} b_{3j}.$

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \mathbf{A}^t. \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} = a_{1i} b_{1j} + a_{2i} b_{2j} + a_{3i} b_{3j}.$

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \mathbf{A}^t \cdot \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} = a_{1i} b_{1j} + a_{2i} b_{2j} + a_{3i} b_{3j}.$

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \mathbf{A}^t \cdot \mathbf{B}. \end{aligned}$$

Пример 8. Произведение матриц **A** и **B** размерности 3×3 определено как «скалярное произведение» строки на столбец. Выразите формулой для элементов матриц и формулой для матриц «в целом» для операций: **a)** **b)** **c)** $\diamond$: «столбец на столбец».

Решение. c) $f_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ki} b_{kj} = a_{1i} b_{1j} + a_{2i} b_{2j} + a_{3i} b_{3j}.$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \mathbf{A}^t \cdot \mathbf{B}.$$

Вернемся к лекции?

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-**
уровне переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю
строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

С какой стороны умножать?

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-**
уровне переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю
строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.
$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

С какой стороны умножать?

Элемент x_{11} искомой матрицы должен умножаться на элементы первой строки.

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

С какой стороны умножать?

Элемент x_{11} искомой матрицы должен умножаться на элементы первой строки.

Значит, умножать надо...

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-**
уровне переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю
строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.
$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

С какой стороны умножать?

Элемент x_{11} искомой матрицы должен умножаться на элементы первой строки.

Значит, умножать надо слева.

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-**
уровне переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю
строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

С какой стороны умножать?

Элемент x_{11} искомой матрицы должен умножаться на элементы первой строки.

Значит, умножать надо слева.

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Какова размерность искомой матрицы?

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Какова размерность искомой матрицы?

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Какова размерность искомой матрицы? $3 \times$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Какова размерность искомой матрицы? $3 \times$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-**
уровне переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю
строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Какова размерность искомой матрицы? $3 \times$

В столбцах второго множителя по 3 элемента...

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Какова размерность искомой матрицы? 3×3 .

В столбцах второго множителя по 3 элемента...

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-**
уровне переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю
строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Какова размерность искомой матрицы? 3×3 .

В столбцах второго множителя по 3 элемента...

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix} = ? \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + ? \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} + ? \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(5 \quad 6) = ?(1 \quad 2) + ?(3 \quad 4) + \mathbf{1}(5 \quad 6).$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-**
уровне переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю
 строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(5 \quad 6) = \mathbf{0} (1 \quad 2) + \mathbf{0} (3 \quad 4) + \mathbf{1} (5 \quad 6).$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + \mathbf{0} \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} + \mathbf{1} \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} = ? \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + ? \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} + ? \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-**
уровне переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю
 строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} = ? \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + \mathbf{1} \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} + ? \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-**
уровне переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю
строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + \mathbf{1} \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} + \mathbf{0} \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$
$$(3 \quad 4) = \mathbf{0} (1 \quad 2) + \mathbf{1} (3 \quad 4) + \mathbf{0} (5 \quad 6).$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} = ? \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + ? \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} + ? \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} = \mathbf{1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + \mathbf{?} \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} + \mathbf{?} \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-уровне** переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} = \mathbf{1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + \mathbf{0} \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} + \mathbf{0} \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-**
уровне переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю
строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$
$$(1 \quad 2) = \mathbf{1} (1 \quad 2) + \mathbf{0} (3 \quad 4) + \mathbf{0} (5 \quad 6).$$

Пример 9. С помощью **умножения матриц на макро-**
уровне переставить в матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ первую и последнюю
строки.

Решение. Применим **стратегию предвкушения**.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Вернёмся к лекции «умножение на макроуровне»?

Пример 10. *Подобрать хотя бы одно решение уравнения*

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

Пример 10. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 10. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 \\ 1 & \mathbf{0} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ? & & \\ ? & & \\ ? & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 10. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ? & & \\ ? & & \\ ? & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 10. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ? & & \\ \mathbf{1} & & \\ ? & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 10. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{0} & & \\ \mathbf{1} & & \\ \mathbf{0} & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 10. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & ? \\ 1 & ? \\ 0 & ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 10. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & ? \\ 1 & ? \\ 0 & ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 10. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{0} \\ 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 10. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & ? \\ 1 & 0 & ? \\ 0 & 1 & ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Пример 10. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} \textcolor{violet}{0} & \textcolor{blue}{1} & \textcolor{blue}{0} \\ \textcolor{violet}{0} & \textcolor{blue}{0} & \textcolor{blue}{1} \\ \textcolor{violet}{1} & \textcolor{blue}{0} & \textcolor{blue}{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & ? \\ 1 & 0 & ? \\ 0 & 1 & ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \textcolor{violet}{0} \\ 0 & 1 & \textcolor{violet}{0} \\ 0 & 0 & \textcolor{violet}{1} \end{pmatrix}$$

Пример 10. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Пример 10. Подобрать хотя бы одно решение уравнения

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вернуться к лекции «умножение на макроуровне»?

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Сколько вариантов можно предложить?

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Первый способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Первый способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} =$$

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Первый способ

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Первый способ

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Первый способ

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} =$$

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Первый способ

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \\ 24 \end{pmatrix}.$$

Пример 11. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Первый способ

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \\ 24 \end{pmatrix}.$$

Таким образом,
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -1 & 15 \\ -1 & 24 \end{pmatrix}.$$

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 15 \end{pmatrix}.$$

Пример 11. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 15 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 11. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 15 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 7 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 8 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 9 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 11. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Второй способ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 15 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 7 \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} + 8 \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} + 9 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 24 \end{pmatrix}.$$

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение.

Следовательно,
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -1 & 15 \\ -1 & 24 \end{pmatrix}.$$

Пример 11. *Вычислить двумя способами матрицы*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

Пример 11. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 \\ \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 11. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{7} & \mathbf{0} & \mathbf{9} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{8} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} =$$

Пример 11. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{7} & \mathbf{0} & \mathbf{9} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{8} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{16} \\ \mathbf{10} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{2} \end{pmatrix}$$

Пример 11. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 10 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Пример 11. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

$$\begin{pmatrix} 7 & \mathbf{0} & 9 & 1 \\ 2 & \mathbf{4} & 8 & 1 \\ 1 & \mathbf{1} & 2 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 10 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Пример 11. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

$$\begin{pmatrix} 7 & \mathbf{0} & 9 & 1 \\ 2 & \mathbf{4} & 8 & 1 \\ 1 & \mathbf{1} & 2 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 10 & 4 \\ 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. Вычислить двумя способами матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Для второго произведения имеем:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 10 & 4 \\ 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вернуться к лекции «умножение на макроуровне»?

Задача XII.7. (Ответ приведен на стр.2635.) Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Задача XII.8.

(Ответ приведен на стр.2650.)

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Задача XII.9. (Ответ приведен на стр.2743.) Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Задача XII.10. (Ответ приведен на стр.2763.) Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Задача XII.11.

(Ответ приведен на стр.2794.)

Для мат-

риц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык

матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$,

б) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$, **г)** $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$,

д) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Задача XIII.12.

(Ответ приведен на стр.2845.)

Найди-

те произведения

матриц:

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = ?,$$
$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = ?, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = ?.$$

Задача XIII.13. (Ответ приведен на стр.2849.)

$$\text{Пусть } \mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$; **б)** если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$; **г)** если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача XIV.14. (Ответ приведен на стр.2906.) Вычислить значение

многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача XV.15. (Ответ приведен на стр.2915.) С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы

$$X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}.$$

Задача XV.16. (Ответ приведен на стр.2927.) С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы

$$X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}.$$

Задача XV.17. (Ответ приведен на стр.2930.) С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Задача XV.18. (Ответ приведен на стр.2938.) Функцию, вычисляющую сумму всех элементов матрицы размерности 3×2 , определить формулой, использующей только умножение матриц и детерминант.

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение.

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} =$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^2$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^2$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^2 a_{1j}.$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot M_{1j} =$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} &= \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} + \end{aligned}$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} &= \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} \cdot M_{12}. \end{aligned}$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} &= \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} \cdot M_{12}. \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} &= \end{aligned}$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} &= \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} \cdot M_{12}. \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} &= 1. \end{aligned}$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} \cdot M_{12}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1.$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} \cdot M_{12}.$$

$$\begin{vmatrix} \overline{1} & \overline{2} \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \quad \cdot 4 +$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} \cdot M_{12}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot 4 +$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} &= \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} \cdot M_{12}. \\ \left| \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{array} \right| &= 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot 4 + 2 \cdot \end{aligned}$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} \cdot M_{12}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot 4 + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot 3 = 4 - 6 = -2.$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} \cdot M_{12}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot 4 + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot 3 =$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} \cdot M_{12}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot 4 + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot 3 =$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} &= \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} \cdot M_{12}. \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} &= 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot 4 + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot 3 = 4 - 6 = \end{aligned}$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} &= \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} \cdot M_{12}. \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} &= 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot 4 + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot 3 = 4 - 6 = -2. \end{aligned}$$

Пример 12. С помощью **определения** выведите формулу для детерминанта матрицы размерности 2×2 . Примените эту формулу для вычисления детерминанта матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -15 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение. Конкретизируем формулу:

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} &= \sum_{j=1}^2 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11} \cdot (-1)^{1+1} \cdot M_{11} + a_{12} \cdot (-1)^{1+2} \cdot M_{12}. \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} &= 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot 4 + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot 3 = 4 - 6 = -2. \end{aligned}$$

Вернёмся к лекции или **рассмотрим вычисление детерминанта матрицы размерности 3×3 ?**

Пример 13. *Вычислить* $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

Пример 13. *Вычислить* $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$\det \mathbf{A} =$

Пример 13. *Вычислить* $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *m.e.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}$$

Пример 13. *Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.*

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3$$

Пример 13. *Вычислить* $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j}.$$

Пример 13. *Вычислить* $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot M_{1j} =$$

Пример 13. *Вычислить* $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, *т.е.* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \det \mathbf{A} &= \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + \end{aligned}$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \det \mathbf{A} &= \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + \end{aligned}$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \det \mathbf{A} &= \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}. \end{aligned}$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \det \mathbf{A} &= \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}. \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} &= 1. \end{aligned}$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \det \mathbf{A} &= \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}. \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{3} \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1.$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \det \mathbf{A} &= \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}. \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{3} \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} +$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \det \mathbf{A} &= \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}. \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{3} \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} +$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \det \mathbf{A} &= \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}. \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} &= 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot \end{aligned}$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \det \mathbf{A} &= \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}. \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} +$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$
$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} +$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \det \mathbf{A} &= \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}. \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} &= 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot \end{aligned}$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \det \mathbf{A} &= \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} = \\ &= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}. \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} &= 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot \end{vmatrix}$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 -$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) -$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) - 2 \cdot ($$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) - 2 \cdot (36 -$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) - 2 \cdot (36 - 42) +$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) - 2 \cdot (36 - 42) + 3 \cdot$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) - 2 \cdot (36 - 42) + 3(32 -$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) - 2 \cdot (36 - 42) + 3(32 - 35) =$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) - 2 \cdot (36 - 42) + 3(32 - 35) = -3 +$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) - 2 \cdot (36 - 42) + 3(32 - 35) = -3 + 12 -$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) - 2 \cdot (36 - 42) + 3(32 - 35) = -3 + 12 - 9 =$$

Пример 13. Вычислить $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\det \mathbf{A} = \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot M_{1j} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}M_{11} + a_{12}(-1)^{1+2}M_{12} + a_{13}(-1)^{1+3}M_{13}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) - 2 \cdot (36 - 42) + 3(32 - 35) = -3 + 12 - 9 = 0.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 14. *Вычислить детерминант произведения числа λ на матрицу $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.*

Как показывает опыт, теорема о произведении строки или столбца на число в детерминанте в сочетании с определением операции умножения матрицы на число приводит к неверной ассоциации. Для того, чтобы сформировать верную ассоциацию, рассмотрим этот пример.

Пример 14. Вычислить детерминант произведения числа λ на матрицу $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение. Имеем по теореме о произведении строки или столбца на число и определению произведения матрицы на число:

Пример 14. Вычислить детерминант произведения числа λ на матрицу $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение. Имеем по теореме о произведении строки или столбца на число и определению произведения матрицы на число:

$$\det \left(\lambda \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \right) =$$

Пример 14. Вычислить детерминант произведения числа λ на матрицу $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение. Имеем по теореме о произведении строки или столбца на число и определению произведения матрицы на число:

$$\det \left(\lambda \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \right) = \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} =$$

Пример 14. Вычислить детерминант произведения числа λ на матрицу $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение. Имеем по теореме о произведении строки или столбца на число и определению произведения матрицы на число:

$$\begin{aligned} \det \left(\lambda \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \right) &= \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \\ &= \lambda \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

Пример 14. Вычислить детерминант произведения числа λ на матрицу $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение. Имеем по теореме о произведении строки или столбца на число и определению произведения матрицы на число:

$$\begin{aligned} \det \left(\lambda \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \right) &= \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \\ &= \lambda \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

Пример 14. Вычислить детерминант произведения числа λ на матрицу $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение. Имеем по теореме о произведении строки или столбца на число и определению произведения матрицы на число:

$$\begin{aligned} \det \left(\lambda \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \right) &= \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \\ &= \lambda \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^3 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Пример 14. *Вычислить детерминант произведения числа λ на матрицу $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.*

Решение. Вернёмся к теореме об умножении строки (столбца) на число в детерминанте (для математических специальностей)?

$$\begin{aligned} \det \left(\lambda \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \right) &= \begin{vmatrix} 3\lambda & 2\lambda & 3\lambda \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \\ &= \lambda \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2\lambda & -\lambda & 4\lambda \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ \lambda & 2\lambda & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^3 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Пример 15. *Вычислите*

$$\left| \begin{array}{ccc} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{array} \right| =$$

Решение.

Пример 15. *Вычислите*

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$$

«Раскроем» детерминант по третьей строке.

Пример 15.

Вычислите

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$$

+	-	+	-
-	+	-	+
+	-	+	-
...			

Пример 15.

Вычислите

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$$

+	-	+	-
-	+	-	+
+	-	+	-
...			

Пример 15.

Вычислите

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$$
$$= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot$$

+	-	+	-
-	+	-	+
+	-	+	-
...			

Пример 15.

Вычислите

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$$
$$= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

+	-	+	-
-	+	-	+
+	-	+	-
...			

Пример 15. *Вычислите*

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

+	-	+	-
-	+	-	+
+	-	+	-
	...		

Пример 15.

Вычислите

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$$
$$= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} -$$

+	-	+	-
-	+	-	+
+	-	+	-
	...		

Пример 15.

Вычислите

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$$
$$= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot$$

+	-	+	-
-	+	-	+
+	-	+	-
	...		

Пример 15. *Вычислите*

$$\left| \begin{array}{ccc} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{array} \right| =$$

$$= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \left| \begin{array}{cc} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{array} \right| - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \left| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{array} \right|$$

+	-	+	-
-	+	-	+
+		+	-
	...		

Пример 15. *Вычислите*

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ \dots & & & \end{vmatrix}$$

Пример 15. *Вычислите*
$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} +$$

$$+ ((-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2) \cdot$$

$$\begin{vmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ \dots & & & \end{vmatrix}$$

Пример 15. *Вычислите* $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$

$$= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} +$$

$$+ ((-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ \dots & & & \end{vmatrix}$$

Пример 15. *Вычислите*

$$\begin{vmatrix}
 1 & -1 & 1 \\
 2 & 1 & -1 \\
 (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2
 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
 &= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + \\
 &+ ((-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} -
 \end{aligned}$$

Пример 15. *Вычислите*
$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned} &= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + \\ &+ ((-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - \\ &- (-1) \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + \end{aligned}$$

Пример 15. *Вычислите*
$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned} &= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + \\ &+ ((-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - \\ &- (-1) \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + (-1) \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

Пример 15. *Вычислите*

$$\left| \begin{array}{ccc} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{array} \right| =$$

$$= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \left| \begin{array}{cc} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{array} \right| - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \left| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{array} \right| +$$

$$+ ((-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2) \cdot \left| \begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{array} \right| = (-1) \cdot 4 \cdot \left| \begin{array}{cc} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{array} \right| + 2 \cdot 2 \cdot \left| \begin{array}{cc} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{array} \right| -$$

$$- (-1) \cdot 3 \cdot \left| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{array} \right| - 2 \cdot (-1) \cdot \left| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{array} \right| + (-1) \cdot 1 \cdot \left| \begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{array} \right| + 2 \cdot 2 \cdot \left| \begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{array} \right| =$$

$$= (-1) \left(\right) +$$

$$+ 2 \left(\right) =$$

Пример 15. *Вычислите*

$$\left| \begin{array}{ccc} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{array} \right| =$$

$$= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \left| \begin{array}{cc} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{array} \right| - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \left| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{array} \right| +$$

$$+ ((-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2) \cdot \left| \begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{array} \right| = (-1) \cdot 4 \cdot \left| \begin{array}{cc} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{array} \right| + 2 \cdot 2 \cdot \left| \begin{array}{cc} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{array} \right| -$$

$$- (-1) \cdot 3 \cdot \left| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{array} \right| - 2 \cdot (-1) \cdot \left| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{array} \right| + (-1) \cdot 1 \cdot \left| \begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{array} \right| + 2 \cdot 2 \cdot \left| \begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{array} \right| =$$

$$= (-1) \left(4 \cdot \left| \begin{array}{cc} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{array} \right| \right) +$$

$$+ 2 \left(2 \cdot \left| \begin{array}{cc} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{array} \right| \right) =$$

Пример 15. *Вычислите*
$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} +$$

$$+ ((-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} -$$

$$- (-1) \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + (-1) \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1) \left(4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \right) +$$

$$+ 2 \left(2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \right) =$$

Пример 15. *Вычислите* $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$

$$\begin{aligned}
&= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + \\
&+ ((-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - \\
&- (-1) \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + (-1) \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \\
&= (-1) \left(4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + \\
&+ 2 \left(2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) =
\end{aligned}$$

Пример 15. *Вычислите*

$$\begin{vmatrix}
 1 & & \\
 2 & & \\
 (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2
 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
 &= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + \\
 &+ ((-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - \\
 &- (-1) \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + (-1) \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \\
 &= (-1) \left(4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + \\
 &+ 2 \left(2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) = \\
 &= (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} +
 \end{aligned}$$

Пример 15. *Вычислите*

$$\begin{vmatrix}
 1 & & 1 \\
 2 & & -1 \\
 (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2
 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
 &= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + \\
 &+ ((-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - \\
 &- (-1) \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + (-1) \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \\
 &= (-1) \left(4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + \\
 &+ 2 \left(2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) = \\
 &= (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}.
 \end{aligned}$$

Пример 15. *Вычислите*

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} +$$

$$+ ((-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} -$$

$$- (-1) \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + (-1) \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1) \left(4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) +$$

$$+ 2 \left(2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) =$$

$$= (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Линейность детерминанта по строке подтверждена!

Пример 15. *Вычислите*

$$\begin{vmatrix}
 1 & -1 & 1 \\
 2 & 1 & -1 \\
 (-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) & (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2
 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
 &= ((-1) \cdot 4 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - ((-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1)) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + \\
 &+ ((-1) \cdot 1 + 2 \cdot 2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - \\
 &- (-1) \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 2 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + (-1) \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \\
 &= (-1) \left(4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) + \\
 &+ 2 \left(2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) = \\
 &= (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}.
 \end{aligned}$$

Линейность детерминанта по строке подтверждена!

Вернёмся к лекции или рассмотрим «как бы контрпример»?

Пример 16. Нарушает ли следующее рассуждение *теорему о линейности детерминанта по строке*?

Пример 16. *Нарушает ли следующее рассуждение **теорему о линейности детерминанта по строке?***

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} =$$

Пример 16. *Нарушает ли следующее рассуждение **теорему о линейности детерминанта по строке?***

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 +$$

Пример 16. *Нарушает ли следующее рассуждение **теорему о линейности детерминанта по строке**?*

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 =$$

Пример 16. *Нарушает ли следующее рассуждение **теорему о линейности детерминанта по строке**?*

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$

Пример 16. *Нарушает ли следующее рассуждение **теорему о линейности детерминанта по строке?***

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$
$$\det \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right) =$$

Пример 16. *Нарушает ли следующее рассуждение **теорему о линейности детерминанта по строке?***

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$
$$\det \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} =$$

Пример 16. *Нарушает ли следующее рассуждение **теорему о линейности детерминанта по строке?***

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$
$$\det \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 -$$

Пример 16. *Нарушает ли следующее рассуждение **теорему о линейности детерминанта по строке?***

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$
$$\det \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 =$$

Пример 16. *Нарушает ли следующее рассуждение **теорему о линейности детерминанта по строке?***

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$
$$\det \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2.$$

Пример 16. *Нарушает ли следующее рассуждение **теорему о линейности детерминанта по строке**?*

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$

$$\det \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2.$$

Но на самом деле этот пример не опровергает **теорему о линейности детерминанта по строке и столбцу**.

Пример 16. *Нарушает ли следующее рассуждение **теорему о линейности детерминанта по строке?***

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$

$$\det \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2.$$

Но на самом деле этот пример не опровергает **теорему о линейности детерминанта по строке и столбцу.**

Детерминант **не является линейной функцией** от матрицы!

Пример 16. *Нарушает ли следующее рассуждение **теорему о линейности детерминанта по строке**?*

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$

$$\det \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2.$$

Но на самом деле этот пример не опровергает **теорему о линейности детерминанта по строке и столбцу**.

Детерминант **не является линейной функцией** от матрицы!

Детерминант является линейной функцией **от строки (столбца) матрицы**.

Пример 16. *Нарушает ли следующее рассуждение **теорему о линейности детерминанта по строке?***

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0, \text{ но}$$

$$\det \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2.$$

Но на самом деле этот пример не опровергает **теорему о линейности детерминанта по строке и столбцу.**

Детерминант **не является линейной функцией** от матрицы!

Детерминант является линейной функцией **от строки (столбца) матрицы.**

Вернёмся к лекции?

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение.

Пример 17. *Вычислите* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}.$

Решение. Разложим по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = \\
 = 1 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = \\
 = (45 - 48) -$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первой строке:

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \\
 & = 1 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = \\
 & = (45 - 48) - 2(36 - 42) +
 \end{aligned}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первой строке:

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \\
 & = 1 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = \\
 & = (45 - 48) - 2(36 - 42) + 3(32 - 35) =
 \end{aligned}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) - 2(36 - 42) + 3(32 - 35) = 0$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= -4 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= -4 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= -4 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= -4 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= -4(18 - 24) +$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= -4 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= -4(18 - 24) + 5(9 - 21) -$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= -4 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= -4(18 - 24) + 5(9 - 21) - 6(8 - 14) =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второй строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= -4 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= -4(18 - 24) + 5(9 - 21) - 6(8 - 14) = 0$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= 7 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= 7 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= 7 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= 7 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \left\{ 7(12 - 15) - \right.$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= 7 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{cases} 7(12 - 15) - 8(6 - 12) + \\ + \end{cases}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= 7 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{cases} 7(12 - 15) - 8(6 - 12) + \\ + 9(5 - 8) = \end{cases}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= 7 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{cases} 7(12 - 15) - 8(6 - 12) + \\ + 9(5 - 8) = 0 \end{cases}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0.$$

Как и ожидалось, все три способа вычисления дали один и тот же результат!

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьей строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 0.$$

Как и ожидалось, все три способа вычисления дали один и тот же результат! А если по столбцам?

Пример 17. *Вычислите* $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}.$

Решение. Разложим по первому столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первому столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первому столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первому столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первому столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первому столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{3} \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \cancel{4} & \cancel{5} & \cancel{6} \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ \cancel{7} & \cancel{8} & \cancel{9} \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) -$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первому столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) - 4(18 - 24) +$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первому столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) - 4(18 - 24) + 7(12 - 15) =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по первому столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= (45 - 48) - 4(18 - 24) + 7(12 - 15) = 0$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= -2(36 - 42) +$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= -2(36 - 42) + 5(9 - 21) -$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= -2(36 - 42) + 5(9 - 21) - 8(6 - 12) =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= -2(36 - 42) + 5(9 - 21) - 8(6 - 12) = 0$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= 3(32 - 35) -$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= 3(32 - 35) - 6(8 - 14) +$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= 3(32 - 35) - 6(8 - 14) + 9(5 - 8) =$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= 3(32 - 35) - 6(8 - 14) + 9(5 - 8) = 0$$

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0.$$

Как и ожидалось, все шесть способов вычисления дали один и тот же результат!

Пример 17. Вычислите $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$.

Решение. Разложим по третьему столбцу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 8 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0.$$

Вернёмся к лекции?

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{2;4} =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{2;4} = |m_{24}| =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & \mathbf{8} & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{2;4} = |m_{24}| =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & \mathbf{8} & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{2;4} = |m_{24}| = \det (8) =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & \mathbf{8} & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{2;4} = |m_{24}| = \det(8) = 8.$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{1;3\},\{3;4\}} =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{1;3\},\{3;4\}} = \begin{vmatrix} m_{13} & m_{14} \\ m_{33} & m_{34} \end{vmatrix} =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & \mathbf{1} & \mathbf{2} & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & \mathbf{17} & \mathbf{-6} & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{1;3\},\{3;4\}} = \begin{vmatrix} m_{13} & m_{14} \\ m_{33} & m_{34} \end{vmatrix} =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & \mathbf{1} & \mathbf{2} & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & \mathbf{17} & \mathbf{-6} & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{1;3\},\{3;4\}} = \begin{vmatrix} m_{13} & m_{14} \\ m_{33} & m_{34} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 17 & -6 \end{vmatrix} =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & \mathbf{1} & \mathbf{2} & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & \mathbf{17} & \mathbf{-6} & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{1;3\},\{3;4\}} = \begin{vmatrix} m_{13} & m_{14} \\ m_{33} & m_{34} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 17 & -6 \end{vmatrix} = -40.$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{2;3\},\{1;4\}} =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{2;3\},\{1;4\}} = \begin{vmatrix} m_{21} & m_{24} \\ m_{31} & m_{34} \end{vmatrix} =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -\mathbf{1} & 1 & 7 & \mathbf{8} & 11 \\ -\mathbf{3} & 5 & 17 & -\mathbf{6} & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{2;3\},\{1;4\}} = \begin{vmatrix} m_{21} & m_{24} \\ m_{31} & m_{34} \end{vmatrix} =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -\mathbf{1} & 1 & 7 & \mathbf{8} & 11 \\ -\mathbf{3} & 5 & 17 & -\mathbf{6} & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{2;3\},\{1;4\}} = \begin{vmatrix} m_{21} & m_{24} \\ m_{31} & m_{34} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 8 \\ -3 & -6 \end{vmatrix} =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -\mathbf{1} & 1 & 7 & \mathbf{8} & 11 \\ -\mathbf{3} & 5 & 17 & -\mathbf{6} & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{2;3\},\{1;4\}} = \begin{vmatrix} m_{21} & m_{24} \\ m_{31} & m_{34} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 8 \\ -3 & -6 \end{vmatrix} = 30.$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}} =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}} = \begin{vmatrix} m_{12} & m_{13} & m_{15} \\ m_{22} & m_{23} & m_{25} \\ m_{42} & m_{43} & m_{45} \end{vmatrix} =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}} = \begin{vmatrix} m_{12} & m_{13} & m_{15} \\ m_{22} & m_{23} & m_{25} \\ m_{42} & m_{43} & m_{45} \end{vmatrix} =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}} = \begin{vmatrix} m_{12} & m_{13} & m_{15} \\ m_{22} & m_{23} & m_{25} \\ m_{42} & m_{43} & m_{45} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & 1 & 6 \\ 1 & 7 & 11 \\ 2 & -3 & 17 \end{vmatrix} =$$

Пример 18. В матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & 2 & 6 \\ -1 & 1 & 7 & 8 & 11 \\ -3 & 5 & 17 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 17 \end{pmatrix}$$

постройте миноры $M_{2;4}$, $M_{\{1;3\},\{3;4\}}$, $M_{\{2;3\},\{1;4\}}$, $M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}}$.

Решение.

$$M_{\{1;2;4\},\{2;3;5\}} = \begin{vmatrix} m_{12} & m_{13} & m_{15} \\ m_{22} & m_{23} & m_{25} \\ m_{42} & m_{43} & m_{45} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & 1 & 6 \\ 1 & 7 & 11 \\ 2 & -3 & 17 \end{vmatrix} = -705.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 19. Вычислить с помощью **теоремы Лапласа** детер-

минант матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$, используя разложение по ми-

норам, построенным по первой и третьей строкам.

Решение.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \mathbf{9} & \mathbf{10} & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \mathbf{9} & \mathbf{10} & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2}.$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & 3 & 4 \\ 5 & 6 & \mathbf{7} & \mathbf{8} \\ \mathbf{9} & \mathbf{10} & 11 & 12 \\ 13 & 14 & \mathbf{15} & \mathbf{16} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} .$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & 3 & 4 \\ 5 & 6 & \mathbf{7} & \mathbf{8} \\ \mathbf{9} & \mathbf{10} & 11 & 12 \\ 13 & 14 & \mathbf{15} & \mathbf{16} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} \textcolor{violet}{1} & 2 & \textcolor{violet}{3} & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \textcolor{violet}{9} & 10 & \textcolor{violet}{11} & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} \textcolor{violet}{1} & 2 & \textcolor{violet}{3} & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \textcolor{violet}{9} & 10 & \textcolor{violet}{11} & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} .$$

$$\begin{vmatrix}
\textcolor{violet}{1} & 2 & \textcolor{violet}{3} & 4 \\
5 & \textcolor{violet}{6} & 7 & \textcolor{violet}{8} \\
\textcolor{violet}{9} & 10 & \textcolor{violet}{11} & 12 \\
13 & \textcolor{violet}{14} & 15 & \textcolor{violet}{16}
\end{vmatrix}
= \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} .$$

$$\begin{vmatrix} \textcolor{violet}{1} & 2 & \textcolor{violet}{3} & 4 \\ 5 & \textcolor{violet}{6} & 7 & \textcolor{violet}{8} \\ \textcolor{violet}{9} & 10 & \textcolor{violet}{11} & 12 \\ 13 & \textcolor{violet}{14} & 15 & \textcolor{violet}{16} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} \textcolor{violet}{1} & 2 & 3 & \textcolor{violet}{4} \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \textcolor{violet}{9} & 10 & 11 & \textcolor{violet}{12} \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix}
\textcolor{violet}{1} & 2 & 3 & \textcolor{violet}{4} \\
5 & 6 & 7 & 8 \\
\textcolor{violet}{9} & 10 & 11 & \textcolor{violet}{12} \\
13 & 14 & 15 & 16
\end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} .$$

$$\begin{vmatrix} \textcolor{violet}{1} & 2 & 3 & \textcolor{violet}{4} \\ 5 & \textbf{6} & \textbf{7} & 8 \\ \textcolor{violet}{9} & 10 & 11 & \textcolor{violet}{12} \\ 13 & \textbf{14} & \textbf{15} & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} .$$

$$\begin{vmatrix} \textcolor{violet}{1} & 2 & 3 & \textcolor{violet}{4} \\ 5 & \textbf{6} & \textbf{7} & 8 \\ \textcolor{violet}{9} & 10 & 11 & \textcolor{violet}{12} \\ 13 & \textbf{14} & \textbf{15} & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \textcolor{violet}{2} & \textcolor{violet}{3} & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & \textcolor{violet}{10} & \textcolor{violet}{11} & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{2} & \mathbf{3} & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & \mathbf{10} & \mathbf{11} & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} .$$

$$\begin{vmatrix}
1 & \mathbf{2} & \mathbf{3} & 4 \\
\mathbf{5} & 6 & 7 & \mathbf{8} \\
9 & \mathbf{10} & \mathbf{11} & 12 \\
\mathbf{13} & 14 & 15 & \mathbf{16}
\end{vmatrix}
= \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} .$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{2} & \mathbf{3} & 4 \\ \mathbf{5} & 6 & 7 & \mathbf{8} \\ 9 & \mathbf{10} & \mathbf{11} & 12 \\ \mathbf{13} & 14 & 15 & \mathbf{16} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{2} & 3 & \mathbf{4} \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & \mathbf{10} & 11 & \mathbf{12} \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{2} & 3 & \mathbf{4} \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & \mathbf{10} & 11 & \mathbf{12} \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+4} \cdot$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{2} & 3 & \mathbf{4} \\ \mathbf{5} & 6 & \mathbf{7} & 8 \\ 9 & \mathbf{10} & 11 & \mathbf{12} \\ \mathbf{13} & 14 & \mathbf{15} & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+4} \cdot$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \mathbf{2} & 3 & \mathbf{4} \\ \mathbf{5} & 6 & \mathbf{7} & 8 \\ 9 & \mathbf{10} & 11 & \mathbf{12} \\ \mathbf{13} & 14 & \mathbf{15} & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+4} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 13 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & \mathbf{11} & \mathbf{12} \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+4} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 13 & 15 \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & \mathbf{11} & \mathbf{12} \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+4} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 13 & 15 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 11 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+3+4} .$$

$$\begin{aligned}
& \left| \begin{array}{cccc} 1 & 2 & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \mathbf{5} & \mathbf{6} & 7 & 8 \\ 9 & 10 & \mathbf{11} & \mathbf{12} \\ \mathbf{13} & \mathbf{14} & 15 & 16 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{array} \right| (-1)^{1+3+1+2} \cdot \left| \begin{array}{cc} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{array} \right| + \\
& + \left| \begin{array}{cc} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{array} \right| (-1)^{1+3+1+3} \cdot \left| \begin{array}{cc} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cc} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{array} \right| (-1)^{1+3+1+4} \cdot \left| \begin{array}{cc} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{array} \right| + \\
& + \left| \begin{array}{cc} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{array} \right| (-1)^{1+3+2+3} \cdot \left| \begin{array}{cc} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cc} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{array} \right| (-1)^{1+3+2+4} \cdot \left| \begin{array}{cc} 5 & 7 \\ 13 & 15 \end{array} \right| + \\
& + \left| \begin{array}{cc} 3 & 4 \\ 11 & 12 \end{array} \right| (-1)^{1+3+3+4} .
\end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix}
1 & 2 & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\
\mathbf{5} & \mathbf{6} & 7 & 8 \\
9 & 10 & \mathbf{11} & \mathbf{12} \\
\mathbf{13} & \mathbf{14} & 15 & 16
\end{vmatrix}
= \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 9 & 10 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 15 & 16 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+3} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+1+4} \cdot \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 14 & 15 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 10 & 11 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 13 & 16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+2+4} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 13 & 15 \end{vmatrix} + \\
+ \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 11 & 12 \end{vmatrix} (-1)^{1+3+3+4} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 13 & 14 \end{vmatrix} = 0.$$

Вернёмся к теореме о линейности детерминанта по строке?

Пример 20. Пусть в *теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2$, $q = 1$.

$$\sum_{i=1}^3 a_{i2} A_{i1} =$$

Пример 20. Пусть в *теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2$, $q = 1$.

$$\sum_{i=1}^3 a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} =$$

Пример 20. Пусть в *теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2$, $q = 1$.

$$\sum_{i=1}^3 a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

Пример 20. Пусть в *теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2$, $q = 1$.

$$\sum_{i=1}^3 a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$\mathbf{A} = \left(\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & -5 \\ \hline -1 & 1 \\ \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} -3 \\ 2 \\ 7 \end{array} \right) \mapsto \mathbf{B} = \left(\begin{array}{|c|c|} \hline & -5 \\ \hline & 1 \\ \hline & 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} -3 \\ 2 \\ 7 \end{array} \right)$$

Пример 20. Пусть в *теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2$, $q = 1$.

$$\sum_{i=1}^3 a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$\mathbf{A} = \left(\begin{array}{|cc|} \hline 2 & -5 \\ -1 & 1 \\ 4 & 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} -3 \\ 2 \\ 7 \end{array} \right) \mapsto \mathbf{B} = \left(\begin{array}{|cc|} \hline -5 & -5 \\ 1 & 1 \\ 3 & 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} -3 \\ 2 \\ 7 \end{array} \right)$$

Пример 20. Пусть в *теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2$, $q = 1$.

$$\sum_{i=1}^3 a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} -$$

$$\mathbf{A} = \left(\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & -5 \\ \hline -1 & 1 \\ \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} -3 \\ 2 \\ 7 \end{array} \right) \mapsto \mathbf{B} = \left(\begin{array}{|c|c|} \hline -5 & -5 \\ \hline 1 & 1 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} -3 \\ 2 \\ 7 \end{array} \right)$$

Пример 20. Пусть в *теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2$, $q = 1$.

$$\sum_{i=1}^3 a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} -$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & \textcolor{violet}{-5} & -3 \\ -1 & \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{matrix}} \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix} \mapsto \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \textcolor{violet}{-5} & -5 & -3 \\ 1 & \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{matrix}} \\ 3 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Пример 20. Пусть в *теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2$, $q = 1$.

$$\sum_{i=1}^3 a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} +$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & \textcolor{violet}{-5} & -3 \\ -1 & \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{matrix}} \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix} \mapsto \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \textcolor{violet}{-5} & -5 & -3 \\ 1 & \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{matrix}} \\ 3 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Пример 20. Пусть в *теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2$, $q = 1$.

$$\sum_{i=1}^3 a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} +$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & \boxed{-5 \quad -3} \\ -1 & \mathbf{1} \quad 2 \\ 4 & \boxed{3 \quad 7} \end{pmatrix} \mapsto \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -5 & \boxed{-5 \quad -3} \\ \mathbf{1} & 1 \quad 2 \\ 3 & \boxed{3 \quad 7} \end{pmatrix}$$

Пример 20. Пусть в *теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2$, $q = 1$.

$$\sum_{i=1}^3 a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & \boxed{-5 \quad -3} \\ -1 & \mathbf{1} \quad 2 \\ 4 & \boxed{3 \quad 7} \end{pmatrix} \mapsto \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -5 & \boxed{-5 \quad -3} \\ \mathbf{1} & 1 \quad 2 \\ 3 & \boxed{3 \quad 7} \end{pmatrix}$$

Пример 20. Пусть в *теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2$, $q = 1$.

$$\sum_{i=1}^3 a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & \boxed{\begin{matrix} -5 & -3 \\ 1 & 2 \end{matrix}} \\ -1 & \mathbf{3} & 7 \end{pmatrix} \mapsto \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -5 & \boxed{\begin{matrix} -5 & -3 \\ 1 & 2 \end{matrix}} \\ \mathbf{3} & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Пример 20. Пусть в *теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2$, $q = 1$.

$$\sum_{i=1}^3 a_{i2}A_{i1} = a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} = a_{12}M_{11} - a_{22}M_{21} + a_{32}M_{31} =$$

$$= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & -5 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 7 \end{vmatrix} =$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & \boxed{-5 \quad -3} \\ -1 & \boxed{1 \quad 2} \\ 4 & \mathbf{3} \quad 7 \end{pmatrix} \mapsto \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -5 & \boxed{-5 \quad -3} \\ 1 & \boxed{1 \quad 2} \\ \mathbf{3} & 3 \quad 7 \end{pmatrix}$$

Пример 20. Пусть в *теореме о разложении детерминанта по «чужой» строке* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $p = 2$, $q = 1$.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 a_{i2} A_{i1} &= a_{12} A_{11} + a_{22} A_{21} + a_{32} A_{31} = a_{12} M_{11} - a_{22} M_{21} + a_{32} M_{31} = \\ &= (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & -5 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 7 \end{vmatrix} = 0. \end{aligned}$$

Вернемся к лекции?

Пример 21 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помощью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*).

Пример 21 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помощью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*). А именно, в левом верхнем углу находится число 1. С помощью этой единицы можно получить нули во второй и третьей строках первого столбца. Достаточно из второй строки вычесть первую строку, умноженную на 4,

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 21 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помощью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*). А именно, в левом верхнем углу находится число 1. С помощью этой единицы можно получить нули во второй и третьей строках первого столбца. Достаточно из второй строки вычесть первую строку, умноженную на 4,

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 21 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помо-

щью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*). А именно, в левом верхнем углу находится число 1. С помощью этой единицы можно получить нули во второй и третьей строках первого столбца. Достаточно из второй строки вычесть первую строку, умноженную на 4, и из третьей строки вычесть первую, умноженную на 7:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$$

Пример 21 использования свойств

Надо вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. Получим в первом столбце нули с помо-

щью следующей несложной процедуры (эта процедура представляет собой вариант рассматриваемого ниже *метода Гаусса*). А именно, в левом верхнем углу находится число 1. С помощью этой единицы можно получить нули во второй и третьей строках первого столбца. Достаточно из второй строки вычесть первую строку, умноженную на 4, и из третьей строки вычесть первую, умноженную на 7:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & -6 & -12 \end{vmatrix} = 0$$

(так как вторая и третья строки пропорциональны).

Вернуться к изучению свойств детерминанта?

Задача XV.19. (Ответ приведен на стр.2940.) Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Задача XV.20. (Ответ приведен на стр.2955.) Вычислите детерминанты

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Задача XV.21. (Ответ приведен на стр.2968.) Используя элементарные

преобразования, вычислите детерминант

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}.$$

Задача XV.22.

(Ответ приведен на стр.2977.)

Решите уравнения

$$\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0.$$

Задача XV.23. (Ответ приведен на стр.2984.)

Найдите определитель

Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Задача XV.24. (Ответ приведен на стр.2992.) Найдите определитель

Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Задача XV.25. (Ответ приведен на стр.3002.)

Найдите определитель

Вандермонда
$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Задача XV.26. (Ответ приведен на стр.3019.) Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Пример 22 (к доказательству критерия обратимости матриц)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Вычислим дополнительные миноры элементов:

Пример 22 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Вычислим дополнительные миноры элементов:

$$M_{11} = \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 7,$$

Пример 22 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Вычислим дополнительные миноры элементов:

$$M_{11} = \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 7, \quad M_{12} = \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 8,$$

Пример 22 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Вычислим дополнительные миноры элементов:

$$M_{11} = \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 7, \quad M_{12} = \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 8, \quad M_{13} = \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 2,$$

Пример 22 (к доказательству критерия обратимости матриц)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Вычислим дополнительные миноры элементов:

$$\begin{aligned} M_{11} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 7, & M_{12} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 8, & M_{13} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 2, \\ M_{21} &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 5, & M_{22} &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -5, & M_{23} &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 5, \\ M_{31} &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 4, & M_{32} &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 1, & M_{33} &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = -6, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{11} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 7, & M_{12} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 8, & M_{13} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 2, \\
M_{21} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 5, & M_{22} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -5, & M_{23} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 5, \\
M_{31} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 4, & M_{32} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 1, & M_{33} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = -6,
\end{aligned}$$



 матрица
 из миноров

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 7, & M_{12} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 8, & M_{13} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 2, \\
 M_{21} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 5, & M_{22} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = -5, & M_{23} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ \cancel{-2} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 5, \\
 M_{31} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 4, & M_{32} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & \cancel{2} & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = 1, & M_{33} &= \begin{vmatrix} \cancel{-1} & 2 & \cancel{-1} \\ 2 & 2 & 1 \\ \cancel{-2} & \cancel{-1} & \cancel{3} \end{vmatrix} = -6,
 \end{aligned}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 7 & 8 & 2 \\ 5 & -5 & 5 \\ 4 & 1 & -6 \end{pmatrix}}_{\text{матрица из миноров}}$$

Пример 22 (к доказательству критерия обратимости матриц)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 7 & 8 & 2 \\ 5 & -5 & 5 \\ 4 & 1 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{матрица} \\ \text{из миноров}}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{матрица из} \\ \text{алгебраических} \\ \text{дополнений}}}$$

Пример 22 (к доказательству критерия обратимости матриц)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 7 & 8 & 2 \\ 5 & -5 & 5 \\ 4 & 1 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{матрица} \\ \text{из миноров}}} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} 7 & -8 & 2 \\ -5 & -5 & -5 \\ 4 & -1 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{матрица из} \\ \text{алгебраических} \\ \text{дополнений}}}$$

Пример 22 (к доказательству критерия обратимости матрицы)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 7 & 8 & 2 \\ 5 & -5 & 5 \\ 4 & 1 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{матрица} \\ \text{из миноров}}} \underbrace{\begin{pmatrix} 7 & -8 & 2 \\ -5 & -5 & -5 \\ 4 & -1 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{матрица из} \\ \text{алгебраических} \\ \text{дополнений}}} \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{присоединенная} \\ \text{матрица}}}$$

Пример 22 (к доказательству критерия обратимости матриц)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 7 & 8 & 2 \\ 5 & -5 & 5 \\ 4 & 1 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{матрица} \\ \text{из миноров}}} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} 7 & -8 & 2 \\ -5 & -5 & -5 \\ 4 & -1 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{матрица из} \\ \text{алгебраических} \\ \text{дополнений}}} \quad \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 7 & -5 & 4 \\ -8 & -5 & -1 \\ 2 & -5 & -6 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{присоединенная} \\ \text{матрица}}}$$

Пример 22 (к доказательству критерия обратимости матриц)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Мы получили *присоединенную* матрицу:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 4 \\ -8 & -5 & -1 \\ 2 & -5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Для получения обратной матрицы осталось найти детерминант матрицы $\mathbf{A}$. Это можно совместить с проверкой правильности вычисления матрицы $\mathbf{P}_{\mathbf{A}}$. Дело в том, что компонентами i -го столбца этой матрицы являются *алгебраические дополнения* к элементам i -й строки матрицы $\mathbf{A}$. Поэтому все элементы главной диагонали матрицы $\mathbf{A} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{A}}$ равны детерминанту матрицы $\mathbf{A}$.

Пример 22 (к доказательству критерия обратимости матриц)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Мы получили *присоединенную* матрицу:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 4 \\ -8 & -5 & -1 \\ 2 & -5 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & -5 & 4 \\ -8 & -5 & -1 \\ 2 & -5 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25 & \dots & \\ \dots & -25 & \dots \\ \dots & & -25 \end{pmatrix}.$$

Поэтому $\det \mathbf{A} = -25$. Кстати, если не полениться, и все-таки вычислить недиагональные элементы матрицы $\mathbf{A} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{A}}$, они должны получиться равными 0. Но обычно такая проверка оказывается излишней.

Пример 22 (к доказательству критерия обратимости матриц)

Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 4 \\ -8 & -5 & -1 \\ 2 & -5 & -6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{25} \begin{pmatrix} -7 & 5 & -4 \\ 8 & 5 & 1 \\ -2 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Полезно было бы провести проверку правильности вычислений, то есть убедиться в том, что $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{E}$. Чаще для вычисления обратной матрицы используется **метод Гаусса**.

Вернуться к лекции «критерий существования обратной матрицы» или рассмотреть другой пример?

Пример 23 (обратная к матрице 2×2). Найти обратную к матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Решение.

Пример 23 (обратная к матрице 2×2). Найти обратную к матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Решение. Присоединенная матрица имеет вид

Пример 23 (обратная к матрице 2×2). Найти обратную к матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Решение. Присоединенная матрица имеет вид $\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$,
поэтому

Пример 23 (обратная к матрице 2×2). Найти обратную к матрице $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Решение. Присоединенная матрица имеет вид $\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$,
поэтому

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Разумеется, при этом должно быть $0 \neq ad - bc = \det \mathbf{A}$.

Вернуться к лекции «критерий существования обратной матрицы»

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Существует два способа найти обратную матрицу: с помощью присоединенной матрицы и с помощью **метода Гаусса**.

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к* $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной.

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 \\ \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{11} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -5$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \mathbf{3} & -1 & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & 1 & \mathbf{3} \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & \mathbf{3} \\ & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{12} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = \mathbf{3}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \mathbf{3} & \mathbf{-1} & 2 \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & \mathbf{6} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{13} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = \mathbf{6}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & \mathbf{1} & \mathbf{3} \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ \mathbf{5} & & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{21} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = \mathbf{5}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 2 & \mathbf{1} \\ 3 & -1 & 2 \\ \mathbf{3} & 1 & \mathbf{3} \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & \mathbf{0} & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = \mathbf{0}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -\mathbf{5} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -\mathbf{5}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ 3 & -\mathbf{1} & \mathbf{2} \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ \mathbf{5} & & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = \mathbf{5}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 2 & \mathbf{1} \\ \mathbf{3} & -1 & \mathbf{2} \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -1$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & 1 \\ \mathbf{3} & -\mathbf{1} & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Составим матрицу из дополнительных миноров элементов:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & -\mathbf{7} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -\mathbf{7}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Сменим знаки в определенных местах, чтобы получить алгебраические дополнения:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Сменим знаки в определенных местах, чтобы получить алгебраические дополнения:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & -7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -5 & & 6 \\ & 0 & \\ 5 & & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Сменим знаки в определенных местах, чтобы получить алгебраические дополнения:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & -7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -5 & -3 & 6 \\ -5 & 0 & 5 \\ 5 & 1 & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Транспонируем матрицу, чтобы получить присоединенную:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & -7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -\mathbf{5} & -3 & 6 \\ -\mathbf{5} & 0 & 5 \\ \mathbf{5} & 1 & -7 \end{pmatrix} \quad \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -\mathbf{5} & -\mathbf{5} & \mathbf{5} \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Транспонируем матрицу, чтобы получить присоединенную:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & -7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -5 & \mathbf{-3} & 6 \\ -5 & \mathbf{0} & 5 \\ 5 & \mathbf{1} & -7 \end{pmatrix} \quad \mathbf{P_A} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 \\ \mathbf{-3} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Транспонируем матрицу, чтобы получить присоединенную:

$$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -5 \\ 5 & -1 & -7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -5 & -3 & \mathbf{6} \\ -5 & 0 & \mathbf{5} \\ 5 & 1 & \mathbf{-7} \end{pmatrix} \quad \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 \\ -3 & 0 & 1 \\ \mathbf{6} & \mathbf{5} & \mathbf{-7} \end{pmatrix}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Найдем детерминант матрицы $\mathbf{A}$. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения, поэтому найдем детерминант $\mathbf{A}$ по **теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу**.

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 \\ -3 & 0 & 1 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Найдем детерминант матрицы $\mathbf{A}$. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения, поэтому найдем детерминант $\mathbf{A}$ по **теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу**.

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-5) + 2 \cdot (-3) + 1 \cdot 6 = -5,$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 \\ -3 & 0 & 1 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \mathbf{3} & \mathbf{-1} & \mathbf{2} \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Найдем детерминант матрицы $\mathbf{A}$. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения, поэтому найдем детерминант $\mathbf{A}$ по **теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу**.

$$\begin{aligned} \det \mathbf{A} &= 1 \cdot (-5) + 2 \cdot (-3) + 1 \cdot 6 = -5, \\ \det \mathbf{A} &= 3 \cdot (-5) + (-1) \cdot 0 + 2 \cdot 5 = -5, \end{aligned} \quad \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -5 & -\mathbf{5} & 5 \\ -3 & \mathbf{0} & 1 \\ 6 & \mathbf{5} & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{3} \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Найдем детерминант матрицы $\mathbf{A}$. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения, поэтому найдем детерминант $\mathbf{A}$ по **теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу**.

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-5) + 2 \cdot (-3) + 1 \cdot 6 = -5,$$

$$\det \mathbf{A} = 3 \cdot (-5) + (-1) \cdot 0 + 2 \cdot 5 = -5,$$

$$\det \mathbf{A} = 3 \cdot 5 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot (-7) = -5$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & \mathbf{5} \\ -3 & 0 & \mathbf{1} \\ 6 & 5 & -\mathbf{7} \end{pmatrix}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Из **критерия обратимости квадратной матрицы**:

$$\det \mathbf{A} = -5, \quad \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 \\ -3 & 0 & 1 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем обратную матрицу к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью присоединенной. Из **критерия обратимости квадратной матрицы**:

$$\mathbf{A}^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 \\ -3 & 0 & 1 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix} \quad \det \mathbf{A} = -5, \quad \mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & 5 \\ -3 & 0 & 1 \\ 6 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем матрицу, обратную к $\mathbf{A}$, **методом Гаусса**.

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем матрицу, обратную к $\mathbf{A}$, **методом Гаусса**.

$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim$ Домножим первую строку на -3 и сложим со второй и третьей, первую строку запишем в первоначальном виде.

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем матрицу, обратную к $\mathbf{A}$, **методом Гаусса**.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & -3 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim$$
 Домножим вторую строку на -5 , а третью на 7 .

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем матрицу, обратную к $\mathbf{A}$ **методом Гаусса**.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 3 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & | & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 35 & 5 & | & 15 & -5 & 0 \\ 0 & -35 & 0 & | & -21 & 0 & 7 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем матрицу, обратную к $\mathbf{A}$ **методом Гаусса**.

Сложим вторую и третью строки:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 3 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & | & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 35 & 5 & | & 15 & -5 & 0 \\ 0 & -35 & 0 & | & -21 & 0 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & | & -6 & -5 & 7 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем матрицу, обратную к $\mathbf{A}$ **методом Гаусса**.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 35 & 5 & | & 15 & -5 & 0 \\ 0 & -35 & 0 & | & -21 & 0 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & | & -6 & -5 & 7 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{pmatrix} \sim$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем матрицу, обратную к $\mathbf{A}$ **методом Гаусса**.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 35 & 5 & | & 15 & -5 & 0 \\ 0 & -35 & 0 & | & -21 & 0 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & | & -6 & -5 & 7 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & | & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & 0 & | & -\frac{21}{5} & 0 & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 & | & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{pmatrix} \sim$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем матрицу, обратную к $\mathbf{A}$ **методом Гаусса**.

$$\begin{aligned} & \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -5 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & 0 & -\frac{21}{5} & 0 & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 7 & 0 & 0 & 7 & 7 & -7 \\ 0 & -7 & 0 & -\frac{21}{5} & 0 & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Решение. Найдем матрицу, обратную к $\mathbf{A}$ **методом Гаусса**.

$$\begin{aligned} & \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -5 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & 0 & -\frac{21}{5} & 0 & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 7 & 0 & 0 & 7 & 7 & -7 \\ 0 & -7 & 0 & -\frac{21}{5} & 0 & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{5} & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \end{aligned}$$

Пример 24 (нахождения обратной матрицы). *Найти матрицу, обратную к $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.*

Решение. Найдем матрицу, обратную к $\mathbf{A}$ **методом Гаусса**.

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 7 & 0 & 0 & 7 & 7 & -7 \\ 0 & -7 & 0 & -\frac{21}{5} & 0 & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{5} & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{array} \right)$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ \frac{3}{5} & 0 & -\frac{1}{5} \\ -\frac{6}{5} & -1 & \frac{7}{5} \end{pmatrix}$$

Вернуться к лекции?

Задача XVI.27. (Ответ приведен на стр.3040.) Следует ли из равен-

ства $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, что матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

и $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ — обратные друг к другу?

Задача XVI.28. (Ответ приведен на стр.3042.) Как из матрицы A^{-1} размерности 3×3 получить матрицу B^{-1} , если B получена из A перестановкой первой и третьей строк?

Задача XVI.29. (Ответ приведен на стр.3048.) Найдите матрицу, обратную к матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Задача XVI.30. (Ответ приведен на стр.3078.)

Вычислите матри-

цы, обратную к матрицам $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 25 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -8 & 28 & -9 & -15 \\ -12 & 32 & -1 & -15 \\ -20 & 40 & -5 & -15 \\ 16 & -36 & 8 & 20 \end{pmatrix}.$$

Задача XVII.31.

(Ответ приведен на

стр.3082.)

Решите матричные уравнения:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Задача XVII.32. (Ответ приведен на стр.3129.) Решите матричное урав-

нение $\mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 \\ 7 & 0 & -6 \end{pmatrix}$

Задача XVII.33. (Ответ приведен на стр.3131.) Решите матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 & -4 & 40 \\ 123 & -7 & 82 \\ 186 & -10 & 124 \end{pmatrix}.$$

Пример 25. ***а)** Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение.

Пример 25. ***а)** Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. а) $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} =$

Пример 25. ***а)** Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. а) $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} =$

Пример 25. ***а)** Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. а) $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} =$

Пример 25. ***а)** Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. ***а)** $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -2 - 8 =$*

Пример 25. ***а)** Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. ***а)** $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -2 - 8 = -10$.*

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} =$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} =$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 10 & -5 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix}.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix}.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} =$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} =$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} =$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix}.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix}.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} =$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} =$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} =$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix}.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \quad \quad \quad + (-1) \cdot$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix}.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} =$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} =$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} =$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-10) - 7 \cdot (-10) + 1 \cdot (-10) = -10 + 70 - 10 = 50.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} =$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$\begin{pmatrix} & & & \end{pmatrix} \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - \begin{pmatrix} & & & \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + \begin{pmatrix} & & & \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} & & & \end{pmatrix}.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$\begin{pmatrix} & & & \end{pmatrix} \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - \begin{pmatrix} & & & \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + \begin{pmatrix} & & & \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} & & & \end{pmatrix}.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$(1; \quad) \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5; \quad) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (4; \quad) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = (0; \quad).$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$(1; \quad) \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5; \quad) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (4; \quad) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = (0; \quad).$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$(1; 2; \quad) \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5; 10; \quad) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (4; -2; \quad) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = (0; 0; \quad).$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$(1; 2; \quad) \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5; 10; \quad) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (4; -2; \quad) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = (0; 0; \quad).$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$(1; 2; -1;) \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5; 10; -1;) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (4; -2; -1;) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = (0; 0; 0;).$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$(1; 2; -1;) \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5; 10; -1;) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (4; -2; -1;) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = (0; 0; 0;).$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$. **б)** Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:

$$(1; 2; -1; 3) \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5; 10; -1; 7) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (4; -2; -1; 1) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = (0; 0; 0; 0).$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 1\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 10 & -5 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 2\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -5 & 10 & 10 \\ 4 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 10 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 3\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & 10 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$M_{\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 10 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 25. а) Проверьте, что $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}} \neq 0$.
б) Найдите все все миноры, окаймляющие $M_{\{1; 3\}, \{1; 2\}}$ в матрице $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -5 & 10 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. б) «Раскроем по последнему столбцу»:
 $(1; 2; -1; 3) \begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-5; 10; -1; 7) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + (4; -2; -1; 1) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = (0; 0; 0; 0).$

Вернёмся к лекции?

Пример 26.

1) Найти **строчный и столбцовый ранги** матрицы $\mathbf{A}$, максимальную линейно независимую систему векторов-строк (столбцов) матрицы $\mathbf{A}$, выразить остальные строки (столбцы) матрицы $\mathbf{A}$, как линейные комбинации векторов найденных систем.

2) Найти **ранг** матрицы $\mathbf{A}$ **методом окаймляющих миноров**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Решение.

Мы сейчас найдем столбцовый ранг матрицы $\mathbf{A}$, и одновременно укажем максимальную линейно независимую систему векторов-столбцов матрицы $\mathbf{A}$, причем выразим остальные столбцы матрицы $\mathbf{A}$, как линейные комбинации векторов найденной системы.

Мы сейчас найдем столбцовый ранг матрицы $\mathbf{A}$, и одновременно укажем максимальную линейно независимую систему векторов-столбцов матрицы $\mathbf{A}$, причем выразим остальные столбцы матрицы $\mathbf{A}$, как линейные комбинации векторов найденной системы.

Сделать это нам позволит простое наблюдение: элементарные преобразования строк и удаление нулевой строки не меняет линейных зависимостей между столбцами. Поэтому проведем элементарные преобразования строк с целью получить в качестве «фрагмента» единичную матрицу.

Мы сейчас найдем столбцовый ранг матрицы **A**, и одновременно укажем максимальную линейно независимую систему векторов-столбцов матрицы **A**, причем выразим остальные столбцы матрицы **A**, как линейные комбинации векторов найденной системы.

Сделать это нам позволит простое наблюдение: элементарные преобразования строк и удаление нулевой строки не меняет линейных зависимостей между столбцами. Поэтому проведем элементарные преобразования строк с целью получить в качестве «фрагмента» единичную матрицу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim$$

Мы сейчас найдем столбцовый ранг матрицы **A**, и одновременно укажем максимальную линейно независимую систему векторов-столбцов матрицы **A**, причем выразим остальные столбцы матрицы **A**, как линейные комбинации векторов найденной системы.

Сделать это нам позволит простое наблюдение: элементарные преобразования строк и удаление нулевой строки не меняет линейных зависимостей между столбцами. Поэтому проведем элементарные преобразования строк с целью получить в качестве «фрагмента» единичную матрицу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 4 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

Мы сейчас найдем столбцовый ранг матрицы **A**, и одновременно укажем максимальную линейно независимую систему векторов-столбцов матрицы **A**, причем выразим остальные столбцы матрицы **A**, как линейные комбинации векторов найденной системы.

Сделать это нам позволит простое наблюдение: элементарные преобразования строк и удаление нулевой строки не меняет линейных зависимостей между столбцами. Поэтому проведем элементарные преобразования строк с целью получить в качестве «фрагмента» единичную матрицу.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 4 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 4 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Можно уже сказать, что строчный ранг матрицы (а значит, и ранг, и столбцовый ранг) равны 2. Но если провести обратный ход метода Гаусса, то получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 4 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Можно уже сказать, что строчный ранг матрицы (а значит, и ранг, и столбцовый ранг) равны 2. Но если провести обратный ход метода Гаусса, то получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Первый и второй столбцы последней матрицы образуют «фрагмент» единичной матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Первый и второй столбцы последней матрицы образуют «фрагмент» единичной матрицы. Поэтому в этой матрице первые два столбца образуют максимальную линейно независимую подсистему векторов (таких максимальных подсистем много).

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Первый и второй столбцы последней матрицы образуют «фрагмент» единичной матрицы. Поэтому в этой матрице первые два столбца образуют максимальную линейно независимую подсистему векторов (таких максимальных подсистем много). Следовательно, и в исходной матрице первые два столбца образуют максимальную линейно независимую подсистему векторов.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Третий столбец последней матрицы является линейной комбинацией первых двух столбцов с коэффициентами

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Третий столбец последней матрицы является линейной комбинацией первых двух столбцов с коэффициентами (-3) и 2 :

$$\begin{pmatrix} \textcolor{violet}{1} & \textcolor{violet}{2} & 1 & -1 & 2 \\ \textcolor{violet}{1} & \textcolor{violet}{1} & -1 & 1 & 2 \\ \textcolor{violet}{2} & \textcolor{violet}{3} & 0 & 0 & 4 \\ \textcolor{violet}{3} & \textcolor{violet}{4} & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \dots \sim \begin{pmatrix} \textcolor{violet}{1} & \textcolor{violet}{0} & -\textcolor{violet}{3} & 3 & 2 \\ \textcolor{violet}{0} & \textcolor{violet}{1} & \textcolor{violet}{2} & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Третий столбец последней матрицы является линейной комбинацией первых двух столбцов с коэффициентами (-3) и 2 :

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Третий столбец последней матрицы является линейной комбинацией первых двух столбцов с коэффициентами (-3) и 2 :

$\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Следовательно, в исходной матрице имеем такую же зависимость. Действительно,

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Третий столбец последней матрицы является линейной комбинацией первых двух столбцов с коэффициентами (-3) и 2 :

$\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Следовательно, в исходной матрице имеем такую же зависимость. Действительно,

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & \mathbf{3} & 2 \\ 0 & 1 & 2 & \mathbf{-2} & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично с четвертым столбцом:

$$\begin{pmatrix} \textcolor{violet}{1} & \textcolor{violet}{2} & 1 & -1 & 2 \\ \textcolor{violet}{1} & \textcolor{violet}{1} & -1 & 1 & 2 \\ \textcolor{violet}{2} & \textcolor{violet}{3} & 0 & 0 & 4 \\ \textcolor{violet}{3} & \textcolor{violet}{4} & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \dots \sim \begin{pmatrix} \textcolor{violet}{1} & \textcolor{violet}{0} & -3 & \textcolor{violet}{3} & 2 \\ \textcolor{violet}{0} & \textcolor{violet}{1} & 2 & \textcolor{violet}{-2} & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично с четвертым столбцом:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ поэтому}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично с четвертым столбцом:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ поэтому}$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} \textcolor{violet}{1} & \textcolor{violet}{2} & 1 & -1 & 2 \\ \textcolor{violet}{1} & \textcolor{violet}{1} & -1 & 1 & 2 \\ \textcolor{violet}{2} & \textcolor{violet}{3} & 0 & 0 & 4 \\ \textcolor{violet}{3} & \textcolor{violet}{4} & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \dots \sim \begin{pmatrix} \textcolor{violet}{1} & \textcolor{violet}{0} & -3 & \textcolor{violet}{3} & 2 \\ \textcolor{violet}{0} & \textcolor{violet}{1} & 2 & \textcolor{violet}{-2} & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично с пятым столбцом:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично с пятым столбцом:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ поэтому}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \sim \dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогично с пятым столбцом:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ поэтому}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Вернёмся к лекции или найдем ранг методом окаймляющих миноров?

Пример 26.

2) Найти **ранг** матрицы **A** **методом**
окаймляющих миноров.

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}} & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Решение.

Пример 26.

*2) Найти **ранг** матрицы **A** **методом**
окаймляющих миноров.*

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 1 & -1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

Решение. Нетрудно убедиться в том, что минор, построенный на строках с номерами 1,2 и столбцах с номерами 1,2, является ненуле-

вым: $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1.$

Пример 26.

2) Найти **ранг** матрицы **A** **методом**
окаймляющих миноров.

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} \mathbf{1} & -1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{0} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 4 \end{matrix} \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Покажем, что все окаймляющие его миноры — нулевые. Окаймляющих миноров 6 штук:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

Пример 26.

*2) Найти **ранг** матрицы **A** **методом** **окаймляющих миноров**.*

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}} & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ \mathbf{2} & \mathbf{3} & 0 & \mathbf{0} & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Покажем, что все окаймляющие его миноры — нулевые. Окаймляющих миноров 6 штук:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

Пример 26.

2) Найти **ранг** матрицы **A** **методом**
окаймляющих миноров.

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{matrix}} & 1 & -1 & \mathbf{2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{3} & 0 & 0 & \mathbf{4} \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Покажем, что все окаймляющие его миноры — нулевые. Окаймляющих миноров 6 штук:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0,$$

Пример 26.

2) Найти **ранг** матрицы **A** **методом**
окаймляющих миноров.

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{1 & 2} & \mathbf{1} & -1 & 2 \\ 1 & 1 & \mathbf{-1} & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{-1} & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Покажем, что все окаймляющие его миноры — нулевые. Окаймляющих миноров 6 штук:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0,$$

Пример 26.

2) Найти **ранг** матрицы **A** **методом**
окаймляющих миноров.

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{2} & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Покажем, что все окаймляющие его миноры — нулевые. Окаймляющих миноров 6 штук:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

Пример 26.

2) Найти **ранг** матрицы **A** **методом**
окаймляющих миноров.

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{1 & 2} & 1 & -1 & \mathbf{2} \\ 1 & 1 & -1 & 1 & \mathbf{2} \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} & -1 & 1 & \mathbf{6} \end{pmatrix}$$

Покажем, что все окаймляющие его миноры — нулевые. Окаймляющих миноров 6 штук:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 0.$$

Пример 26.

2) Найти **ранг** матрицы **A** **методом**
окаймляющих миноров.

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{2} & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Покажем, что все окаймляющие его миноры — нулевые. Окаймляющих миноров 6 штук:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 0.$$

Следовательно, ранг матрицы A равен 2.

Вернёмся к лекции?

Задача XVIII.34. (Ответ приведен на стр.3133.)

Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача XIX.35. (Ответ приведен на стр.3139.)

Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 6 & -2 & 4 & -2 & -2 \\ 5 & 1 & 3 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 12 & -2 & 8 & -2 & -3 \\ 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача XX.36. (Ответ приведен на стр.3143.)

Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 6 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ 1 & -2 & -6 & 6 & 6 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача XX.37. (Ответ приведен на стр.3148.)

При каких значениях x

ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Задача XX.38. (Ответ приведен на стр.3157.) При каких значениях x

и y ранг матрицы
$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$$
 равен 3?

Задача XX.39. (Ответ приведен на стр.3166.) При каких значениях x

и y ранг матрицы
$$\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$$
 равен 2?

Пример 27. Экспериментально убедитесь, что для **СЛУ**

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \text{система} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

является **общим решением**.

Решение.

Пример 27. Экспериментально убедитесь, что для **СЛУ**

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \text{система} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

является **общим решением**.

Решение. Сначала проверим, что, например, при $C = 2$ и $D = 1$ получим решение исходной СЛУ.

Пример 27.
$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1. \end{cases}$$

Решение. Сначала проверим, что, например, при $C = 2$ и $D = 1$ получим решение исходной СЛУ:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} \bigg|_{(C,D)=(2,1)} =$$

Пример 27.
$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1. \end{cases}$$

Решение. Сначала проверим, что, например, при $C = 2$ и $D = 1$ получим решение исходной СЛУ:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} \bigg|_{(C,D)=(2,1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 27.
$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1. \end{cases}$$

Решение. Сначала проверим, что, например, при $C = 2$ и $D = 1$ получим решение исходной СЛУ:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} \bigg|_{(C,D)=(2,1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} -3 \cdot 1 - (-4) - 1 + 2 \cdot 2 + 1 = \end{cases}$$

Пример 27.
$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1. \end{cases}$$

Решение. Сначала проверим, что, например, при $C = 2$ и $D = 1$ получим решение исходной СЛУ:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} \bigg|_{(C,D)=(2,1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} -3 \cdot 1 - (-4) - 1 + 2 \cdot 2 + 1 = 5, \\ \end{cases}$$

Пример 27.
$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1. \end{cases}$$

Решение. Сначала проверим, что, например, при $C = 2$ и $D = 1$ получим решение исходной СЛУ:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} \bigg|_{(C,D)=(2,1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} -3 \cdot 1 - (-4) - 1 + 2 \cdot 2 + 1 = 5, \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot (-4) + 1 + 2 - 1 = - \end{cases}$$

Пример 27.
$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1. \end{cases}$$

Решение. Сначала проверим, что, например, при $C = 2$ и $D = 1$ получим решение исходной СЛУ:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} \bigg|_{(C,D)=(2,1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} -3 \cdot 1 - (-4) - 1 + 2 \cdot 2 + 1 = 5, \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot (-4) + 1 + 2 - 1 = -3, \end{cases}$$

Пример 27.
$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1. \end{cases}$$

Решение. Сначала проверим, что, например, при $C = 2$ и $D = 1$ получим решение исходной СЛУ:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} \bigg|_{(C,D)=(2,1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} -3 \cdot 1 - (-4) - 1 + 2 \cdot 2 + 1 = 5, \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot (-4) + 1 + 2 - 1 = -3, \\ 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-4) + 1 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = \end{cases}$$

Пример 27.
$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1. \end{cases}$$

Решение. Сначала проверим, что, например, при $C = 2$ и $D = 1$ получим решение исходной СЛУ:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} \bigg|_{(C,D)=(2,1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} -3 \cdot 1 - (-4) - 1 + 2 \cdot 2 + 1 = 5, \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot (-4) + 1 + 2 - 1 = -3, \\ 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-4) + 1 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 1. \end{cases} \quad \text{Ура!}$$

Пример 27.

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

Решение. Теперь проверим, что $(a, b, c, d, e) = (-8, 14, -5, -4, -2)$ и $(a, b, c, d, e) = (4, -10, 3, 4, 2)$ являются решениями исходной СЛУ, и подберём соответствующие значения параметров C и D .

Пример 27.

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

Решение. Для $(a, b, c, d, e) = (-8, 14, -5, -4, -2)$:

$$\begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 14 \\ -5 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Пример 27.

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

Решение. Для $(a, b, c, d, e) = (-8, 14, -5, -4, -2)$:

$$\begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 14 \\ -5 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Пример 27.

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

Решение. Для $(a, b, c, d, e) = (-8, 14, -5, -4, -2)$:

$$\begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3(-2) \\ \\ \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 14 \\ -5 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Пример 27.

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

Решение. Для $(a, b, c, d, e) = (-8, 14, -5, -4, -2)$:

$$\begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3(-2) \\ 2 - 3(-4) \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 14 \\ -5 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Пример 27.

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

Решение. Для $(a, b, c, d, e) = (-8, 14, -5, -4, -2)$:

$$\begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3(-2) \\ 2 - 3(-4) \\ -1 + 5(-4) - 8(-2) \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 14 \\ -5 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Пример 27.

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

Решение. Для $(a, b, c, d, e) = (4, -10, 3, 4, 2)$:

Пример 27.

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

Решение. Для $(a, b, c, d, e) = (4, -10, 3, 4, 2)$:

$$\begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -10 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Пример 27.

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

Решение. Для $(a, b, c, d, e) = (4, -10, 3, 4, 2)$:

$$\begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -10 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Пример 27.

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

Решение. Для $(a, b, c, d, e) = (4, -10, 3, 4, 2)$:

$$\begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3 \cdot 2 \\ 2 - 3 \cdot 3 \\ -1 + 5 \cdot 3 - 8 \cdot 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -10 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Пример 27.

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

Решение. Для $(a, b, c, d, e) = (4, -10, 3, 4, 2)$:

$$\begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3 \cdot 2 \\ 2 - 3 \cdot 4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -10 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Пример 27.

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

Решение. Для $(a, b, c, d, e) = (4, -10, 3, 4, 2)$:

$$\begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3 \cdot 2 \\ 2 - 3 \cdot 4 \\ -1 + 5 \cdot 4 - 8 \cdot 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -10 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Пример 27. Экспериментально убедитесь, что для **СЛУ**

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \text{система} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

является **общим решением**.

Решение. Итак, мы проверили что, во-первых, для наугад выбранных значений параметров C, D , получаем решение исходной системы,

Пример 27. Экспериментально убедитесь, что для **СЛУ**

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \text{система} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

является **общим решением**.

Решение. Итак, мы проверили что, во-первых, для наугад выбранных значений параметров C, D , получаем решение исходной системы, во-вторых, для наугад выбранных решений исходной системы удалось найти требуемые значения параметров C, D .

Пример 27. Экспериментально убедитесь, что для **СЛУ**

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \text{система} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

является **общим решением**.

Решение. Итак, мы проверили что, во-первых, для наугад выбранных значений параметров C, D , получаем решение исходной системы, во-вторых, для наугад выбранных решений исходной системы удалось найти требуемые значения параметров C, D .

Это подтверждение, что имеем общее решение, но, разумеется, это не доказательство.

Пример 27. Экспериментально убедитесь, что для **СЛУ**

$$\begin{cases} -3a - b - c + 2d + e = 5, \\ 3a + 2b + c + d - e = -3, \\ 2a + 3b + c + 4d + 2e = 1, \end{cases} \quad \text{система} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 3D \\ 2 - 3C \\ -1 + 5C - 8D \\ C \\ D \end{pmatrix}$$

является **общим решением**.

Решение. Итак, мы проверили что, во-первых, для наугад выбранных значений параметров C, D , получаем решение исходной системы, во-вторых, для наугад выбранных решений исходной системы удалось найти требуемые значения параметров C, D .

Это подтверждение, что имеем общее решение, но, разумеется, это не доказательство. **Вернёмся к лекции?**

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод формулы Крамера для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение. {

Проверим, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений.

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод **формулы Крамера** для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = \end{cases}$$

Проверим, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений.

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод **формулы Крамера** для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \end{cases}$$

Проверим, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений.

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод **формулы Крамера** для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = \end{cases}$$

Проверим, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений.

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод **формулы Крамера** для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \end{cases}$$

Проверим, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений.

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод формулы Крамера для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \\ 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = \end{cases}$$

Проверим, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений.

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод формулы Крамера для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \\ 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1. \end{cases}$$

Проверим, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений.

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод **формулы Крамера** для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \\ 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1. \end{cases}$$

Значит, набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением исходной системы уравнений.

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод **формулы Крамера** для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \\ 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1. \end{cases} \quad \Delta \cdot 3 =$$

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод **формулы Крамера** для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \\ 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1. \end{cases} \quad \Delta \cdot 3 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} \cdot 3 =$$

=

По **теореме о линейности детерминанта по строке...**

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод **формулы Крамера** для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \\ 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1. \end{cases} \quad \Delta \cdot 3 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} \cdot 3 =$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 4 \cdot 3 & 2 \\ 2 & 3 \cdot 3 & 4 \\ 5 & 2 \cdot 3 & -3 \end{vmatrix} =$$

По **теореме о линейности детерминанта по строке...**

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод **формулы Крамера** для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \\ 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1. \end{cases} \quad \Delta \cdot 3 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} \cdot 3 =$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 4 \cdot 3 & 2 \\ 2 & 3 \cdot 3 & 4 \\ 5 & 2 \cdot 3 & -3 \end{vmatrix} =$$

По **теореме о комбинации строк и столбцов в детерминанте...**

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод **формулы Крамера** для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \\ 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1. \end{cases} \quad \Delta \cdot 3 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} \cdot 3 =$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 4 \cdot 3 & 2 \\ 2 & 3 \cdot 3 & 4 \\ 5 & 2 \cdot 3 & -3 \end{vmatrix} =$$

По **теореме о комбинации строк и столбцов в детерминанте...**

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод формулы Крамера для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \\ 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1. \end{cases} \quad \Delta \cdot 3 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} \cdot 3 =$$

$$= \left\| \begin{vmatrix} 3 & 4 \cdot 3 & 2 \\ 2 & 3 \cdot 3 & 4 \\ 5 & 2 \cdot 3 & -3 \end{vmatrix} \right\| = \begin{vmatrix} 3 & 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) & 2 \\ 2 & 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) & 4 \\ 5 & 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) & -3 \end{vmatrix} =$$

По теореме о комбинации строк и столбцов в детерминанте...

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод **формулы Крамера** для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} \mathbf{3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4,} \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \\ 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1. \end{cases} \quad \Delta \cdot 3 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} \cdot 3 =$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 4 \cdot 3 & 2 \\ 2 & 3 \cdot 3 & 4 \\ 5 & 2 \cdot 3 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & \mathbf{3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1)} & 2 \\ 2 & 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) & 4 \\ 5 & 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} =$$

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод **формулы Крамера** для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} \mathbf{3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4,} \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \\ 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1. \end{cases} \quad \Delta \cdot 3 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} \cdot 3 =$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 4 \cdot 3 & 2 \\ 2 & 3 \cdot 3 & 4 \\ 5 & 2 \cdot 3 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & \mathbf{3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1)} & 2 \\ 2 & 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) & 4 \\ 5 & 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & \mathbf{4} & 2 \\ 2 & & 4 \\ 5 & & -3 \end{vmatrix} =$$

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод формулы Крамера для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ \mathbf{2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1}, \\ 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1. \end{cases} \quad \Delta \cdot 3 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} \cdot 3 =$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 4 \cdot 3 & 2 \\ 2 & 3 \cdot 3 & 4 \\ 5 & 2 \cdot 3 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) & 2 \\ 2 & \mathbf{2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1)} & 4 \\ 5 & 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & & 4 \\ 5 & & -3 \end{vmatrix} =$$

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод **формулы Крамера** для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ \mathbf{2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1}, \\ 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1. \end{cases} \quad \Delta \cdot 3 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} \cdot 3 =$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 4 \cdot 3 & 2 \\ 2 & 3 \cdot 3 & 4 \\ 5 & 2 \cdot 3 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) & 2 \\ 2 & \mathbf{2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1)} & 4 \\ 5 & 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & \mathbf{1} & 4 \\ 5 & & -3 \end{vmatrix} =$$

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод формулы Крамера для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \\ \mathbf{5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1.} \end{cases} \quad \Delta \cdot 3 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} \cdot 3 =$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 4 \cdot 3 & 2 \\ 2 & 3 \cdot 3 & 4 \\ 5 & 2 \cdot 3 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) & 2 \\ 2 & 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) & 4 \\ 5 & \mathbf{5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1)} & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 5 & & -3 \end{vmatrix} =$$

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод **формулы Крамера** для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \\ \mathbf{5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1.} \end{cases} \quad \Delta \cdot 3 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} \cdot 3 =$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 4 \cdot 3 & 2 \\ 2 & 3 \cdot 3 & 4 \\ 5 & 2 \cdot 3 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) & 2 \\ 2 & 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) & 4 \\ 5 & \mathbf{5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1)} & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 5 & \mathbf{-1} & -3 \end{vmatrix} =$$

Пример 28. Проверьте, что набор $(x_1; x_2; x_3) = (-2; 3; -1)$ является решением этой системы уравнений. Воспроизведите вывод формулы Крамера для x_2 .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Решение.
$$\begin{cases} 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) = 4, \\ 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) = 1, \\ 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) = -1. \end{cases} \quad \Delta \cdot 3 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} \cdot 3 =$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 4 \cdot 3 & 2 \\ 2 & 3 \cdot 3 & 4 \\ 5 & 2 \cdot 3 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 3(-2) + 4 \cdot 3 + 2(-1) & 2 \\ 2 & 2(-2) + 3 \cdot 3 + 4(-1) & 4 \\ 5 & 5(-2) + 2 \cdot 3 - 3(-1) & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 5 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \Delta_{x_2}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 29. *Найти общее решение системы*
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение.

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta =$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} =$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x =$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} =$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 60,$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 60,$$

$$\Delta_y =$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 60,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{vmatrix} =$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 60,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -30,$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 60,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -30, \quad \Delta_z =$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 60,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -30, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} =$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 60,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -30, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -60.$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 60,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -30, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -60.$$

Следовательно,
$$\begin{cases} x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \\ y = \\ z = \end{cases}$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 60,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -30, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -60.$$

Следовательно,
$$\begin{cases} x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{60}{30} = 2, \\ y = \\ z = \end{cases}$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 60,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -30, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -60.$$

Следовательно,
$$\begin{cases} x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{60}{30} = 2, \\ y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \\ z = \end{cases}$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 60,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -30, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -60.$$

Следовательно,
$$\begin{cases} x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{60}{30} = 2, \\ y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-30}{30} = -1, \\ z = \end{cases}$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 60,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -30, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -60.$$

Следовательно,
$$\begin{cases} x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{60}{30} = 2, \\ y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-30}{30} = -1, \\ z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \end{cases}$$

Пример 29. Найти общее решение системы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3. \end{cases}$$

Решение. Имеем в обозначениях **теоремы Крамера**

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 30, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 60,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -30, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = -60.$$

Следовательно,
$$\begin{cases} x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{60}{30} = 2, \\ y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-30}{30} = -1, \\ z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-60}{30} = -2. \end{cases}$$
 Вернёмся к лекции?

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Метод Гаусса состоит из двух этапов: *прямой ход* и *обратный ход*. Во время *прямого хода* мы последовательно переходим к равносильным системам вида (здесь символы * обозначают некоторые числа, не обязательно равные друг другу):

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Метод Гаусса состоит из двух этапов: *прямой ход* и *обратный ход*. Во время *прямого хода* мы последовательно переходим к равносильным системам вида (здесь символы * обозначают некоторые числа, не обязательно равные друг другу):

$$\begin{cases} *x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \end{cases} \Leftrightarrow$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Метод Гаусса состоит из двух этапов: *прямой ход* и *обратный ход*. Во время *прямого хода* мы последовательно переходим к равносильным системам вида (здесь символы * обозначают некоторые числа, не обязательно равные друг другу):

$$\begin{cases} *x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \end{cases} \Leftrightarrow$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Метод Гаусса состоит из двух этапов: *прямой ход* и *обратный ход*. Во время *прямого хода* мы последовательно переходим к равносильным системам вида (здесь символы * обозначают некоторые числа, не обязательно равные друг другу):

$$\begin{cases} *x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + *y + *z = * \\ *y + *z = * \\ *y + *z = * \end{cases} \Leftrightarrow$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Метод Гаусса состоит из двух этапов: *прямой ход* и *обратный ход*. Во время *прямого хода* мы последовательно переходим к равносильным системам вида (здесь символы * обозначают некоторые числа, не обязательно равные друг другу):

$$\begin{cases} *x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + *y + *z = * \\ *y + *z = * \\ *y + *z = * \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x + *y + *z = * \\ y + *z = * \\ *y + *z = * \end{cases} \Leftrightarrow$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Метод Гаусса состоит из двух этапов: *прямой ход* и *обратный ход*. Во время *прямого хода* мы последовательно переходим к равносильным системам вида (здесь символы * обозначают некоторые числа, не обязательно равные друг другу):

$$\begin{cases} *x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \\ *x + *y + *z = * \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + *y + *z = * \\ *y + *z = * \\ *y + *z = * \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x + *y + *z = * \\ y + *z = * \\ *y + *z = * \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + *y + *z = * \\ y + *z = * \\ *z = * \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Метод Гаусса состоит из двух этапов: *прямой ход* и *обратный ход*. Обратный ход метода Гаусса состоит в том, что мы последовательно переходим к системам вида

$$\begin{cases} x + *y + *z = * \\ y + *z = * \\ z = * \end{cases} \Leftrightarrow$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Метод Гаусса состоит из двух этапов: *прямой ход* и *обратный ход*. Обратный ход метода Гаусса состоит в том, что мы последовательно переходим к системам вида

$$\begin{cases} x + *y + *z = * \\ y + *z = * \\ z = * \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + *y = * \\ y = * \\ z = * \end{cases} \Leftrightarrow$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Метод Гаусса состоит из двух этапов: *прямой ход* и *обратный ход*. Обратный ход метода Гаусса состоит в том, что мы последовательно переходим к системам вида

$$\begin{cases} x + *y + *z = * \\ y + *z = * \\ z = * \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + *y = * \\ y = * \\ z = * \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = * \\ y = * \\ z = * \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Метод Гаусса состоит из двух этапов: *прямой ход* и *обратный ход*. Обратный ход метода Гаусса состоит в том, что мы последовательно переходим к системам вида

$$\begin{cases} x + *y + *z = * \\ y + *z = * \\ z = * \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + *y = * \\ y = * \\ z = * \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = * \\ y = * \\ z = * \end{cases}$$

последняя из которых представляет собой утверждение об искомым значениях переменных.

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases} \left| : 2 \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{array} \right| : 2 \qquad \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{l} -z = 7, \\ y + z = 2, \\ + 3z = 3 \end{array} & : 2 \end{array} \quad \begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{array} \right| \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ \\ \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{array} \right| \begin{array}{l} \times 3 \\ \\ \rightarrow \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ \\ \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{array} \right| \begin{array}{l} \times 3 \\ \\ \rightarrow \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ \frac{7}{2}y + \frac{5}{2}z = -\frac{17}{2}, \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{array} \right| \begin{array}{l} \times 3 \quad \times 4 \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ \frac{7}{2}y + \frac{5}{2}z = -\frac{17}{2}, \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases} \begin{array}{l} \times 3 \quad \times 4 \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ \frac{7}{2}y + \frac{5}{2}z = -\frac{17}{2}, \\ y + 5z = -11 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{l} z = \frac{7}{2}, \\ z = 2, \\ z = 3 \end{array} & \begin{array}{l} \times 3 \quad \times 4 \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ \frac{7}{2}y + \frac{5}{2}z = -\frac{17}{2}, \\ y + 5z = -11 \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ \frac{7}{2}y + \frac{5}{2}z = -\frac{17}{2}, \\ y + 5z = -11 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ \frac{7}{2}y + \frac{5}{2}z = -\frac{17}{2}, \\ y + 5z = -11 \end{array} \right| \times 2$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ \frac{7}{2}y + \frac{5}{2}z = -\frac{17}{2}, \\ y + 5z = -11 \end{array} \right| \times 2 \qquad \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 7y + 5z = -17, \\ y + 5z = -11 \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{array}{l} -\frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ = \frac{17}{2}, \\ = -11 \end{array} \left| \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. \times 2 \quad \begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 7y + 5z = -17, \\ y + 5z = -11 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 7y + 5z = -17, \\ y + 5z = -11 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 7y + 5z = -17, \\ y + 5z = -11 \end{cases} \left| \begin{array}{l} \searrow \\ \nearrow \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 7y + 5z = -17, \\ y + 5z = -11 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 7y + 5z = -17 \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ 7y + 5z = -17, \\ y + 5z = -11 \end{array} \right. \begin{array}{c} \searrow \\ \nearrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ 7y + 5z = -17 \end{array} \right.$$

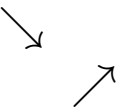
Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ 7y + 5z = -11 \end{array} & \begin{array}{l} \searrow \\ \nearrow \end{array} \begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ 7y + 5z = -11 \end{cases} \end{array}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:


$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ 7y + 5z = -17 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ 7y + 5z = -17 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ 7y + 5z = -17 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ 7y + 5z = -17 \end{array} \right| \begin{array}{l} \times 7 \\ \\ \rightarrow \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ 7y + 5z = -17 \end{array} \right| \begin{array}{l} \times 7 \\ \\ \rightarrow \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ -30z = 60 \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{array}{l|l} \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, & \\ 5z = -11, & \times 7 \\ 5z = -17 & \rightarrow \end{array} \quad \begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ -30z = 60 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{array}{l|l} & \begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ -30z = 60 \end{cases} \\ \times 7 & \\ \rightarrow & \end{array}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ -30z = 60 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ -30z = 60 \end{array} \right| : (-30)$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ -30z = 60 \end{array} \right| : (-30) \quad \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ z = -2 \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение си-

стемы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases} \text{ примера 29.}$$

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{l} -\frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ -11, \\ 60 \end{array} & \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ z = -2 \end{array} \right. \\ & : (-30) \end{array}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$(-30) \quad \begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ z = -2 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Для рассматриваемой системы уравнений получаем:

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ z = -2 \end{cases}$$

Прямой ход метода Гаусса закончен.

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ z = -2 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ z = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} \\ \\ z = -2 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ z = -2 \end{array} \right| \begin{array}{l} \rightarrow \\ -5 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ z = -2 \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ z = -2 \end{array} \right| \begin{array}{l} \rightarrow \\ -5 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} y = -1, \\ z = -2 \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ z = -2 \end{array} \right| \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ -5 \quad \frac{1}{2} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} y = -1, \\ z = -2 \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, \\ y + 5z = -11, \\ z = -2 \end{array} \right| \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ -5 \quad \frac{1}{2} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y = \frac{5}{2}, \\ y = -1, \\ z = -2 \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{array}{l|l} -\frac{1}{2}z = \frac{7}{2}, & \rightarrow \\ = -11, & \rightarrow \\ 2 & -5 \quad \frac{1}{2} \end{array} \quad \begin{cases} x - \frac{1}{2}y = \frac{5}{2}, \\ y = -1, \\ z = -2 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ -5 \quad \frac{1}{2} \end{array} \quad \begin{cases} x - \frac{1}{2}y = \frac{5}{2}, \\ y = -1, \\ z = -2 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y = \frac{5}{2}, \\ y = -1, \\ z = -2 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = -1, \\ z = -2 \end{cases}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y = \frac{5}{2}, \\ y = -1, \\ z = -2 \end{array} \right| \frac{1}{2} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = -1, \\ z = -2 \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{1}{2}y = \frac{5}{2}, \\ y = -1, \\ z = -2 \end{array} \right| \frac{1}{2} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 2, \\ y = -1, \\ z = -2 \end{array} \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29*.

Решение. В итоге получили систему уравнений:

$$\begin{cases} x = 2, \\ y = -1, \\ z = -2, \end{cases}$$

в которой указан искомый набор значений переменных, совпадающий, естественно, с результатами вычислений по формулам Крамера (см. *пример 29*).

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. В итоге получили систему уравнений:

$$\begin{cases} x = 2, \\ y = -1, \\ z = -2, \end{cases}$$

Задача решена, но мы сейчас на этом не остановимся. Оказывается, можно ввести специальную систему обозначений, применяемую в процессе решения, позволяющую существенно уменьшить объем записей.

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

А именно, системе уравнений сопоставим матрицу по правилу:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ & & \dots & & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array} \right). \quad (16)$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Тогда полученное отображение является взаимно однозначным.
Матрица

$$\left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ & & \dots & & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array} \right)$$

называется **расширенной матрицей** коэффициентов этой системы уравнений.

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Для того, чтобы проделать преобразование (16) системы уравнений рассматриваемого примера, зафиксируем порядок перечисления неизвестных, например, такой: x, y, z . Тогда исходная система уравнений $\begin{cases} 2x - y - z = 7 \\ 3x + 2y + z = 2 \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ «зашифруется» следующим образом:

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Для того, чтобы проделать преобразование (16) системы уравнений рассматриваемого примера, зафиксируем порядок перечисления неизвестных, например, такой: x, y, z . Тогда исходная система уравнений

$$\begin{cases} 2x - y - z = 7 \\ 3x + 2y + z = 2 \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases} \quad \text{«зашифруется» следующим образом:}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \quad (17)$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. $\begin{cases} 2x - y - z = 7 \\ 3x + 2y + z = 2 \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \quad (17)$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. $\begin{cases} 2x - y - z = 7 \\ 3x + 2y + z = 2 \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \quad (17)$$

В левой (относительно вертикальной черты) части этой матрицы находятся коэффициенты перед неизвестными, а в правой части — столбец свободных членов.

Заметим, что преобразования метода Гаусса:

- перестановка уравнений;
- умножение уравнения на ненулевое число;
- замена уравнения суммой этого уравнения с линейной комбинацией остальных уравнений;

равносильны соответствующим преобразованиям строк матрицы (17):

- перестановка строк;
- умножение строки на ненулевое число;
- замена строки суммой этой строки с линейной комбинацией остальных строк.

Заметим, что преобразования метода Гаусса:

- перестановка уравнений;
- умножение уравнения на ненулевое число;
- замена уравнения суммой этого уравнения с линейной комбинацией остальных уравнений;

равносильны соответствующим преобразованиям строк матрицы (17):

- перестановка строк;
- умножение строки на ненулевое число;
- замена строки суммой этой строки с линейной комбинацией остальных строк.

Такие преобразования строк матрицы называются **элементарными преобразованиями**.

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Таким образом, всем проведенным нами преобразованиям системы уравнений соответствуют элементарные преобразования расширенной матрицы⁴:

⁴Иногда студенты между матрицами пишут знак равенства, что неверно, так как эти матрицы не равны. Они определяют *равносильные системы* уравнений.

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right)$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$: (1/2) \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right)$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$: (1/2) \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right)$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\begin{aligned} & : (1/2) \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \\ & \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\begin{aligned} & : (1/2) \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \\ -3 & \quad 1 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\begin{aligned} & : (1/2) \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \\ -3 & \quad 1 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & -1 & 5 & -9 \end{array} \right) \end{aligned}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\begin{array}{l} : (1/2) \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \\ -4 \quad -3 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \end{array} \right) \\ \quad \quad 1 \end{array}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\begin{array}{l} : (1/2) \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \\ -4 \quad -3 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\ \quad \quad 1 \end{array}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы

$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases} \quad \text{примера 29.}$$

Решение.

$$\begin{aligned} & : (1/2) \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \\ -4 & \quad -3 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\ 1 & \quad 1 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\begin{aligned}
 & : (1/2) \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \\
 -4 & \quad -3 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\
 1 & \quad \quad \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\
 2 & \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim
 \end{aligned}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы

$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases} \quad \text{примера 29.}$$

Решение.

$$\begin{aligned} & : (1/2) \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \\ -4 & \quad -3 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\ 1 & \quad \quad \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\ 2 & \quad \quad \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \end{aligned}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\begin{array}{l} -4 \quad -3 \\ 1 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 & \left| & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & \left| & 2 \\ 4 & -1 & 3 & \left| & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 & \left| & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & \left| & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & \left| & -11 \end{pmatrix} \right. \right.$$

$$\begin{array}{l} 2 \\ 2 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 & \left| & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & \left| & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & \left| & -11 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 & \left| & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & \left| & -17 \\ 0 & 1 & 5 & \left| & -11 \end{pmatrix} \right. \right.$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы

$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases} \quad \text{примера 29.}$$

Решение.

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} -4 & -3 \\ & 1 \\ & 1 \end{matrix} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\ & \begin{matrix} & 2 \\ & 2 \end{matrix} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\ & \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы

$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases} \quad \text{примера 29.}$$

Решение.

$$\begin{array}{l} -4 \quad -3 \\ 1 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 & \big| & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & \big| & 2 \\ 4 & -1 & 3 & \big| & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 & \big| & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & \big| & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & \big| & -11 \end{pmatrix}$$
$$2 \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 & \big| & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & \big| & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & \big| & -11 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 & \big| & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & \big| & -17 \\ 0 & 1 & 5 & \big| & -11 \end{pmatrix}$$
$$\begin{array}{l} \searrow \\ \nearrow \end{array} \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 & \big| & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & \big| & -17 \\ 0 & 1 & 5 & \big| & -11 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\begin{array}{l}
 -4 \quad -3 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\
 1 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\
 2 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \\
 \searrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right)
 \end{array}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\begin{array}{l}
 -4 \quad -3 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\
 1 \quad \quad \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\
 2 \quad \quad \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\
 \searrow \quad \quad \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right)
 \end{array}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\begin{array}{l}
 -4 \quad -3 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\
 1 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\
 2 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\
 \nearrow \searrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right)
 \end{array}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\begin{array}{l}
 -4 \quad -3 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\
 1 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\
 2 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \\
 \nearrow \searrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right)
 \end{array}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение си-

стемы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases} \text{ примера 29.}$$

Решение.

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} 2 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right)$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\begin{array}{l}
 2 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\
 \nearrow \searrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \\
 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \sim
 \end{array}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы

$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases} \quad \text{примера 29.}$$

Решение.

$$\begin{array}{l} 2 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\ \nearrow \searrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \\ -7 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \sim \\ \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \end{array}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\begin{array}{l}
 2 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7/2 & 5/2 & -17/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \\
 \nearrow \searrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \\
 -7 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & -30 & 60 \end{array} \right) \\
 \rightarrow
 \end{array}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы

$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases} \quad \text{примера 29.}$$

Решение.

$$\begin{array}{l} \nearrow \searrow \\ -7 \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & -30 & 60 \end{array} \right)$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы

$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases} \quad \text{примера 29.}$$

Решение.

$$\begin{aligned} & \nearrow \searrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \\ & -7 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & -30 & 60 \end{array} \right) \\ & \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & -30 & 60 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы

$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases} \quad \text{примера 29.}$$

Решение.

$$\begin{aligned} & \nearrow \searrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \\ & -7 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & -30 & 60 \end{array} \right) \\ & \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & -30 & 60 \end{array} \right) \\ & : (-30) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & -30 & 60 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение.

$$\begin{aligned}
 & \nearrow \searrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \\
 & \quad -7 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & -30 & 60 \end{array} \right) \\
 & \quad \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 7 & 5 & -17 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & -30 & 60 \end{array} \right) \\
 & : (-30) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & -30 & 60 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Прямой ход метода Гаусса закончен.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right)$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса.

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ -5 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right)$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{c} \rightarrow \\ 1/2 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & 0 & 5/2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right)$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса.

$$\begin{aligned} &\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & 0 & 5/2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \\ &\quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & 0 & 5/2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса.

$$\begin{aligned} &\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & 0 & 5/2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \\ &\quad \begin{array}{c} 1 \\ 1/2 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & 0 & 5/2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение си-

стемы
$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases} \text{ примера 29.}$$

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса.

$$\begin{aligned} &\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 7/2 \\ 0 & 1 & 5 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & 0 & 5/2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \\ &\quad 1/2 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & 0 & 5/2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \end{aligned}$$

Пример 30. Найти с помощью метода Гаусса общее решение системы $\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 4x - y + 3z = 3 \end{cases}$ *примера 29.*

Решение. Проведем обратный ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right)$$

«Расшифровывая» последнюю матрицу согласно **правилу (16)**, полу-

чаем систему уравнений $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = -2 \end{cases}.$

Вернёмся к лекции?

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса: Ниже мы проведем все эти преобразования в более компактной, матричной форме, а сейчас все сделаем «по честному». Сначала добьемся того, чтобы в первом уравнений коэффициент перед неизвестной a был равен 1. Можно, например, умножить первое уравнений на 0.5, но проще переставить первое и второе уравнения. Получим систему уравнений

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases} \left| \begin{array}{l} \searrow \\ \nearrow \end{array} \right.$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{array} \right. \quad \searrow \quad \left\{ \begin{array}{l} 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{array} \right.$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{array} \right. \rightsquigarrow \left\{ \begin{array}{l} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{array} \right.$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{array} \right. \xrightarrow{\quad} \left\{ \begin{array}{l} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{array} \right.$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{array} \right. \xrightarrow{\quad} \left\{ \begin{array}{l} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{array} \right.$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{l} d - e = 1, \\ + e = 0, \\ 3d + e = 1, \\ d = 1, \\ e = 2 \end{array} & \begin{array}{l} \searrow \\ \nearrow \end{array} \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases} \end{array}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:


$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases} \begin{array}{l} \times 2 \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases} \begin{array}{l} \times 2 \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases} \begin{array}{c} \times 4 \\ \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases} \xrightarrow{\times 4} \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases} \begin{array}{l} \times 3 \\ \\ \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ \\ \end{cases}$$

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases} \begin{array}{l} \times 3 \\ \\ \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases} \begin{array}{l} \times 5 \\ \\ \\ \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2 \end{cases} \begin{array}{l} \times 5 \\ \\ \\ \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 2b + 12c - 10d - 6e = 2 \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{l} 2d + e = 0, \\ -d - e = 1, \\ -3d + e = 1, \\ -d = 1, \\ -e = 2 \end{array} & \begin{array}{l} \times 5 \\ \\ \\ \\ \rightarrow \end{array} \end{array} \quad \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 2b + 12c - 10d - 6e = 2 \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{array}{l|l} \times 5 & \left\{ \begin{array}{l} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 2b + 12c - 10d - 6e = 2 \end{array} \right. \\ \rightarrow & \end{array}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 2b + 12c - 10d - 6e = 2 \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 2b + 12c - 10d - 6e = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 2b + 12c - 10d - 6e = 2 \end{array} \right| \begin{array}{l} \\ \times 1 \\ \rightarrow \\ \\ \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{array} \right.$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 2b + 12c - 10d - 6e = 2 \end{cases} \begin{array}{l} \times 1 \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 0 = 0, \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 2b + 12c - 10d - 6e = 2 \end{cases} \begin{array}{l} \times 1 \\ \\ \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 0 = 0, \\ 0 = 0, \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 2b + 12c - 10d - 6e = 2 \end{cases} \begin{array}{l} \times 1 \\ \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 0 = 0, \\ 0 = 0, \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 2b + 12c - 10d - 6e = 2 \end{array} \right| \begin{array}{l} \\ \times 2 \\ \\ \\ \rightarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 0 = 0, \\ 0 = 0, \end{array} \right.$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 2b + 12c - 10d - 6e = 2 \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ \times 2 \\ \\ \\ \rightarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 0 = 0, \\ 0 = 0, \\ 0 = 0 \end{array} \right.$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{array}{l|l} c + 2d + e = 0, \\ 5d - 3e = 1, \\ 5d - 3e = 1, \\ 5d - 3e = 1, \\ -10d - 6e = 2 \end{array} \begin{array}{l} \\ \times 2 \\ \\ \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 0 = 0, \\ 0 = 0, \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{array}{l|l} e = 0, & \\ = 1, & \times 2 \\ = 1, & \\ = 1, & \\ 6e = 2 & \rightarrow \end{array} \quad \begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 0 = 0, \\ 0 = 0, \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \\ 0 = 0, \\ 0 = 0, \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{cases}$$

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{cases}$$

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{cases}$$

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{array} \right| \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{array} \right. \times (-2)$$

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{cases} \left| \begin{array}{l} \rightarrow \\ \times(-2) \end{array} \right. \begin{cases} a + 11c - 8d - 5e = 2, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{array}{l|l} -2d + e = 0, & \rightarrow \\ -3e = 1, & \times(-2) \end{array} \quad \begin{cases} a + 11c - 8d - 5e = 2, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса:

$$= 0, \left| \begin{array}{l} \rightarrow \\ \times(-2) \end{array} \right. \begin{cases} a + 11c - 8d - 5e = 2, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{cases}$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{cases} a + 11c - 8d - 5e = 2, \\ b + 6c - 5d - 3e = 1, \end{cases}$$

Теперь можно записать ответ в виде $\begin{cases} a = 2 - 11c + 8d + 5e, \\ b = 1 - 6c + 5d + 3e. \end{cases}$

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса:

Теперь можно записать ответ в виде $\begin{cases} a = 2 - 11c + 8d + 5e, \\ b = 1 - 6c + 5d + 3e. \end{cases}$

При этом часто a, b считают «настоящими неизвестными», а переменные c, d, e рассматривают, как произвольные параметры.

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса:

Теперь можно записать ответ в виде $\begin{cases} a = 2 - 11c + 8d + 5e, \\ b = 1 - 6c + 5d + 3e. \end{cases}$

Тот факт, что последняя система уравнений считается ответом, означает, что если *при любом* наборе значений «параметров» c, d, e вычислить с помощью этой системы уравнений значения переменных a, b , то полученный набор значений переменных a, b, c, d, e обязательно является решением исходной системы уравнений.

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. На матричном языке, с помощью преобразования (16), эти выкладки записываются короче:

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \searrow \\ \nearrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right)$$

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\searrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\searrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \searrow \\ \nearrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \searrow \\ \nearrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 4 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 7 & 0 & -1 & 2 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 2 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 2 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 4 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 4 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 4 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 3 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 3 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 5 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 5 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 12 & -10 & -6 & 2 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 7 & 0 & -1 & 2 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 12 & -10 & -6 & 2 \end{array} \right)$$

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 12 & -10 & -6 & 2 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 12 & -10 & -6 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\times 1 \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & \textcolor{violet}{1} & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 12 & -10 & -6 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\times 1 \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & \textcolor{red}{1} & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 12 & -10 & -6 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 1 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & \textcolor{violet}{1} & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 12 & -10 & -6 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 1 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & \textcolor{violet}{1} & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 12 & -10 & -6 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 1 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & \textcolor{red}{1} & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 12 & -10 & -6 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 1 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & \textcolor{violet}{1} & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 12 & -10 & -6 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 2 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & \textcolor{violet}{1} & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 12 & -10 & -6 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \times 2 \\ \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & \textcolor{violet}{1} & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 12 & -10 & -6 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & -5 & -3 & 1 & 1 \\ 6 & -5 & -3 & 1 & 1 \\ 6 & -5 & -3 & 1 & 1 \\ 12 & -10 & -6 & 2 & 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Тождества $0 = 0$ можно удалить из системы, поскольку

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Тождества $0 = 0$ можно удалить из системы, поскольку это не меняет множества решений системы.

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Прямой ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & \textcolor{violet}{1} & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & \textcolor{violet}{1} & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ \times(-2) \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & \textcolor{violet}{1} & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & \textcolor{violet}{1} & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ \times(-2) \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & \textcolor{violet}{1} & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 0 & \textcolor{violet}{1} & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса.

$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ \times(-2) \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. *Найти общее решение системы уравнений*

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. Обратный ход метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. $\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$

На матричном языке можно сформулировать цель этих выкладок так: мы пытаемся с помощью **«дозволенных преобразований»** (напомнить **список таких преобразований для матричной формы записи?**) и удаления «лишних строк» (то есть «лишних», неинформативных уравнений) получить такую СЛУ, что,

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

Решение. $\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right)$

На матричном языке можно сформулировать цель этих выкладок так: мы пытаемся с помощью **«дозволенных преобразований»** (напомнить **список таких преобразований для матричной формы записи?**) и удаления «лишних строк» (то есть «лишних», неинформативных уравнений) получить такую СЛУ, что, во-первых, полученная СЛУ равносильна исходной, и, во-вторых, в матрице коэффициентов полученной СЛУ имеется «единичный фраг-

МЕНТ».

Пример 31. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + 4c - d - e = 1, \\ a - 2b - c + 2d + e = 0, \\ 4a - 7b + 2c + 3d + e = 1, \\ 3a - 5b + 3c + d = 1, \\ 5a - 8b + 7c - e = 2. \end{cases}$$

В данном случае «единичным фрагментом» является матрица, составленная из первого и второго столбцов последней матрицы:

$$\left(\begin{array}{cc|ccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right).$$

единичный
фрагмент

Вернёмся к лекции?

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение.

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. Эту систему линейных уравнений можно представить в виде

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix} x_2 + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} x_3 + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} x_4 + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} x_5 + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} x_6 + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} x_7 =$$
$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ что с помощью умножения матриц «на макроуровне»}$$

записывается как уравнение

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. При решении этого примера мы преобразования метода Гаусса оформим в виде матричных произведений. Мы имеем дело с матричным уравнением вида $AX = B$. Очевидно, что если мы умножим обе части этого уравнения слева на *невыврожденную* матрицу T , то получим эквивалентное матричное уравнение $TAX = TB$. Эквивалентность этих уравнений очевидна⁵.

⁵напомним, что слово «очевидно» в математике означает «легко могу доказать»

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. В данном случае **правило (16)** «подправим»: в матрице не будем записывать столбец свободных членов, так как он нулевой, и при всех преобразованиях метода Гаусса останется нулевым:

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение.
$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Надо помнить, что строки этой матрицы соответствуют уравнениям системы.

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение.
$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Поэтому элементарные преобразования, описанные в **теореме о равносильных преобразованиях СЛУ** сводятся к соответствующим преобразованиям строк этой матрицы.

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ Прямой ход метода Гаусса оформим в виде произведения матриц.

Для получения единицы в левом верхнем углу матрицы коэффициентов переставим первую и вторую строки матрицы коэффициентов (фактически переставим местами уравнения).

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение.
$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Коэффициенты матрицы, которая слева умножается на матрицу коэффициентов, легко подбираются с помощью **умножения матриц «на макроуровне»:**

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} \textcolor{violet}{2} & 4 & -1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ \textcolor{violet}{1} & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix} =$$

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \textcolor{red}{2} & 4 & -1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ \textcolor{red}{1} & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix} =$$

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & -2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix},$$

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \textcolor{violet}{2} & 4 & -1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ \textcolor{violet}{1} & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & -2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle 1 \rangle & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \boxed{2} & 4 & -1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ \boxed{3} & 6 & -2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ \boxed{-1} & -2 & -2 & 1 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \boxed{0} & 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ \boxed{0} & 0 & 1 & -2 & 3 & 2 & 1 \\ \boxed{0} & 0 & -3 & 2 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle 1 \rangle & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \boxed{2} & 4 & -1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & -2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \boxed{0} & 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle 1 \rangle & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & -2 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{0} & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{0} & -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle 1 \rangle & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & -2 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-3} & 2 & -5 & -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{0} & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{0} & -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \langle -1 \rangle & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. Прямой ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \langle -1 \rangle & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \langle 1 \rangle & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{-1} & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. Прямой ход метода Гаусса закончен:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. Обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & \boxed{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \boxed{-1} & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \langle 1 \rangle & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. Обратный ход метода Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & \boxed{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \boxed{-1} & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \langle 1 \rangle & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & \boxed{-1} & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \langle 1 \rangle & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. Обратный ход метода Гаусса закончен:

$$\left(\begin{array}{c|ccc|ccc} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{array} \right). \quad (18)$$

Выделен «фрагмент», являющийся единичной матрицей.

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. $\left(\begin{array}{c|c|c|c} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \begin{array}{ccc} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{array} \right).$

Осталось записать общее решение этой системы линейных уравнений. Это можно сделать, во-первых, с помощью СЛУ специального вида, «расшифровывая» полученную расширенную матрицу с помощью **правила (16)**:

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. $\left(\begin{array}{c|c|c|c} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \begin{array}{ccc} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{array} \right).$

$$\begin{cases} x_1 = -2x_2 - 2x_5 - x_6 - x_7 \\ x_3 = -x_5 - x_7 \\ x_4 = +x_5 + x_6 \end{cases}$$

Пример 32. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 2x_6 - 3x_7 = 0 \end{cases}$$

Представить преобразования метода Гаусса с помощью операций матричной алгебры.

Решение. $\left(\begin{array}{c|c|c|c} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \begin{array}{ccc} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{array} \right).$

Во-вторых, общее решение можно записать в матричном виде.

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 0 \\ 0 \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ -1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ -1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** получаем:

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{c|c|cc} 1 & \mathbf{2} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 \end{array} \begin{array}{ccc} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \mathbf{2} & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \mathbf{1} \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** получаем:

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \mathbf{2} & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \mathbf{1} \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & \mathbf{2} & 0 & 0 \\ \hline 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 \\ \hline 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{cc} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \mathbf{2} & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \mathbf{1} \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & \mathbf{2} & 0 & 0 \\ \hline 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 \\ \hline 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{cc} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \mathbf{2} & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \mathbf{1} \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{c|c|c|c} 1 & \mathbf{2} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 \end{array} \begin{array}{cc} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} \mathbf{-2} & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & \bullet & \bullet & \bullet \\ \mathbf{0} & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \mathbf{2} & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \mathbf{1} \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{c|c|c|c|c} 1 & 2 & 0 & 0 & \mathbf{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \mathbf{-1} \end{array} \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 0 & 0 & \mathbf{2} & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \mathbf{-1} & -1 & 0 \end{array} \right) \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ \mathbf{1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \right) \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** получаем:

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** получаем:

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & \mathbf{2} & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \mathbf{-1} & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ \mathbf{1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & \mathbf{2} & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \mathbf{-1} & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ \mathbf{1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix},$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & -2 & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & \bullet & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \bullet & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\bullet & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ -\bullet \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ -\bullet \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ -\bullet \end{pmatrix},$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & \mathbf{1} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \mathbf{0} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & \mathbf{-1} & 0 \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & -2 & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & \mathbf{1} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \mathbf{0} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & \mathbf{-1} & 0 \end{array} \right) \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ \mathbf{1} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 0 \\ 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 0 \\ 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 1 \\ 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 1 \\ -1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \textcolor{red}{1} \\ \hline \textcolor{red}{0} \\ \textcolor{red}{-1} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 1 \\ 0 \\ \hline \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & -2 & \textcolor{red}{\bullet} & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \textcolor{red}{\bullet} & \bullet \\ 0 & 1 & \textcolor{red}{\bullet} & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & \textcolor{red}{1} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \textcolor{red}{0} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & \textcolor{red}{-1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ \textcolor{red}{1} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** получаем:

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{c|c|c|c} 1 & 2 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \begin{array}{ccc} 2 & \mathbf{1} & 1 \\ 1 & \mathbf{0} & 1 \\ -1 & \mathbf{-1} & 0 \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & -2 & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & \mathbf{1} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \mathbf{0} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & \mathbf{-1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ \mathbf{1} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** получаем:

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \right. 2 \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ -1 \end{array} \begin{array}{c} \textcolor{violet}{1} \\ \textcolor{violet}{0} \\ \textcolor{violet}{-1} \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & -2 & \textcolor{violet}{\bullet} & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \textcolor{violet}{\bullet} & \bullet \\ 0 & 1 & \textcolor{violet}{\bullet} & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & \textcolor{violet}{1} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \textcolor{violet}{0} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & \textcolor{violet}{-1} & 0 \end{array} \right) \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ \textcolor{violet}{1} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} \textcolor{violet}{1} \\ \textcolor{violet}{0} \\ \textcolor{violet}{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & \mathbf{1} & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \mathbf{0} & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & \mathbf{-1} & 0 \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & -2 & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & \mathbf{1} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \mathbf{0} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & \mathbf{-1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ \mathbf{1} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & -2 & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \right. 2 \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 1 \\ \hline -1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{-1} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & -2 & \mathbf{-1} & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \mathbf{0} & \bullet \\ 0 & 1 & \mathbf{1} & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 1 \\ \hline -1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{-1} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \right) \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ \mathbf{1} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix}.$$

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 0 \\ 0 \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ -1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ -1 \end{array} \begin{array}{c} \textcolor{violet}{1} \\ \textcolor{violet}{1} \\ \textcolor{violet}{0} \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 & \textcolor{violet}{\bullet} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \textcolor{violet}{\bullet} \\ 0 & 1 & 1 & \textcolor{violet}{\bullet} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пропустим промежуточные рассуждения...

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 0 \\ 0 \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ -1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ -1 \end{array} \begin{array}{c} \textcolor{violet}{1} \\ \textcolor{violet}{1} \\ \textcolor{violet}{0} \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 & \textcolor{violet}{-1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \textcolor{violet}{-1} \\ 0 & 1 & 1 & \textcolor{violet}{0} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пропустим промежуточные рассуждения...

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пропустим промежуточные рассуждения...

Решение. Фундаментальная матрица, ФСР.

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \right) \mapsto \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Общее решение однородной системы уравнений равно

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} =$$

Общее решение однородной системы уравнений равно

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} =$$
$$= C_1 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + C_4 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Вернёмся к лекции по решению однородных систем уравнений или к задаче XXI.43?

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

Расширенную матрицу коэффициентов НСЛУ этого примера

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right)$$

преобразованиями метода Гаусса мы привели к виду

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right).$$

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \rightarrow$$

Мы хотим записать какое-либо частное решение исходной неоднородной СЛУ. Для этого «параметры» c, d, e положим равными нулю, а неизвестные пока значения «настоящих переменных» a, b заменим

«точками». Получим «заготовку»
$$\begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & | & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & | & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & | & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & | & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & | & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & | & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & | & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & | & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & | & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & | & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & | & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & | & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & | & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & | & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$x_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & | & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & | & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & | & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & | & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & | & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & | & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & | & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$x_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 \end{array} \right) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$$

Итак,

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & \mathbf{11} & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & \mathbf{6} & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$$

Итак,

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & \mathbf{11} & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & \mathbf{6} & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$$

Итак,

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{-11} & \bullet & \bullet \\ \mathbf{-6} & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$$

Итак,

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & \bullet & \bullet \\ -6 & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$$

Итак,

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & 8 & \bullet \\ -6 & 5 & \bullet \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$$

Итак,

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & 8 & \bullet \\ -6 & 5 & \bullet \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -\mathbf{5} & 2 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -\mathbf{3} & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$$

Итак,

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & 8 & \mathbf{5} \\ -6 & 5 & \mathbf{3} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

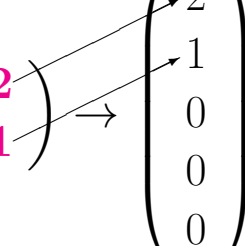
Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & \mathbf{2} \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & \mathbf{1} \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$$

Итак,

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & 8 & 5 \\ -6 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 33: продолжение решения **примера 31**

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -3 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & -7 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -8 & 7 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 11 & -8 & -5 & \mathbf{2} \\ 0 & 1 & 6 & -5 & -3 & \mathbf{1} \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$$


Итак,

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & 8 & 5 \\ -6 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Вернёмся к лекции?

Задача XXI.40. (Ответ приведен на стр.3175.) Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Задача XXI.41. (Ответ приведен на стр.3230.) Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Задача XXI.42. (Ответ приведен на стр.3256.)

Решите систему урав-

нений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Задача XXI.43. (Ответ приведен на стр.3291.) **Обоснуйте процесс построения** фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Задача XXI.44. (Ответ приведен на стр.3306.) **Обоснуйте процесс построения** фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Задача XXI.45. (Ответ приведен на стр.3340.) Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача XXI.46. (Ответ приведен на стр.3354.) Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & -6 & 1 & 0 & 4 & 8 \\ 7 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Задача XXI.47. (Ответ приведен на стр.3365.) Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с

матрицей коэффициентов
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача XXI.48. (Ответ приведен на стр.3375.)

Решите систему урав-

нений:
$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Задача XXI.49. (Ответ приведен на стр.3403.)

Решите систему урав-

нений

$$\begin{cases} -2a + b - 3c + 3d - e - 4f - g = -2, \\ 2b + 2c + 2d + e - f + 4g = 1, \\ a + b + 3c + e + f + 3g = 2. \end{cases}$$

Задача XXI.50. (Ответ приведен на стр.3428.)

Решите систему урав-

нений

$$\begin{cases} -2a - 4b + c - d + e - 3f = -10, \\ a + 2b - 2c + 5d - e - 3f = 4, \\ -a - 2b + 3c - 8d + 2e + 5f = -5, \\ a + 2b - 2c + 5d - 5f = 1. \end{cases}$$

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Проверьте непосредственным вычислением (переходя от записи с помощью символа суммирования к обычной записи) справедливость формулы

$$\sum_{p=2}^3 x_p \sum_{q=1}^3 y_{pq} = \sum_{q=1}^3 \sum_{p=2}^3 x_p y_{pq}.$$

Задача 1. Проверьте непосредственным вычислением (переходя от записи с помощью символа суммирования к обычной записи) справедливость формулы

$$\sum_{p=2}^3 x_p \sum_{q=1}^3 y_{pq} = \sum_{q=1}^3 \sum_{p=2}^3 x_p y_{pq}.$$

Ответ.

$$\sum_{p=2}^3 x_p \sum_{q=1}^3 y_{pq} = x_2 (y_{21} + y_{22} + y_{23}) + x_3 (y_{31} + y_{32} + y_{33}),$$

Задача 1. Проверьте непосредственным вычислением (переходя от записи с помощью символа суммирования к обычной записи) справедливость формулы

$$\sum_{p=2}^3 x_p \sum_{q=1}^3 y_{pq} = \sum_{q=1}^3 \sum_{p=2}^3 x_p y_{pq}.$$

Ответ.

$$\sum_{p=2}^3 x_p \sum_{q=1}^3 y_{pq} = x_2 (y_{21} + y_{22} + y_{23}) + x_3 (y_{31} + y_{32} + y_{33}),$$

$$\sum_{q=1}^3 \sum_{p=2}^3 x_p y_{pq} = x_2 y_{21} + x_3 y_{31} + x_2 y_{22} + x_3 y_{32} + x_2 y_{23} + x_3 y_{33}.$$

Задача 1. Проверьте непосредственным вычислением (переходя от записи с помощью символа суммирования к обычной записи) справедливость формулы

$$\sum_{p=2}^3 x_p \sum_{q=1}^3 y_{pq} = \sum_{q=1}^3 \sum_{p=2}^3 x_p y_{pq}.$$

Ответ.

$$\begin{aligned} \sum_{p=2}^3 x_p \sum_{q=1}^3 y_{pq} &= x_2 (y_{21} + y_{22} + y_{23}) + x_3 (y_{31} + y_{32} + y_{33}), \\ \sum_{q=1}^3 \sum_{p=2}^3 x_p y_{pq} &= x_2 y_{21} + x_3 y_{31} + x_2 y_{22} + x_3 y_{32} + x_2 y_{23} + x_3 y_{33}. \end{aligned}$$

Теперь доказываемое равенство следует из очевидного равенства

$$x_2 (y_{21} + y_{22} + y_{23}) + x_3 (y_{31} + y_{32} + y_{33}) = x_2 y_{21} + x_3 y_{31} + x_2 y_{22} + x_3 y_{32} + x_2 y_{23} + x_3 y_{33}.$$

Решение задачи 2.

Задача 2. Проверьте непосредственным вычислением равенства

$$\sum_{i=0}^3 i(i+2) = \sum_{i=1}^4 (i-1)(i+1) = \sum_{j=1}^4 (j^2 - 1).$$

Задача 2. Проверьте непосредственным вычислением равенства

$$\sum_{i=0}^3 i(i+2) = \sum_{i=1}^4 (i-1)(i+1) = \sum_{j=1}^4 (j^2 - 1).$$

Ответ.

$$\sum_{i=0}^3 i(i+2) = 0(0+2) + 1(1+2) + 2(2+2) + 3(2+3) = 3 + 8 + 15 = 26,$$

Задача 2. Проверьте непосредственным вычислением равенства

$$\sum_{i=0}^3 i(i+2) = \sum_{i=1}^4 (i-1)(i+1) = \sum_{j=1}^4 (j^2 - 1).$$

Ответ.

$$\sum_{i=0}^3 i(i+2) = 0(0+2) + 1(1+2) + 2(2+2) + 3(2+3) = 3 + 8 + 15 = 26,$$

$$\sum_{i=1}^4 (i-1)(i+1) = (1-1)(1+1) + (2-1)(2+1) + (3-1)(3+1) + (4-1)(4+1) = 3 + 8 + 15 = 26,$$

Задача 2. Проверьте непосредственным вычислением равенства

$$\sum_{i=0}^3 i(i+2) = \sum_{i=1}^4 (i-1)(i+1) = \sum_{j=1}^4 (j^2 - 1).$$

Ответ.

$$\sum_{i=0}^3 i(i+2) = 0(0+2) + 1(1+2) + 2(2+2) + 3(2+3) = 3 + 8 + 15 = 26,$$

$$\sum_{i=1}^4 (i-1)(i+1) = (1-1)(1+1) + (2-1)(2+1) + (3-1)(3+1) + (4-1)(4+1) = 3 + 8 + 15 = 26,$$

$$\sum_{j=1}^4 (j^2 - 1) = (1^2 - 1) + (2^2 - 1) + (3^2 - 1) + (4^2 - 1) = 0 + 3 + 8 + 15 = 26$$

Решение задачи 3.

Задача 3. Проверьте непосредственным вычислением, выполняется ли равенство $\sum_{n=1}^3 (2n)^2 \stackrel{?}{=} \sum_{m=2}^6 m^2$. Сколько слагаемых в левой и правой частях этой формулы?

Задача 3. Проверьте непосредственным вычислением, выполняется ли равенство $\sum_{n=1}^3 (2n)^2 \stackrel{?}{=} \sum_{m=2}^6 m^2$. Сколько слагаемых в левой и правой частях этой формулы?

Ответ. Равенство не выполняется:

Задача 3. Проверьте непосредственным вычислением, выполняется ли равенство $\sum_{n=1}^3 (2n)^2 \stackrel{?}{=} \sum_{m=2}^6 m^2$. Сколько слагаемых в левой и правой частях этой формулы?

Ответ. Равенство не выполняется:

$$\sum_{n=1}^3 (2n)^2 = (2 \cdot 1)^2 + (2 \cdot 2)^2 + (2 \cdot 3)^2 = 4 + 16 + 36 = 56$$

(всего три слагаемых), но

Задача 3. Проверьте непосредственным вычислением, выполняется ли равенство $\sum_{n=1}^3 (2n)^2 \stackrel{?}{=} \sum_{m=2}^6 m^2$. Сколько слагаемых в левой и правой частях этой формулы?

Ответ. Равенство не выполняется:

$$\sum_{n=1}^3 (2n)^2 = (2 \cdot 1)^2 + (2 \cdot 2)^2 + (2 \cdot 3)^2 = 4 + 16 + 36 = 56$$

(всего три слагаемых), но

$$\sum_{m=2}^6 m^2 = 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 = 4 + 9 + 16 + 25 + 36 = 90$$

(всего 5 слагаемых).

Решение задачи 4.

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **a)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
b) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **c)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **a)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
b) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **c)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **a)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
b) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **c)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

a) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 =$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **a)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
b) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **c)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

a) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \quad (2n + 1) =$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **a)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
b) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **c)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

a) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum (2n + 1) =$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **a)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
b) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **c)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

a) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) =$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **a)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
b) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **c)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

a) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0} (2n + 1) =$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **a)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
b) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **c)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

a) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) =$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = (2m - 1),$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum (2m - 1),$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$

б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 =$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$

б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$

б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 a_p =$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$

б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 a_{4-p} =$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$

б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} =$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$

б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$

б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5 a_{4-q} \quad a_{4-q},$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$

б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5 a_{5-q},$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$

б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5 (-1) \quad a_{5-q},$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$

б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5 (-1)^{q-1} a_{5-q},$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **с)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$

б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5 (-1)^{q-1} a_{5-q},$

с) $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16} =$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **в)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

$$\text{а)} \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$$

$$\text{б)} \quad a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5 (-1)^{q-1} a_{5-q},$$

$$\text{в)} \quad 1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16} = \sum_{m=1}^4 m^{m^2} \dots$$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **в)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

$$\text{а)} \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$$

$$\text{б)} \quad a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5 (-1)^{q-1} a_{5-q},$$

$$\text{в)} \quad 1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16} = \sum_{m=1}^4 m^{m^2} \dots$$

Есть одна проблема:

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **в)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

$$\text{а)} \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$$

$$\text{б)} \quad a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5 (-1)^{q-1} a_{5-q},$$

$$\text{в)} \quad 1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16} = \sum_{m=1}^4 m^{m^2} \dots$$

Есть одна проблема: 3^{3^3} — это $(3^3)^3$ или $3^{(3^3)}$?

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **в)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

а) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$

б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5 (-1)^{q-1} a_{5-q},$

в) $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16} = \sum_{m=1}^4 m^{m^2} \dots$

Есть одна проблема: 3^{3^3} — это $(3^3)^3$ или $3^{(3^3)}$?
 $(3^3)^3 =$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **в)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

$$\text{а)} \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$$

$$\text{б)} \quad a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5 (-1)^{q-1} a_{5-q},$$

$$\text{в)} \quad 1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16} = \sum_{m=1}^4 m^{m^2} \dots$$

Есть одна проблема: 3^{3^3} — это $(3^3)^3$ или $3^{(3^3)}$?

$$(3^3)^3 = 3^9$$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **в)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

$$\text{а)} \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$$

$$\text{б)} \quad a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5 (-1)^{q-1} a_{5-q},$$

$$\text{в)} \quad 1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16} = \sum_{m=1}^4 m^{m^2} \dots$$

Есть одна проблема: 3^{3^3} — это $(3^3)^3$ или $3^{(3^3)}$?
 $(3^3)^3 = 3^9 \quad \quad = 3^{(3^3)}.$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **в)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

$$\text{а)} \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$$

$$\text{б)} \quad a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5 (-1)^{q-1} a_{5-q},$$

$$\text{в)} \quad 1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16} = \sum_{m=1}^4 m^{m^2} \dots$$

Есть одна проблема: 3^{3^3} — это $(3^3)^3$ или $3^{(3^3)}$?
 $(3^3)^3 = 3^9 \quad 2^{27} = 2^{(3^3)}.$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **в)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

$$\text{а)} \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$$

$$\text{б)} \quad a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5 (-1)^{q-1} a_{5-q},$$

$$\text{в)} \quad 1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16} = \sum_{m=1}^4 m^{m^2} \dots$$

Есть одна проблема: 3^{3^3} — это $(3^3)^3$ или $3^{(3^3)}$?
 $(3^3)^3 = 3^9 \neq 2^{27} = 3^{(3^3)}.$

Задача 4. Запишите с помощью символа суммирования выражения **а)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
б) $a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0$, **в)** $1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16}$.

Ответ.

$$\text{а)} \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \sum_{n=0}^4 (2n + 1) = \sum_{m=1}^5 (2m - 1),$$

$$\text{б)} \quad a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = \sum_{p=0}^4 (-1)^p a_{4-p} = \sum_{q=1}^5 (-1)^{q-1} a_{5-q},$$

$$\text{в)} \quad 1 + 2^4 + 3^9 + 4^{16} = \sum_{m=1}^4 m^{(m^2)}.$$

Есть одна проблема: 3^{3^3} — это $(3^3)^3$ или $3^{(3^3)}$?
 $(3^3)^3 = 3^9 \neq 2^{27} = 3^{(3^3)}.$

Решение задачи 5.

Задача 5. Переставьте местами символы суммирования $\sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 i(j+1)$. Проверьте правильность результата непосредственным вычислением.

Задача 5. Переставьте местами символы суммирования $\sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 i(j+1)$. Проверьте правильность результата непосредственным вычислением.

Ответ. На языке графики ($\times$ означает, что $i(j+1)$ является слагаемым этой суммы, $\bullet$ —

означает, что $i(j+1)$ не является слагаемым этой суммы):

$j \backslash i$	1	2	3	4
1	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
2	$\bullet$	$\times$	$\times$	$\times$
3	$\bullet$	$\bullet$	$\times$	$\times$
4	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$	$\times$

Задача 5. Переставьте местами символы суммирования $\sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 i(j+1)$. Проверьте правильность результата непосредственным вычислением.

Ответ. На языке графики ($\times$ означает, что $i(j+1)$ является слагаемым этой суммы, $\bullet$ — означает, что $i(j+1)$ не является слагаемым этой суммы):

$j \backslash i$	1	2	3	4
1	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
2	$\bullet$	$\times$	$\times$	$\times$
3	$\bullet$	$\bullet$	$\times$	$\times$
4	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$	$\times$

. Следовательно,

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 i(j+1) = \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^j i(j+1).$$

Задача 5. Переставьте местами символы суммирования $\sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 i(j+1)$. Проверьте правильность результата непосредственным вычислением.

Ответ. На языке графики ($\times$ означает, что $i(j+1)$ является слагаемым этой суммы, $\bullet$ — означает, что $i(j+1)$ не является слагаемым этой суммы):

$j \backslash i$	1	2	3	4
1	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
2	$\bullet$	$\times$	$\times$	$\times$
3	$\bullet$	$\bullet$	$\times$	$\times$
4	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$	$\times$

. Следовательно,

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 i(j+1) = \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^j i(j+1).$$

В самом деле,

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 i(j+1) = 1 \cdot \underbrace{(2+3+4+5)}_{j=1,2,3,4} + 2 \cdot \underbrace{(3+4+5)}_{j=2,3,4} + 3 \cdot \underbrace{(4+5)}_{j=3,4} + 4 \cdot \underbrace{5}_{j=4} = 85,$$

Задача 5. Переставьте местами символы суммирования $\sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 i(j+1)$. Проверьте правильность результата непосредственным вычислением.

Ответ. На языке графики ($\times$ означает, что $i(j+1)$ является слагаемым этой суммы, $\bullet$ — означает, что $i(j+1)$ не является слагаемым этой суммы):

$j \backslash i$	1	2	3	4
1	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
2	$\bullet$	$\times$	$\times$	$\times$
3	$\bullet$	$\bullet$	$\times$	$\times$
4	$\bullet$	$\bullet$	$\bullet$	$\times$

. Следовательно,

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 i(j+1) = \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^j i(j+1).$$

В самом деле,

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 i(j+1) = 1 \cdot \underbrace{(2+3+4+5)}_{j=1,2,3,4} + 2 \cdot \underbrace{(3+4+5)}_{j=2,3,4} + 3 \cdot \underbrace{(4+5)}_{j=3,4} + 4 \cdot \underbrace{5}_{j=4} = 85,$$

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^j i(j+1) = \underbrace{1}_{i=1} \cdot 2 + \underbrace{(1+2)}_{i=1,2} \cdot 3 + \underbrace{(1+2+3)}_{i=1,2,3} \cdot 4 + \underbrace{(1+2+3+4)}_{i=1,2,3,4} \cdot 5 = 85.$$

Решение задачи 6.

Задача 6. Переставьте местами символы суммирования в выражении $\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{p+3} t_{pq}$.

Задача 6. Переставьте местами символы суммирования в выражении $\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{p+3} t_{pq}$.

Ответ. На языке графики ($\times$ означает, что t_{pq} является слагаемым этой суммы, $\bullet$ — означает, что t_{pq} не является слагаемым этой суммы):

Задача 6. Переставьте местами символы суммирования в выражении $\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{p+3} t_{pq}$.

Ответ. На языке графики ($\times$ означает, что t_{pq} является слагаемым этой суммы, $\bullet$ — означает,

что t_{pq} не является слагаемым этой суммы):

$q \backslash p$	1	2	3
1	$\times$	$\bullet$	$\bullet$
2	$\times$	$\times$	$\bullet$
3	$\times$	$\times$	$\times$
4	$\times$	$\times$	$\times$
5	$\bullet$	$\times$	$\times$
6	$\bullet$	$\bullet$	$\times$

Задача 6. Переставьте местами символы суммирования в выражении $\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{p+3} t_{pq}$.

Ответ. На языке графики ($\times$ означает, что t_{pq} является слагаемым этой суммы, $\bullet$ — означает,

что t_{pq} не является слагаемым этой суммы):

$q \backslash p$	1	2	3
1	$\times$	$\bullet$	$\bullet$
2	$\times$	$\times$	$\bullet$
3	$\times$	$\times$	$\times$
4	$\times$	$\times$	$\times$
5	$\bullet$	$\times$	$\times$
6	$\bullet$	$\bullet$	$\times$

. Поэтому

$$\sum_{p=1}^3 \sum_{q=p}^{p+3} t_{pq} = \sum_{q=1}^3 \sum_{p=1}^q t_{pq} + \sum_{q=4}^6 \sum_{p=q-3}^3 t_{pq}.$$

Решение задачи 7.

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $X_{2 \times 3}$ и $Y_{3 \times 5}$.

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j}$$

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j}$$

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1} y_{1j} + x_{i2} y_{2j} + x_{i3} y_{3j}$$

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_i y_{i1} + x_i y_{i2} + x_i y_{i3}$$

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.
Ответ.

$$z_{ij} = x_i y_{j1} + x_i y_{j2} + x_i y_{j3}$$

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j}$$

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j}$$

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j}$$

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.
Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j} = \sum x \ y \ .$$

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.
Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j} = \sum x \ y \ .$$

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.
Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j} = \sum x_i y \quad .$$

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.
Ответ.

$$z_{i\mathbf{j}} = x_{i1}y_{1\mathbf{j}} + x_{i2}y_{2\mathbf{j}} + x_{i3}y_{3\mathbf{j}} = \sum x_i \ y_{\mathbf{j}}.$$

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.
Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j} = \sum x_i y_j.$$

Задача 7. Записать формулу для вычисления произведения матриц $\mathbf{X}_{2 \times 3}$ и $\mathbf{Y}_{3 \times 5}$.

Ответ.

$$z_{ij} = x_{i1}y_{1j} + x_{i2}y_{2j} + x_{i3}y_{3j} = \sum_{k=1}^3 x_{ik}y_{kj}.$$

Решение задачи 8.

Задача 8. **а)** $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u & v & + & \\ & & & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 & v & + & \\ & & & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11} & v_{11} + \\ & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11} + & \\ & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11} + & \\ & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & \\ & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & \\ & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & \\ & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & \\ & \end{pmatrix}.$

Искали c_{11} — «первая строка на первый столбец».

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \end{pmatrix}.$

Искали c_{12} — «первая строка на второй столбец».

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+ & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Искали c_{21} — «вторая строка на первый столбец».

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

Искали c_{22} — «вторая строка на второй столбец».

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v & u & + \\ & & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+ & \\ & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+ & \\ & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & \\ & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & \\ & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & \\ & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & \\ & \end{pmatrix}.$

Искали d_{11} — «первая строка на первый столбец».

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Искали d_{12} — «первая строка на второй столбец».

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+ & \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Искали d_{21} — «вторая строка на первый столбец».

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (...);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (...).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Искали d_{22} — «вторая строка на второй столбец».

Задача 8. а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = (\dots);$ **б)** $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = (\dots).$

Ответ.

а) $\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}v_{11}+u_{12}v_{21} & u_{11}v_{12}+u_{12}v_{22} \\ u_{21}v_{11}+u_{22}v_{21} & u_{21}v_{12}+u_{22}v_{22} \end{pmatrix}.$

б) $\begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11}u_{11}+v_{12}u_{21} & v_{11}u_{12}+v_{12}u_{22} \\ v_{21}u_{11}+v_{22}u_{21} & v_{21}u_{12}+v_{22}u_{22} \end{pmatrix}.$

Обратите внимание, что результаты получились разные!

Решение задачи 9.

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} =$

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum f_{ik} g_{kj}$;

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum f_i g_j$;

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{FG}$, $\mathbf{B} = \mathbf{GF}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t \mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{HG}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{kj}$;

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj}$;

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m$$

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj}$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up}f_{pv} \quad ;$$

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1} g_u f_v;$$

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1} g_{up}f_{pv};$$

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up}f_{pv};$$

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up}f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m$$

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{FG}$, $\mathbf{B} = \mathbf{GF}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t \mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{HG}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up} f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{ps} h_{sq};$$

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{FG}$, $\mathbf{B} = \mathbf{GF}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t \mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{HG}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up} f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{sp} h_{sq};$$

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up}f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{sp}h_{sq};$$

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up}f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{sp}h_{sq};$$

$$d_{xy} = \sum$$

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up}f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{sp}h_{sq};$$

$$d_{xy} = \sum_{z=1}^m$$

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{FG}$, $\mathbf{B} = \mathbf{GF}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t \mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{HG}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up} f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{sp} h_{sq};$$

$$d_{xy} = \sum_{z=1}^m h_x g_y .$$

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up}f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{sp}h_{sq};$$

$$d_{xy} = \sum_{z=1}^m h_{xz}g_{yz}.$$

Задача 9. Для матриц $\mathbf{F}_{m \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{G}$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{F}$, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t\mathbf{H}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{G}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{kj};$

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m g_{up}f_{pv};$$

$$c_{pq} = \sum_{s=1}^m f_{sp}h_{sq};$$

$$d_{xy} = \sum_{z=1}^m h_{xz}g_{yz}.$$

Решение задачи 10.

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} =$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_i (g_{kj} + h_{kj})$;

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_i (g_{kj} + h_{kj});$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} =$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1} \sum_{q=1}$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv} ;$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv} \quad ;$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1} \sum_{q=1} f_{up} g_p h_v;$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1} \sum_{q=1} f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} =$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{pq} f_{xp} h_{yq} ;$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_x \ h \ f \ ;$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_p f_y ;$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

$$d_{xy} =$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{FGH}$, $\mathbf{C} = \mathbf{GHF}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{FH}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

$$d_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{xp} h_{pq} f_{yq}.$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{FGH}$, $\mathbf{C} = \mathbf{GHF}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{FH}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

$$d_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_x h_{pq} f_y.$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

$$d_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{xp} h_{pq} f_{yq}.$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

$$d_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{xp} h_{qp} f_{yq}.$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{FGH}$, $\mathbf{C} = \mathbf{GHF}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{FH}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

$$d_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{xp} h_{qp} f_{yq}.$$

Задача 10. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times m}$, $\mathbf{G}_{m \times m}$ и $\mathbf{H}_{m \times m}$ запишите формулы для вычисления коэффициентов матриц $\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{G} + \mathbf{H})$, $\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{G}\mathbf{H}$, $\mathbf{C} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}^t$, $\mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{H}^t\mathbf{F}^t$.

Ответ. $a_{ij} = \sum_{k=1}^m f_{ik} (g_{kj} + h_{kj})$;

$$b_{uv} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{up} g_{pq} h_{qv};$$

$$c_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m g_{xp} h_{pq} f_{yq};$$

$$d_{xy} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m f_{xp} h_{qp} f_{yq}.$$

Решение задачи 11.

Задача 11. Для матриц $F_{n \times n}$, $G_{n \times n}$ и $H_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$, **г)** $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$, **ё)** $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

а) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

а) $h_{\mathbf{i}j} = \sum_{k=1}^n f_{\mathbf{i}k}g_{jk}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

а) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$,

В h_{ij} первый индекс — i .

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

а) $h_{\textcolor{violet}{i}j} = \sum_{k=1}^n \textcolor{violet}{f}_{ik}g_{jk}$,

В h_{ij} первый индекс — i . Индекс i в f_{ik} тоже является первым.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

а) $h_{\textcolor{violet}{i}j} = \sum_{k=1}^n \textcolor{violet}{f}_{ik}g_{jk}$,

В h_{ij} первый индекс — i . Индекс i в f_{ik} тоже является первым. Значит, первым множителем будет $\mathbf{F}$.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

а) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{\textcolor{violet}{j}k}$,

В h_{ij} второй индекс — j .

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

а) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{\textcolor{violet}{j}k}$,

В h_{ij} второй индекс — j . Но индекс j в g_{jk} является первым.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

а) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{\textcolor{violet}{j}k}$,

В h_{ij} второй индекс — j . Но индекс j в g_{jk} является первым. Поэтому матрицу $\mathbf{G}$ придётся транспонировать.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{G}^t,$$

а) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{\textcolor{violet}{j}k},$

В h_{ij} второй индекс — j . Но индекс j в g_{jk} является первым. Поэтому матрицу $\mathbf{G}$ придётся транспонировать.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

б) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

б) $h_{\mathbf{i}j} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{k\mathbf{i}}$,

В h_{ij} первый индекс — это i .

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

б) $h_{\mathbf{i}\mathbf{j}} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{k\mathbf{i}}$,

В h_{ij} первый индекс — это i . Он входит в g_{ki} в качестве второго индекса.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

б) $h_{\mathbf{i}j} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{k\mathbf{i}}$,

В h_{ij} первый индекс — это i . Он входит в g_{ki} в качестве второго индекса. Значит, первым множителем будет $\mathbf{G}$, причём её придётся транспонировать.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{G}^t$.

б) $h_{\mathbf{i}j} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{k\mathbf{i}}$,

В h_{ij} первый индекс — это i . Он входит в g_{ki} в качестве второго индекса. Значит, первым множителем будет $\mathbf{G}$, причём её придётся транспонировать.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{G}^t$.

б) $h_{i\mathbf{j}} = \sum_{k=1}^n f_{\mathbf{j}k} g_{ki}$,

В h_{ij} второй индекс — это j .

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{G}^t$.

б) $h_{i\mathbf{j}} = \sum_{k=1}^n f_{\mathbf{j}k}g_{ki}$,

В h_{ij} второй индекс — это j . Он входит в f_{jk} в качестве первого индекса.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{G}^t$.

б) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n f_{\textcolor{violet}{j}k}g_{ki}$,

В h_{ij} второй индекс — это j . Он входит в f_{jk} в качестве первого индекса.

Значит, вторым множителем будет $\mathbf{F}$, причём её тоже придётся транспонировать.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}^t \cdot \mathbf{F}^t,$$

б) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n f_{\textcolor{violet}{j}k}g_{ki},$

В h_{ij} второй индекс — это j . Он входит в f_{jk} в качестве первого индекса.

Значит, вторым множителем будет $\mathbf{F}$, причём её тоже придётся транспонировать.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

в) $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

в) $h_{\mathbf{p}q} = \sum_{m=1}^n f_{\mathbf{p}m}g_{mq}$,

В h_{pq} первым индексом является p .

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

в) $h_{\mathbf{p}q} = \sum_{m=1}^n f_{\mathbf{p}m}g_{mq}$,

В h_{pq} первым индексом является p . Он является в f_{pm} первым индексом. Значит,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

в) $h_{\mathbf{p}q} = \sum_{m=1}^n f_{\mathbf{p}m}g_{mq}$,

В h_{pq} первым индексом является p . Он является в f_{pm} первым индексом. Значит, первым множителем будет $\mathbf{F}$.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

в) $h_{p\mathbf{q}} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{m\mathbf{q}}$,

В h_{pq} вторым индексом является q .

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

в) $h_{p\mathbf{q}} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{m\mathbf{q}}$,

В h_{pq} вторым индексом является q . Он является в g_{mq} вторым индексом. Значит, вторым множителем будет $\mathbf{G}$.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{G},$$

в) $h_{p\mathbf{q}} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{m\mathbf{q}},$

В h_{pq} вторым индексом является q . Он является в g_{mq} вторым индексом. Значит, вторым множителем будет $\mathbf{G}$.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

г) $h_{\mathbf{p}q} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{\mathbf{p}m}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot$

г) $h_{\mathbf{p}q} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{\mathbf{p}m}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot$

г) $h_{p\mathbf{q}} = \sum_{k=1}^n f_{\mathbf{q}m} g_{pm}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{F}^t,$$

г) $h_{p\mathbf{q}} = \sum_{k=1}^n f_{\mathbf{q}m} g_{pm},$

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

д) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

д) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

д) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

д) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot$

д) $h_{i\mathbf{j}} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{m\mathbf{j}}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot \sum_{k=1}^n \cdot \mathbf{F}_k$,
д) $h_{i\mathbf{j}} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{m\mathbf{j}}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot \sum_{k=1}^n \cdot \mathbf{F}$,
д) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{i\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}\mathbf{m}} f_{\mathbf{m}j}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{F}$,

д) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{i\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}\mathbf{m}} f_{\mathbf{m}j}$,

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

е) $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

е) $h_{\mathbf{i}\mathbf{j}} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{\mathbf{i}m}f_{jk}$.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot$

е) $h_{\mathbf{i}\mathbf{j}} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{\mathbf{i}m} f_{jk}$.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot$

е) $h_{\mathbf{i}j} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{\mathbf{m}k}g_{\mathbf{i}m}f_{jk}$.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{F}.$$

е) $h_{\mathbf{i}j} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{\mathbf{m}k} g_{\mathbf{i}m} f_{jk}$.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{F}.$$

е) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{m\textcolor{blue}{k}}g_{im}f_{\textcolor{blue}{j}\textcolor{violet}{k}}.$

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$$\mathbf{H} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^t,$$

е) $h_{i\textcolor{violet}{j}} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{m\textcolor{blue}{k}} g_{im} f_{\textcolor{blue}{j}\textcolor{violet}{k}}.$

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik}g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk}g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm}g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm}g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik}g_{km}f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk}g_{im}f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} =$

ё) $h_{\mathbf{j}i} = \sum_{k=1}^n f_{ki}(g_{\mathbf{j}k} + f_{k\mathbf{j}})$.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = (\mathbf{G} + \mathbf{F}^t) \cdot$

ё) $h_{\mathbf{j}i} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{\mathbf{j}k} + f_{k\mathbf{j}})$.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = (\mathbf{G} + \mathbf{F}^t) \cdot$

ё) $h_{\mathbf{j}\mathbf{i}} = \sum_{k=1}^n f_{\mathbf{k}\mathbf{i}} (g_{jk} + f_{kj})$.

Задача 11. Для матриц $\mathbf{F}_{n \times n}$, $\mathbf{G}_{n \times n}$ и $\mathbf{H}_{n \times n}$ дословно переведите на язык матричных операций утверждения: **а)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{ik} g_{jk}$, **б)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n f_{jk} g_{ki}$, **в)** $h_{pq} = \sum_{m=1}^n f_{pm} g_{mq}$,

г) $h_{pq} = \sum_{k=1}^n f_{qm} g_{pm}$, **д)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{ik} g_{km} f_{mj}$, **е)** $h_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n f_{mk} g_{im} f_{jk}$,

ё) $h_{ji} = \sum_{k=1}^n f_{ki} (g_{jk} + f_{kj})$.

Ответ.

$\mathbf{H} = (\mathbf{G} + \mathbf{F}^t) \cdot \mathbf{F}$,

ё) $h_{j\mathbf{i}} = \sum_{k=1}^n f_{k\mathbf{i}} (g_{jk} + f_{kj})$.

Решение задачи 12.

Задача 12. Найдите произведения матриц:

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = ?,$$
$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = ?, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = ?.$$

Задача 12. Найдите произведения матриц: $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = ?$,

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = ?, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = ?.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 & -3 \\ -10 & -2 & 1 & -4 \end{pmatrix},$

Задача 12. Найдите произведения матриц: $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = ?$,

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = ?, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = ?.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 & -3 \\ -10 & -2 & 1 & -4 \end{pmatrix},$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -1 & 2 & -3 \\ -3 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix},$$

Задача 12. Найдите произведения матриц: $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = ?$,

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = ?, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = ?.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 & -3 \\ -10 & -2 & 1 & -4 \end{pmatrix},$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -1 & 2 & -3 \\ -3 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 5 \\ 5 & 8 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 13.

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} =$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv}q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw}q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} =$

$$s_{uv} = \sum_w p_{wv}q_{wu}$$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw}q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} =$

$$s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q} \cdot$

$$s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q} \cdot$

$$s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$$

Причём u должен был бы быть *первым* индексом...

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t$.

$$s_{\text{в}} = \sum_w p_{w\text{в}} q_{w\text{а}}$$

Причём *и* должен был бы быть *первым* индексом...

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv}q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw}q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t$.

$$s_{u\mathbf{v}} = \sum_w p_{wv}q_{wu}$$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw}q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t$.

$$s_{u\mathbf{v}} = \sum_w p_{w\mathbf{v}} q_{wu}$$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$

$$s_{u\mathbf{v}} = \sum_w p_{w\mathbf{v}} q_{wu}$$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$

$$s_{u\mathbf{v}} = \sum_w p_{w\mathbf{v}} q_{wu}$$

Причём u должен был бы быть *вторым* индексом...

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

$$s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$$

Причём u должен был бы быть *вторым* индексом...

Значит, транспонировать $\mathbf{P}$ не надо.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} =$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv}q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw}q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw}q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$

Размерность матрицы $\mathbf{F}$ равна...

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$

Размерность матрицы $\mathbf{F}$ равна...

При $i = 1$:

При $i = 2$:

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{uw} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$

Размерность матрицы $\mathbf{F}$ равна...

При $i = 1$: $f_1 =$

При $i = 2$:

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$

Размерность матрицы $\mathbf{F}$ равна...

При $i = 1$: $f_1 = p_{21}$;

При $i = 2$:

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$

Размерность матрицы $\mathbf{F}$ равна...

При $i = 1$: $f_1 = p_{21}$;

При $i = 2$: $f_2 =$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$

Размерность матрицы $\mathbf{F}$ равна...

При $i = 1$: $f_1 = p_{21}$;

При $i = 2$: $f_2 = p_{12}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} =$

Размерность матрицы $\mathbf{F}$ равна...

При $i = 1$: $f_1 = p_{21}$;

При $i = 2$: $f_2 = p_{12}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{uw} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$

Размерность матрицы $\mathbf{F}$ равна...

При $i = 1$: $f_1 = p_{21}$;

При $i = 2$: $f_2 = p_{12}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} =$

Размерность матрицы $\mathbf{F}$ равна...

При $i = 1$: $f_1 = p_{21}$;

При $i = 2$: $f_2 = p_{12}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

$$\text{б) } \mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} =$$

Размерность матрицы $\mathbf{F}$ равна...

При $i = 1$: $f_1 = p_{21}$;

При $i = 2$: $f_2 = p_{12}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

$$\text{б) } \mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}.$$

Размерность матрицы $\mathbf{F}$ равна...

При $i = 1$: $f_1 = p_{21}$;

При $i = 2$: $f_2 = p_{12}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

$$\text{б) } \mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Размерность матрицы $\mathbf{F}$ равна...

При $i = 1$: $f_1 = p_{21}$;

При $i = 2$: $f_2 = p_{12}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

$$\text{б) } \mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Размерность матрицы $\mathbf{F}$ равна...

При $i = 1$: $f_1 = p_{21}$;

При $i = 2$: $f_2 = p_{12}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 =$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$

в) $g_1 =$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 =$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $g_i =$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 =$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $g_i = g'_{ii}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 =$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $g_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' =$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$

в) $g_1 =$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $g_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} =$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 =$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $g_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$

в) $g_1 = p_{11} q_{11} +$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $g_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}.$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21},$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}.$

Тогда $g_i = g'_{ii}.$ $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}.$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21},$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $g_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}.$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}, \quad g_2 =$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $g_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}.$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

$$\text{б) } \mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{в) } g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}, \quad g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}.$$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

$$\text{Тогда } g_i = g'_{ii}. \quad \mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}.$$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}, \quad g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}.$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $g_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}.$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $g_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

г) $h_1 =$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

$$\text{б) } \mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{в) } g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}, \quad g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}.$$

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

$$\text{г) } h_1 =$$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

$$\text{Рассмотрим } g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}.$$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

г) $h_1 =$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $h_i =$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

г) $h_1 =$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $h_i = g'_{ii}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

$$\text{б) } \mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

г) $h_1 =$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $h_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' =$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

г) $h_1 =$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $h_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} =$

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

г) $h_1 =$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $h_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

г) $h_1 = p_{11}q_{12} +$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $h_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

г) $h_1 = p_{11}q_{12} + p_{12}q_{22}$,

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $h_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

г) $h_1 = p_{11}q_{12} + p_{12}q_{22}$,

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $h_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

г) $h_1 = p_{11}q_{12} + p_{12}q_{22}$, $g_2 =$

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $h_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{uw} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

г) $h_1 = p_{11}q_{12} + p_{12}q_{22}$, $g_2 = p_{21}q_{11} + p_{22}q_{21}$.

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $h_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

г) $h_1 = p_{11}q_{12} + p_{12}q_{22}$, $g_2 = p_{21}q_{11} + p_{22}q_{21}$.

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $h_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

г) $h_1 = p_{11}q_{12} + p_{12}q_{22}$, $g_2 = p_{21}q_{11} + p_{22}q_{21}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов боковой диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

Рассмотрим $g'_{ij} = \sum_w p_{iw} q_{wj}$.

Тогда $h_i = g'_{ii}$. $\mathbf{G}' = \begin{pmatrix} g'_{11} & g'_{12} \\ g'_{21} & g'_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

Задача 13. Пусть $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

а) если $s_{uv} = \sum_w p_{wv} q_{wu}$, то $\mathbf{S} = \dots$;

в) если $g_i = \sum_w p_{iw} q_{wi}$, то $\mathbf{G} = \dots$;

б) если $f_i = p_{3-i,i}$, то $\mathbf{F} = \dots$;

г) если $h_i = \sum_w p_{iw} q_{w(3-i)}$, то $\mathbf{H} = \dots$

Ответ. а) $\mathbf{S} = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{P}$.

б) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{21} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

в) $g_1 = p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}$, $g_2 = p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

г) $h_1 = p_{11}q_{12} + p_{12}q_{22}$, $g_2 = p_{21}q_{11} + p_{22}q_{21}$.

Матрица $\mathbf{G}$ представляет собой столбец из элементов боковой диагонали матрицы $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$.

Решение задачи 14.

Задача 14. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 14. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 =$

Задача 14. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix}$,

Задача 14. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix},$

$$x^2 - 2x =$$

Задача 14. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix},$

$$x^2 - 2x = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 14. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix},$

$$x^2 - 2x = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix},$$

Задача 14. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix},$

$$x^2 - 2x = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix},$$

$$x^2 - 2x - 4E =$$

Задача 14. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix},$

$$x^2 - 2x = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix},$$

$$x^2 - 2x - 4E = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 14. Вычислить значение многочлена $x^2 - 2x - 4$ при $x = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $x^2 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix},$

$$x^2 - 2x = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 8 & -3 & 7 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix},$$

$$x^2 - 2x - 4E = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 15.

Задача 15. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Задача 15. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. Заметим, что матрица в правой части этого равенства получена дублированием и умножением на константу столбцов матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$.

Задача 15. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. Заметим, что матрица в правой части этого равенства получена дублированием и умножением на константу столбцов матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$. Так как строки при этом не менялись, то можно положить $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 15. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. Заметим, что матрица в правой части этого равенства получена дублированием и умножением на константу столбцов матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$. Так как строки при этом не менялись, то можно положить $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Используя «умножение на макроуровне», получаем $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

Задача 15. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} = ? \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + ? \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + ? \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} =$$

Задача 15. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} =$$

Задача 15. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow Y_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 15. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} =$$

Задача 15. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. $Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 \end{pmatrix}$, где

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow Y_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 15. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. Значит, $Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Таким образом,

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 16.

Задача 16. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Задача 16. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ. Отличие от предыдущего примера состоит в том, что нам надо еще убрать первую строчку в матрице

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для этого достаточно обе части этого равенства умножить слева на $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. В итоге получим

Задача 16. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** подберите матрицы X и Y с тем, чтобы $X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$.

Ответ.

$$\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 7 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

то есть $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$

Решение задачи 17.

Задача 17. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Задача 17. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Ответ. Сначала запишем каждую систему в матричном виде:

Задача 17. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Ответ. Сначала запишем каждую систему в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

Задача 17. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Ответ. Сначала запишем каждую систему в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix},$$

Задача 17. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Ответ. Сначала запишем каждую систему в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 17. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Ответ. Сначала запишем каждую систему в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

С помощью «умножения на макроуровне» эти три уравнения «сшиваются» в одно

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & a & \alpha \\ y & b & \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 17. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Ответ. Кстати, матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & a & \alpha \\ y & b & \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ легко решается с помощью «умножения на макроуровне».

Задача 17. С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** сведите решение трех систем линейных уравнений: $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha - \beta = 0, \\ \alpha + \beta = 2, \end{cases}$ к одному матричному уравнению.

Ответ. В самом деле, первый столбец матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ — это $0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, аналогично «в уме» подбираются коэффициенты в разложении второго и третьего столбца в линейную комбинацию столбцов матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Получаем $\begin{pmatrix} x & a & \alpha \\ y & b & \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, то есть $\begin{cases} x = 0, \\ y = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2, \\ b = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = 1. \end{cases}$

Решение задачи 18.

Задача 18. Функцию, вычисляющую сумму всех элементов матрицы размерности 3×2 , определить формулой, использующей только умножение матриц и детерминант.

Задача 18. Функцию, вычисляющую сумму всех элементов матрицы размерности 3×2 , определить формулой, использующей только умножение матриц и детерминант.

Ответ. $f(X) = \det \left(\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right).$

Решение задачи 19.

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} =$$

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \sum_{p=1}^3$$

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \sum_{p=1}^3 \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^3$$

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \sum_{p=1}^3 \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^3 \sum_{\substack{r=1 \\ r \notin \{p; q\}}}^3$$

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \sum_{p=1}^3 \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^3 \sum_{\substack{r=1 \\ r \notin \{p; q\}}}^3 (-1)^{\mu(p;q;r)} .$$

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \sum_{p=1}^3 \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^3 \sum_{\substack{r=1 \\ r \notin \{p; q\}}}^3 (-1)^{\mu(p;q;r)} \cdot x_{1p} \cdot$$

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \sum_{p=1}^3 \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^3 \sum_{\substack{r=1 \\ r \notin \{p; q\}}}^3 (-1)^{\mu(p; q; r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r}.$$

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \sum_{p=1}^3 \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^3 \sum_{\substack{r=1 \\ r \notin \{p; q\}}}^3 (-1)^{\mu(p; q; r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r},$$

где $\mu(p; q; r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p; q; r)$.

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \sum_{p=1}^3 \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^3 \sum_{\substack{r=1 \\ r \notin \{p, q\}}}^3 (-1)^{\mu(p; q; r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r},$$

где $\mu(p; q; r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p; q; r)$.

Разложение по первой строке:

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \sum_{p=1}^3 \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^3 \sum_{\substack{r=1 \\ r \notin \{p, q\}}}^3 (-1)^{\mu(p; q; r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r},$$

где $\mu(p; q; r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p; q; r)$.

Разложение по первой строке:

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} =$$

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \sum_{p=1}^3 \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^3 \sum_{\substack{r=1 \\ r \notin \{p; q\}}}^3 (-1)^{\mu(p; q; r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r},$$

где $\mu(p; q; r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p; q; r)$.

Разложение по первой строке:

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \left| \begin{array}{|c|c|c|} \hline x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ \hline x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ \hline x_{31} & x_{32} & x_{33} \\ \hline \end{array} \right| =$$

$$= (-1)^{1+1} x_{11} \cdot \left| \begin{array}{cc} x_{22} & x_{23} \\ x_{32} & x_{33} \end{array} \right| +$$

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \sum_{p=1}^3 \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^3 \sum_{\substack{r=1 \\ r \notin \{p; q\}}}^3 (-1)^{\mu(p; q; r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r},$$

где $\mu(p; q; r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p; q; r)$.

Разложение по первой строке:

$$\begin{aligned} \det (x_{ij})_{3 \times 3} &= \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} = \\ &= (-1)^{1+1} x_{11} \cdot \begin{vmatrix} x_{22} & x_{23} \\ x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} x_{12} \cdot \begin{vmatrix} x_{21} & x_{23} \\ x_{31} & x_{33} \end{vmatrix} + \end{aligned}$$

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \sum_{p=1}^3 \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^3 \sum_{\substack{r=1 \\ r \notin \{p, q\}}}^3 (-1)^{\mu(p; q; r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r},$$

где $\mu(p; q; r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p; q; r)$.

Разложение по первой строке:

$$\begin{aligned} \det (x_{ij})_{3 \times 3} &= \left| \begin{array}{cc|c} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ \hline x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{array} \right| = \\ &= (-1)^{1+1} x_{11} \cdot \left| \begin{array}{cc} x_{22} & x_{23} \\ x_{32} & x_{33} \end{array} \right| + (-1)^{1+2} x_{12} \cdot \left| \begin{array}{cc} x_{21} & x_{23} \\ x_{31} & x_{33} \end{array} \right| + (-1)^{1+3} x_{13} \cdot \left| \begin{array}{cc} x_{21} & x_{22} \\ x_{31} & x_{32} \end{array} \right|. \end{aligned}$$

Задача 19. Запишите формулу для вычисления детерминанта матрицы $(x_{ij})_{3 \times 3}$ по **инвариантному определению** и с помощью **разложения по первой строке**.

Ответ.

$$\det (x_{ij})_{3 \times 3} = \sum_{p=1}^3 \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^3 \sum_{\substack{r=1 \\ r \notin \{p, q\}}}^3 (-1)^{\mu(p; q; r)} \cdot x_{1p} \cdot x_{2q} \cdot x_{3r},$$

где $\mu(p; q; r)$ — число **инверсий** в **перестановке** $(p; q; r)$.

Разложение по первой строке:

$$\begin{aligned} \det (x_{ij})_{3 \times 3} &= \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} = \\ &= x_{11} \cdot \begin{vmatrix} x_{22} & x_{23} \\ x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} - x_{12} \cdot \begin{vmatrix} x_{21} & x_{23} \\ x_{31} & x_{33} \end{vmatrix} + x_{13} \cdot \begin{vmatrix} x_{21} & x_{22} \\ x_{31} & x_{32} \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Решение задачи 20.

Задача 20.

Вычислите

детерминанты

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix},$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Задача 20. Вычислите детерминанты

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$

Задача 20. Вычислите детерминанты

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$

Задача 20. Вычислите детерминанты

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} \boxed{2} & \boxed{-1} & \boxed{0} \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$

$$= 0 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} -$$

Задача 20. Вычислите детерминанты

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} =$

$$= 0 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} +$$

Задача 20. Вычислите детерминанты

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ \boxed{-4} & \boxed{-2} & \boxed{0} \end{vmatrix} =$

$$= 0 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 16,$$

Задача 20. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} =$

Задача 20. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 11$,

Задача 20. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 11$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} =$$

Задача 20. Вычислите детерминанты $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 11$,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 27 =$$

Задача 20. Вычислите детерминанты

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16,$ $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 11,$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 27 =$$

Задача 20. Вычислите детерминанты

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16,$ $\begin{vmatrix} 2 & -1 & \boxed{1} \\ 3 & 2 & \boxed{2} \\ -4 & -2 & \boxed{-1} \end{vmatrix} = 11,$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 27 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 + \boxed{1} \\ 3 & 2 & 2 + \boxed{2} \\ -4 & -2 & 0 + \boxed{-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 20. Вычислите детерминанты

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 16,$ $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 11,$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 27 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 + 1 \\ 3 & 2 & 2 + 2 \\ -4 & -2 & 0 + -1 \end{vmatrix} = 16 + 11.$$

Решение задачи 21.

Задача 21. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}.$$

Задача 21. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}.$$

Ответ. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} =$

Задача 21. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{pmatrix} \right| =$$

Задача 21. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} =$$

Задача 21. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$\text{Ответ.} \quad \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} =$$

Задача 21. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } & \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = \\ & = 2 \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{pmatrix} \right| = \end{aligned}$$

Задача 21. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } & \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = \\ & = 2 \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{pmatrix} \right| = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

Задача 21. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } & \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = \\ & = 2 \begin{vmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{pmatrix} \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} = \\ & = -2 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

Задача 21. Используя элементарные преобразования, вычислите детерминант

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ответ.} \quad & \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix} = \\ & = 2 \begin{vmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -5 & 6 \end{pmatrix} \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} = \\ & = -2 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} = 6. \end{aligned}$$

Решение задачи 22.

Задача 22. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$, $\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0$.

Задача 22. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$, $\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$

Задача 22. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$, $\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow$

Задача 22. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$, $\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = 5. \end{cases}$

Задача 22. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$, $\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = 5. \end{cases}$

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

Задача 22. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$, $\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = 5. \end{cases}$

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -x^3 - x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow$$

Задача 22. Решите уравнения $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$, $\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0$.

Ответ. $\begin{vmatrix} 3-x & 2 \\ 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = 5. \end{cases}$

$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & -1 \\ -2 & -8-x & 5 \\ -1 & -9 & 5-x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -x^3 - x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = 1, \\ x = -2. \end{cases}$

Решение задачи 23.

Задача 23.

Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$$

третьего порядка.

Задача 23. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 23. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

Задача 23. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

Задача 23. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

Задача 23. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) \end{vmatrix} =$$

Задача 23. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) \end{vmatrix} = \\ &= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1) \begin{vmatrix} 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

Задача 23. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix}$ третьего порядка.

Ответ.

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) \end{vmatrix} = \\ &= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1) \begin{vmatrix} 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \end{vmatrix} = (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2). \end{aligned}$$

Решение задачи 24.

Задача 24.

Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$$

четвертого порядка.

Задача 24. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$$

четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix} =$$

Задача 24. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix} \text{ четвертого порядка.}$$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 - x_1 x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 - x_1 x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 - x_1 x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 24. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 - x_1 x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 - x_1 x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 - x_1 x_4^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1 x_2 & x_2^3 - x_1 x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1 x_3 & x_3^3 - x_1 x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 - x_1 x_4 & x_4^3 - x_1 x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 24. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 24. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ 1 & x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Задача 24. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$$

четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{aligned} &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) \\ x_4 - x_1 & x_4(x_4 - x_1) & x_4^2(x_4 - x_1) \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

Задача 24. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$$

четвертого порядка.

Ответ.

$$\begin{aligned} &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 \\ x_4 - x_1 & x_4^2 - x_1x_4 & x_4^3 - x_1x_4^2 \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) \\ x_4 - x_1 & x_4(x_4 - x_1) & x_4^2(x_4 - x_1) \end{vmatrix} = \\ &= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_4 - x_1) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

Задача 24. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix} \text{ четвертого порядка.}$$

Ответ.

$$\begin{aligned} &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) \\ x_4 - x_1 & x_4(x_4 - x_1) & x_4^2(x_4 - x_1) \end{vmatrix} = \\ &= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_4 - x_1) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

Согласно полученной ранее **формуле для определителя Вандермонда третьего порядка** получаем

Задача 24. Найдите определитель Вандермонда $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \end{vmatrix}$ четвертого порядка.

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) \\ x_4 - x_1 & x_4(x_4 - x_1) & x_4^2(x_4 - x_1) \end{vmatrix} =$$

$$= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_4 - x_1) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{vmatrix} =$$

Согласно полученной ранее **формуле для определителя Вандермонда третьего порядка** получаем

$$= (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_4 - x_1)(x_3 - x_2)(x_4 - x_2)(x_4 - x_3).$$

Решение задачи 25.

Задача 25.

Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен $\prod_{i=2}^n \prod_{j=1}^{i-1} (x_i - x_j)$.

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен $\prod_{i=2}^n \prod_{j=1}^{i-1} (x_i - x_j)$.

В качестве базы индукции можно взять случай $n = 2$.

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен $\prod_{i=2}^n \prod_{j=1}^{i-1} (x_i - x_j)$.

В качестве базы индукции можно взять случай $n = 2$.

Докажем шаг индукции.

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

Формула для определителя Вандермонда третьего порядка позволяет сформулировать гипотезу о том, что определитель Вандермонда произвольного порядка равен $\prod_{i=2}^n \prod_{j=1}^{i-1} (x_i - x_j)$.

В качестве базы индукции можно взять случай $n = 2$.

Докажем шаг индукции.

Пусть $n > 2$ и для всех определителей Вандермонда порядка, меньшего n , доказываемая формула верна.

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix} =$$

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \dots =$$

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \dots = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1 x_2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1 x_3 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 - x_1 x_n & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$= \dots = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 - x_1 x_2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 - x_1 x_3 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 - x_1 x_n & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1 x_2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1 x_3 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n - x_1 & x_n^2 - x_1 x_n & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} =$$

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$\begin{aligned} &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1 x_2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1 x_3 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n - x_1 & x_n^2 - x_1 x_n & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1 x_2 & x_2^3 - x_1 x_2^2 & \dots & x_2^n - x_1 x_2^{n-1} \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1 x_3 & x_3^3 - x_1 x_3^2 & \dots & x_3^n - x_1 x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n^2 - x_1 x_n & x_n^3 - x_1 x_n^2 & \dots & x_n^n - x_1 x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$\begin{aligned} &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2^2 - x_1x_2 & x_2^3 - x_1x_2^2 & \dots & x_2^n - x_1x_2^{n-1} \\ x_3 - x_1 & x_3^2 - x_1x_3 & x_3^3 - x_1x_3^2 & \dots & x_3^n - x_1x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n^2 - x_1x_n & x_n^3 - x_1x_n^2 & \dots & x_n^n - x_1x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) & \dots & x_2^{n-1}(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) & \dots & x_3^{n-1}(x_3 - x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n(x_n - x_1) & x_n^2(x_n - x_1) & \dots & x_n^{n-1}(x_n - x_1) \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$\begin{aligned} &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) & \dots & x_2^{n-1}(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) & \dots & x_3^{n-1}(x_3 - x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n(x_n - x_1) & x_n^2(x_n - x_1) & \dots & x_n^{n-1}(x_n - x_1) \end{vmatrix} = \\ &= \left(\prod_{j=1}^{n-1} (x_n - x_j) \right) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$\begin{aligned} &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) & \dots & x_2^{n-1}(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) & \dots & x_3^{n-1}(x_3 - x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n(x_n - x_1) & x_n^2(x_n - x_1) & \dots & x_n^{n-1}(x_n - x_1) \end{vmatrix} = \\ &= \left(\prod_{j=1}^{n-1} (x_n - x_j) \right) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

По предположению индукции

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$\begin{aligned} &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) & \dots & x_2^{n-1}(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) & \dots & x_3^{n-1}(x_3 - x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n(x_n - x_1) & x_n^2(x_n - x_1) & \dots & x_n^{n-1}(x_n - x_1) \end{vmatrix} = \\ &= \left(\prod_{j=1}^{n-1} (x_n - x_j) \right) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

По предположению индукции

$$= \left(\prod_{j=1}^{n-1} (x_n - x_j) \right) \prod_{i=2}^{n-1} \prod_{j=1}^{i-1} (x_i - x_j) =$$

Задача 25. Найдите определитель Вандермонда

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}.$$

Ответ.

$$\begin{aligned} &= \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_2(x_2 - x_1) & x_2^2(x_2 - x_1) & \dots & x_2^{n-1}(x_2 - x_1) \\ x_3 - x_1 & x_3(x_3 - x_1) & x_3^2(x_3 - x_1) & \dots & x_3^{n-1}(x_3 - x_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & x_n(x_n - x_1) & x_n^2(x_n - x_1) & \dots & x_n^{n-1}(x_n - x_1) \end{vmatrix} = \\ &= \left(\prod_{j=1}^{n-1} (x_n - x_j) \right) \begin{vmatrix} 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \end{aligned}$$

По предположению индукции

$$= \left(\prod_{j=1}^{n-1} (x_n - x_j) \right) \prod_{i=2}^{n-1} \prod_{j=1}^{i-1} (x_i - x_j) = \prod_{i=2}^n \prod_{j=1}^{i-1} (x_i - x_j).$$

Решение задачи 26.

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}. \text{ Сформируем гипотезу индукции.}$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}. \text{ Имеем } \det(1) = 1,$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}. \text{ Имеем } \det(1) = 1, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1,$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}. \text{ Имеем } \det(1) = 1, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} =$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}. \text{ Имеем } \det(1) = 1, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}. \text{ Имеем } \det(1) = 1, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}. \text{ Имеем } \det(1) = 1, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1.$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}. \text{ Имеем } \det(1) = 1, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1.$$

Гипотеза индукции: рассматриваемый определитель произвольной размерности равен 1.

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}. \text{ База индукции (при } n = 1 \text{) доказана.}$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}. \text{ Шаг индукции: пусть}$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}. \text{ Шаг индукции: пусть } n > 1 \text{ и}$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ. Рассматриваемый детерминант можно представить в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}.$$

Шаг индукции: пусть $n > 1$ и для определителя меньшего порядка гипотеза верна.

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} =$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-(n-1) \end{vmatrix} =$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-(n-1) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-(n-1) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 \end{vmatrix}.$$

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n-(n-1) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n-1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 \end{vmatrix}.$$

По предположению индукции

последний детерминант равен 1.

Задача 26. Найдите детерминант матрицы размерности $n \times n$, каждый элемент которой равен минимальному из номеров строки и столбца, в котором расположен этот элемент.

Ответ.

Согласно принципу математической индукции искомый детерминант равен 1.

Решение задачи 27.

Задача 27. Следует ли из равенства $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, что матрицы

$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ — обратные друг к другу?

Задача 27. Следует ли из равенства $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, что матрицы

$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ — обратные друг к другу?

Ответ. Нет, не следует, так как эти матрицы не квадратные.

Решение задачи 28.

Задача 28. Как из матрицы A^{-1} размерности 3×3 получить матрицу B^{-1} , если B получена из A перестановкой первой и третьей строк?

Задача 28. Как из матрицы A^{-1} размерности 3×3 получить матрицу B^{-1} , если B получена из A перестановкой первой и третьей строк?

Ответ. Для того, чтобы получить матрицу B^{-1} , надо в матрице A^{-1} переставить местами первый и третий столбцы. В самом деле, с помощью «умножения матриц на макроуровне»,

получаем $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A$, поэтому, согласно **свойствам обратной матрицы**,

Задача 28. Как из матрицы A^{-1} размерности 3×3 получить матрицу B^{-1} , если B получена из A перестановкой первой и третьей строк?

Ответ. Для того, чтобы получить матрицу B^{-1} , надо в матрице A^{-1} переставить местами первый и третий столбцы. В самом деле, с помощью «умножения матриц на макроуровне»,

получаем $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A$, поэтому, согласно **свойствам обратной матрицы**,

$$B^{-1} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A \right)^{-1} =$$

Задача 28. Как из матрицы A^{-1} размерности 3×3 получить матрицу B^{-1} , если B получена из A перестановкой первой и третьей строк?

Ответ. Для того, чтобы получить матрицу B^{-1} , надо в матрице A^{-1} переставить местами первый и третий столбцы. В самом деле, с помощью «умножения матриц на макроуровне»,

получаем $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A$, поэтому, согласно **свойствам обратной матрицы**,

$$B^{-1} = \left(\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A \right) \right)^{-1} = A^{-1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} =$$

Задача 28. Как из матрицы A^{-1} размерности 3×3 получить матрицу B^{-1} , если B получена из A перестановкой первой и третьей строк?

Ответ. Для того, чтобы получить матрицу B^{-1} , надо в матрице A^{-1} переставить местами первый и третий столбцы. В самом деле, с помощью «умножения матриц на макроуровне»,

получаем $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A$, поэтому, согласно **свойствам обратной матрицы**,

$$B^{-1} = \left(\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A \right)^{-1} \right) = A^{-1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = A^{-1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 28. Как из матрицы A^{-1} размерности 3×3 получить матрицу B^{-1} , если B получена из A перестановкой первой и третьей строк?

Ответ. Как следует из результатов раздела, посвященного **умножению на макроуровне**, умножение матрицы A^{-1} *справа* на матрицу $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ осуществляет перестановку первого и третьего столбцов матрицы A^{-1} .

Решение задачи 29.

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Обычно применяется один из двух методов вычисления обратной матрицы.

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Проверить ваши результаты **вычисления обратной матрицы с помощью присоединенной матрицы?**

Проверить ваши результаты **вычисления обратной матрицы с помощью метода Гаусса?**

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью присоединенной матрицы.

Сначала составим матрицу из **дополнительных миноров элементов**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью присоединенной матрицы.

Сначала составим матрицу из **дополнительных миноров элементов**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & \\ & \end{pmatrix}$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью присоединенной матрицы.

Сначала составим матрицу из **дополнительных миноров элементов**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \end{pmatrix}$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью присоединенной матрицы.

Сначала составим матрицу из **дополнительных миноров элементов**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & \end{pmatrix}$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью присоединенной матрицы.

Сначала составим матрицу из **дополнительных миноров элементов**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью присоединенной матрицы.

Сменим знаки в соответствующих местах, чтобы получить **алгебраические дополнения**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью присоединенной матрицы.

Сменим знаки в соответствующих местах, чтобы получить **алгебраические дополнения**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & \\ & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью присоединенной матрицы.

Сменим знаки в соответствующих местах, чтобы получить **алгебраические дополнения**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**. Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \end{pmatrix}$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**. Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти детерминант исходной матрицы. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения к элементам матрицы, поэтому **по теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу** имеем:

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти детерминант исходной матрицы. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения к элементам матрицы, поэтому **по теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу** имеем:

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 3 =$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти детерминант исходной матрицы. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения к элементам матрицы, поэтому **по теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу** имеем:

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 3 = 2,$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти детерминант исходной матрицы. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения к элементам матрицы, поэтому **по теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу** имеем:

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 3 = 2,$$

$$\det \mathbf{A} = (-3) \cdot (-2) + (-4) \cdot 1 =$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти детерминант исходной матрицы. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения к элементам матрицы, поэтому **по теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу** имеем:

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 3 = 2,$$

$$\det \mathbf{A} = (-3) \cdot (-2) + (-4) \cdot 1 = 2.$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти детерминант исходной матрицы. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения к элементам матрицы, поэтому **по теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу** имеем:

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 3 = 2,$$

$$\det \mathbf{A} = (-3) \cdot (-2) + (-4) \cdot 1 = 2.$$

Значит, из доказательства **теоремы об условии обратимости квадратной матрицы**

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью **присоединенной матрицы**.

Транспонируем последнюю матрицу, чтобы получить **присоединенную матрицу**.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Осталось найти детерминант исходной матрицы. Элементами присоединенной матрицы являются алгебраические дополнения к элементам матрицы, поэтому **по теореме о разложении детерминанта по строке или столбцу** имеем:

$$\det \mathbf{A} = 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 3 = 2,$$

$$\det \mathbf{A} = (-3) \cdot (-2) + (-4) \cdot 1 = 2.$$

Значит, из доказательства **теоремы об условии обратимости квадратной матрицы**

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Проверить ваши результаты **вычисления обратной матрицы с помощью метода Гаусса?**

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью метода Гаусса.

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right) \sim$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3/2 & 1/2 \end{array} \right) \sim$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3/2 & 1/2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 3/2 & 1/2 \end{array} \right)$$

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3/2 & 1/2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 3/2 & 1/2 \end{array} \right)$$

Значит, $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Вычислим **обратную матрицу** с помощью метода Гаусса.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3/2 & 1/2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 3/2 & 1/2 \end{array} \right)$$

Значит, $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

Проверить ваши результаты **вычисления обратной матрицы с помощью присоединенной матрицы?**

Задача 29. Найдите матрицу, **обратную к матрице** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. Итак, получили $\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

Решение задачи 30.

Задача 30. Вычислите матрицы, **обратную к матрицам** $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 25 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -8 & 28 & -9 & -15 \\ -12 & 32 & -1 & -15 \\ -20 & 40 & -5 & -15 \\ 16 & -36 & 8 & 20 \end{pmatrix}.$$

Задача 30. Вычислите матрицы, обратную к матрицам $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 25 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -8 & 28 & -9 & -15 \\ -12 & 32 & -1 & -15 \\ -20 & 40 & -5 & -15 \\ 16 & -36 & 8 & 20 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 2.5 & 0.5 \\ -0.2 & 0 \end{pmatrix},$

Задача 30. Вычислите матрицы, обратную к матрицам $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 25 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -8 & 28 & -9 & -15 \\ -12 & 32 & -1 & -15 \\ -20 & 40 & -5 & -15 \\ 16 & -36 & 8 & 20 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 2.5 & 0.5 \\ -0.2 & 0 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{B}^{-1} = \begin{pmatrix} 1.5 & -6.5 & 2 \\ 0.5 & -2.5 & 1 \\ -0.5 & 0.5 & 0 \end{pmatrix},$$

Задача 30. Вычислите матрицы, обратную к матрицам $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 25 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -8 & 28 & -9 & -15 \\ -12 & 32 & -1 & -15 \\ -20 & 40 & -5 & -15 \\ 16 & -36 & 8 & 20 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 2.5 & 0.5 \\ -0.2 & 0 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{B}^{-1} = \begin{pmatrix} 1.5 & -6.5 & 2 \\ 0.5 & -2.5 & 1 \\ -0.5 & 0.5 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Решение задачи 31.

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Уравнение $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ можно решить **методом Гаусса** или с помощью **обратной матрицы**.

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Уравнение $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ можно решить **методом Гаусса** или с помощью **обратной матрицы**.

Проверить ваше решение методом Гаусса?

Проверить ваше решение с помощью обратной матрицы?

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **методом Гаусса.**

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **методом Гаусса.**

$$\begin{pmatrix} 1 & \\ & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right) =$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **методом Гаусса.**

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right) =$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **методом Гаусса.**

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 0 & 3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right),$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **методом Гаусса.**

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 0 & 3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & -7 & 7 \end{pmatrix}.$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **методом Гаусса.**

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 0 & 3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & -7 & 7 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, $X = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -7 & -7 \end{pmatrix}.$

Проверить ваше решение с помощью обратной матрицы?

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **с помощью обратной матрицы.**

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **с помощью обратной матрицы.**

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ **с помощью обратной матрицы.**

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Решение уравнения $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ с помощью обратной матрицы.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -7 & 7 \end{pmatrix}.$$

Проверить ваше решение методом Гаусса?

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$Y^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$Y^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$Y^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$Y^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$Y^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ Обычно применяется два варианта решения: применение **обратной матрицы** или сведение к **методу Гаусса** (используя свойства **транспонирования матриц**):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^t Y^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$Y^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса «в два этапа»:

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 5 & -9 & 1 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 5 & -9 & 1 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 5 & -9 & 1 \\ 0 & 11 & -22 & 0 \end{array} \right) \sim$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 5 & -9 & 1 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 5 & -9 & 1 \\ 0 & 11 & -22 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right)$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \dots \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right) \quad Z^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \dots \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right) \quad Z^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow Z = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \dots \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right) \quad Z^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow Z = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \dots \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right) \quad Z^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow Z = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$Z = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \dots \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right) \quad Z^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow Z = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$Z = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow Z = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{11} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса «в два этапа»:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -1 & -13 & -6 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ -3 & 1 & 18 & 10 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{array} \right)$$

$$Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^t Z^t = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^t \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & -5 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -2 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \dots \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right) \quad Z^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow Z = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$Z = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Z = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{11} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow Z = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса:

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ -3 & -4 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right) \sim$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ -3 & -4 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & -13 & -4 & -17 \\ 0 & 1 & 9 & 2 & 13 \end{array} \right)$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cc|ccc} 2 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ -3 & -4 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & -13 & -4 & -17 \\ 0 & 1 & 9 & 2 & 13 \end{array} \right) \quad T = \begin{pmatrix} -13 & -4 & -17 \\ 9 & 2 & 13 \end{pmatrix}.$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ -3 & -4 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & -13 & -4 & -17 \\ 0 & 1 & 9 & 2 & 13 \end{array} \right) \quad T = \begin{pmatrix} -13 & -4 & -17 \\ 9 & 2 & 13 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$ Решение методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ -3 & -4 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & -13 & -4 & -17 \\ 0 & 1 & 9 & 2 & 13 \end{array} \right) \quad T = \begin{pmatrix} -13 & -4 & -17 \\ 9 & 2 & 13 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ -3 & -4 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & -13 & -4 & -17 \\ 0 & 1 & 9 & 2 & 13 \end{array} \right) \quad T = \begin{pmatrix} -13 & -4 & -17 \\ 9 & 2 & 13 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow T = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 31. Решите матричные уравнения: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$

$$Y \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} Z \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -6 \\ 18 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$. Решение методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & -2 & 5 \\ -3 & -4 & 3 & 4 & -1 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & -13 & -4 & -17 \\ 0 & 1 & 9 & 2 & 13 \end{array} \right) \quad T = \begin{pmatrix} -13 & -4 & -17 \\ 9 & 2 & 13 \end{pmatrix}.$$

Решение с помощью **обратной матрицы**:

$$\begin{aligned} T &= \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow T = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T = \begin{pmatrix} -13 & -4 & -17 \\ 9 & 2 & 13 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Решение задачи 32.

Задача 32. Решите матричное уравнение $\mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 \\ 7 & 0 & -6 \end{pmatrix}$

Задача 32. Решите матричное уравнение $\mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -3 & -3 \\ -3 & 1 & 2 \\ 7 & 0 & -6 \end{pmatrix}$

Ответ. $\mathbf{X} = A^{-1} \cdot B$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Решение задачи 33.

Задача 33. Решите матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 & -4 & 40 \\ 123 & -7 & 82 \\ 186 & -10 & 124 \end{pmatrix}$

Задача 33. Решите матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 & -4 & 40 \\ 123 & -7 & 82 \\ 186 & -10 & 124 \end{pmatrix}$

Ответ. $\mathbf{X} = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Решение задачи 34.

Задача 34.

Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача 34. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix} \sim$

Задача 34. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 3 & 5 & 9 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 23 & 27 & 23 & -2 \\ 0 & 7 & 19 & 27 & 22 & -1 \end{pmatrix} \sim$

Задача 34. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 3 & 5 & 9 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 23 & 27 & 23 & -2 \\ 0 & 7 & 19 & 27 & 22 & -1 \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & -44 & -36 & -34 & 6 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 34. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 3 & 5 & 9 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 23 & 27 & 23 & -2 \\ 0 & 7 & 19 & 27 & 22 & -1 \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & -44 & -36 & -34 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 34. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & 3 & 2 \\ 7 & -2 & 2 & -1 & 9 & 5 \\ 3 & 4 & 10 & 15 & 16 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 3 & 5 & 9 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 23 & 27 & 23 & -2 \\ 0 & 7 & 19 & 27 & 22 & -1 \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & -44 & -36 & -34 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 9 & 9 & 8 & -1 \\ 0 & 0 & -22 & -18 & -17 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ранг равен 3.

Решение задачи 35.

Задача 35.

Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 6 & -2 & 4 & -2 & -2 \\ 5 & 1 & 3 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 12 & -2 & 8 & -2 & -3 \\ 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 35. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 6 & -2 & 4 & -2 & -2 \\ 5 & 1 & 3 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 12 & -2 & 8 & -2 & -3 \\ 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 18 & -2 & 12 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \end{pmatrix} \sim$

Задача 35. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 6 & -2 & 4 & -2 & -2 \\ 5 & 1 & 3 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 12 & -2 & 8 & -2 & -3 \\ 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 18 & -2 & 12 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Задача 35. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 6 & -2 & 4 & -2 & -2 \\ 5 & 1 & 3 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 12 & -2 & 8 & -2 & -3 \\ 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 18 & -2 & 12 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 9 & -1 & 6 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ранг равен 2.

Решение задачи 36.

Задача 36.

Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 6 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ 1 & -2 & -6 & 6 & 6 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 36. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 6 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ 1 & -2 & -6 & 6 & 6 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & 2 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & -9 & 5 & 4 & -3 & 6 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim$

Задача 36. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 6 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ 1 & -2 & -6 & 6 & 6 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & 2 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & -9 & 5 & 4 & -3 & 6 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \sim$

Задача 36. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 6 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ 1 & -2 & -6 & 6 & 6 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & 2 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & -9 & 5 & 4 & -3 & 6 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача 36. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 6 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ 1 & -2 & -6 & 6 & 6 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & 2 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & -9 & 5 & 4 & -3 & 6 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Ранг равен 4.

Решение задачи 37.

Задача 37. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Задача 37. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix} \sim$

Задача 37. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1+x & -3 & -3 & 6 & -6 \\ 0 & 2 & -4 & -3 & 1+2x & -3 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \sim$

Задача 37. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1+x & -3 & -3 & 6 & -6 \\ 0 & 2 & -4 & -3 & 1+2x & -3 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \sim$
 $\sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4+7x & 1+4x & 1-5x & -7-x \\ 0 & 0 & 10 & 5 & -9+2x & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow$

Задача 37. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1+x & -3 & -3 & 6 & -6 \\ 0 & 2 & -4 & -3 & 1+2x & -3 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \sim$
 $\sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4+7x & 1+4x & 1-5x & -7-x \\ 0 & 0 & 10 & 5 & -9+2x & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4+7x=10\lambda, \\ 1+4x=5\lambda, \\ 1-5x=(-9+2x)\lambda, \\ -7-x=-5\lambda. \end{cases}$

Задача 37. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1+x & -3 & -3 & 6 & -6 \\ 0 & 2 & -4 & -3 & 1+2x & -3 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4+7x & 1+4x & 1-5x & -7-x \\ 0 & 0 & 10 & 5 & -9+2x & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4+7x = 10\lambda, \\ 1+4x = 5\lambda, \\ 1-5x = (-9+2x)\lambda, \\ -7-x = -5\lambda. \end{cases}$$

Суммируя второе и пятое уравнения, получаем $x =$

Задача 37. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1+x & -3 & -3 & 6 & -6 \\ 0 & 2 & -4 & -3 & 1+2x & -3 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \sim$
 $\sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4+7x & 1+4x & 1-5x & -7-x \\ 0 & 0 & 10 & 5 & -9+2x & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4+7x=10\lambda, \\ 1+4x=5\lambda, \\ 1-5x=(-9+2x)\lambda, \\ -7-x=-5\lambda. \end{cases}$

Суммируя второе и пятое уравнения, получаем $x = 2$.

При этом $\lambda =$

Задача 37. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1+x & -3 & -3 & 6 & -6 \\ 0 & 2 & -4 & -3 & 1+2x & -3 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -7 & -4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4+7x & 1+4x & 1-5x & -7-x \\ 0 & 0 & 10 & 5 & -9+2x & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4+7x=10\lambda, \\ 1+4x=5\lambda, \\ 1-5x=(-9+2x)\lambda, \\ -7-x=-5\lambda. \end{cases}$$

Суммируя второе и пятое уравнения, получаем $x = 2$.

При этом $\lambda = \frac{9}{5}$ и выполняются остальные равенства.

Задача 37. При каких значениях x ранг матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & x & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 2x & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ равен 3?

Ответ. При $x = 2$ получается матрица $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 & 6 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 7 & -7 \\ -2 & 3 & -7 & -6 & 4 & -2 \\ 6 & -2 & 2 & 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$, имеющая ранг 3.

Решение задачи 38.

Задача 38.

При каких значениях x и y ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix} \text{ равен 3?}$$

Задача 38. При каких значениях x и y ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix} \text{ равен 3?}$$

вен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix} \sim$

Задача 38. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$ ра-

вен 3?

Ответ. $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 12 & 2x - 2y & 6 & 12 & -6 \\ 0 & 2 - 4x & -2 - x^2 & -3 - 5x & -4x & 2x \\ 0 & -4 & y - x & -4 & -2 & y \\ 0 & x - 8 & -1 - 2x & -1 & -14 & 7 \end{pmatrix} \sim$

Задача 38. При каких значениях x и y ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix} \text{ равен 3?}$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 12 & 2x - 2y & 6 & 12 & -6 \\ 0 & 2 - 4x & -2 - x^2 & -3 - 5x & -4x & 2x \\ 0 & -4 & y - x & -4 & -2 & y \\ 0 & x - 8 & -1 - 2x & -1 & -14 & 7 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & y - x & -4 & -2 & y \\ 0 & 12 & 2x - 2y & 6 & 12 & -6 \\ 0 & 2 - 4x & -2 - x^2 & -3 - 5x & -4x & 2x \\ 0 & x - 8 & -1 - 2x & -1 & -14 & 7 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 38. При каких значениях x и y ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix} \text{ равен 3?}$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 12 & 2x - 2y & 6 & 12 & -6 \\ 0 & 2 - 4x & -2 - x^2 & -3 - 5x & -4x & 2x \\ 0 & -4 & y - x & -4 & -2 & y \\ 0 & x - 8 & -1 - 2x & -1 & -14 & 7 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & y - x & -4 & -2 & y \\ 0 & 12 & 2x - 2y & 6 & 12 & -6 \\ 0 & 2 - 4x & -2 - x^2 & -3 - 5x & -4x & 2x \\ 0 & x - 8 & -1 - 2x & -1 & -14 & 7 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & y - x & -4 & -2 & y \\ 0 & -12 & 4y - 4x & -18 & 0 & 6y - 6 \\ 0 & 2 + 4x & -2 + x^2 - 2xy & -3 + 3x & 0 & 2x - 2xy \\ 0 & x + 20 & 5x - 7y - 1 & 27 & 0 & 7 - 7y \end{pmatrix}$$

Задача 38. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$ ра-

вен 3?

Ответ. $\dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & y - x & -4 & -2 & y \\ 0 & -12 & 4y - 4x & -18 & 0 & 6y - 6 \\ 0 & 2 + 4x & -2 + x^2 - 2xy & -3 + 3x & 0 & 2x - 2xy \\ 0 & x + 20 & 5x - 7y - 1 & 27 & 0 & 7 - 7y \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} -12\lambda = 2 + 4x = (x + 20)\mu, \\ (4y - 4x)\lambda = -2 + x^2 - 2xy = (5x - 7y - 1)\mu, \\ -18\lambda = -3 + 3x = 27\mu, \\ (6y - 6)\lambda = 2x - 2xy = (7 - 7y)\mu \end{cases}$$

Задача 38. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$ ра-

вен 3?

Ответ. $\dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & y-x & -4 & -2 & y \\ 0 & -12 & 4y-4x & -18 & 0 & 6y-6 \\ 0 & 2+4x & -2+x^2-2xy & -3+3x & 0 & 2x-2xy \\ 0 & x+20 & 5x-7y-1 & 27 & 0 & 7-7y \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} -12\lambda = 2+4x = (x+20)\mu, \\ (4y-4x)\lambda = -2+x^2-2xy = (5x-7y-1)\mu, \\ -18\lambda = -3+3x = 27\mu, \\ (6y-6)\lambda = 2x-2xy = (7-7y)\mu \end{cases}$$

$$\begin{cases} -12\lambda = 2+4x = (x+20)\mu, \\ (4y-4x)\lambda = -2+x^2-2xy = (5x-7y-1)\mu, \\ \lambda = \frac{x-1}{6}, \\ \mu = \frac{x-1}{9} \\ (6y-6)\lambda = 2x-2xy = (7-7y)\mu \end{cases}$$

Задача 38. При каких значениях x и y ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix} \text{ равен 3?}$$

вен 3?

$$\text{Ответ. } \dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & y - x & -4 & -2 & y \\ 0 & -12 & 4y - 4x & -18 & 0 & 6y - 6 \\ 0 & 2 + 4x & -2 + x^2 - 2xy & -3 + 3x & 0 & 2x - 2xy \\ 0 & x + 20 & 5x - 7y - 1 & 27 & 0 & 7 - 7y \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -12\lambda = 2 + 4x = (x + 20)\mu, \\ (4y - 4x)\lambda = -2 + x^2 - 2xy = (5x - 7y - 1)\mu, \\ -18\lambda = -3 + 3x = 27\mu, \\ (6y - 6)\lambda = 2x - 2xy = (7 - 7y)\mu \end{cases}$$

$$\begin{cases} -12\lambda = 2 + 4x = (x + 20)\mu, \\ (4y - 4x)\lambda = -2 + x^2 - 2xy = (5x - 7y - 1)\mu, \\ \lambda = \frac{x - 1}{6}, \\ \mu = \frac{x - 1}{9}, \\ (6y - 6)\lambda = 2x - 2xy = (7 - 7y)\mu \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2, \\ y = 1, \\ \lambda = -\frac{1}{2}, \\ \mu = -\frac{1}{3}. \end{cases}$$

Задача 38. При каких значениях x и y ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2y & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & x & 5 & 4 & 0 \\ x & 2 & -2 & -3 & 0 & 2x \\ 1 & 0 & y & 1 & 2 & y \\ 2 & x & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix}$$

равен 3?

Ответ. При $x = -2$, $y = 1$ получается матрица

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2 & -4 & 4 & -6 \\ 1 & 4 & -2 & 5 & 4 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & -3 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & -1 & 9 & -6 & 7 \end{pmatrix},$$

имеющая ранг 3.

Решение задачи 39.

Задача 39. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Задача 39. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \sim$

Задача 39. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -24x - 9 & 7 & -7 & -7 \\ 0 & 3 - 14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y - 12 & -7 \\ 0 & -16x - 3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim$

Задача 39. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -24x - 9 & 7 & -7 & -7 \\ 0 & 3 - 14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y - 12 & -7 \\ 0 & -16x - 3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim$

Для **получения 1** заменим вторую строку на разность удвоенной второй строки и утроенной третьей строки.

Задача 39. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -24x - 9 & 7 & -7 & -7 \\ 0 & 3 - 14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y - 12 & -7 \\ 0 & -16x - 3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim$
 $\sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 27 + 6x & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 - 14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y - 12 & -7 \\ 0 & -16x - 3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim$

Задача 39. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответ. $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -24x - 9 & 7 & -7 & -7 \\ 0 & 3 - 14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y - 12 & -7 \\ 0 & -16x - 3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim$
 $\sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 27 + 6x & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 - 14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y - 12 & -7 \\ 0 & -16x - 3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 27 + 6x & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -132 - 44x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -189 - 63x & 0 & y - 5 & 0 \\ 0 & -138 - 46x & 0 & 0 & 5 - y \end{pmatrix}$

Задача 39. При каких значениях x и y ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \text{ равен } 2?$$

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } & \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -24x - 9 & 7 & -7 & -7 \\ 0 & 3 - 14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y - 12 & -7 \\ 0 & -16x - 3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim \\ & \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 27 + 6x & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 - 14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y - 12 & -7 \\ 0 & -16x - 3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 27 + 6x & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -132 - 44x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -189 - 63x & 0 & y - 5 & 0 \\ 0 & -138 - 46x & 0 & 0 & 5 - y \end{pmatrix} \\ & \begin{cases} -132 - 44x = (-189 - 63x)\lambda = (-138 - 46x)\mu, \\ y - 5 = 0, \\ 5 - y = 0, \end{cases} \end{aligned}$$

Задача 39. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } & \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -24x - 9 & 7 & -7 & -7 \\ 0 & 3 - 14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y - 12 & -7 \\ 0 & -16x - 3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim \\ & \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 27 + 6x & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 - 14x & 5 & -5 & -5 \\ 0 & -21x & 7 & y - 12 & -7 \\ 0 & -16x - 3 & 5 & -5 & -y \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 27 + 6x & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -132 - 44x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -189 - 63x & 0 & y - 5 & 0 \\ 0 & -138 - 46x & 0 & 0 & 5 - y \end{pmatrix} \\ & \begin{cases} -132 - 44x = (-189 - 63x)\lambda = (-138 - 46x)\mu, \\ y - 5 = 0, \\ 5 - y = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3, \\ y = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Задача 39. При каких значениях x и y ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & 3x & 7 & y & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -y \end{pmatrix}$ равен 2?

Ответ. При $x = -3$, $y = 5$ получается матрица $\begin{pmatrix} 1 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 7 & 3 & 5 & 2 & -5 \\ 12 & -9 & 7 & 5 & -7 \\ 8 & -3 & 5 & 3 & -5 \end{pmatrix}$, имеющая ранг 2.

Решение задачи 40.

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ.

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. **Ниже** приведено решение с помощью **формул Крамера**. А сейчас рассмотрим решение методом Гаусса.

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ \textcolor{violet}{4} & -1 & 2 & -3 \\ \textcolor{violet}{3} & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right) \sim$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} & & & \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c} & & & \\ & & & \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \end{array} \right) \sim$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \end{array} \right) \sim$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & 11 & -2 & -19 \end{array} \right) \sim$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & 11 & -2 & -19 \end{array} \right) \sim$

Воспользуемся тем, что $3 \cdot 4 - 11 = 1 \dots$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & 11 & -2 & -19 \end{array} \right) \sim$
 $\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 11 & -2 & -19 \end{array} \right) \sim$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ.
$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & | & 1 \\ 4 & -1 & 2 & | & -3 \\ 3 & 2 & 1 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 2 & -3 & 1 & | & 1 \\ 3 & 2 & 1 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 3 & -1 & | & -7 \\ 0 & 11 & -2 & | & -19 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 11 & -2 & | & -19 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & 11 & -2 & -19 \end{array} \right) \sim$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -9 \\ 0 & 11 & -2 & -19 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & 11 & -2 & -19 \end{array} \right) \sim$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -9 \\ 0 & 11 & -2 & -19 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -9 \\ 0 & 0 & 20 & 80 \end{array} \right) \sim$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ.
$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & | & 1 \\ 4 & -1 & 2 & | & -3 \\ 3 & 2 & 1 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 2 & -3 & 1 & | & 1 \\ 3 & 2 & 1 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 3 & -1 & | & -7 \\ 0 & 11 & -2 & | & -19 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 11 & -2 & | & -19 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 0 & 20 & | & 80 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ.
$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & | & 1 \\ 4 & -1 & 2 & | & -3 \\ 3 & 2 & 1 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 2 & -3 & 1 & | & 1 \\ 3 & 2 & 1 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 3 & -1 & | & -7 \\ 0 & 11 & -2 & | & -19 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 11 & -2 & | & -19 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 0 & 20 & | & 80 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 0 & 1 & | & 4 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ.
$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & | & 1 \\ 4 & -1 & 2 & | & -3 \\ 3 & 2 & 1 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 2 & -3 & 1 & | & 1 \\ 3 & 2 & 1 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 3 & -1 & | & -7 \\ 0 & 11 & -2 & | & -19 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 11 & -2 & | & -19 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 0 & 20 & | & 80 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 0 & 1 & | & 4 \end{pmatrix} \sim$$

Прямой ход метода Гаусса завершен. Начинаем обратный ход:
«справа-снизу влево-вверх, прочищая матрицу сверху».

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ.
$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & | & 1 \\ 4 & -1 & 2 & | & -3 \\ 3 & 2 & 1 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 2 & -3 & 1 & | & 1 \\ 3 & 2 & 1 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 3 & -1 & | & -7 \\ 0 & 11 & -2 & | & -19 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 11 & -2 & | & -19 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 0 & 20 & | & 80 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 0 & 1 & | & 4 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} & & & | & \\ 0 & 0 & 1 & | & 4 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & 11 & -2 & -19 \end{array} \right) \sim$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -9 \\ 0 & 11 & -2 & -19 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -9 \\ 0 & 0 & 20 & 80 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right) \sim$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ.
$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & | & 1 \\ 4 & -1 & 2 & | & -3 \\ 3 & 2 & 1 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 2 & -3 & 1 & | & 1 \\ 3 & 2 & 1 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 3 & -1 & | & -7 \\ 0 & 11 & -2 & | & -19 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 11 & -2 & | & -19 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 0 & 20 & | & 80 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 0 & 1 & | & 4 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & -1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 4 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & 11 & -2 & -19 \end{array} \right) \sim$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -9 \\ 0 & 11 & -2 & -19 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -9 \\ 0 & 0 & 20 & 80 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right) \sim$$
$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right).$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ.
$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & | & 1 \\ 4 & -1 & 2 & | & -3 \\ 3 & 2 & 1 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 2 & -3 & 1 & | & 1 \\ 3 & 2 & 1 & | & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 3 & -1 & | & -7 \\ 0 & 11 & -2 & | & -19 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 11 & -2 & | & -19 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 0 & 20 & | & 80 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & -2 & | & -9 \\ 0 & 0 & 1 & | & 4 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & -1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -3 \\ 0 & 1 & 0 & | & -1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 4 \end{pmatrix}.$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right).$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -9 \\ 0 & 11 & -2 & -19 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -9 \\ 0 & 0 & 20 & 80 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right).$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right).$

Значит, $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} =$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right).$

Значит, $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}.$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right).$

Значит, $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}.$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right).$

Значит, $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}.$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -7 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right).$

Значит, $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}.$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta =$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5,$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a =$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5,$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c =$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -7 \end{vmatrix} =$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -7 \end{vmatrix} = -20.$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -7 \end{vmatrix} = -20.$$

Значит,

$a =$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -7 \end{vmatrix} = -20.$$

Значит,

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} =$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -7 \end{vmatrix} = -20.$$

Значит,

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{15}{-5} = -3,$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -7 \end{vmatrix} = -20.$$

Значит,

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{15}{-5} = -3, \quad b =$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -7 \end{vmatrix} = -20.$$

Значит,

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{15}{-5} = -3, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta} =$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -7 \end{vmatrix} = -20.$$

Значит,

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{15}{-5} = -3, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = \frac{5}{-5} =$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -7 \end{vmatrix} = -20.$$

Значит,

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{15}{-5} = -3, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = \frac{5}{-5} = -1,$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -7 \end{vmatrix} = -20.$$

Значит,

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{15}{-5} = -3, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = \frac{5}{-5} = -1, \quad c =$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -7 \end{vmatrix} = -20.$$

Значит,

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{15}{-5} = -3, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = \frac{5}{-5} = -1, \quad c = \frac{\Delta_c}{\Delta} =$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -7 \end{vmatrix} = -20.$$

Значит,

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{15}{-5} = -3, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = \frac{5}{-5} = -1, \quad c = \frac{\Delta_c}{\Delta} = \frac{-20}{-5} =$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -7 \end{vmatrix} = -20.$$

Значит,

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{15}{-5} = -3, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = \frac{5}{-5} = -1, \quad c = \frac{\Delta_c}{\Delta} = \frac{-20}{-5} = 4.$$

Задача 40. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2a - 3b + c = 1, \\ 4a - b + 2c = -3, \\ 3a + 2b + c = -7. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -5, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ -7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 15,$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad \Delta_c = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & -7 \end{vmatrix} = -20.$$

Значит,

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{15}{-5} = -3, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = \frac{5}{-5} = -1, \quad c = \frac{\Delta_c}{\Delta} = \frac{-20}{-5} = 4. \quad \text{Совпало!}$$

Решение задачи 41.

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. **Ниже** приведено решение с помощью **формул Крамера**. А сейчас рассмотрим решение методом Гаусса.

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim$$

Воспользуемся тем, что $2 \cdot 4 - 7 = 1$.

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & 4 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & 4 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & -14 \end{array} \right) \sim$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & 4 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & -14 \end{array} \right) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & -7 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & 4 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & -14 \end{array} \right) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & -7 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & -7 & 14 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & 4 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & -14 \end{array} \right) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & -7 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & -7 & 14 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & 4 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & -14 \end{array} \right) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & -7 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & -7 & 14 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right).$$

Значит, $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} =$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right).$$

Значит,
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -7,$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -7,$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 14.$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 14.$$

Значит,

$x =$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 14.$$

Значит,

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} =$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 14.$$

Значит,

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{0}{-7} = 0,$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 14.$$

Значит,

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{0}{-7} = 0, \quad y =$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 14.$$

Значит,

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{0}{-7} = 0, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} =$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 14.$$

Значит,

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{0}{-7} = 0, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-7}{-7} = 1,$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 14.$$

Значит,

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{0}{-7} = 0, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-7}{-7} = 1, \quad z =$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 14.$$

Значит,

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{0}{-7} = 0, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-7}{-7} = 1, \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta} =$$

Задача 41. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ 4x + y = 1, \\ 7x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -7, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 14.$$

Значит,

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{0}{-7} = 0, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-7}{-7} = 1, \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{14}{-7} = -2.$$

Решение задачи 42.

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. **Ниже** приведено решение с помощью **формул Крамера**.

А сейчас рассмотрим решение методом Гаусса.

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & 8 \end{array} \right) \sim$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & 8 \end{array} \right) \sim$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 5 & 8 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \end{array} \right) \sim$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 & | & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & | & 7 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & | & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & | & 8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & | & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & | & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & | & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & | & 8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & | & 0 \\ 0 & 4 & 3 & -1 & | & 1 \\ 0 & 5 & 8 & -2 & | & 7 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & | & 8 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & | & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & | & 8 \\ 0 & 5 & 8 & -2 & | & 7 \\ 0 & 4 & 3 & -1 & | & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & 8 \end{array} \right) &\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 5 & 8 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \end{array} \right) \sim \\ &\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 5 & 8 & -2 & 7 \\ 0 & 4 & 3 & -1 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & -27 & 3 & -33 \\ 0 & 0 & -25 & 3 & -31 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{aligned} & \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 5 & 8 & -2 & 7 \\ 0 & 4 & 3 & -1 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & -27 & 3 & -33 \\ 0 & 0 & -25 & 3 & -31 \end{array} \right) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -25 & 3 & -31 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{aligned} & \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 5 & 8 & -2 & 7 \\ 0 & 4 & 3 & -1 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & -27 & 3 & -33 \\ 0 & 0 & -25 & 3 & -31 \end{array} \right) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -25 & 3 & -31 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -25 & 3 & -31 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{aligned} &\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -25 & 3 & -31 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -25 & 3 & -31 \end{array} \right) \sim \\ &\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 78 & -156 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{aligned} &\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -25 & 3 & -31 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -25 & 3 & -31 \end{array} \right) \sim \\ &\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 78 & -156 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{aligned} &\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 78 & -156 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \\ &\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 7 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{aligned} & \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 78 & -156 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 7 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \end{aligned}$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{aligned} & \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 78 & -156 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 7 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right). \end{aligned}$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & 8 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right).$$

Значит, $\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \\ t \end{pmatrix} =$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & 8 \end{array} \right) \sim \dots \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right).$$

Значит,
$$\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6,$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_p =$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_p = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 7 & 1 & 0 & 2 \\ 7 & 2 & 2 & 1 \\ 8 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_p = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 7 & 1 & 0 & 2 \\ 7 & 2 & 2 & 1 \\ 8 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -18,$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_p = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 7 & 1 & 0 & 2 \\ 7 & 2 & 2 & 1 \\ 8 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -18,$$

$$\text{Значит, } p = \frac{\Delta_p}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_q =$$

$$\text{Значит, } p = \frac{\Delta_p}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_q = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 4 & 7 & 0 & 2 \\ 3 & 7 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$\text{Значит, } p = \frac{\Delta_p}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_q = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 4 & 7 & 0 & 2 \\ 3 & 7 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 6,$$

$$\text{Значит, } p = \frac{\Delta_p}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_q = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 4 & 7 & 0 & 2 \\ 3 & 7 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 6,$$

$$\text{Значит, } p = \frac{\Delta_p}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

$$q = \frac{\Delta_q}{\Delta} = \frac{6}{-6} = -1,$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_r =$$

$$\text{Значит, } p = \frac{\Delta_p}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

$$q = \frac{\Delta_q}{\Delta} = \frac{6}{-6} = -1,$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_r = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & 7 & 1 \\ 2 & -1 & 8 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$\text{Значит, } p = \frac{\Delta_p}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

$$q = \frac{\Delta_q}{\Delta} = \frac{6}{-6} = -1,$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_r = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & 7 & 1 \\ 2 & -1 & 8 & 1 \end{vmatrix} = -6.$$

$$\text{Значит, } p = \frac{\Delta_p}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

$$q = \frac{\Delta_q}{\Delta} = \frac{6}{-6} = -1,$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_r = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & 7 & 1 \\ 2 & -1 & 8 & 1 \end{vmatrix} = -6.$$

$$\text{Значит, } p = \frac{\Delta_p}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

$$q = \frac{\Delta_q}{\Delta} = \frac{6}{-6} = -1, \quad r = \frac{\Delta_r}{\Delta} = \frac{-6}{-6} = 1,$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_t =$$

$$\text{Значит, } p = \frac{\Delta_p}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

$$q = \frac{\Delta_q}{\Delta} = \frac{6}{-6} = -1, \quad r = \frac{\Delta_r}{\Delta} = \frac{-6}{-6} = 1,$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_t = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 7 \\ 3 & 2 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$\text{Значит, } p = \frac{\Delta_p}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

$$q = \frac{\Delta_q}{\Delta} = \frac{6}{-6} = -1, \quad r = \frac{\Delta_r}{\Delta} = \frac{-6}{-6} = 1,$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_t = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 7 \\ 3 & 2 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 8 \end{vmatrix} = 12.$$

$$\text{Значит, } p = \frac{\Delta_p}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

$$q = \frac{\Delta_q}{\Delta} = \frac{6}{-6} = -1, \quad r = \frac{\Delta_r}{\Delta} = \frac{-6}{-6} = 1,$$

Задача 42. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2p + 2q - r + t = 1, \\ 4p + q + 2t = 7, \\ 3p + 2q + 2r + t = 7, \\ 2p - q + 3r + t = 8. \end{cases}$$

Ответ. Теперь используем **формулы Крамера**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -6, \quad \Delta_t = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 7 \\ 3 & 2 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 8 \end{vmatrix} = 12.$$

$$\text{Значит, } p = \frac{\Delta_p}{\Delta} = \frac{-18}{-6} = 3,$$

$$q = \frac{\Delta_q}{\Delta} = \frac{6}{-6} = -1, \quad r = \frac{\Delta_r}{\Delta} = \frac{-6}{-6} = 1, \quad t = \frac{\Delta_t}{\Delta} = \frac{12}{-6} = -2.$$

Решение задачи 43.

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix},$

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} & \\ & \\ 1 & \end{pmatrix},$

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ 1 \end{pmatrix},$

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix},$

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** получаем:

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** получаем:

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** получаем:

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** получаем:

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{3} \\ 0 & 1 & \mathbf{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \mathbf{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** получаем:

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{3} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix}.$$

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

С помощью **умножения матриц «на макроуровне»** получаем:

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Задача 43. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$

Решение задачи 44.

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \\ \end{pmatrix},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ 1 \end{pmatrix},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ 1 \\ \bullet \end{pmatrix},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ 1 \\ \bullet \\ \bullet \end{pmatrix},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ 1 \\ \bullet \\ \bullet \\ 0 \end{pmatrix},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 \\ \bullet \\ \bullet \\ 0 \end{pmatrix},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ \bullet \\ \bullet \\ 0 \end{pmatrix},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \\ 0 & \end{pmatrix},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 \end{pmatrix},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ. } \Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bullet \\ 1 \\ \bullet \\ \bullet \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ. } \Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \\ \bullet \\ \bullet \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ. } \Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \\ x_3 \\ \bullet \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ. } \Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ. } \Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{2} & 0 & 0 & -4 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 & -2 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{2} & 0 & 0 & -4 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 & -2 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{2} & 0 & 0 & -4 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 & -2 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{2} & 0 & 0 & -4 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 & -2 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ. } \Phi = \begin{pmatrix} -2 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ. } \Phi = \begin{pmatrix} -2 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \bullet \\ 0 & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bullet \\ 0 \\ \bullet \\ \bullet \\ \textcolor{violet}{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ. } \Phi = \begin{pmatrix} -2 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \bullet \\ 0 & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ \bullet \\ \bullet \\ \textcolor{violet}{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} -2 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \bullet \\ 0 & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ \bullet \\ \mathbf{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ. } \Phi = \begin{pmatrix} -2 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \bullet \\ 0 & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ \mathbf{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} -2 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \bullet \\ 0 & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} -2 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \bullet \\ 0 & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} -2 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \bullet \\ 0 & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ. } \Phi = \begin{pmatrix} -2 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \bullet \\ 0 & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ. } \Phi = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_3 \\ x_4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} =$$

Задача 44. Обоснуйте процесс построения фундаментальной матрицы, запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ. } \Phi = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 45.

Задача 45. Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 45. Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \end{pmatrix},$

Задача 45. Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ 1 \end{pmatrix},$

Задача 45. Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \\ 1 & \\ \bullet & \end{pmatrix},$

Задача 45. Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \\ 1 & \\ \bullet & \\ 0 & \end{pmatrix},$

Задача 45. Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \\ 1 & \\ \bullet & \\ 0 & \\ 0 & \end{pmatrix},$

Задача 45. Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$

Задача 45. Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$

Задача 45. Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} 3 & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$

Задача 45. Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} 3 & -1 & \bullet \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & \bullet \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$

Задача 45. Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$

Задача 45. Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$

Задача 45. Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} =$$

Задача 45. Запишите фундаментальную матрицу, фундаментальную систему решений и общее решение СЛУ, если матрица коэффициентов системы имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + C \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 46.

Задача 46. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & -6 & 1 & 0 & 4 & 8 \\ 7 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Задача 46. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & -6 & 1 & 0 & 4 & 8 \\ 7 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} 1 \\ \bullet \\ 0 \\ \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$

Задача 46. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & -6 & 1 & 0 & 4 & 8 \\ 7 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Задача 46. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & -6 & 1 & 0 & 4 & 8 \\ 7 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Задача 46. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & -6 & 1 & 0 & 4 & 8 \\ 7 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 46. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & -6 & 1 & 0 & 4 & 8 \\ 7 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & \bullet & \bullet & \bullet \\ -7 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 46. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & -6 & 1 & 0 & 4 & 8 \\ 7 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & \bullet & \bullet \\ -7 & -2 & \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 46. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & -6 & 1 & 0 & 4 & 8 \\ 7 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & -5 & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & -4 & \bullet \\ -7 & -2 & -1 & \bullet \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 46. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & -6 & 1 & 0 & 4 & 8 \\ 7 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & -4 & -8 \\ -7 & -2 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 46. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & -6 & 1 & 0 & 4 & 8 \\ 7 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ.
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & -4 & -8 \\ -7 & -2 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix} =$$

Задача 46. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы

уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & -6 & 1 & 0 & 4 & 8 \\ 7 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ.
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & -4 & -8 \\ -7 & -2 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix} =$$

$$= A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \\ 7 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \\ 6 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \\ -4 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + D \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -8 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 47.

Задача 47. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Задача 47. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ.

$$\Phi = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}.$$

Задача 47. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ.

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 47. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ.

$$\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ 1 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 47. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ. в

$$\Phi = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 47. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ. в

$$\Phi = \begin{pmatrix} 2 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \bullet \\ 0 & \bullet \\ 0 & \bullet \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 47. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ. В

$$\Phi = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 0 & -5 \\ 0 & 4 \\ 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 47. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы

уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 0 & -5 \\ 0 & 4 \\ 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} =$$

Задача 47. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 0 & -5 \\ 0 & 4 \\ 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} =$$

Задача 47. Найдите фундаментальную матрицу и общее решение для однородной системы

уравнений с матрицей коэффициентов $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 0 & -5 \\ 0 & 4 \\ 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + D \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -5 \\ 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 48.

Задача 48.

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim$

Задача 48. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim$

Для получения на месте **2** числа 1 можно поделить первую строку на 2.

Задача 48. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ.
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim$$

Для получения на месте **2** числа 1 можно поделить первую строку на 2.
Но проще переставить местами первую и третью строку.

Задача 48. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ.
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim$$

Для получения на месте **2** числа 1 можно поделить первую строку на 2.
Но проще переставить местами первую и третью строку.

Задача 48. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ.
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array} \right) \sim$$

Для получения на месте **2** числа 1 можно поделить первую строку на 2.
Но проще переставить местами первую и третью строку.

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & & & \\ & & & \end{array} \right) \sim$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & & \\ & & & \end{array} \right) \sim$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -12 & 1 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \end{array} \right) \sim$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \end{array} \right) \sim$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \\ 0 & & & \end{array} \right) \sim$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \\ 0 & 7 & & \end{array} \right) \sim$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \\ 0 & 7 & -28 & 6 \end{array} \right) \sim$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \\ 0 & 7 & -28 & 14 \end{array} \right) \sim$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \\ 0 & 7 & -28 & 14 \end{array} \right) \sim$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \end{array} \right) \sim$$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \\ 0 & 7 & -28 & 14 \end{array} \right) \sim$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \end{array} \right) \sim$$

Задача 48. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & | & 8 \\ 3 & 4 & -7 & | & 17 \\ 1 & -1 & 7 & | & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 3 & 4 & -7 & | & 17 \\ 2 & 1 & 2 & | & 8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 3 & -12 & | & 6 \\ 0 & 7 & -28 & | & 14 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 3 & -12 & | & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \\ 0 & 7 & -28 & 14 \end{array}\right) \sim$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim$$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \\ 0 & 7 & -28 & 14 \end{array} \right) \sim$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim$$

Прямоц ход метода Гаусса закончен!

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \\ 0 & 7 & -28 & 14 \end{array}\right) \sim$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right).$$

Прямоц ход метода Гаусса закончен!

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 1 & -1 & 7 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -7 & 17 \\ 2 & 1 & 2 & 8 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \\ 0 & 7 & -28 & 14 \end{array}\right) \sim$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 3 & -12 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right).$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & | & 8 \\ 3 & 4 & -7 & | & 17 \\ 1 & -1 & 7 & | & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 3 & 4 & -7 & | & 17 \\ 2 & 1 & 2 & | & 8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 3 & -12 & | & 6 \\ 0 & 7 & -28 & | & 14 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 3 & -12 & | & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & | & 3 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} \\ \\ \mathbf{1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & | & 8 \\ 3 & 4 & -7 & | & 17 \\ 1 & -1 & 7 & | & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 3 & 4 & -7 & | & 17 \\ 2 & 1 & 2 & | & 8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 3 & -12 & | & 6 \\ 0 & 7 & -28 & | & 14 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 3 & -12 & | & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & | & 3 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ \mathbf{1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & | & 8 \\ 3 & 4 & -7 & | & 17 \\ 1 & -1 & 7 & | & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 3 & 4 & -7 & | & 17 \\ 2 & 1 & 2 & | & 8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 3 & -12 & | & 6 \\ 0 & 7 & -28 & | & 14 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 3 & -12 & | & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & | & 3 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & | & 8 \\ 3 & 4 & -7 & | & 17 \\ 1 & -1 & 7 & | & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 3 & 4 & -7 & | & 17 \\ 2 & 1 & 2 & | & 8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 3 & -12 & | & 6 \\ 0 & 7 & -28 & | & 14 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 3 & -12 & | & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & | & 3 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8, \\ 3x + 4y - 7z = 17, \\ x - y + 7z = 1. \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & | & 8 \\ 3 & 4 & -7 & | & 17 \\ 1 & -1 & 7 & | & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 3 & 4 & -7 & | & 17 \\ 2 & 1 & 2 & | & 8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 3 & -12 & | & 6 \\ 0 & 7 & -28 & | & 14 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 3 & -12 & | & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & | & 1 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & | & 3 \\ 0 & 1 & -4 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 49.

Задача 49. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} -2a + b - 3c + 3d - e - 4f - g = -2, \\ 2b + 2c + 2d + e - f + 4g = 1, \\ a + b + 3c + e + f + 3g = 2. \end{cases}$$

Задача 49. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} -2a + b - 3c + 3d - e - 4f - g = -2, \\ 2b + 2c + 2d + e - f + 4g = 1, \\ a + b + 3c + e + f + 3g = 2. \end{cases}$$

Ответ. $\left(\begin{array}{cccccc|c} -2 & 1 & -3 & 3 & -1 & -4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{array} \right)$

Задача 49.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -2 & 1 & -3 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{array} \right) \sim$$

Задача 49.

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} -2 & 1 & -3 & 3 & -1 & -4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccccc|c} \mathbf{1} & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{array} \right) \sim$$

Задача 49.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -2 & 1 & -3 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} \mathbf{1} & 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & 1 \end{array} \right) \sim$$

Задача 49.

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} -2 & 1 & -3 & 3 & -1 & -4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccccc|c} \mathbf{1} & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & 1 & -2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{array} \right) \sim$$

Задача 49.

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} -2 & 1 & -3 & 3 & -1 & -4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & \mathbf{3} & 3 & 3 & 1 & -2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{array} \right) \sim$$
$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{array} \right) \sim$$

Для получения 1 вместо $\mathbf{3}$ можно умножить вторую строку на $1/3$. Но проще из второй строки вычесть третью.

Задача 49.

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} -2 & 1 & -3 & 3 & -1 & -4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & 1 & -2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{array} \right) \sim$$
$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{array} \right) \sim$$

Из второй строки вычли третью...

Задача 49.

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} -2 & 1 & -3 & 3 & -1 & -4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & 1 & -2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{array} \right) \sim$$
$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right) \sim$$

Задача 49.

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} -2 & 1 & -3 & 3 & -1 & -4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & 1 & -2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{array} \right) \sim$$
$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{array} \right) \sim$$

Задача 49.

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 & 3 & -1 & -4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & 1 & -2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\begin{pmatrix} & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 49.

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 & 3 & -1 & -4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & 1 & -2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 49.

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 & 3 & -1 & -4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & 1 & -2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 49.

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 & 3 & -1 & -4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & 1 & -2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Задача 49.

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 & 3 & -1 & -4 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & 1 & -2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & -1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \sim$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Задача 49. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} -2a + b - 3c + 3d - e - 4f - g = -2, \\ 2b + 2c + 2d + e - f + 4g = 1, \\ a + b + 3c + e + f + 3g = 2. \end{cases}$$

Ответ. $\dots \sim \left(\begin{array}{ccccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{array} \right)$

Задача 49. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} -2a + b - 3c + 3d - e - 4f - g = -2, \\ 2b + 2c + 2d + e - f + 4g = 1, \\ a + b + 3c + e + f + 3g = 2. \end{cases}$$

Ответ. ... $\sim \left(\begin{array}{ccccccc|c} \mathbf{1} & \mathbf{0} & 2 & -1 & \mathbf{0} & 1 & 0 & 2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & 1 & 1 & \mathbf{0} & -1 & 1 & 1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 1 & 2 & -1 \end{array} \right)$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}.$$

Задача 49. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} -2a + b - 3c + 3d - e - 4f - g = -2, \\ 2b + 2c + 2d + e - f + 4g = 1, \\ a + b + 3c + e + f + 3g = 2. \end{cases}$$

Ответ. ... $\sim \left(\begin{array}{cccccc|cc} \mathbf{1} & \mathbf{0} & 2 & -1 & \mathbf{0} & & 1 & 0 & 2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & 1 & 1 & \mathbf{0} & -1 & 1 & & 1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & \mathbf{1} & & 1 & 2 & -1 \end{array} \right)$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 49. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} -2a + b - 3c + 3d - e - 4f - g = -2, \\ 2b + 2c + 2d + e - f + 4g = 1, \\ a + b + 3c + e + f + 3g = 2. \end{cases}$$

Ответ. $\dots \sim \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{array} \right)$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \\ R \\ S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 49. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} -2a + b - 3c + 3d - e - 4f - g = -2, \\ 2b + 2c + 2d + e - f + 4g = 1, \\ a + b + 3c + e + f + 3g = 2. \end{cases}$$

Ответ. $\dots \sim \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{array} \right)$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \bullet & \bullet & \bullet \\ -1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \\ R \\ S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 49. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} -2a + b - 3c + 3d - e - 4f - g = -2, \\ 2b + 2c + 2d + e - f + 4g = 1, \\ a + b + 3c + e + f + 3g = 2. \end{cases}$$

Ответ. $\dots \sim \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{array} \right)$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & \bullet & \bullet \\ -1 & -1 & \bullet & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bullet & \bullet \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \\ R \\ S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 49. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} -2a + b - 3c + 3d - e - 4f - g = -2, \\ 2b + 2c + 2d + e - f + 4g = 1, \\ a + b + 3c + e + f + 3g = 2. \end{cases}$$

Ответ. ... $\sim \left(\begin{array}{ccccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{array} \right)$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & \bullet \\ -1 & -1 & 1 & \bullet \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \bullet \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \\ R \\ S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 49. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} -2a + b - 3c + 3d - e - 4f - g = -2, \\ 2b + 2c + 2d + e - f + 4g = 1, \\ a + b + 3c + e + f + 3g = 2. \end{cases}$$

Ответ. ... $\sim \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{array} \right)$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \\ R \\ S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \\ \bullet \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 49. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} -2a + b - 3c + 3d - e - 4f - g = -2, \\ 2b + 2c + 2d + e - f + 4g = 1, \\ a + b + 3c + e + f + 3g = 2. \end{cases}$$

Ответ. ... $\sim \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{array} \right)$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \\ R \\ S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 50.

Задача 50. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} -2a - 4b + c - d + e - 3f = -10, \\ a + 2b - 2c + 5d - e - 3f = 4, \\ -a - 2b + 3c - 8d + 2e + 5f = -5, \\ a + 2b - 2c + 5d - 5f = 1. \end{cases}$$

Задача 50. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} -2a - 4b + c - d + e - 3f = -10, \\ a + 2b - 2c + 5d - e - 3f = 4, \\ -a - 2b + 3c - 8d + 2e + 5f = -5, \\ a + 2b - 2c + 5d - 5f = 1. \end{cases}$$

Ответ.
$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

1) Запишите равенство для коэффициентов матрицы

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_{u \times v} \cdot \mathbf{R}_{v \times w}.$$

$$p_{km} =$$

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

1) Запишите равенство для коэффициентов матрицы

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_{u \times v} \cdot \mathbf{R}_{v \times w}.$$

$$p_{km} = \sum_{n=1}^v q_{kn} r_{nm} = q_{k1} r_{1m} + q_{k2} r_{2m} + \dots + q_{k,v-1} r_{v-1,m} + q_{kv} r_{vm}.$$

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

2) Запишите равенство для коэффициентов матрицы

$$\mathbf{P} = 3\mathbf{Q}_{u \times v} - 2\mathbf{R}_{u \times v}.$$

$$p_{km} =$$

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

2) Запишите равенство для коэффициентов матрицы

$$\mathbf{P} = 3\mathbf{Q}_{u \times v} - 2\mathbf{R}_{u \times v}.$$

$$p_{km} = 3q_{km} - 2r_{km}.$$

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

3) Запишите равенство для коэффициентов матрицы

$$\mathbf{P}_{v \times w} = \mathbf{Q}^t + \mathbf{R}.$$

$$p_{km} =$$

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

3) Запишите равенство для коэффициентов матрицы

$$\mathbf{P}_{v \times w} = \mathbf{Q}^t + \mathbf{R}.$$

$$p_{km} = q_{mk} + r_{km}.$$

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

4) Пусть $\mathbf{B} = \mathbf{A}_{4 \times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$. Тогда

$$b_{42} =$$

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

4) Пусть $\mathbf{B} = \mathbf{A}_{4 \times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$. Тогда

$$b_{42} = 2a_{41} + 5a_{42} + 8a_{43}.$$

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \cdot ? = -2 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

Одна из матриц, обозначенная как «?», может отсутствовать.

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

$$5) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

6) Запишите разложение детерминанта по второму столбцу (выразите и через алгебраические дополнения, и через дополнительные миноры):

$$\det \mathbf{P}_{4 \times 4} = \quad =$$
$$=$$

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

6) Запишите разложение детерминанта по второму столбцу (выразите и через алгебраические дополнения, и через дополнительные миноры):

$$\begin{aligned}\det \mathbf{P}_{4 \times 4} &= p_{12}A_{12} + p_{22}A_{22} + p_{32}A_{32} + p_{42}A_{42} = \\ &= -p_{12}M_{12} + p_{22}M_{22} - p_{32}M_{32} + p_{42}M_{42}.\end{aligned}$$

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

7) Запишите разложение детерминанта по третьей строке (выразите и через алгебраические дополнения, и через дополнительные миноры):

$$\det \mathbf{P}_{4 \times 4} = \quad =$$
$$=$$

XXIII. Упражнения на базовые определения и формулы

7) Запишите разложение детерминанта по третьей строке (выразите и через алгебраические дополнения, и через дополнительные миноры):

$$\begin{aligned}\det \mathbf{P}_{4 \times 4} &= p_{31}A_{31} + p_{32}A_{32} + p_{33}A_{33} + p_{34}A_{34} = \\ &= p_{31}M_{31} - p_{32}M_{32} + p_{33}M_{33} - p_{34}M_{34}.\end{aligned}$$

XXIV. Ссылки на электронные тесты для обучения и самоконтроля

Решим учебные тесты по матричной алгебре?

Решим учебные тесты по системам линейных алгебраических уравнений?

Спасибо

за

внимание!

UriiMelnikov58@gmail.com

Вернуться к списку презентаций?



Компьютерная верстка *Ю. Б. Мельников*

Подписано в свет 26.12.2016.

Издательство Уральского государственного экономического университета
620144, г. Екатеринбург, ул. 8 Марта/Народной Воли, 62/45