

Министерство науки и высшего образования РФ
УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина



Ю. Б. Мельников



Алгебра и теория чисел. Отношения и предикаты

Раздел **электронного учебника**
для сопровождения занятия

e-mail:
UriiMelnikov58@gmail.com

Екатеринбург
2020

I. Инструкция к пособию	6
II. Предикаты и отношения	15
II.1. Предикаты-высказывания	16
II.2. Предикаты-функции	31
II.3. Отношения	48
III. Обмен между языком предикатов и языком отношений	52
IV. Бинарные отношения	69
IV.1. Языки теории бинарных отношений	70
IV.2. Некоторые типы бинарных отношений	77
IV.3. Отношение эквивалентности	109
IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности	118

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$	142
IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$	168
IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$	222
IV.3.5. Завершение доказательства критерия отноше- ния эквивалентности $I_{\#1=000}$	237
IV.3.6. Фактор-множество	272
IV.4. Отношение частичного порядка	278
IV.5. Отношение полного порядка	287
IV.6. Теорема об отношении полного порядка	289
 Пример 1 к понятию предиката	 297
 Пример 2 «предчувствия» определения отношения	 365
 Пример 3 к определению отношения	 379

Пример 4 (отношение эквивалентности)	419
Пример 5 (к определению отношения эквивалентности)	432
<i>Связь между предикатами и отношениями</i>	468
Задача V.1	469
Задача V.2	470
Задача V.3	471
<i>Бинарные отношения</i>	471
Задача VI.4	472
Задача VI.5	473

Задача VI.6	474
<i>Отношение эквивалентности</i>	474
Задача VII.7	475
Задача VII.8	476
Ответы и решения	477

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

Электронный учебник представляет собой систему из основного файла 0000Spisok.pdf со ссылками на файлы 00Set.pdf, 00Matrix.pdf, 00AnalGeom.pdf, 00LinAlgebra.pdf, и файлы с тестами для обучения и самоконтроля, которые следует просматривать с помощью программы Adobe Reader.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

Электронный учебник представляет собой систему из основного файла 0000Spisok.pdf со ссылками на файлы 00Set.pdf, 00Matrix.pdf, 00AnalGeom.pdf, 00LinAlgebra.pdf, и файлы с тестами для обучения и самоконтроля, которые следует просматривать с помощью программы Adobe Reader.

Кроме того, имеются гиперссылки на пособия «Математический анализ» и «Элементарная математика».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

В презентациях, предназначенных для проведения практических занятий, имеется два вида учебных заданий: примеры, предназначенные для иллюстрации теоретического материала, демонстрации методов решения задач и т. п., и задачи, предназначенные для самостоятельного решения. Имеются гиперссылки на тесты для самообучения и самоконтроля.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

В программе Adobe Reader и Acrobat Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»). Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для того, чтобы **вызвать панель навигации** в Acrobat Reader надо, во-первых, выйти из полноэкранного режима (например, нажатием **Esc**), и, во-вторых, нажать клавишу **F4** и выбрать на левой вертикальной панели вертикальный флажок «Закладки» .

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и ← (в Adobe Reader X может не работать).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и ← (в Adobe Reader X может не работать).

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

II. Предикаты и отношения

Мы рассмотрим два (на самом деле три) понятия, тесно связанных между собой.

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. *Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. *Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Например,
 $2x^2 - 1$ ^{не является} является? высказыванием,

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. *Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Например,

$2x^2 - 1$ не является высказыванием,

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. *Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Например,

$2x^2 - 1$ не является высказыванием,
(это алгебраическое выражение),

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».

Например,

$2x^2 - 1$ не является высказыванием,
а $2x^2 - 1 > 0$ — это высказывание?

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. *Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Например,

$2x^2 - 1$ не является высказыванием,

а $2x^2 - 1 > 0$ — это высказывание.

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».

Например,

$2x^2 - 1$ не является высказыванием,

а $2x^2 - 1 > 0$ — это высказывание.

Фразы типа «Закройте дверь!» или «Который час?» высказываниями в нашем понимании не являются.

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. *Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Например,

$2x^2 - 1$ не является высказыванием,

а $2x^2 - 1 > 0$ — это высказывание.

Фразы типа «Закройте дверь!» или «Который час?» высказываниями в нашем понимании не являются.

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. *Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Например,

$2x^2 - 1$ не является высказыванием,

а $2x^2 - 1 > 0$ — это высказывание.

Фразы типа «Закройте дверь!» или «Который час?» высказываниями в нашем понимании не являются.

Рассмотрим пример?

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».

Определение 2. n -местным предикатом или n -местным предикатом-высказыванием на множестве A называется **высказывание**, истинность или ложность которого определяется значениями n переменных, причем n -ка, составленная из этих значений переменных, принадлежит **множеству** $\underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n$ n раз.

Обычно предикат от переменных $x_1, \dots, x_n$ мы будем обозначать через $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$, $\mathcal{Q}(x_1, \dots, x_n)$, $\mathcal{R}(x_1, \dots, x_n)$ и т.п. (т.е. для идентификатора предиката будем использовать «каллиграфический шрифт»)

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».

Определение 2. n -местным предикатом или n -местным предикатом-высказыванием на множестве A называется **высказывание**, истинность или ложность которого определяется значениями n переменных, причем n -ка, составленная из этих значений переменных, принадлежит **множеству** $\underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n$ n раз.

Например, фраза «действительное число x больше действительного числа y » является предикатом от переменных

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».

Определение 2. n -местным предикатом или n -местным предикатом-высказыванием на множестве A называется **высказывание**, истинность или ложность которого определяется значениями n переменных, причем n -ка, составленная из этих значений переменных, принадлежит **множеству** $\underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n$ n раз.

Например, фраза «действительное число x больше действительного числа y » является предикатом от переменных x, y ,

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».

Определение 2. n -местным предикатом или n -местным предикатом-высказыванием на множестве A называется **высказывание**, истинность или ложность которого определяется значениями n переменных, причем n -ка, составленная из этих значений переменных, принадлежит **множеству** $\underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n$ n раз.

Например, фраза «действительное число x больше действительного числа y » является предикатом от переменных x, y , причем для любых значений x_0, y_0 переменных x, y пара $(x; y)$ должна принадлежать множеству

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».

Определение 2. n -местным предикатом или n -местным предикатом-высказыванием на множестве A называется **высказывание**, истинность или ложность которого определяется значениями n переменных, причем n -ка, составленная из этих значений переменных, принадлежит **множеству** $\underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n$ n раз.

Например, фраза «действительное число x больше действительного числа y » является предикатом от переменных x, y , причем для любых значений x_0, y_0 переменных x, y пара $(x; y)$ должна принадлежать множеству $\mathbb{R} \times \mathbb{R} =$

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. Высказыванием мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».

Определение 2. n -местным предикатом или n -местным предикатом-высказыванием на множестве A называется **высказывание**, истинность или ложность которого определяется значениями n переменных, причем n -ка, составленная из этих значений переменных, принадлежит **множеству** $\underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n$ n раз.

Например, фраза «действительное число x больше действительного числа y » является предикатом от переменных x, y , причем для любых значений x_0, y_0 переменных x, y пара $(x; y)$ должна принадлежать множеству $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$.

II.2. Предикаты-функции

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например,

II.2. Предикаты-функции

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например, его эмоциональная окраска или

II.2. Предикаты-функции

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например, его эмоциональная окраска или длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ определяет **функцию** истинности

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например, его эмоциональная окраска или длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \dots, x_n)$, задаваемую формулой

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например, его эмоциональная окраска или длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \dots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \dots, x_n) = \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$$

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например, его эмоциональная окраска или длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \dots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n); \\ \text{если} \end{cases}$$

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например, его эмоциональная окраска или длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \dots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n); \\ \text{если } \neg \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n). \end{cases}$$

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например, его эмоциональная окраска или длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \dots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n); \\ & \text{если } \neg \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n). \end{cases}$$

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например, его эмоциональная окраска или длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \dots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n); \\ 0, & \text{если } \neg \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n). \end{cases}$$

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например, его эмоциональная окраска или длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \dots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n); \\ 0, & \text{если } \neg \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n). \end{cases}$$

Напомним, что если $\mathcal{P}$ — **высказывание**, то высказывания

- $\mathcal{P}$;
- «высказывание $\mathcal{P}$ истинно»;

ЛОГИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНЫ.

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \dots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n); \\ 0, & \text{если } \neg \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n). \end{cases}$$

Часто, говоря о предикате, имеют в виду соответствующую **функцию** истинности.

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \dots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n); \\ 0, & \text{если } \neg \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n). \end{cases}$$

Часто, говоря о предикате, имеют в виду соответствующую **функцию** истинности.

Поэтому предикат в смысле данного выше определения мы будем называть еще **предикатом-высказыванием**, а кроме того, сейчас определим еще одно понимание термина «предикат», которое будем называть **предикатом-функцией**.

II.2. Предикаты-функции

Определение 7. n -местным предикатом-функцией на множестве A называется **функция** $p : \underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n \rightarrow D$, где D —

двухэлементное множество.

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \dots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n); \\ 0, & \text{если } \neg \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n). \end{cases}$$

Часто, говоря о предикате, имеют в виду соответствующую **функцию** истинности.

Поэтому предикат в смысле данного выше определения мы будем называть еще **предикатом-высказыванием**, а кроме того, сейчас определим еще одно понимание термина «предикат», которое будем называть **предикатом-функцией**.

II.2. Предикаты-функции

Определение 7. n -местным предикатом-функцией на множестве A называется **функция** $p : \underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n \rightarrow D$, где D — двухэлементное множество.

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \dots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n); \\ 0, & \text{если } \neg \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n). \end{cases}$$

Элементы множества D в разных работах обозначаются по-разному.

Наиболее часто применяются обозначения {истина, ложь}, {И, Л}, {true, false}, { t , f }, {1, 0}. Мы будем считать, что $D = \{0, 1\}$.

II.2. Предикаты-функции

Определение 7. n -местным предикатом-функцией на множестве A называется **функция** $p : \underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n \rightarrow D$, где D — двухэлементное множество.

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \dots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n); \\ 0, & \text{если } \neg \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n). \end{cases}$$

Мы будем считать, что $D = \{0, 1\}$.

Элементы множества D в разных работах обозначаются по-разному.

Наиболее часто применяются обозначения {истина, ложь}, {И, Л}, {true, false}, { t , f }, {1, 0}. Мы будем считать, что $D = \{0, 1\}$.

II.2. Предикаты-функции

Определение 7. n -местным предикатом-функцией на множестве A называется **функция** $p : \underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n \rightarrow D$, где D — двухэлементное множество.

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \dots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n); \\ 0, & \text{если } \neg \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n). \end{cases}$$

Мы будем считать, что $D = \{0, 1\}$.

Мы будем писать просто «предикат» вместо «предикат-функция» или «предикат-высказывание» в ситуации, когда из контекста ясно, в каком смысле понимается термин «предикат».

II.3. Отношения

Определение 7. n -местным предикатом-функцией на множестве A называется **функция** $p: \underbrace{A \times A \times \dots \times A}_{n \text{ раз}} \rightarrow D$, где D — двухэлементное множество.

Основной язык современной математики — это **язык теории множеств**.

II.3. Отношения

Определение 7. n -местным предикатом-функцией на множестве A называется **функция** $p : \underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n \rightarrow D$, где D — двухэлементное множество.

Основной язык современной математики — это **язык теории множеств**.

Например, для предиката $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ естественно рассмотреть множество всех тех n -ок $(a_1, \dots, a_n)$, для которых истинно высказывание $\mathcal{P}(a_1, \dots, a_n)$.

Рассмотрим пример?

II.3. Отношения

Определение 7. n -местным предикатом-функцией на множестве A называется **функция** $p : \underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n \rightarrow D$, где D — двухэлементное множество.

Определение 8. n -местным отношением (или, если значение n ясно из контекста, то **отношением**) называется произвольное подмножество $\mathbf{P}$ множества $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$.

Основной язык современной математики — это **язык теории множеств**.

Например, для предиката $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ естественно рассмотреть множество всех тех n -ок $(a_1, \dots, a_n)$, для которых истинно высказывание $\mathcal{P}(a_1, \dots, a_n)$.

Рассмотрим пример?

II.3. Отношения

Определение 7. n -местным предикатом-функцией на множестве A называется **функция** $p: \underbrace{A \times A \times \dots \times A}_{n \text{ раз}} \rightarrow D$, где D — двухэлементное множество.

Определение 8. n -местным отношением (или, если значение n ясно из контекста, то **отношением**) называется произвольное подмножество $\mathbf{P}$ множества $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$.

В случае, когда $\mathbf{P} = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$, отношение $\mathbf{P}$ называется универсальным отношением.

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Как обычно, в ситуации, когда для выражения одной и той же мысли можно воспользоваться различными языками, актуальной является задача адекватного перевода с одного языка на другой.

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ соответствует **функция**

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ соответствует **функция**

$$p(x_1, \dots, x_n) =$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ соответствует **функция**

$$p(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n) \text{ истинно} \\ 0, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n) \text{ ложно} \end{cases}$$

Предикату-функции p соответствует **высказывание**, логически эквивалентное, например, высказыванию

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ соответствует **функция**

$$p(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n) \text{ истинно} \\ 0, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n) \text{ ложно} \end{cases}$$

Предикату-функции p соответствует **высказывание**, логически эквивалентное, например, высказыванию $p(x_1, \dots, x_n) = 1$, т.е.

$$\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n) \Leftrightarrow$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ соответствует **функция**

$$p(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n) \text{ истинно} \\ 0, & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \dots, x_n) \text{ ложно} \end{cases} \quad (1)$$

Предикату-функции p соответствует **высказывание**, логически эквивалентное, например, высказыванию $p(x_1, \dots, x_n) = 1$, т.е.

$$\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n) \Leftrightarrow p(x_1, \dots, x_n) = 1. \quad (2)$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ на множестве A будем ставить в соответствие отношение $P \subseteq A^n$, определенное формулой:

$$P =$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ на множестве A будем ставить в соответствие отношение $P \subseteq A^n$, определенное формулой:

$$P = \left\{ (a_1, a_2, \dots, a_n) \mid \mathcal{P}(a_1, a_2, \dots, a_n) \right\}. \quad (3)$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ на множестве A будем ставить в соответствие отношение $P \subseteq A^n$, определенное формулой:

$$P = \left\{ (a_1, a_2, \dots, a_n) \mid \mathcal{P}(a_1, a_2, \dots, a_n) \right\}. \quad (3)$$

В частности, если p — **предикат-функция**, то согласно формулам (2) и (3), этому предикату-высказыванию соответствует отношение

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ на множестве A будем ставить в соответствие отношение $P \subseteq A^n$, определенное формулой:

$$P = \left\{ (a_1, a_2, \dots, a_n) \mid \mathcal{P}(a_1, a_2, \dots, a_n) \right\}. \quad (3)$$

В частности, если p — **предикат-функция**, то согласно формулам (2) и (3), этому предикату-высказыванию соответствует отношение

$$P = \left\{ (a_1, a_2, \dots, a_n) \mid p(a_1, a_2, \dots, a_n) = 1 \right\}. \quad (4)$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ на множестве A будем ставить в соответствие отношение $P \subseteq A^n$, определенное формулой:

$$P = \left\{ (a_1, a_2, \dots, a_n) \mid \mathcal{P}(a_1, a_2, \dots, a_n) \right\}. \quad (3)$$

В частности, если p — **предикат-функция**, то согласно формулам (2) и (3), этому предикату-высказыванию соответствует отношение

$$P = \left\{ (a_1, a_2, \dots, a_n) \mid p(a_1, a_2, \dots, a_n) = 1 \right\}. \quad (4)$$

Переход от отношения P к предикату-высказыванию $\mathcal{P}$ можно осуществить с помощью формулы:

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ на множестве A будем ставить в соответствие отношение $P \subseteq A^n$, определенное формулой:

$$P = \left\{ (a_1, a_2, \dots, a_n) \mid \mathcal{P}(a_1, a_2, \dots, a_n) \right\}. \quad (3)$$

В частности, если p — **предикат-функция**, то согласно формулам (2) и (3), этому предикату-высказыванию соответствует отношение

$$P = \left\{ (a_1, a_2, \dots, a_n) \mid p(a_1, a_2, \dots, a_n) = 1 \right\}. \quad (4)$$

Переход от отношения P к предикату-высказыванию $\mathcal{P}$ можно осуществить с помощью формулы:

$$\mathcal{P}(a_1, a_2, \dots, a_n)$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \dots, x_n)$ на множестве A будем ставить в соответствие отношение $P \subseteq A^n$, определенное формулой:

$$P = \left\{ (a_1, a_2, \dots, a_n) \mid \mathcal{P}(a_1, a_2, \dots, a_n) \right\}. \quad (3)$$

В частности, если p — **предикат-функция**, то согласно формулам (2) и (3), этому предикату-высказыванию соответствует отношение

$$P = \left\{ (a_1, a_2, \dots, a_n) \mid p(a_1, a_2, \dots, a_n) = 1 \right\}. \quad (4)$$

Переход от отношения P к предикату-высказыванию $\mathcal{P}$ можно осуществить с помощью формулы:

$$\mathcal{P}(a_1, a_2, \dots, a_n) \quad \Leftrightarrow \quad (a_1, a_2, \dots, a_n) \in P. \quad (5)$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Переход от отношения R предикату-высказыванию $\mathcal{P}$ можно осуществить с помощью формулы:

$$\mathcal{P}(a_1, a_2, \dots, a_n) \Leftrightarrow (a_1, a_2, \dots, a_n) \in R. \quad (5)$$

Переход от отношения R к предикату-функции p можно осуществить с помощью формул (1) и (6)

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Переход от отношения R предикату-высказыванию $\mathcal{P}$ можно осуществить с помощью формулы:

$$\mathcal{P}(a_1, a_2, \dots, a_n) \Leftrightarrow (a_1, a_2, \dots, a_n) \in R. \quad (5)$$

Переход от отношения R к предикату-функции p можно осуществить с помощью формул (1) и (6)

$$p(a_1, a_2, \dots, a_n) =$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Переход от отношения P предикату-высказыванию $\mathcal{P}$ можно осуществить с помощью формулы:

$$\mathcal{P}(a_1, a_2, \dots, a_n) \Leftrightarrow (a_1, a_2, \dots, a_n) \in P. \quad (5)$$

Переход от отношения P к предикату-функции p можно осуществить с помощью формул (1) и (6)

$$p(a_1, a_2, \dots, a_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } (a_1, a_2, \dots, a_n) \in P; \\ 0, & \text{если } (a_1, a_2, \dots, a_n) \notin P. \end{cases} \quad (6)$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Таким образом, между n -местными предикатами на множестве A и отношениями из A^n существует тесная связь. Эта связь естественная, причем отображения множества отношений на множество предикатов-высказываний и предикатов-функций являются взаимно однозначными. Поэтому на практике соответствующие друг другу предикаты и отношения отождествляются и часто говорят: «отношение равенства», «отношение подобия», «отношение принадлежности» и даже «отношение $\leq$ », хотя на самом деле в этих случаях имеются в виду предикаты¹.

¹Причем не всегда предикаты-высказывания, как, например, в программировании, когда результатом проверки условия является значение истинности «TRUE, FALSE» или «0, 1».

IV. Бинарные отношения

Определение 9. *Двуместное отношение на множестве A называется бинарным отношением.*

Если R — бинарное отношение, то часто вместо $(x, y) \in R$ пишут xRy . Это соглашение вызвано тем обстоятельством, что встречающиеся обычно в математике отношения имеют похожую запись: $x = y$, $x < y$, $x \subseteq y$, $x \in y$ и т.п. Здесь символ R нужно интерпретировать скорее не как множество, а как заменитель символов $=$, $<$, $\subseteq$, $\in$, и т.п.

IV.1. Языки теории бинарных отношений

Теория бинарных отношений представляет собой прекрасный пример использования математики, как языка. Дело в том что можно сформулировать ряд понятий, в некотором смысле эквивалентных бинарному отношению, но относящихся к разным разделам математики. Как говорят, это понятие можно сформулировать «на разных математических языках». Приведем ряд таких примеров

IV.1. Языки теории бинарных отношений

Язык множеств. Бинарное отношение, как множество — это исходное определение бинарного отношения.

IV.1. Языки теории бинарных отношений

Язык множеств.

Язык функций. Как мы отмечали выше, бинарному отношению R ставится в соответствие предикат $r(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если } (x, y) \in R \\ 0, & \text{если } (x, y) \notin R \end{cases}$.

IV.1. Языки теории бинарных отношений

Язык множеств.

Язык функций.

Язык высказываний. Бинарному отношению R соответствует **высказывание** $(x, y) \in R$. Заметим, что R состоит из всех тех пар (x, y) , для которых это **высказывание** верно. Таким образом, этим высказыванием бинарное отношение R определяется полностью и однозначно.

IV.1. Языки теории бинарных отношений

Язык множеств.

Язык функций.

Язык высказываний. Например, **высказывание** «натуральное число m делится на натуральное число n нацело» определяет отношение $R = \{(2; 1), (3; 1), (4; 2), \dots\}$. При этом это **высказывание** логически эквивалентно высказыванию $(m, n) \in R$, то есть *истинность первого высказывания влечет истинность второго высказывания, и наоборот, истинность второго высказывания влечет истинность первого высказывания* (это определение логической эквивалентности высказываний). Фактически объявленный ранее переход к обозначению xRy вместо $(x, y) \in R$ осуществляет «перевод» с языка множеств на язык высказываний.

IV.1. Языки теории бинарных отношений

Язык множеств.

Язык функций.

Язык высказываний.

Язык ориентированных графов. Пусть бинарное отношение R определено на множестве A , состоящем из небольшого числа элементов. Каждому элементу a множества A взаимно однозначным образом поставим в соответствие точку плоскости $g(a)$, называемую **вершиной графа**, и из точки $g(a)$ в точку $g(b)$ будет идти стрелка (называемая **дугой графа**) тогда и только тогда, когда aRb . Если дуга идет из $g(a)$ в эту же точку, то есть aRa , то такая дуга называется **петлей**. Получающийся **граф** (точнее, его графическая модель) для отношения R мы будем обозначать $\Gamma(R)$.

IV.1. Языки теории бинарных отношений

Язык множеств.

Язык функций.

Язык высказываний.

Язык ориентированных графов. Язык теории ориентированных графов бывает очень нагляден для небольших множеств A , и поэтому часто применяется даже в быту: это и схема метро (там вместо взаимно обратных дуг рисуют просто отрезок), и схемы, поясняющие, как пройти к нужному месту (a и b находятся в соответствующем отношении, если есть прямой проход из места a к месту b), и схемы подчиненности в некоторых учреждениях и организациях, например, в армии, и т.п.

Рассмотрим пример?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

На языке предикатов-функций получаем, что

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

На языке предикатов-функций получаем, что *для любого* элемента a из A имеет место тождество $r(a, a) \equiv 1$. На языке предикатов-высказываний получаем, что для любого $a \in A$ справедливо ara .

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

На языке предикатов-функций получаем, что *для любого* элемента a из A имеет место тождество $r(a, a) \equiv 1$. На языке предикатов-высказываний получаем, что для любого $a \in A$ справедливо ara .

На языке ориентированных графов — в графе $\Gamma(R)$

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

На языке предикатов-функций получаем, что *для любого* элемента a из A имеет место тождество $r(a, a) \equiv 1$. На языке предикатов-высказываний получаем, что для любого $a \in A$ справедливо ara .

На языке ориентированных графов — в графе $\Gamma(R)$ каждая вершина «снабжена» петлей.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Подчеркнем, что **рефлексивность** — это свойство бинарного отношения *в целом*, а не отдельной вершины. *Нельзя*, например, сказать «отношение R рефлексивно в вершине a ».

Является ли рефлексивным отношение делимости нацело на множестве неотрицательных целых чисел?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Подчеркнем, что **рефлексивность** — это свойство бинарного отношения *в целом*, а не отдельной вершины. *Нельзя*, например, сказать «отношение R рефлексивно в вершине a ».

Является ли рефлексивным отношение делимости нацело на множестве неотрицательных целых чисел?

Нет, не является, поскольку 0 не делится нацело на 0.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Подчеркнем, что **рефлексивность** — это свойство бинарного отношения *в целом*, а не отдельной вершины. *Нельзя*, например, сказать «отношение R рефлексивно в вершине a ».

Отношение $<$ не рефлексивно. Является ли рефлексивным отношение «человек x нравится человеку y »?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Подчеркнем, что **рефлексивность** — это свойство бинарного отношения *в целом*, а не отдельной вершины. *Нельзя*, например, сказать «отношение R рефлексивно в вершине a ».

Отношение $<$ не рефлексивно. Является ли рефлексивным отношение «человек x нравится человеку y »?

Не рефлексивно, поскольку, увы, не все люди нравятся сами себе.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R$.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R$.

На языке предикатов-функций симметричность отношения R означает, что

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R$.

На языке предикатов-функций симметричность отношения R означает, что если $r(x, y) = 1$, то $r(y, x) = 1$.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R$.

На языке предикатов-функций симметричность отношения R означает, что если $r(x, y) = 1$, то $r(y, x) = 1$.

На языке предикатов-высказываний имеем

$$xry \Rightarrow yrx.$$

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

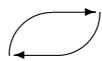
Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

На языке предикатов-функций **симметричность** отношения R означает, что если $r(x, y) = 1$, то $r(y, x) = 1$.

На языке предикатов-высказываний имеем

$$xry \Rightarrow yrx.$$

На языке ориентированных графов **симметричность** означает, что всякая дуга имеет в графе $\Gamma(R)$ обратную: 

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R$.

Как и в случае с рефлексивностью, **симметричность** является свойством отношения *в целом*, *нельзя* сказать «отношение R для этих элементов симметрично, а для тех — нет».

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R$.

Как и в случае с рефлексивностью, **симметричность** является свойством отношения *в целом*, *нельзя* сказать «отношение R для этих элементов симметрично, а для тех — нет».

Являются ли симметричными отношения: отношение равенства и отношение родства между людьми?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R$.

Как и в случае с рефлексивностью, **симметричность** является свойством отношения *в целом*, *нельзя* сказать «отношение R для этих элементов симметрично, а для тех — нет».

Являются ли симметричными отношения: отношение равенства и отношение родства между людьми? Да.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R$.

Как и в случае с рефлексивностью, **симметричность** является свойством отношения *в целом*, *нельзя* сказать «отношение R для этих элементов симметрично, а для тех — нет».

Всегда актуальное, особенно для молодых людей, отношение «любит», к сожалению, не симметрично, не всегда любовь бывает взаимной. Можно ли сказать: «отношение «любит» не всегда симметрично»?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R$.

Как и в случае с рефлексивностью, **симметричность** является свойством отношения *в целом*, *нельзя* сказать «отношение R для этих элементов симметрично, а для тех — нет».

Всегда актуальное, особенно для молодых людей, отношение «любит», к сожалению, не симметрично, не всегда любовь бывает взаимной. Можно ли сказать: «отношение «любит» не всегда симметрично»?

Симметричность — свойство всего отношения, а не особенность отдельных вершин, даже весьма достойных уважения и любви!

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

Антисимметричность. Бинарное отношение R называется **анти-симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

Антисимметричность. Бинарное отношение R называется **анти-симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

На языке подмножеств: в R не могут одновременно содержаться (a, b) и (b, a) для различных a, b .

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

Антисимметричность. Бинарное отношение R называется **анти-симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

На языке подмножеств: в R не могут одновременно содержаться (a, b) и (b, a) для различных a, b .

На языке высказываний: для различных a, b из высказываний aRb и bRa , как минимум, одно является неверным.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

Антисимметричность. Бинарное отношение R называется **анти-симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

На языке подмножеств: в R не могут одновременно содержаться (a, b) и (b, a) для различных a, b .

На языке высказываний: для различных a, b из высказываний $a \rho b$ и $b \rho a$, как минимум, одно является неверным.

На языке ориентированных графов: ни у одной дуги, кроме петли, нет обратной.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

Антисимметричность. Бинарное отношение R называется **анти-симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

Может ли отношение быть одновременно симметричным и анити-симметричным?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

Антисимметричность. Бинарное отношение R называется **анти-симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

Антисимметричным и симметричным является подмножество отношения равенства.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

Антисимметричность. $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

Транзитивность. Транзитивным называется такое отношение R ,
что $\forall a, b, c \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; c) \in R \end{cases} \Rightarrow (a; c) \in R.$

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

Антисимметричность. $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

Транзитивность. **Транзитивным** называется такое отношение R ,
что $\forall a, b, c \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; c) \in R \end{cases} \Rightarrow (a; c) \in R.$

Особенно наглядна транзитивность на языке ориентированных графов: для графа $G(R)$ транзитивного отношения R если есть «обходной маршрут» $a, (a, b), b, (b, c), c$, соединяющий вершины a и c , то обязательно есть и «короткий, прямой» путь $a, (a, c), c$. Иными словами, «уголки» вида  «замыкаются до треугольника»: 

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

Антисимметричность. $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

Транзитивность. $\forall a, b, c \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; c) \in R \end{cases} \Rightarrow (a; c) \in R.$

Является ли транзитивным отношение «женщина a является матерью женщины b »?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

Антисимметричность. $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

Транзитивность. $\forall a, b, c \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; c) \in R \end{cases} \Rightarrow (a; c) \in R.$

Является ли транзитивным отношение «женщина a является мамой женщины b »?

Нет, не является, так как мама мамы — это бабушка!

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

Антисимметричность. $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

Транзитивность. $\forall a, b, c \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; c) \in R \end{cases} \Rightarrow (a; c) \in R.$

Из транзитивности отношения R **не** следует, например, что $(a; b) \in R$ и $(a; c) \in R$ влечет $(b; c) \in R$ или $(c; b) \in R$.

Например, если мы определим отношение «лучше» между автомобилями правилом « a лучше, чем b , если a быстрее и экономичнее b », то из того, что автомобиль a лучше, чем b и c , не следует, что b лучше c или наоборот: может оказаться, что b быстрее, чем c , но «прожорливей».

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

Антисимметричность. $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

Транзитивность. $\forall a, b, c \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; c) \in R \end{cases} \Rightarrow (a; c) \in R.$

Является ли транзитивным отношение $P = \{(n, n+1) \mid n \in \mathbb{Z}\}$ на множестве целых чисел?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

Антисимметричность. $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

Транзитивность. $\forall a, b, c \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; c) \in R \end{cases} \Rightarrow (a; c) \in R.$

Отношение $P = \left\{ (n, n + 1) \mid n \in \mathbb{Z} \right\}$ на множестве целых чисел не является транзитивным, так как, например, $(1; 2) \in P$ и $(2; 3) \in P$, но неверно, что $(1; 3) \in P$.

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. *Рефлексивное, симметричное и транзитивное* отношение называется отношением эквивалентности.

Как понять, что такое отношение эквивалентности?

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. *Рефлексивное, симметричное и транзитивное* отношение называется отношением эквивалентности.

Как понять, что такое отношение эквивалентности?

Есть два варианта:

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. *Рефлексивное, симметричное и транзитивное* отношение называется отношением эквивалентности.

Как понять, что такое отношение эквивалентности?

Есть два варианта:

анализ определения и

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. *Рефлексивное, симметричное и транзитивное* отношение называется **отношением эквивалентности**.

Как понять, что такое отношение эквивалентности?

Есть два варианта:

анализ определения и

построение достаточно большого числа примеров.

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. *Рефлексивное, симметричное и транзитивное* отношение называется отношением эквивалентности.

Есть два варианта:
анализ определения и
построение достаточно большого числа примеров.

Отношения эквивалентности встречаются очень часто: это и отношение равенства для чисел,

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. *Рефлексивное, симметричное и транзитивное* отношение называется **отношением эквивалентности**.

Есть два варианта:
анализ определения и
построение достаточно большого числа примеров.

Отношения эквивалентности встречаются очень часто: это и отношение равенства для чисел, множеств,

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. *Рефлексивное, симметричное и транзитивное* отношение называется **отношением эквивалентности**.

Есть два варианта:
анализ определения и
построение достаточно большого числа примеров.

Отношения эквивалентности встречаются очень часто: это и отношение равенства для чисел, множеств, геометрических фигур,

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. *Рефлексивное, симметричное и транзитивное* отношение называется **отношением эквивалентности**.

Есть два варианта:
анализ определения и
построение достаточно большого числа примеров.

Отношения эквивалентности встречаются очень часто: это и отношение равенства для чисел, множеств, геометрических фигур, отношение подобия для геометрических фигур и т.п.

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. *Рефлексивное, симметричное и транзитивное* отношение называется отношением эквивалентности.

Есть два варианта:
анализ определения и
построение достаточно большого числа примеров.

Рассмотрим пример?

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1.

Отношение R является *отношением эквивалентности* на множестве A тогда и только тогда, когда

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых,
(A РАСПАДАЕТСЯ В ОБЪЕДИНЕНИЕ КЛАССОВ A_α)

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$;
(A РАСПАДАЕТСЯ В ОБЪЕДИНЕНИЕ КЛАССОВ A_α)

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых,

(A РАСПАДАЕТСЯ В ОБЪЕДИНЕНИЕ НЕПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ
КЛАССОВ)

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

(A РАСПАДАЕТСЯ В ОБЪЕДИНЕНИЕ НЕПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ
КЛАССОВ)

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих,
(ВСЕ ЭЛЕМЕНТЫ ИЗ ОДНОГО КЛАССА НАХОДЯТСЯ В ОТНОШЕНИИ R ДРУГ С ДРУГОМ)

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
(ВСЕ ЭЛЕМЕНТЫ ИЗ ОДНОГО КЛАССА НАХОДЯТСЯ В ОТНОШЕНИИ R ДРУГ С ДРУГОМ)

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых,
(ЭЛЕМЕНТЫ ИЗ РАЗНЫХ КЛАССОВ НЕ НАХОДЯТСЯ В ОТНОШЕНИИ R)

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.
(ЭЛЕМЕНТЫ ИЗ РАЗНЫХ КЛАССОВ НЕ НАХОДЯТСЯ В ОТНОШЕНИИ R)

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x, y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x, y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Иными словами, R — это отношение эквивалентности, если и только если A распадается в объединение непересекающихся классов попарно эквивалентных по R элементов.

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x, y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Доказательство **критерия отношения эквивалентности**.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x, y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Доказательство **критерия отношения эквивалентности**.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это теорема-эквиваленция.

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x, y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Доказательство **критерия отношения эквивалентности**.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это теорема-эквиваленция.

Значит, доказательство разбивается на два этапа: во-первых,

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Доказательство критерия отношения эквивалентности.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это теорема-эквиваленция.

Значит, доказательство разбивается на два этапа: во-первых, надо доказать, что всякое **отношение эквивалентности** обладает описанным в теореме свойствами, и,

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Доказательство критерия отношения эквивалентности.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это теорема-эквиваленция.

Значит, доказательство разбивается на два этапа: во-первых, надо доказать, что всякое **отношение эквивалентности** обладает описанным в теореме свойствами, и, во-вторых,

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Доказательство критерия отношения эквивалентности.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это теорема-эквиваленция.

Значит, доказательство разбивается на два этапа: во-первых, надо доказать, что всякое **отношение эквивалентности** обладает описанным в теореме свойствами, и, во-вторых, что всякое отношение с такими свойствами является **отношением эквивалентности**.

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Доказательство критерия отношения эквивалентности.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это теорема-эквиваленция.

Значит, доказательство разбивается на два этапа: во-первых, надо доказать, что всякое **отношение эквивалентности** обладает описанным в теореме свойствами, и, во-вторых, что всякое отношение с такими свойствами является **отношением эквивалентности**.

Что взять в качестве класса A_α ?

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Доказательство критерия отношения эквивалентности.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это теорема-эквиваленция.

Значит, доказательство разбивается на два этапа: во-первых, надо доказать, что всякое **отношение эквивалентности** обладает описанным в теореме свойствами, и, во-вторых, что всякое отношение с такими свойствами является **отношением эквивалентности**.

Что взять в качестве класса A_α ?

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Возникли вопросы?

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Дальнейшее доказательство разобьём на ряд лемм:

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Дальнейшее доказательство разобьём на ряд лемм:

лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$,

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Дальнейшее доказательство разобьём на ряд лемм:

лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$,

лемма о порождении $C(x)$,

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Дальнейшее доказательство разобьём на ряд лемм:

лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$,

лемма о порождении $C(x)$,

лемма об изолированности $C(x)$.

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то все элементы из $C(x)$ находятся в отношении R друг с другом.

Слишком много слов естественного языка...

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

А вот это уже стоит законспектировать!

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство.

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — *отношение эквивалентности*, то

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Доказательство. По определению $C(x)$...

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

x

y

z

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

x

y

z

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

x

y

z

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

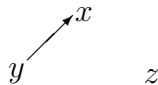
$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

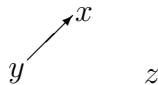
$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

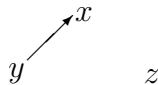
$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

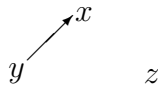
$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

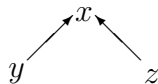
$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right\} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

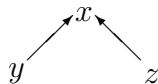
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

Заключение леммы на языке теории графов выглядит так...



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

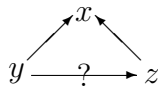
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

Заключение леммы на языке теории графов выглядит так...



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

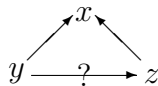
Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

Заключение леммы на языке теории графов выглядит так...

В силу **симметричности** отношения R ...



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

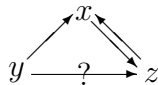
Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

Заключение леммы на языке теории графов выглядит так...

В силу **симметричности** отношения R ...



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

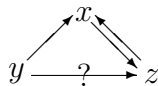
Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

Заключение леммы на языке теории графов выглядит так...

В силу **симметричности** отношения R ...

Значит, знак вопроса на «стрелке» из y в z можно убрать в силу **транзитивности** отношения R .



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

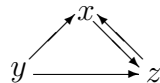
$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.



Заключение леммы на языке теории графов выглядит так...

В силу **симметричности** отношения R ...

Значит, знак вопроса на «стрелке» из y в z можно убрать в силу

транзитивности отношения R .

Осталось все это записать на языке формул...

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

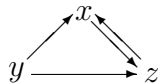
$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Доказательство.

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow$$



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

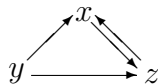
$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Доказательство.

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; x) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Leftrightarrow$$



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

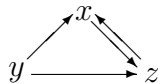
Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство.

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; x) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Leftrightarrow$$

Используем **симметричность** и

отношения R .



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

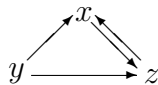
Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Доказательство.

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; x) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; x) \in R, \\ (x; z) \in R \end{cases} \Rightarrow$$

Используем **симметричность** и

отношения R .



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

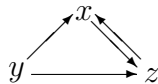
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Доказательство.

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; x) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; x) \in R, \\ (x; z) \in R \end{cases} \Rightarrow$$

Используем **симметричность** и **транзитивность** отношения R .



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

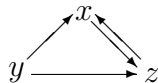
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Доказательство.

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; x) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; x) \in R, \\ (x; z) \in R \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Используем **симметричность** и **транзитивность** отношения R .



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. Если R — **отношение эквивалентности**, то для любого y из $C(x)$ имеем $C(x) = C(y)$.

Слишком много слов естественного языка...

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

А вот это уже стоит законспектировать...

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.
Доказательство. Надо доказать

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) \stackrel{\text{■}}{=} C(y)$.
Доказательство. Надо доказать

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) \blacksquare C(y)$.
Доказательство. Надо доказать равенство

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.
Доказательство. Надо доказать равенство

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.
Доказательство. Надо доказать равенство

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.
Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

По определению

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

По определению

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

По определению равенства множеств

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

По определению равенства множеств надо доказать, что

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

По определению равенства множеств надо доказать, что $C(x) \subseteq C(y)$

и

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

По определению равенства множеств надо доказать, что $C(x) \subseteq C(y)$
и $C(x) \supseteq C(y)$.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е.,

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е.,

по определению...

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

по определению...

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

y

z

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

y

z

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

y

z

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

y

z

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, (v; u) \in R \right\}$$

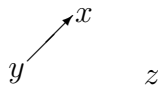
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

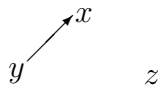
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

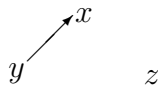
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, (v; u) \in R \right\}$$

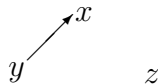
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, (v; u) \in R \right\}$$

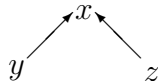
Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — *отношение эквивалентности*, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — *отн. экв.* $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

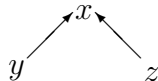
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

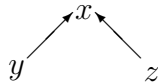
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

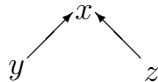
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, (v; u) \in R \right\}$$

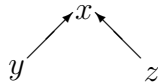
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

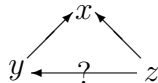
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

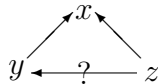
Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

В силу **симметричности** отношения R ...



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

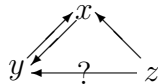
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



В силу **симметричности** отношения R ...

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

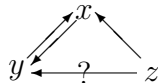
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



В силу **симметричности** отношения R ...

Осталось воспользоваться

отношения R .

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

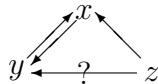
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



В силу **симметричности** отношения R ...

Осталось воспользоваться **транзитивностью** отношения R .

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

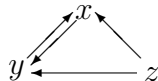
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



В силу **симметричности** отношения R ...

Осталось воспользоваться **транзитивностью** отношения R .

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

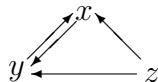
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



В силу **симметричности** отношения R ...

Осталось воспользоваться **транзитивностью** отношения R .

Переведем это доказательство на язык формул.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

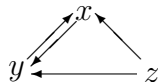
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и

отношения R , получаем:

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

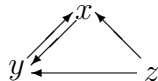
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и

отношения R , получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

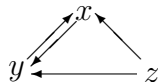
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и

отношения R , получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y; x) \in R \Rightarrow$

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

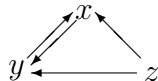
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и

отношения R , получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y; x) \in R \Rightarrow (x; y) \in R$.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

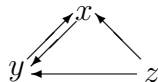
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и

отношения R , получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y; x) \in R \Rightarrow (x; y) \in R$.

Тогда

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

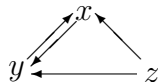
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и

отношения R , получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y; x) \in R \Rightarrow (x; y) \in R$.

Тогда $z \in C(x) \Leftrightarrow$

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

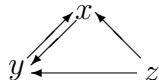
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и

отношения R , получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y; x) \in R \Rightarrow (x; y) \in R$.

Тогда $z \in C(x) \Leftrightarrow (z; x) \in R \Rightarrow$

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

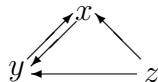
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и

отношения R , получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y; x) \in R \Rightarrow (x; y) \in R$.

Тогда $z \in C(x) \Leftrightarrow (z; x) \in R \Rightarrow$

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

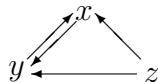
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и **транзитивность** отношения R , получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y; x) \in R \Rightarrow (x; y) \in R$.

Тогда $z \in C(x) \Leftrightarrow (z; x) \in R \Rightarrow$

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

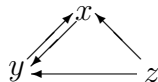
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и **транзитивность** отношения R , получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y; x) \in R \Rightarrow (x; y) \in R$.

Тогда $z \in C(x) \Leftrightarrow (z; x) \in R \Rightarrow (z; y) \in R$.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

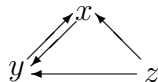
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и **транзитивность** отношения R , получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y; x) \in R \Rightarrow (x; y) \in R$.

Тогда $z \in C(x) \Leftrightarrow (z; x) \in R \Rightarrow (z; y) \in R$. Следовательно, $z \in C(y)$.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

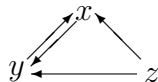
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Обратное утверждение получаем из соображений симметрии, поскольку

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

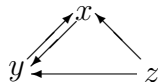
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Обратное утверждение получаем из соображений симметрии, поскольку $y \in C(x) \Rightarrow x \in C(y)$ в силу

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

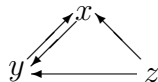
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Обратное утверждение получаем из соображений симметрии, поскольку $y \in C(x) \Rightarrow x \in C(y)$ в силу **симметричности** отношения R .

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

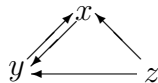
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Обратное утверждение получаем из соображений симметрии, поскольку $y \in C(x) \Rightarrow x \in C(y)$ в силу **симметричности** отношения R .

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, (v; u) \in R \right\}$$

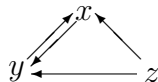
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Обратное утверждение получаем из соображений симметрии, поскольку $y \in C(x) \Rightarrow x \in C(y)$ в силу **симметричности** отношения R .

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

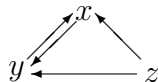
Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \stackrel{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Обратное утверждение получаем из соображений симметрии, поскольку $y \in C(x) \Rightarrow x \in C(y)$ в силу **симметричности** отношения R .

Лемма доказана.

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отношение эквивалентности**, то ни один элемент из A , не входящий в $C(x)$, не находится в отношении R ни с одним элементом из $C(x)$.

Слишком много слов естественного языка...

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

Вот это стоит законспектировать...

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

Доказательство.

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

Доказательство. От противного:

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y; z) \in R$.

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y; z) \in R$.

Тогда

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y; z) \in R$.

Тогда
$$\begin{cases} (y; z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow$$

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y; z) \in R$.

Тогда
$$\begin{cases} (y; z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; z) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Rightarrow$$

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y; z) \in R$.

Тогда
$$\begin{cases} (y; z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; z) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Rightarrow (y; x) \in R,$$

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y; z) \in R$.

Тогда
$$\begin{cases} (y; z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; z) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Rightarrow (y; x) \in R,$$

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y; z) \in R$.

Тогда
$$\begin{cases} (y; z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; z) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Rightarrow (y; x) \in R,$$

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y; z) \in R$.

Тогда
$$\begin{cases} (y; z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; z) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Rightarrow (y; x) \in R,$$

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y; z) \in R$.

Тогда
$$\begin{cases} (y; z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; z) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Rightarrow (y; x) \in R,$$

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y; z) \in R$.

Тогда
$$\begin{cases} (y; z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; z) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Rightarrow (y; x) \in R, \text{ противоречие.}$$

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y; z) \in R$.

Тогда
$$\begin{cases} (y; z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; z) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Rightarrow (y; x) \in R, \text{ противоречие.}$$

Лемма доказана.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=000}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=001}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

В качестве A_α возьмём $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=001}

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

В качестве A_α возьмём $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=002}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=003}

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=004}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=011}

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Утверждение

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=012}

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Утверждение $A \supseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=013}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Утверждение $A \supseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha =$

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=014}

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — *отношение эквивалентности*, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — *отн. экв.* $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — *отн. экв.*, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Утверждение $A \supseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=015}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; *во-вторых*, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — *отношение эквивалентности*, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — *отн. экв.* $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — *отн. экв.*, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Утверждение $A \supseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$ очевидно.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=021}

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Докажем, что $A \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=022}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Докажем, что $A \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=023}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Докажем, что $A \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$. Возьмем произвольный $a \in A$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=024}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Докажем, что $A \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$. Возьмем произвольный $a \in A$. В силу **рефлексивности** отношения R имеем

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=024}

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Докажем, что $A \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$. Возьмем произвольный $a \in A$. В силу **рефлексивности** отношения R имеем

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=025}

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Докажем, что $A \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$. Возьмем произвольный $a \in A$. В силу **рефлексивности** отношения R имеем $a \in C(a)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=026}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Докажем, что $A \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$. Возьмем произвольный $a \in A$. В силу **рефлексивности** отношения R имеем $a \in C(a)$. Значит, утверждение «во-первых» доказано.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=031}

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

В качестве A_α возьмём $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=032}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a)$

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=033}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=034}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

Поэтому утверждение «во-вторых» следует из леммы

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=035}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

Поэтому утверждение «во-вторых» следует из леммы об изолированности $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=036}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

Поэтому утверждение «во-вторых» следует из леммы 3 об изолированности $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=041}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмём $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=042}

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Утверждение «в-третьих» следует из леммы

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=043}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Утверждение «в-третьих» следует из леммы о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=044}

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Утверждение «в-третьих» следует из леммы 1 о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=051}

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмём $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=052}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a)$

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=053}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то
$$\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=054}

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

Наконец, утверждение «в-четвертых» является следствием определения $C(x)$ и леммы

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=055}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; во-вторых, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

Наконец, утверждение «в-четвертых» является следствием определения $C(x)$ и леммы о порождении $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=056}

$$C(u) = \left\{ v \mid v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

Наконец, утверждение «в-четвертых» является следствием определения $C(x)$ и леммы 2 о порождении $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности_{#1=060}

$$C(u) = \{v \mid v \in A, (v; u) \in R\}$$

Теорема 1. R — **отношение эквивалентности** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; **во-вторых**, $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, для любых $x, y \in A_\alpha$ имеет место $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \quad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. Если R — **отношение эквивалентности**, то $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — **отн. экв.** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. Если R — **отн. экв.**, то $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

Наконец, утверждение «в-четвертых» является следствием определения $C(x)$ и леммы 2 о порождении $C(x)$.

Критерий отношения эквивалентности доказан.

IV.3.6. Фактор-множество

Замечание 1. *Критерий отношения эквивалентности позволяет ввести еще один стандартный способ для задания отношения эквивалентности: задание указанием **классов эквивалентных элементов**.*

IV.3.6. Фактор-множество

Замечание 1. *Критерий отношения эквивалентности позволяет ввести еще один стандартный способ для задания отношения эквивалентности: задание указанием **классов эквивалентных элементов**.*

Отношение эквивалентности $T = \{(1; 1); (1; 3); (2; 2); (3; 1); (3; 3)\}$ (**рефлексивность**, **симметричность** и **транзитивность** этого отношения проверьте самостоятельно, в данном случае это можно сделать перебором всех вариантов) можно задать, указав список эквивалентных элементов:

IV.3.6. Фактор-множество

Замечание 1. *Критерий отношения эквивалентности позволяет ввести еще один стандартный способ для задания отношения эквивалентности: задание указанием **классов эквивалентных элементов**.*

Отношение эквивалентности $T = \{(1; 1); (1; 3); (2; 2); (3; 1); (3; 3)\}$ (**рефлексивность**, **симметричность** и **транзитивность** этого отношения проверьте самостоятельно, в данном случае это можно сделать перебором всех вариантов) можно задать, указав список эквивалентных элементов:

$$\{1; 3\} = C(1) = C(3), \quad \{2\} = C(2).$$

IV.3.6. Фактор-множество

Замечание 1. *Критерий отношения эквивалентности позволяет ввести еще один стандартный способ для задания отношения эквивалентности: задание указанием **классов эквивалентных элементов**.*

Определение 11. *Если R — **отношение эквивалентности** на множестве M , то множество классов эквивалентных по R элементов называется **фактор-множеством** M/R множества M по отношению R .*

IV.3.6. Фактор-множество

Замечание 1. *Критерий отношения эквивалентности* позволяет ввести еще один стандартный способ для задания отношения эквивалентности: задание указанием **классов эквивалентных элементов**.

Обратите внимание на стандартные формы перехода от одной формы представления отношения эквивалентности к другой! Определение класса эквивалентных элементов представлено **формулой (??)**.

IV.3.6. Фактор-множество

Замечание 1. *Критерий отношения эквивалентности* позволяет ввести еще один стандартный способ для задания отношения эквивалентности: задание указанием **классов эквивалентных элементов**.

Обратите внимание на стандартные формы перехода от одной формы представления отношения эквивалентности к другой! Восстановление исходного отношения по фактор-множеству можно осуществить с помощью формул

$$(x; y) \in R \Leftrightarrow \exists C(z) \begin{cases} x \in C(z); \\ y \in C(z), \end{cases} \quad (7)$$

$$(x; y) \in R \Leftrightarrow \begin{cases} x \in C(y); \\ y \in C(x). \end{cases} \quad (8)$$

Рассмотрим пример?

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное* отношение называется **отношением частичного порядка**.

Как разобраться с тем, что такое отношение частичного порядка?

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное* отношение называется **отношением частичного порядка**.

Как разобраться с тем, что такое отношение частичного порядка?

Есть два варианта:

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное* отношение называется **отношением частичного порядка**.

Как разобраться с тем, что такое отношение частичного порядка?

Есть два варианта:

анализ определения (получение следствий) или

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное* отношение называется **отношением частичного порядка**.

Как разобраться с тем, что такое отношение частичного порядка?

Есть два варианта:

анализ определения (получение следствий) или
рассмотрение достаточно большого числа примеров.

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное* отношение называется **отношением частичного порядка**.

Отношениями частичного порядка являются, например,
— отношение $\leq$ на множестве целых чисел;

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное* отношение называется **отношением частичного порядка**.

Отношениями частичного порядка являются, например,

- отношение $\leq$ на множестве целых чисел;
- отношения $\supseteq$ и

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное* отношение называется **отношением частичного порядка**.

Отношениями частичного порядка являются, например,

- отношение $\leq$ на множестве целых чисел;
- отношения $\supseteq$ и $\subseteq$ на множестве всех подмножеств множества X .

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное* отношение называется **отношением частичного порядка**.

Если R — отношение частичного порядка на множестве A , то говорят, что элементы $x, y \in A$ **несравнимы** по отношению R , если $(x, y) \notin R$ и $(y, x) \notin R$. Если из контекста ясно, о каком отношении R идет речь, то говорят, что x, y *несравнимы* вместо x, y *несравнимы по отношению R* .

В данном разделе мы ограничимся формулированием определений основных типов отношений частичного порядка, применяющихся в математике.

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное* отношение называется **отношением частичного порядка**.

Определение 13. *Отношение R частичного порядка на множестве A называется отношением линейного порядка, если для любых элементов $x, y \in A$ верно хотя бы одно из утверждений: $(x, y) \in R$ или $(y, x) \in R$.*

Иными словами, отношение частичного порядка является отношением линейного порядка тогда и только тогда, когда в A нет несравнимых элементов.

IV.5. Отношение полного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное* отношение называется **отношением частичного порядка**.

Определение 13. *Отношение R частичного порядка на множестве A называется отношением линейного порядка, если для любых элементов $x, y \in A$ верно хотя бы одно из утверждений: $(x, y) \in R$ или $(y, x) \in R$.*

Определение 14. *Отношение R частичного порядка на множестве A называется отношением полного порядка, если в любом подмножестве $B \subseteq A$ найдется наименьший элемент, то есть такой элемент $m \in B$, что для любого $x \in B$ имеет место включение $(m, x) \in R$.*

IV.5. Отношение полного порядка

Иными словами, бинарное отношение ρ на множестве A является **отношением полного порядка** тогда и только тогда, когда
во-первых, ρ — отношение частичного порядка;

во-вторых, все элементы из A сравнимы относительно ρ , то есть

$$\forall x \forall y (x \in A \wedge y \in A) \rightarrow x\rho y \vee y\rho x;$$

в-третьих, в любом подмножестве $B \subseteq A$ найдется минимальный элемент, то есть

$$\exists x x \in B \wedge \forall y (y \in B \rightarrow x\rho y) .$$

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. *Если r — отношение полного порядка на множестве M , то справедливы следующие утверждения:*

- 1) r является **отношением линейного порядка**;*
- 2) Если элемент x из M не является «наибольшим» в M , то среди элементов множества M , «больших» чем x , существует «наименьший» элемент.*

Много слов...

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. Если r — отношение полного порядка на множестве M , то справедливы следующие утверждения:

1) r является **отношением линейного порядка**;

$$2) \exists t \begin{cases} t \in M, \\ xrt \end{cases} \Rightarrow \exists y \in M \begin{cases} x \neq y, \\ xry, \\ \forall z \in M \quad xrz \Rightarrow (x \neq z \Rightarrow yrz). \end{cases}$$

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. Если r — отношение полного порядка на множестве M , то справедливы следующие утверждения:

1) r является **отношением линейного порядка**;

$$2) \exists t \begin{cases} t \in M, \\ xrt \end{cases} \Rightarrow \exists y \in M \begin{cases} x \neq y, \\ xry, \\ \forall z \in M \quad xrz \Rightarrow (x \neq z \Rightarrow yrz). \end{cases}$$

Доказательство. 1). Если $x, y \in M$, то, по определению полного порядка, во множестве $\{x, y\}$ имеется наименьший элемент. Это либо x , тогда xry , либо y , тогда yrx .

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. Если r — отношение полного порядка на множестве M , то справедливы следующие утверждения:

1) r является **отношением линейного порядка**;

$$2) \exists t \begin{cases} t \in M, \\ xrt \end{cases} \Rightarrow \exists y \in M \begin{cases} x \neq y, \\ xry, \\ \forall z \in M \quad xrz \Rightarrow (x \neq z \Rightarrow yrz). \end{cases}$$

2) Пусть $x \in M$. Рассмотрим $B = \{z \mid z \in M \ \& \ z \neq x \ \& \ xrz\}$.

По **определению отношения полного порядка** в B найдется наименьший элемент y .

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. Если r — отношение полного порядка на множестве M , то справедливы следующие утверждения:

1) r является **отношением линейного порядка**;

$$2) \exists t \begin{cases} t \in M, \\ xrt \end{cases} \Rightarrow \exists y \in M \begin{cases} x \neq y, \\ xry, \\ \forall z \in M \quad xrz \Rightarrow (x \neq z \Rightarrow yrz). \end{cases}$$

2) Пусть $x \in M$. Рассмотрим $B = \{z \mid z \in M \ \& \ z \neq x \ \& \ xrz\}$.

По **определению отношения полного порядка**

$$\exists y \in B \quad \forall z \in B \quad yrz.$$

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. Если r — отношение полного порядка на множестве M , то справедливы следующие утверждения:

1) r является **отношением линейного порядка**;

$$2) \exists t \begin{cases} t \in M, \\ xrt \end{cases} \Rightarrow \exists y \in M \begin{cases} x \neq y, \\ xry, \\ \forall z \in M \quad xrz \Rightarrow (x \neq z \Rightarrow yrz). \end{cases}$$

2) Пусть $x \in M$. Рассмотрим $B = \{z \mid z \in M \ \& \ z \neq x \ \& \ xrz\}$.

По **определению отношения полного порядка**

$$\exists y \in B \quad \forall z \in B \quad yrz.$$

Тогда, во-первых, $x \neq y$,

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. Если r — отношение полного порядка на множестве M , то справедливы следующие утверждения:

1) r является **отношением линейного порядка**;

$$2) \exists t \begin{cases} t \in M, \\ xrt \end{cases} \Rightarrow \exists y \in M \begin{cases} x \neq y, \\ xry, \\ \forall z \in M \quad xrz \Rightarrow (x \neq z \Rightarrow yrz). \end{cases}$$

2) Пусть $x \in M$. Рассмотрим $B = \{z \mid z \in M \ \& \ z \neq x \ \& \ xrz\}$.

По **определению отношения полного порядка**

$$\exists y \in B \quad \forall z \in B \quad yrz.$$

Тогда, во-первых, $x \neq y$, во-вторых, xry ,

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. Если r — отношение полного порядка на множестве M , то справедливы следующие утверждения:

1) r является **отношением линейного порядка**;

$$2) \exists t \begin{cases} t \in M, \\ xrt \end{cases} \Rightarrow \exists y \in M \begin{cases} x \neq y, \\ xry, \\ \forall z \in M \quad xrz \Rightarrow (x \neq z \Rightarrow yrz). \end{cases}$$

2) Пусть $x \in M$. Рассмотрим $B = \{z \mid z \in M \ \& \ z \neq x \ \& \ xrz\}$.

По **определению отношения полного порядка**

$$\exists y \in B \quad \forall z \in B \quad yrz.$$

Тогда, во-первых, $x \neq y$, во-вторых, xry , и, в-третьих,
 $\forall z \in M \quad \underbrace{xrz \Rightarrow (x \neq z \Rightarrow yrz)}_{z \in B},$ что и требовалось доказать.

$$\alpha \Rightarrow (\beta \Rightarrow \gamma) \text{ равносильно } (\alpha \& \beta) \Rightarrow \gamma$$

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение.

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$
 $\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. Во-первых, сами высказывания являются объектом, интересным для изучения:

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. Во-первых, сами высказывания являются объектом, интересным для изучения:

– выделение составных частей, установление отношений и функций;

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. Во-первых, сами высказывания являются объектом, интересным для изучения:

- выделение составных частей, установление отношений и функций;
- определение преобразований и эквивалентности высказываний;

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. Во-первых, сами высказывания являются объектом, интересным для изучения:

- выделение составных частей, установление отношений и функций;
- определение преобразований и эквивалентности высказываний;
- построить «алгебру высказываний» и её модели.

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. Поэтому мы введём специальное понятие.

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. Высказывание, истинность которых зависит от значений некоторых переменных, мы назовём **предикатом-высказыванием**.

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. В логике нас интересует в этих высказываниях только значение истинности при данном наборе значений переменных.

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$
 $\sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \rangle$.

Решение. Высказываниям $\mathcal{P}, \mathcal{Q}, \mathcal{R}$ естественно сопоставить функции p, q, r , соответственно, значениями которых является обозначение истинности или ложности:

И, Л, «истина», «ложь», «true», «false», «t», «f», «0», «1».

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$
 $\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. Высказываниям $\mathcal{P}, \mathcal{Q}, \mathcal{R}$ естественно сопоставить функции p, q, r , соответственно, значениями которых является обозначение истинности или ложности:

И, Л, «истина», «ложь», «true», «false», «t», «f», «0», «1».

Такую функцию назовём **предикатом-функцией**.

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим — формулой?

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим — формулой?

— **графиком?**

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим — формулой?

— **графиком?**

— таблицей значений?

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$
 $\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим — формулой?

— **графиком**?

— таблицей значений?

В области определения всего 4 элемента....

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$
 $\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим — формулой?

— **графиком**?

— таблицей значений?

В области определения всего 4 элемента....

Зададим таблицей значений!

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	x $x - 1$ x^2 e^{x^2}
$p(t)$	

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:
 $\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	$x \quad x - 1 \quad x^2 \quad e^{x^2}$
$p(t)$	0

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:
 $\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
$p(t)$	0	0		

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:
 $\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
$p(t)$	0	0	1	

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:
 $\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
$p(t)$	0	0	1	1

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$	
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	$x \quad x - 1 \quad x^2 \quad e^{x^2}$
x	
$x - 1$	
x^2	
e^{x^2}	

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0			
$x - 1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0		
$x - 1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	
$x - 1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \gg;$

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x - 1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x - 1$	1			
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x - 1$	1	0		
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x - 1$	1	0	1	
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x - 1$	1	0	1	1
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x - 1$	1	0	1	1
x^2	0			
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x - 1$	1	0	1	1
x^2	0	0		
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x - 1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x - 1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x - 1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}	0			

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x - 1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}	0	0		

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x - 1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}	0	0	0	

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim \langle \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x), \text{ где } \{f(x), g(x)\} \subseteq A \rangle$;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q(\alpha(x), \beta(x))$				
$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x - 1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x - 1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}	0	0	0	0

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$

$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$$

	$\gamma(x) = x$	$\gamma(x) = x - 1$	$\gamma(x) = x^2$	$\gamma(x) = e^{x^2}$
$\beta(x)$	$x \quad x^2$	$x \quad x^2$	$x \quad x^2$	$x \quad x^2$
$\alpha(x)$	$x - 1 \quad e^{x^2}$	$x - 1 \quad e^{x^2}$	$x - 1 \quad e^{x^2}$	$x - 1 \quad e^{x^2}$
x $x - 1$ x^2 e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$

$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$				
	$\gamma(x) = x$	$\gamma(x) = x - 1$	$\gamma(x) = x^2$	$\gamma(x) = e^{x^2}$
$\beta(x)$	$x \quad x^2$	$x \quad x^2$	$x \quad x^2$	$x \quad x^2$
$\alpha(x)$	$x - 1 \quad e^{x^2}$	$x - 1 \quad e^{x^2}$	$x - 1 \quad e^{x^2}$	$x - 1 \quad e^{x^2}$
x $x - 1$ x^2 e^{x^2}	0			

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$

$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$$

	$\gamma(x) = x$	$\gamma(x) = x - 1$	$\gamma(x) = x^2$	$\gamma(x) = e^{x^2}$
$\beta(x)$	$x \quad x^2$	$x \quad x^2$	$x \quad x^2$	$x \quad x^2$
$\alpha(x)$	$x - 1 \quad e^{x^2}$	$x - 1 \quad e^{x^2}$	$x - 1 \quad e^{x^2}$	$x - 1 \quad e^{x^2}$
x	0			
$x - 1$	0			
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$

$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$$

	$\gamma(x) = x$	$\gamma(x) = x - 1$	$\gamma(x) = x^2$	$\gamma(x) = e^{x^2}$
$\beta(x)$	$x \quad x^2$	$x \quad x^2$	$x \quad x^2$	$x \quad x^2$
$\alpha(x)$	$x - 1 \quad e^{x^2}$	$x - 1 \quad e^{x^2}$	$x - 1 \quad e^{x^2}$	$x - 1 \quad e^{x^2}$
x	0			
$x - 1$	0			
x^2	0			
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$

$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$$

	$\gamma(x) = x$	$\gamma(x) = x - 1$	$\gamma(x) = x^2$	$\gamma(x) = e^{x^2}$
$\beta(x)$	x	x	x	x
$\alpha(x)$	x^2	x^2	x^2	x^2
	$x - 1$	$x - 1$	$x - 1$	$x - 1$
	e^{x^2}	e^{x^2}	e^{x^2}	e^{x^2}
x	0	0	0	0
$x - 1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim \\ \sim \text{«}\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A\text{»}.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$				
	$\gamma(x) = x$	$\gamma(x) = x - 1$	$\gamma(x) = x^2$	$\gamma(x) = e^{x^2}$
$\beta(x)$	$x \qquad \qquad x^2$	$x \qquad \qquad x^2$	$x \qquad \qquad x^2$	$x \qquad \qquad x^2$
$\alpha(x)$	$x - 1 \qquad e^{x^2}$	$x - 1 \qquad e^{x^2}$	$x - 1 \qquad e^{x^2}$	$x - 1 \qquad e^{x^2}$
x	0 0 0 0			
$x - 1$	0			
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$

$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x - 1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$	$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$			
$\alpha(x)$	$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$			
x	0	0	0	0												
$x - 1$	0	0														
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$

$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x - 1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$	$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$			
$\alpha(x)$	$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$			
x	0	0	0	0												
$x - 1$	0	0	0													
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$

$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x - 1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$	$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$			
$\alpha(x)$	$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$			
x	0	0	0	0												
$x - 1$	0	0	0	0												
x^2																
e^{x^2}																

$A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$
$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ } zde \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$										
	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x - 1$		$\gamma(x) = x^2$		$\gamma(x) = e^{x^2}$	
$\beta(x)$	x	x^2			x	x^2		x	x^2	
$\alpha(x)$	$x - 1$		e^{x^2}		$x - 1$		e^{x^2}		$x - 1$	
x	0	0	0	0						
$x - 1$	0	0	0	0						
x^2	0	0								
e^{x^2}										

$A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$
$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ } zde \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

[illegible]

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$

$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x - 1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$	$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$			
$\alpha(x)$	$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$			
x	0	0	0	0												
$x - 1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0	0												
e^{x^2}	0	0														

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$

$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x - 1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$	$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$			
$\alpha(x)$	$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$			
x	0	0	0	0												
$x - 1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0	0												
e^{x^2}	0	0	0													

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$

$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x - 1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$	x				x				x				x			
$\alpha(x)$	x^2				x^2				x^2				x^2			
	$x - 1$				e^{x^2}				$x - 1$				$x - 1$			
x	0	0	0	0												
$x - 1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0	0												
e^{x^2}	0	0	0	0												

В итоге получаем...

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$

$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x - 1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$	x		x^2		x		x^2		x		x^2		x		x^2	
$\alpha(x)$	$x - 1$		e^{x^2}		$x - 1$		e^{x^2}		$x - 1$		e^{x^2}		$x - 1$		e^{x^2}	
x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x - 1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
x^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e^{x^2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

В итоге получаем...

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$

$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x - 1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$	x				x				x				x			
$\alpha(x)$	x^2				x^2				x^2				x^2			
	$x - 1$				$x - 1$				$x - 1$				$x - 1$			
x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x - 1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
x^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e^{x^2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Проще было указать значения, когда $r = 1$...

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$$

$$\sim \ll \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x), \text{ где } \{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A \gg.$$

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x))$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x - 1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$	$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$				$x \quad \quad \quad x^2$			
$\alpha(x)$	$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$				$x - 1 \quad \quad e^{x^2}$			
x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x - 1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
x^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e^{x^2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$R = \left\{ \left(x - 1, x, e^{x^2} \right), \left(x - 1, x^2, e^{x^2} \right) \right\}.$$

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. Множество наборов значений аргументов, на которых предикат-функция принимает значение 1 или, что то же самое, на котором предикат-высказывание является истинным, называется **отношением**.

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. $P =$

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. $P = \left\{ \right\},$

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. $P = \{x^2, e^{x^2}\},$

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. $P = \{x^2, e^{x^2}\},$

$Q =$

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$
 $\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. $P = \{x^2, e^{x^2}\},$
 $Q = \{ \hspace{15cm} \},$

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. $P = \{x^2, e^{x^2}\}$,

$Q = \left\{ \left(\begin{pmatrix} x \\ x-1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x \\ x^2 \end{pmatrix} \right), \left(\begin{pmatrix} x-1 \\ x \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x \\ x^2 \end{pmatrix} \right), \left(\begin{pmatrix} x \\ x-1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x^2 \\ e^{x^2} \end{pmatrix} \right), \left(\begin{pmatrix} x-1 \\ x \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x^2 \\ e^{x^2} \end{pmatrix} \right) \right\},$

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. $P = \{x^2, e^{x^2}\},$

$Q = \left\{ \left(x, e^{x^2} \right), (x - 1, x), (x - 1, x^2), (x - 1, e^{x^2}), \left(x^2, e^{x^2} \right) \right\},$

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$
 $\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. $P = \{x^2, e^{x^2}\},$

$Q = \left\{ \left(x, e^{x^2} \right), (x - 1, x), (x - 1, x^2), (x - 1, e^{x^2}), (x^2, e^{x^2}) \right\},$

$R =$

Пример 1. Укажите, какими математическими объектами для $A = \{x, x - 1, x^2, e^{x^2}\}$ можно представить высказывания:

$\mathcal{P}(f(x)) \sim$ «функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;

$\mathcal{Q}(f(x), g(x)) \sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, где $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$ »;

$\mathcal{R}(f(x), g(x), h(x)) \sim$

$\sim$ « $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, где $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$ ».

Решение. $P = \{x^2, e^{x^2}\},$

$Q = \left\{ \left(x, e^{x^2} \right), \left(x - 1, x \right), \left(x - 1, x^2 \right), \left(x - 1, e^{x^2} \right), \left(x^2, e^{x^2} \right) \right\},$

$R = \left\{ \left(x - 1, x, e^{x^2} \right), \left(x - 1, x^2, e^{x^2} \right) \right\}.$

Вернёмся к лекции?

Пример 2. Для предиката $p(x, y)$ вида $x < y$ на множестве $\{1; 2; 3\}$ найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.

Решение.

Пример 2. Для предиката $p(x, y)$ вида $x < y$ на множестве $\{1; 2; 3\}$ найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.

Решение.

$P =$

Пример 2. Для предиката $p(x, y)$ вида $x < y$ на множестве $\{1; 2; 3\}$ найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.

Решение.

$$P = \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} =$$

Пример 2. Для предиката $p(x, y)$ вида $x < y$ на множестве $\{1; 2; 3\}$ найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \mid \right\} =$$

Пример 2. Для предиката $p(x, y)$ вида $x < y$ на множестве $\{1; 2; 3\}$ найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \mid \left\{ \right. \right\} =$$

Пример 2. Для предиката $p(x, y)$ вида $x < y$ на множестве $\{1; 2; 3\}$ найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \left| \left\{ \begin{array}{l} x < y, \end{array} \right. \right. \right\} =$$

Пример 2. Для предиката $p(x, y)$ вида $x < y$ на множестве $\{1; 2; 3\}$ найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \left| \begin{array}{l} x < y, \\ \{x; y\} \subseteq \{1; 2; 3\} \end{array} \right. \right\} =$$

Пример 2. Для предиката $p(x, y)$ вида $x < y$ на множестве $\{1; 2; 3\}$ найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \left| \begin{array}{l} x < y, \\ \{x; y\} \subseteq \{1; 2; 3\} \end{array} \right. \right\} = \{ \quad \quad \quad \}.$$

Пример 2. Для предиката $p(x, y)$ вида $x < y$ на множестве $\{1; 2; 3\}$ найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \left| \begin{cases} x < y, \\ \{x; y\} \subseteq \{1; 2; 3\} \end{cases} \right. \right\} = \{(1; 2), (1; 3), (2; 3)\}.$$

Пример 2. Для предиката $p(x, y)$ вида $x < y$ на множестве $\{1; 2; 3\}$ найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \left| \begin{array}{l} x < y, \\ \{x; y\} \subseteq \{1; 2; 3\} \end{array} \right. \right\} = \{(1; 2), \quad \}.$$

Пример 2. Для предиката $p(x, y)$ вида $x < y$ на множестве $\{1; 2; 3\}$ найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \left| \begin{array}{l} x < y, \\ \{x; y\} \subseteq \{1; 2; 3\} \end{array} \right. \right\} = \{(1; 2), (1; 3), (2; 3)\}.$$

Пример 2. Для предиката $p(x, y)$ вида $x < y$ на множестве $\{1; 2; 3\}$ найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \left| \begin{array}{l} x < y, \\ \{x; y\} \subseteq \{1; 2; 3\} \end{array} \right. \right\} = \{(1; 2), (1; 3), \quad \}.$$

Пример 2. Для предиката $p(x, y)$ вида $x < y$ на множестве $\{1; 2; 3\}$ найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \left| \begin{array}{l} x < y, \\ \{x; y\} \subseteq \{1; 2; 3\} \end{array} \right. \right\} = \{(1; 2), (1; 3), (2; 3)\}.$$

Пример 2. Для предиката $p(x, y)$ вида $x < y$ на множестве $\{1; 2; 3\}$ найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \left| \begin{array}{l} x < y, \\ \{x; y\} \subseteq \{1; 2; 3\} \end{array} \right. \right\} = \{(1; 2), (1; 3), (2; 3)\}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1 .

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$		
$x + 1$		
$x^2 - 1$		
$(x - 1)^2$		

$$B = \left\{ \begin{array}{l} (x - 1, x - 1) \\ (x - 1, x + 1) \\ (x - 1, x^2 - 1) \\ (x - 1, (x - 1)^2) \end{array} \right\} \cup \left\{ \begin{array}{l} (x + 1, x - 1) \\ (x + 1, x + 1) \\ (x + 1, x^2 - 1) \\ (x + 1, (x - 1)^2) \end{array} \right\} \cup \left\{ \begin{array}{l} (x^2 - 1, x - 1) \\ (x^2 - 1, x + 1) \\ (x^2 - 1, x^2 - 1) \\ (x^2 - 1, (x - 1)^2) \end{array} \right\} \cup \left\{ \begin{array}{l} ((x - 1)^2, x - 1) \\ ((x - 1)^2, x + 1) \\ ((x - 1)^2, x^2 - 1) \\ ((x - 1)^2, (x - 1)^2) \end{array} \right\}$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1 .

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	
$x + 1$		
$x^2 - 1$		
$(x - 1)^2$		

$$B = \left\{ \right. \left. \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1 .

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	
$x + 1$	0	
$x^2 - 1$		
$(x - 1)^2$		

$$B = \left\{ \right. \left. \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1 .

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	
$x + 1$	0	
$x^2 - 1$	0	
$(x - 1)^2$		

$$B = \left\{ \begin{array}{l} (x - 1, x + 1) \\ (x - 1, x^2 - 1) \\ (x + 1, x^2 - 1) \\ (x - 1, (x - 1)^2) \end{array} \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1 .

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	
$x + 1$	0	
$x^2 - 1$	0	
$(x - 1)^2$	4	

$$B = \left\{ \begin{array}{l} (x - 1, x + 1) \\ (x - 1, x^2 - 1) \\ (x - 1, (x - 1)^2) \\ (x + 1, x^2 - 1) \\ (x + 1, (x - 1)^2) \end{array} \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1 .

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	
$x^2 - 1$	0	
$(x - 1)^2$	4	

$$B = \left\{ \begin{array}{l} (x - 1, x + 1) \\ (x - 1, x^2 - 1) \\ (x - 1, (x - 1)^2) \end{array} \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1 .

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	
$(x - 1)^2$	4	

$$B = \left\{ \begin{array}{l} (x - 1, x - 1) \\ (x - 1, x + 1) \\ (x - 1, x^2 - 1) \\ (x - 1, (x - 1)^2) \end{array} \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1 .

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	

$$B = \left\{ \begin{array}{l} (x - 1, x + 1) \\ (x - 1, x^2 - 1) \\ (x - 1, (x - 1)^2) \\ (x + 1, x - 1) \\ (x + 1, x^2 - 1) \\ (x + 1, (x - 1)^2) \\ (x^2 - 1, x - 1) \\ (x^2 - 1, x + 1) \\ (x^2 - 1, (x - 1)^2) \\ ((x - 1)^2, x - 1) \\ ((x - 1)^2, x + 1) \\ ((x - 1)^2, x^2 - 1) \end{array} \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = g(x) = x - 1$
имеем ПОЭТОМУ
 $(x - 1, x - 1) \in B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x - 1, x - 1), (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), (x - 1, x + 1), (x - 1, x^2 - 1), (x - 1, (x - 1)^2) \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = g(x) = x - 1$
 имеем $f(-1) = -2$, $f(1) = 0$, поэтому
 $(x - 1, x - 1) \notin B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x - 1, x + 1), (x - 1, x^2 - 1), (x - 1, (x - 1)^2), (x + 1, x + 1), (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2), (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2) \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = g(x) = x - 1$
 имеем $f(-1) = -2 = f(1)$, поэтому
 $(x - 1, x - 1) \in B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x - 1, x - 1), (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), (x - 1, x + 1), (x - 1, x^2 - 1), (x - 1, (x - 1)^2) \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = g(x) = x - 1$ имеем $f(-1) = -2$ $0 = f(1)$, поэтому $(x - 1, x - 1) \in B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x - 1, x - 1), (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), (x - 1, x + 1), (x - 1, x^2 - 1), (x - 1, (x - 1)^2) \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = g(x) = x - 1$ имеем $f(-1) = -2 < 0 = f(1)$, поэтому $(x - 1, x - 1) \notin B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x + 1, x - 1), (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2), (x^2 - 1, x - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = g(x) = x - 1$ имеем $f(-1) = -2 < 0 = f(1)$, поэтому $(x - 1, x - 1) \notin B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ \right. \left. \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = x + 1, \quad g(x) = x - 1$
имеем поэтому
 $(x + 1, x - 1) \in B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x + 1, x - 1), (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2), (x^2 - 1, x - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = x + 1, g(x) = x - 1$ имеем $f(-1) = -2, g(1) = 0$, поэтому $(x + 1, x - 1) \notin B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x - 1, x - 1), (x - 1, x^2 - 1), (x - 1, (x - 1)^2), (x + 1, x + 1), (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2), (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2) \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = x + 1, g(x) = x - 1$ имеем $f(-1) = 0 = f(1)$, поэтому $(x + 1, x - 1) \in B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x + 1, x - 1), (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2), (x - 1, x^2 - 1), (x - 1, (x - 1)^2), (x^2 - 1, (x - 1)^2) \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = x + 1, g(x) = x - 1$ имеем $f(-1) = 0, 0 = f(1)$, поэтому $(x + 1, x - 1) \in B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x + 1, x - 1), (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2), (x^2 - 1, x - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = x + 1, g(x) = x - 1$ имеем $f(-1) = 0 \geq 0 = f(1)$, поэтому $(x + 1, x - 1) \in B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x + 1, x - 1), (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2), (x^2 - 1, x - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = x + 1, g(x) = x - 1$ имеем $f(-1) = 0 \geq 0 = f(1)$, поэтому $(x + 1, x - 1) \in B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ \right. \left. \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x + 1, x - 1), (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2), (x - 1, x^2 - 1), (x - 1, (x - 1)^2), (x^2 - 1, (x - 1)^2) \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Следующие выкладки проведите самостоятельно...

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Следующие выкладки проведите самостоятельно...

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Следующие выкладки проведите самостоятельно...

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Следующие выкладки проведите самостоятельно...

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$B = \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\ \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Следующие выкладки проведите самостоятельно...

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$\begin{aligned}
 B = & \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\}.
 \end{aligned}$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение. Теперь построим граф этого отношения.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$\begin{aligned}
 B = & \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\}.
 \end{aligned}$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение.

$$x^2 - 1 \qquad (x - 1)^2$$

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$x - 1 \qquad x + 1$$

$$B = \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\ \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup \\ \cup \left\{ (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\}.$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение.

$$x^2 - 1 \qquad (x - 1)^2$$

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

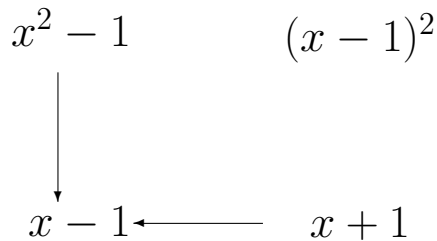
$$x - 1 \longleftarrow x + 1$$

$$\begin{aligned}
 B = & \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\}.
 \end{aligned}$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

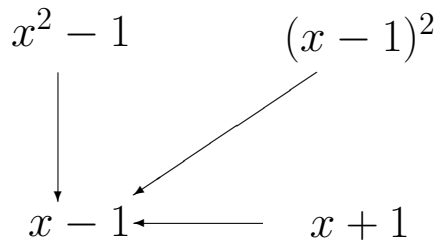


$$\begin{aligned}
 B = & \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\}.
 \end{aligned}$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

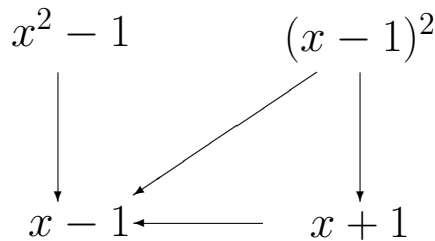


$$\begin{aligned}
 B = & \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\}.
 \end{aligned}$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

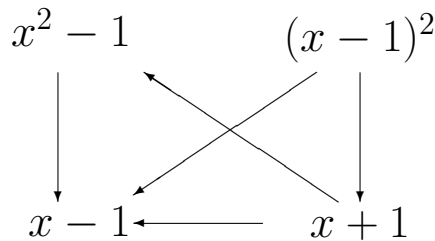


$$\begin{aligned}
 B = & \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\}.
 \end{aligned}$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение.

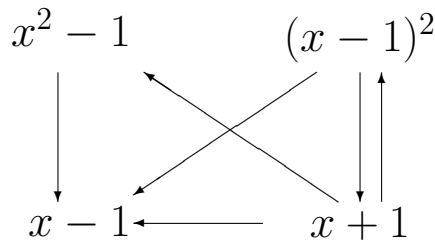
$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0



$$\begin{aligned}
 B = & \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\}.
 \end{aligned}$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение.

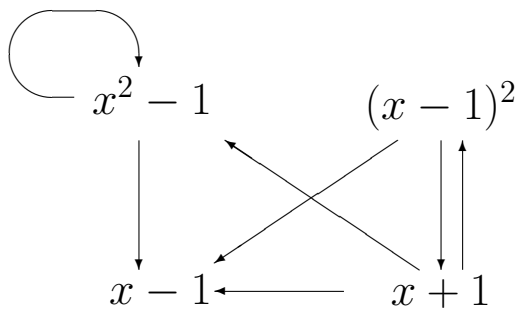


$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$\begin{aligned}
 B = & \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\}.
 \end{aligned}$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение.

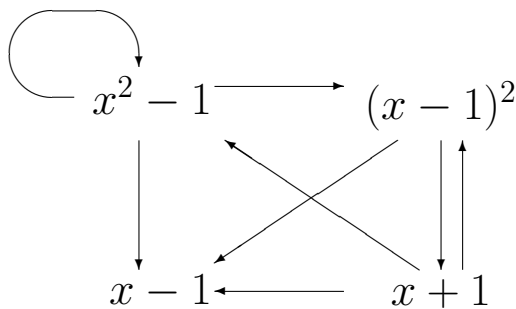


$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$\begin{aligned}
 B = & \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\}.
 \end{aligned}$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение.

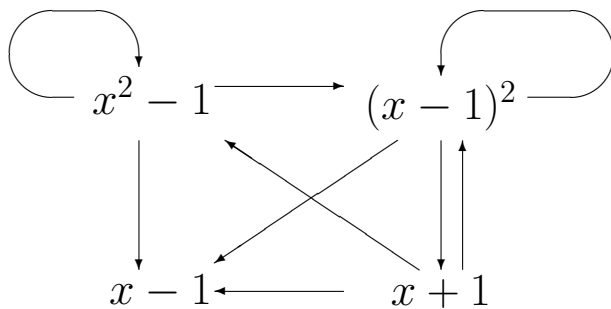


$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$\begin{aligned}
 B = & \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\}.
 \end{aligned}$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение.

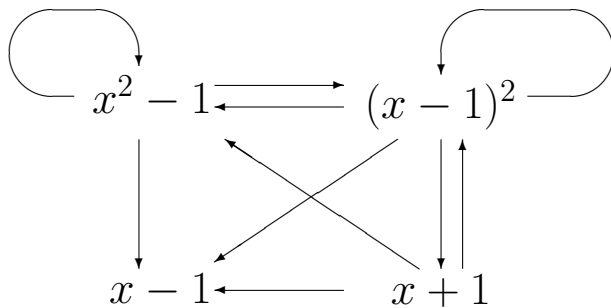


$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$\begin{aligned}
 B = & \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\}.
 \end{aligned}$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение.

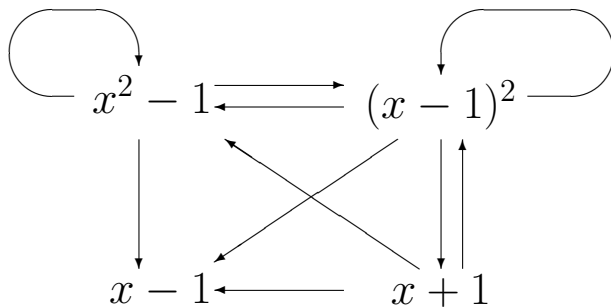


$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

$$\begin{aligned}
 B = & \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\}.
 \end{aligned}$$

Пример 3. На множестве $\Omega = \{x - 1, x + 1, x^2 - 1, (x - 1)^2\}$ отношение B задано правилом: $(f(x), g(x)) \in B$ тогда и только тогда, когда $f(-1) \geq g(1)$. Найти множество B и построить граф $\Gamma(B)$.

Решение.

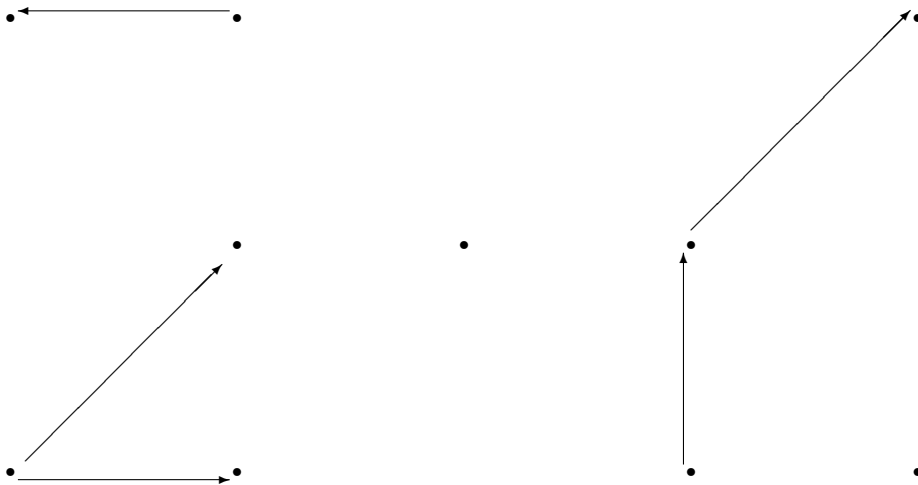


$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x - 1$	-2	0
$x + 1$	0	2
$x^2 - 1$	0	0
$(x - 1)^2$	4	0

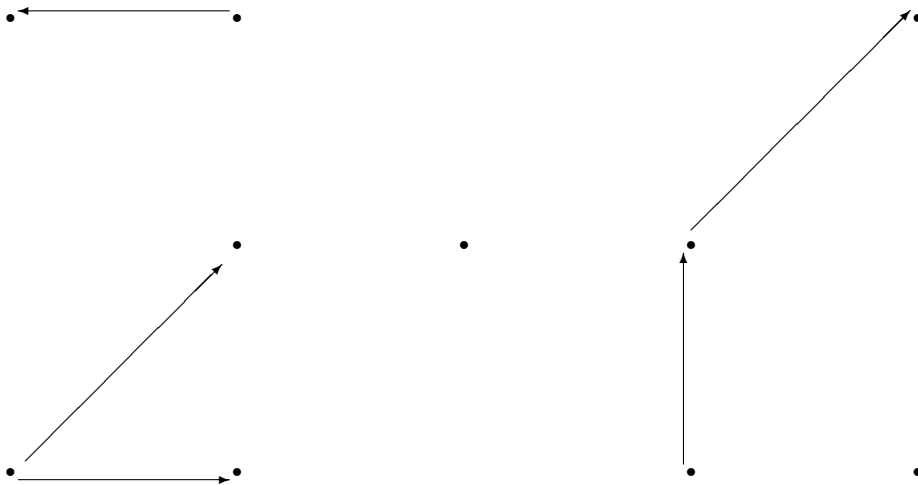
$$\begin{aligned}
 B = & \left\{ (x + 1, x - 1), (x^2 - 1, x - 1), ((x - 1)^2, x - 1), ((x - 1)^2, x + 1) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x + 1, x^2 - 1), (x + 1, (x - 1)^2) \right\} \cup \\
 & \cup \left\{ (x^2 - 1, x^2 - 1), (x^2 - 1, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, (x - 1)^2), ((x - 1)^2, x^2 - 1) \right\}.
 \end{aligned}$$

Вернёмся к лекции?

Пример 4. Пусть отношению R соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое **отношение эквивалентности** Q , что $R \subseteq Q$.

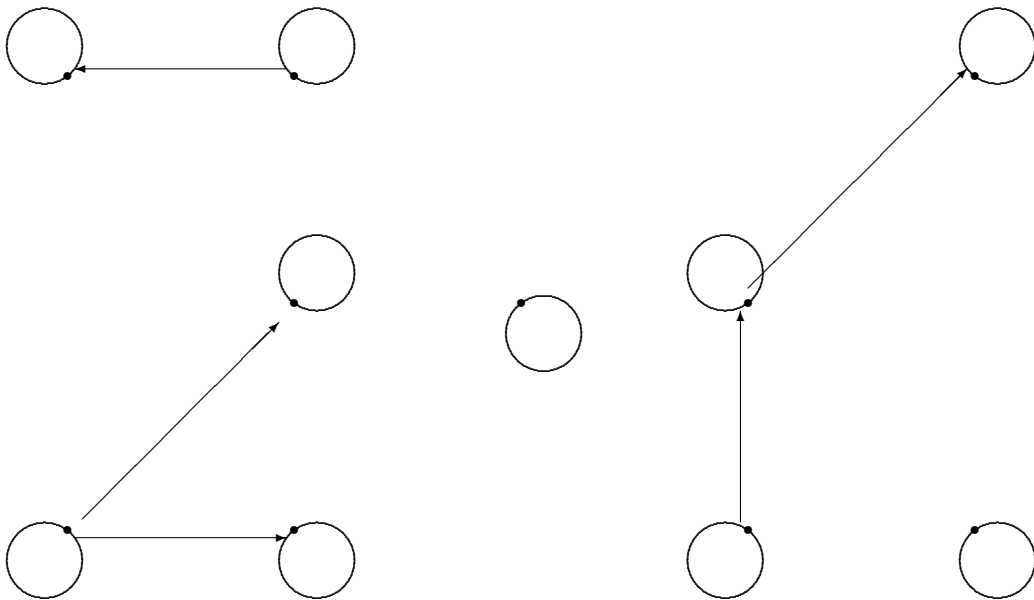


Пример 4. Пусть отношению R соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое **отношение эквивалентности** Q , что $R \subseteq Q$.



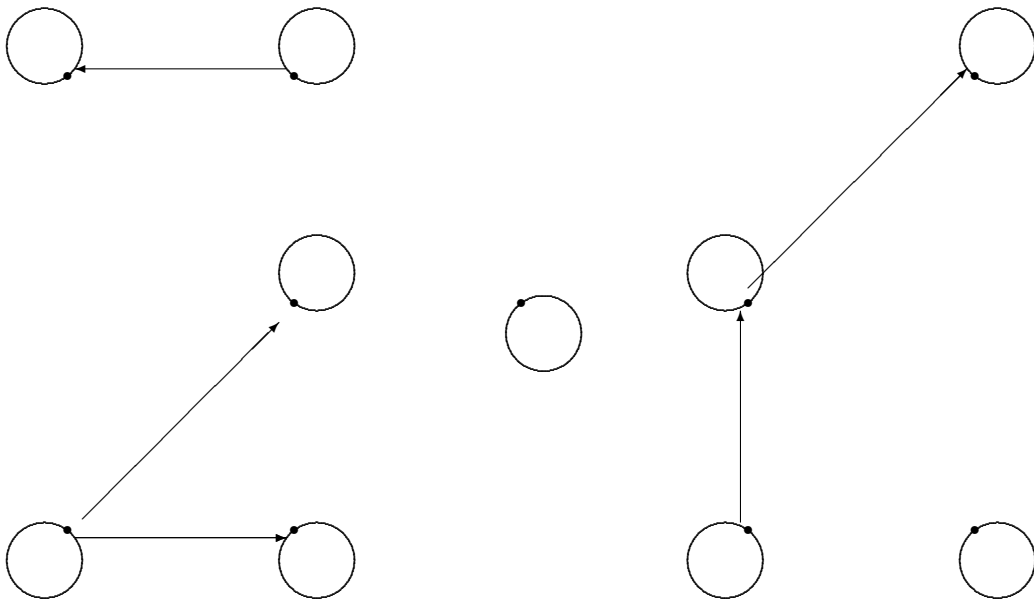
В силу рефлексивности...

Пример 4. Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое **отношение эквивалентности** Q , что $P \subseteq Q$.



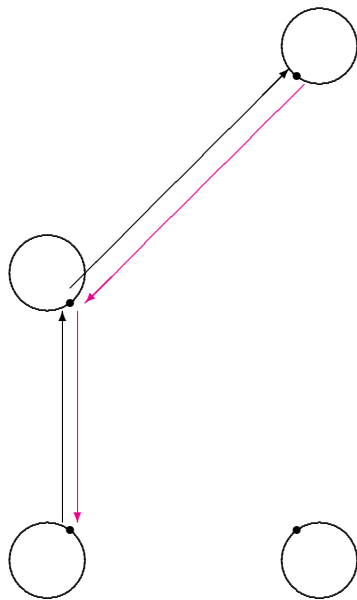
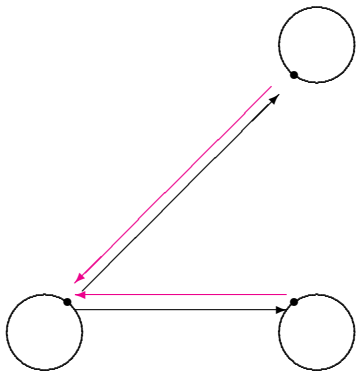
В силу рефлексивности...

Пример 4. Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое **отношение эквивалентности** Q , что $P \subseteq Q$.



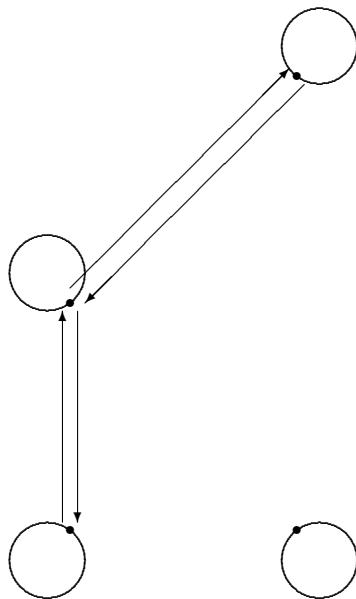
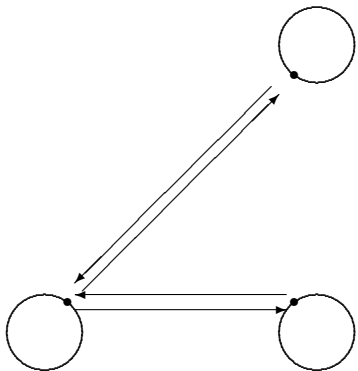
По симметричности...

Пример 4. Пусть отношению R соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое **отношение эквивалентности** Q , что $R \subseteq Q$.



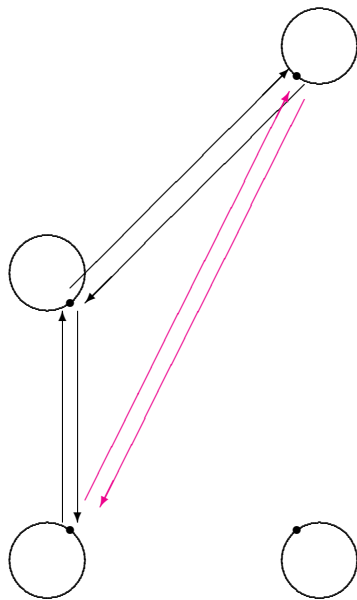
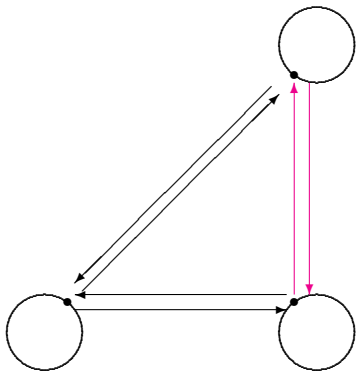
По симметричности...

Пример 4. Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое **отношение эквивалентности** Q , что $P \subseteq Q$.



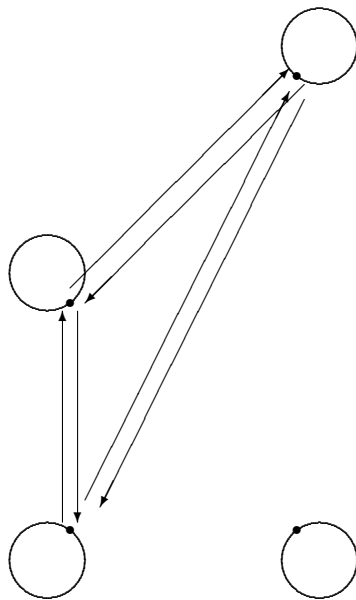
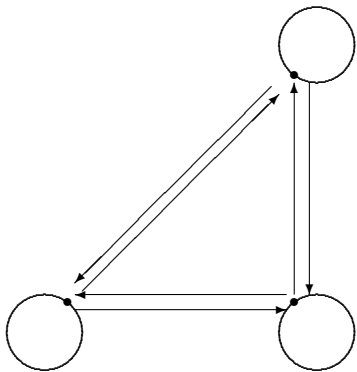
По транзитивности...

Пример 4. Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое **отношение эквивалентности** Q , что $P \subseteq Q$.



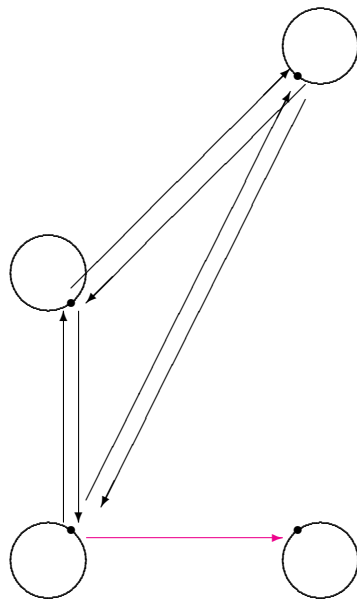
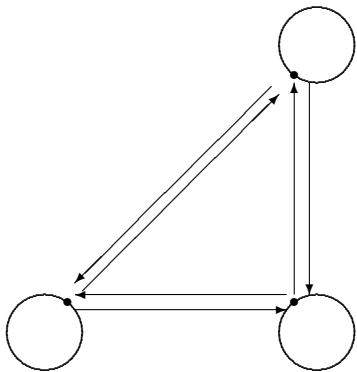
Получили объединение полных подграфов!

Пример 4. Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое **отношение эквивалентности** Q , что $P \subseteq Q$.



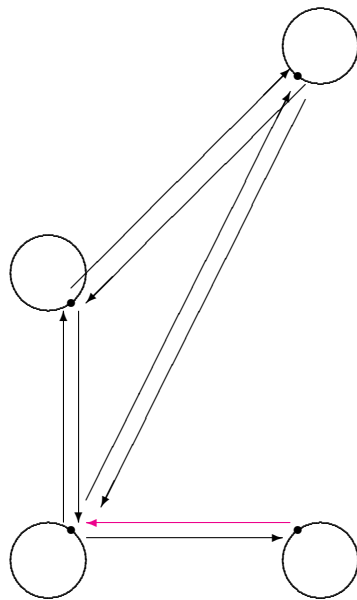
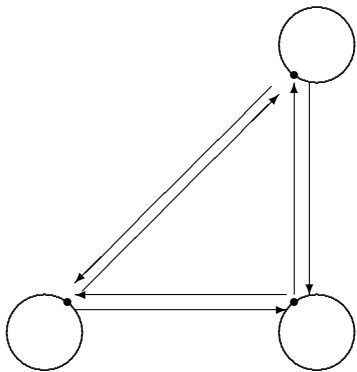
А если добавить дугу?

Пример 4. Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое **отношение эквивалентности** Q , что $P \subseteq Q$.



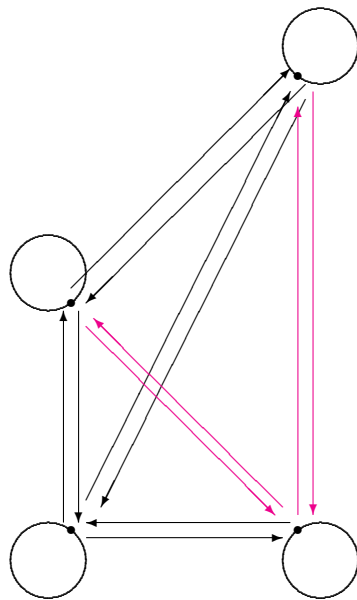
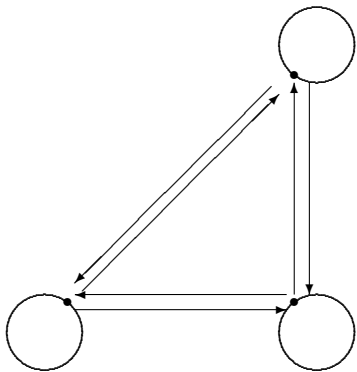
А если добавить дугу?

Пример 4. Пусть отношению R соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое **отношение эквивалентности** Q , что $R \subseteq Q$.



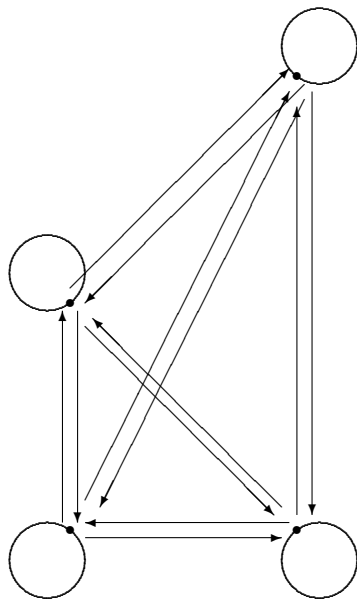
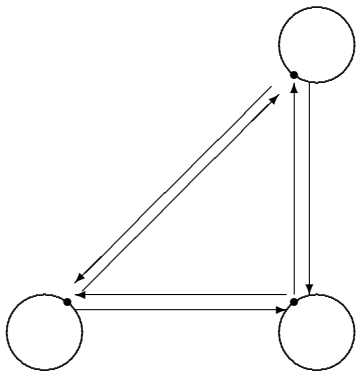
По симметричности...

Пример 4. Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое **отношение эквивалентности** Q , что $P \subseteq Q$.



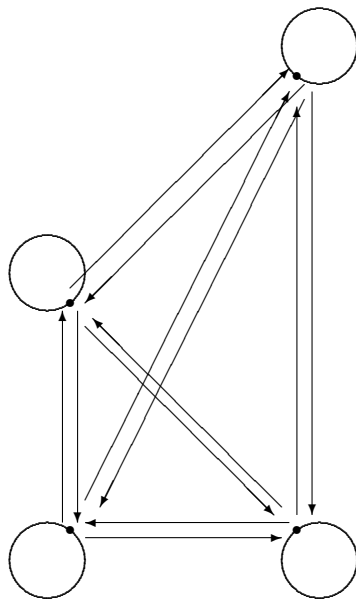
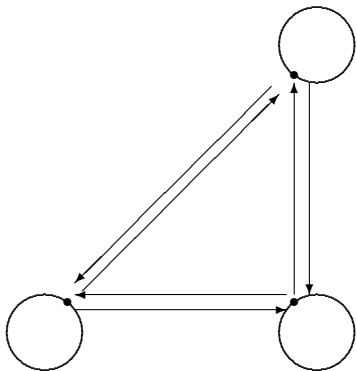
По транзитивности...

Пример 4. Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое **отношение эквивалентности** Q , что $P \subseteq Q$.



Опять граф распался в объединение полных подграфов!

Пример 4. Пусть отношению R соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое **отношение эквивалентности** Q , что $R \subseteq Q$.



Вернуться к лекции?

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение R , задано правилом: $(X; Y) \in R$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение R списком элементов и построить граф $\Gamma(R)$. Является ли R отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение.

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \left\{ \left(\{1; 3; 4\}; \{1; 3; 4\} \right); \right.$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \left\{ \left(\{1; 3; 4\}; \{1; 3; 4\} \right); \left(\{1; 3; 4\}; \{1; 4\} \right); \right.$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \left\{ \left(\{1; 3; 4\}; \{1; 3; 4\} \right); \left(\{1; 3; 4\}; \{1; 4\} \right); \left(\{1; 3; 4\}; \{4\} \right); \right.$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \left\{ \left(\{1; 3; 4\}; \{1; 3; 4\} \right); \left(\{1; 3; 4\}; \{1; 4\} \right); \left(\{1; 3; 4\}; \{4\} \right); \right. \\ \left. \left(\{1; 4\}; \{1; 3; 4\} \right); \left(\{1; 4\}; \{1; 4\} \right); \left(\{1; 4\}; \{4\} \right); \right.$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \left\{ \left(\{1; 3; 4\}; \{1; 3; 4\} \right); \left(\{1; 3; 4\}; \{1; 4\} \right); \left(\{1; 3; 4\}; \{4\} \right); \right. \\ \left(\{1; 4\}; \{1; 3; 4\} \right); \left(\{1; 4\}; \{1; 4\} \right); \left(\{1; 4\}; \{4\} \right); \\ \left. \left(\{4\}; \{1; 3; 4\} \right); \left(\{4\}; \{1; 4\} \right); \left(\{4\}; \{4\} \right); \right\}$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \left\{ \begin{aligned} & \left(\{1; 3; 4\}; \{1; 3; 4\} \right); \left(\{1; 3; 4\}; \{1; 4\} \right); \left(\{1; 3; 4\}; \{4\} \right); \\ & \left(\{1; 4\}; \{1; 3; 4\} \right); \left(\{1; 4\}; \{1; 4\} \right); \left(\{1; 4\}; \{4\} \right); \\ & \left(\{4\}; \{1; 3; 4\} \right); \left(\{4\}; \{1; 4\} \right); \left(\{4\}; \{4\} \right); \\ & \left(\{2; 5\}; \{2; 5\} \right); \left(\{2; 5\}; \{5; 6\} \right); \left(\{5; 6\}; \{2; 5\} \right); \left(\{5; 6\}; \{5; 6\} \right) \end{aligned} \right\}$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение R , задано правилом: $(X; Y) \in R$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение R списком элементов и построить граф $\Gamma(R)$. Является ли R отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Рефлексивность выполняется:

$$R = \left\{ \begin{aligned} & \left(\{1; 3; 4\}; \{1; 3; 4\} \right); \left(\{1; 3; 4\}; \{1; 4\} \right); \left(\{1; 3; 4\}; \{4\} \right); \\ & \left(\{1; 4\}; \{1; 3; 4\} \right); \left(\{1; 4\}; \{1; 4\} \right); \left(\{1; 4\}; \{4\} \right); \\ & \left(\{4\}; \{1; 3; 4\} \right); \left(\{4\}; \{1; 4\} \right); \left(\{4\}; \{4\} \right); \\ & \left(\{2; 5\}; \{2; 5\} \right); \left(\{2; 5\}; \{5; 6\} \right); \left(\{5; 6\}; \{2; 5\} \right); \left(\{5; 6\}; \{5; 6\} \right) \end{aligned} \right\}$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \Rightarrow$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \Rightarrow (X; X) \in P.$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \Rightarrow (X; X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \Rightarrow (X; X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

$$(X; Y) \in P \Rightarrow$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \Rightarrow (X; X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

$$(X; Y) \in P \Rightarrow X \cap Y \neq \emptyset \Rightarrow$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \Rightarrow (X; X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

$$(X; Y) \in P \Rightarrow X \cap Y \neq \emptyset \Rightarrow Y \cap X \neq \emptyset \Rightarrow$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \Rightarrow (X; X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

$$(X; Y) \in P \Rightarrow X \cap Y \neq \emptyset \Rightarrow Y \cap X \neq \emptyset \Rightarrow (Y; X) \in P.$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Транзитивность можно было бы доказать перебором всех вариантов, но это слишком хлопотно.

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X; Y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{cases}$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X; Y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{cases}$$

Пусть $\begin{cases} (X; Y) \in P, \\ (Y; Z) \in P. \end{cases}$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X; Y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{cases}$$

Пусть $\begin{cases} (X; Y) \in P, \\ (Y; Z) \in P. \end{cases}$ Если $4 \in X \cap Y$, то

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(Y; Z) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \in Y \cap Z, \\ 5 \in Y \cap Z, \end{cases} \quad \text{причем} \quad 5 \notin Y$$

Пусть $\begin{cases} (X; Y) \in P, \\ (Y; Z) \in P. \end{cases}$ Если $4 \in X \cap Y$, то
 $4 \in Y \Rightarrow$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(Y; Z) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \in Y \cap Z, \\ 5 \in Y \cap Z. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \text{Пусть } \begin{cases} (X; Y) \in P, \\ (Y; Z) \in P. \end{cases} \quad \text{Если } 4 \in X \cap Y, \text{ то} \\ & 4 \in Y \Rightarrow 4 \in Y \cap Z \Rightarrow \end{aligned}$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение R , задано правилом: $(X; Y) \in R$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение R списком элементов и построить граф $\Gamma(R)$. Является ли R отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X; Y) \in R \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{cases}$$

$$\text{Пусть } \begin{cases} (X; Y) \in R, \\ (Y; Z) \in R. \end{cases} \quad \text{Если } 4 \in X \cap Y, \text{ то}$$
$$4 \in Y \Rightarrow 4 \in Y \cap Z \Rightarrow 4 \in X \cap Z \Rightarrow$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X; Y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{cases}$$

Пусть $\begin{cases} (X; Y) \in P, \\ (Y; Z) \in P. \end{cases}$ Если $4 \in X \cap Y$, то

$$4 \in Y \Rightarrow 4 \in Y \cap Z \Rightarrow 4 \in X \cap Z \Rightarrow (X; Z) \in P.$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X; Y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{cases}$$

Пусть $\begin{cases} (X; Y) \in P, \\ (Y; Z) \in P. \end{cases}$ Если $5 \in X \cap Y$, то

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение R , задано правилом: $(X; Y) \in R$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение R списком элементов и построить граф $\Gamma(R)$. Является ли R отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X; Y) \in R \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{cases}$$

Пусть $\begin{cases} (X; Y) \in R, \\ (Y; Z) \in R. \end{cases}$ Если $5 \in X \cap Y$, то $5 \in Y \Rightarrow$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение R , задано правилом: $(X; Y) \in R$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение R списком элементов и построить граф $\Gamma(R)$. Является ли R отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X; Y) \in R \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Пусть } \begin{cases} (X; Y) \in R, \\ (Y; Z) \in R. \end{cases} & \text{Если } 5 \in X \cap Y, \text{ то} \\ 5 \in Y & \Rightarrow 5 \in Y \cap Z \Rightarrow \end{aligned}$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X; Y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Пусть } \begin{cases} (X; Y) \in P, \\ (Y; Z) \in P. \end{cases} & \text{Если } 5 \in X \cap Y, \text{ то} \\ 5 \in Y \Rightarrow 5 \in Y \cap Z \Rightarrow 5 \in X \cap Z \Rightarrow \end{aligned}$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение P , задано правилом: $(X; Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X; Y) \in P \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{cases}$$

Пусть $\begin{cases} (X; Y) \in P, \\ (Y; Z) \in P. \end{cases}$ Если $5 \in X \cap Y$, то

$$5 \in Y \Rightarrow 5 \in Y \cap Z \Rightarrow 5 \in X \cap Z \Rightarrow (X; Z) \in P.$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение R , задано правилом: $(X; Y) \in R$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение R списком элементов и построить граф $\Gamma(R)$. Является ли R отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказано, что R есть отношение эквивалентности. Найдём классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1; 3; 4\}) =$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение R , задано правилом: $(X; Y) \in R$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение R списком элементов и построить граф $\Gamma(R)$. Является ли R отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказано, что R есть отношение эквивалентности. Найдём классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1; 3; 4\}) = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{4\} \right\} =$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение R , задано правилом: $(X; Y) \in R$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение R списком элементов и построить граф $\Gamma(R)$. Является ли R отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказано, что R есть отношение эквивалентности. Найдём классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1; 3; 4\}) = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{4\} \right\} = C(\{1; 4\}) =$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение R , задано правилом: $(X; Y) \in R$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение R списком элементов и построить граф $\Gamma(R)$. Является ли R отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказано, что R есть отношение эквивалентности. Найдём классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1; 3; 4\}) = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{4\} \right\} = C(\{1; 4\}) = C(\{4\}),$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение R , задано правилом: $(X; Y) \in R$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение R списком элементов и построить граф $\Gamma(R)$. Является ли R отношением эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказано, что R есть отношение эквивалентности. Найдём классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1; 3; 4\}) = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{4\} \right\} = C(\{1; 4\}) = C(\{4\}),$$

$$C(\{2; 5\}) =$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение R , задано правилом: $(X; Y) \in R$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение R списком элементов и построить граф $\Gamma(R)$. Является ли R отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказано, что R есть отношение эквивалентности. Найдём классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1; 3; 4\}) = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{4\} \right\} = C(\{1; 4\}) = C(\{4\}),$$

$$C(\{2; 5\}) = \left\{ \{2; 5\}; \{5; 6\} \right\} =$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение R , задано правилом: $(X; Y) \in R$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение R списком элементов и построить граф $\Gamma(R)$. Является ли R отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказано, что R есть отношение эквивалентности. Найдём классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1; 3; 4\}) = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{4\} \right\} = C(\{1; 4\}) = C(\{4\}),$$

$$C(\{2; 5\}) = \left\{ \{2; 5\}; \{5; 6\} \right\} = C(\{5; 6\}).$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). На множестве

$$\Omega = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{2; 5\}; \{4\}; \{5; 6\} \right\}$$

отношение R , задано правилом: $(X; Y) \in R$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение R списком элементов и построить граф $\Gamma(R)$. Является ли R отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказано, что R есть отношение эквивалентности. Найдём классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1; 3; 4\}) = \left\{ \{1; 3; 4\}; \{1; 4\}; \{4\} \right\} = C(\{1; 4\}) = C(\{4\}),$$

$$C(\{2; 5\}) = \left\{ \{2; 5\}; \{5; 6\} \right\} = C(\{5; 6\}).$$

Вернуться к лекции?

Задача V.1. (Ответ приведен на стр.479.) Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Задача V.2. (Ответ приведен на стр.496.)

На множестве

$A = \{x - 1, x^2 - 1, x^3 - 1\}$ задано отношение

$P = \{(x - 1, x^2 - 1); (x - 1, x^3 - 1); (x^2 - 1, x^3 - 1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Задача V.3. (Ответ приведен на стр.505.) На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Задача VI.4. (Ответ приведен на стр.575.) На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a); (a; b); (a; c); (c; c); (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T , ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T .

Задача VI.5.

(Ответ приведен на стр.584.)

Пусть

$A = \left\{ \{a\}; \{\{a\}\}; \{a; \emptyset\}; \left\{ a; \{a\}; \{\{a\}\}; \emptyset \right\} \right\}$. Верна ли фор-

мула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < y, \\ y < x \end{cases}$ для случая, когда под $<$ понимается

а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$; в) отношение $\in$?

Задача VI.6. (Ответ приведен на стр.589.) На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Задача VII.7. (Ответ приведен на стр.622.) Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1; 3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Задача VII.8. (Ответ приведен на стр.627.) На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G , заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые *классами вычетов по модулю 4*).

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$.

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \left\{ \right.$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если} \\ 1, & \text{если} \end{cases}$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число.} \end{cases}$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число.} \end{cases}$$

Можно представить эту функцию следующей эвристической формулой: если $[x]$ — целая часть числа x , то есть наиболее целое число, не превосходящее x , то

$$\varphi_P(n) =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число.} \end{cases}$$

Можно представить эту функцию следующей эвристической формулой: если $[x]$ — целая часть числа x , то есть наиболее целое число, не превосходящее x , то

$$\varphi_P(n) = n - 2 \cdot \left[\frac{n}{2} \right].$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Соответствующее отношение можно с помощью **известной формулы** представить в виде

$$\Phi_P =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Соответствующее отношение можно с помощью **известной формулы** представить в виде

$$\Phi_P = \left\{ n \mid n \text{ нечетное натуральное число} \right\} =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Соответствующее отношение можно с помощью **известной формулы** представить в виде

$$\Phi_P = \left\{ n \mid n \text{ нечетное натуральное число} \right\} = \{1; 3; 5; \dots; 2k + 1; \dots\} =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Соответствующее отношение можно с помощью **известной формулы** представить в виде

$$\begin{aligned}\Phi_P &= \left\{ n \mid n \text{ нечетное натуральное число} \right\} = \{1; 3; 5; \dots; 2k + 1; \dots\} = \\ &= \left\{ 2k + 1 \mid k \in \mathbb{N} \right\}.\end{aligned}$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} =$$

$$\Phi_P = \left\{ n \mid n \text{ нечетное натуральное число} \right\} =$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \Leftrightarrow$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} =$$

$$\Phi_P = \left\{ n \mid n \text{ нечетное натуральное число} \right\} =$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \Leftrightarrow \varphi_P(n) = 1 \Leftrightarrow$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} =$$

$$\Phi_P = \left\{ n \mid n \text{ нечетное натуральное число} \right\} =$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \Leftrightarrow \varphi_P(n) = 1 \Leftrightarrow n \in \Phi_P.$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} = \begin{cases} 0, & \text{если } n \notin \Phi_P; \\ 1, & \text{если } n \in \Phi_P. \end{cases}$$

$$\Phi_P = \left\{ n \mid n \text{ нечетное натуральное число} \right\} =$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \Leftrightarrow \varphi_P(n) = 1 \Leftrightarrow n \in \Phi_P.$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} = \begin{cases} 0, & \text{если } n \notin \Phi_P; \\ 1, & \text{если } n \in \Phi_P. \end{cases}$$

$$\Phi_P = \left\{ n \mid n \text{ нечетное натуральное число} \right\} = \left\{ n \mid \varphi_P(n) = 1 \right\}.$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \Leftrightarrow \varphi_P(n) = 1 \Leftrightarrow n \in \Phi_P.$$

Решение задачи 2.

Задача 2. На множестве $A = \{x - 1, x^2 - 1, x^3 - 1\}$ задано отношение $P = \{(x - 1, x^2 - 1); (x - 1, x^3 - 1); (x^2 - 1, x^3 - 1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Задача 2. На множестве $A = \{x - 1, x^2 - 1, x^3 - 1\}$ задано отношение $P = \{(x - 1, x^2 - 1); (x - 1, x^3 - 1); (x^2 - 1, x^3 - 1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. **Предикат-высказывание:**

Задача 2. На множестве $A = \{x - 1, x^2 - 1, x^3 - 1\}$ задано отношение $P = \{(x - 1, x^2 - 1); (x - 1, x^3 - 1); (x^2 - 1, x^3 - 1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. **Предикат-высказывание:**

$$(p(x), q(x)) \in P.$$

Задача 2. На множестве $A = \{x - 1, x^2 - 1, x^3 - 1\}$ задано отношение $P = \{(x - 1, x^2 - 1); (x - 1, x^3 - 1); (x^2 - 1, x^3 - 1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. Предикат-высказывание:

$$(p(x), q(x)) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi(p(x), q(x)) =$$

Задача 2. На множестве $A = \{x - 1, x^2 - 1, x^3 - 1\}$ задано отношение $P = \{(x - 1, x^2 - 1); (x - 1, x^3 - 1); (x^2 - 1, x^3 - 1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. Предикат-высказывание:

$$(p(x), q(x)) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi(p(x), q(x)) = \begin{cases} 0, & \text{если} \\ 1, & \text{если} \end{cases}$$

Задача 2. На множестве $A = \{x - 1, x^2 - 1, x^3 - 1\}$ задано отношение $P = \{(x - 1, x^2 - 1); (x - 1, x^3 - 1); (x^2 - 1, x^3 - 1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. Предикат-высказывание:

$$(p(x), q(x)) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi(p(x), q(x)) = \begin{cases} 0, & \text{если } (p(x), q(x)) \notin P; \\ 1, & \text{если } (p(x), q(x)) \in P. \end{cases}$$

Задача 2. На множестве $A = \{x - 1, x^2 - 1, x^3 - 1\}$ задано отношение $P = \{(x - 1, x^2 - 1); (x - 1, x^3 - 1); (x^2 - 1, x^3 - 1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. Предикат-высказывание:

$$(p(x), q(x)) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi(p(x), q(x)) = \begin{cases} 0, & \text{если } (p(x), q(x)) \notin P; \\ 1, & \text{если } (p(x), q(x)) \in P. \end{cases}$$

Можно задать таблицей значений:

Задача 2. На множестве $A = \{x - 1, x^2 - 1, x^3 - 1\}$ задано отношение $P = \{(x - 1, x^2 - 1); (x - 1, x^3 - 1); (x^2 - 1, x^3 - 1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. Предикат-высказывание:

$$(p(x), q(x)) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi(p(x), q(x)) = \begin{cases} 0, & \text{если } (p(x), q(x)) \notin P; \\ 1, & \text{если } (p(x), q(x)) \in P. \end{cases}$$

Можно задать таблицей значений:

$p(x) \backslash q(x)$	$x - 1$	$x^2 - 1$	$x^3 - 1$
$x - 1$			
$x^2 - 1$			
$x^3 - 1$			

Задача 2. На множестве $A = \{x - 1, x^2 - 1, x^3 - 1\}$ задано отношение $P = \{(x - 1, x^2 - 1); (x - 1, x^3 - 1); (x^2 - 1, x^3 - 1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. Предикат-высказывание:

$$(p(x), q(x)) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi(p(x), q(x)) = \begin{cases} 0, & \text{если } (p(x), q(x)) \notin P; \\ 1, & \text{если } (p(x), q(x)) \in P. \end{cases}$$

Можно задать таблицей значений:

$p(x) \backslash q(x)$	$x - 1$	$x^2 - 1$	$x^3 - 1$
$x - 1$	0	1	1
$x^2 - 1$	0	0	1
$x^3 - 1$	0	0	0

Решение задачи 3.

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул:
 $x^2 - 1 \leq 0, \quad e^x > 1, \quad |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}, \quad |\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены пре-
дикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x); \quad \mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1);$
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1).$

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул:
 $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены пре-
 дикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ.

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?*

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ?

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$		$\varphi_Q(\alpha, \beta)$		$\varphi_R(\alpha, \beta)$	
	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$\beta(x)$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$
$\alpha(x)$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$						
$e^x > 1$						
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$						
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$						

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$		$\varphi_Q(\alpha, \beta)$		$\varphi_R(\alpha, \beta)$	
	$\frac{\pi}{2} \mid 2$	$\frac{\pi}{2} \mid 2$	$\frac{\pi}{2} \mid 2$	$\frac{\pi}{2} \mid 2$	$\frac{\pi}{2} \mid 2$	$\frac{\pi}{2} \mid 2$
$\beta(x)$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$
$\alpha(x)$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1					
$e^x > 1$						
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$						
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$						

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$		$\varphi_Q(\alpha, \beta)$		$\varphi_R(\alpha, \beta)$	
	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$\beta(x)$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$
$\alpha(x)$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0				
$e^x > 1$						
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$						
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$						

$$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2} \text{ определены предикаты: } \mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x); \quad \mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1); \\ \mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1).$$

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

[illegible]

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
$\alpha(x)$ $\beta(x)$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0								
$e^x > 1$	0	1	0	0								
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1									
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
$\alpha(x)$ $\beta(x)$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0								
$e^x > 1$	0	1	0	0								
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
$\alpha(x)$ $\beta(x)$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0								
$e^x > 1$	0	1	0	0								
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1											

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0								
$e^x > 1$	0	1	0	0								
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0										

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$											
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0								
$e^x > 1$	0	1	0	0								
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1									

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$											
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1					
$e^x > 1$	0	1	0	0								
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
$\alpha(x)$ $\beta(x)$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0								
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1							
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$											
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1						
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1					
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1							
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0						
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1					
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1							

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0						

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1					

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1			
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1		
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1			
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1		
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$											
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$											
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1			
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1		
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1			

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1		

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P = \{$

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$$P = \{(x^2 - 1 \leq 0; x^2 - 1 \leq 0),$$

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
$\alpha(x)$ $\beta(x)$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$$P = \left\{ (x^2 - 1 \leq 0; x^2 - 1 \leq 0), (x^2 - 1 \leq 0; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), \right.$$

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
$\alpha(x)$ $\beta(x)$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$$P = \left\{ (x^2 - 1 \leq 0; x^2 - 1 \leq 0), (x^2 - 1 \leq 0; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (e^x > 1; e^x > 1), \right.$$

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
$\alpha(x)$ $\beta(x)$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P = \{(x^2 - 1 \leq 0; x^2 - 1 \leq 0), (x^2 - 1 \leq 0; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (e^x > 1; e^x > 1), (|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0),$

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
$\alpha(x)$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P = \{(x^2 - 1 \leq 0; x^2 - 1 \leq 0), (x^2 - 1 \leq 0; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (e^x > 1; e^x > 1), (|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0),$
 $(|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}),$

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$\beta(x)$												
$\alpha(x)$												
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P = \{(x^2 - 1 \leq 0; x^2 - 1 \leq 0), (x^2 - 1 \leq 0; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (e^x > 1; e^x > 1), (|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0),$
 $(|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0),$

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P = \{(x^2 - 1 \leq 0; x^2 - 1 \leq 0), (x^2 - 1 \leq 0; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (e^x > 1; e^x > 1), (|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0),$
 $(|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}),$

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$\alpha(x)$												
$\beta(x)$												
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P = \{(x^2 - 1 \leq 0; x^2 - 1 \leq 0), (x^2 - 1 \leq 0; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (e^x > 1; e^x > 1), (|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0),$
 $(|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}),$
 $(|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arccos x| \leq \frac{\pi}{2})\},$

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$											
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P = \{(x^2 - 1 \leq 0; x^2 - 1 \leq 0), (x^2 - 1 \leq 0; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (e^x > 1; e^x > 1), (|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0),$
 $(|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}),$
 $(|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arccos x| \leq \frac{\pi}{2})\}$, $R =$

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$	$\pi 2$	$\pi 2$	$\pi 2$	$\pi 2$	$\pi 2$	$\pi 2$	$\pi 2$	$\pi 2$	$\pi 2$	$\pi 2$	$\pi 2$
$\beta(x)$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$\alpha(x)$												
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P = \{(x^2 - 1 \leq 0; x^2 - 1 \leq 0), (x^2 - 1 \leq 0; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (e^x > 1; e^x > 1), (|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0),$
 $(|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}),$
 $(|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arccos x| \leq \frac{\pi}{2})\}$, $R = M \times M$,

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$		$\beta(x)$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P = \{(x^2 - 1 \leq 0; x^2 - 1 \leq 0), (x^2 - 1 \leq 0; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (e^x > 1; e^x > 1), (|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0),$
 $(|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}),$
 $(|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arccos x| \leq \frac{\pi}{2})\}$, $R = M \times M$,

$Q =$

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$		$\pi 2$	
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P = \{(x^2 - 1 \leq 0; x^2 - 1 \leq 0), (x^2 - 1 \leq 0; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (e^x > 1; e^x > 1), (|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0),$
 $(|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}),$
 $(|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arccos x| \leq \frac{\pi}{2})\}$, $R = M \times M$,

$Q = (M \times M) \setminus$

Задача 3. На множестве M , состоящем из формул: $x^2 - 1 \leq 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}$,

$|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$;
 $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. Что надо найти? Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

$\alpha(x)$	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
	$\beta(x)$											
	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leq 0$	$e^x > 1$	$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leq 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$ \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$ \arccos x \leq \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P = \{(x^2 - 1 \leq 0; x^2 - 1 \leq 0), (x^2 - 1 \leq 0; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (e^x > 1; e^x > 1), (|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0),$
 $(|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; x^2 - 1 \leq 0), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}),$
 $(|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; |\arccos x| \leq \frac{\pi}{2})\}, R = M \times M,$

$Q = (M \times M) \setminus \{(x^2 - 1 \leq 0; e^x > 1), (|\arcsin x| \leq \frac{\pi}{2}; e^x > 1), (|\arccos x| \leq \frac{\pi}{2}; e^x > 1)\}.$

Решение задачи 4.

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a); (a; b); (a; c); (c; c); (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T , ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T .

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a); (a; b); (a; c); (c; c); (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T , ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T .

Ответ. Используя **формулу преобразования предиката-высказывания в отношение** получаем, что предикат $P_T(x; y)$ логически эквивалентен высказыванию $(x; y) \in T$.

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a); (a; b); (a; c); (c; c); (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T , ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T .

Ответ. Используя **формулу преобразования предиката-высказывания в отношение** получаем, что предикат $P_T(x; y)$ логически эквивалентен высказыванию $(x; y) \in T$. Предикат-функцию можно, с одной стороны, задать с помощью **формулы преобразования отношения в предикат-функцию**,

$$\varphi_{((x;y) \in T)}(\alpha; \beta) = \begin{cases} 0, & \text{если } (\alpha; \beta) \notin T; \\ 1, & \text{если } (\alpha; \beta) \in T. \end{cases}$$

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a); (a; b); (a; c); (c; c); (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T , ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T .

Ответ. Используя **формулу преобразования предиката-высказывания в отношение** получаем, что предикат $P_T(x; y)$ логически эквивалентен высказыванию $(x; y) \in T$. Предикат-функцию можно, с одной стороны, задать с помощью **формулы преобразования отношения в предикат-функцию**,

$$\varphi_{((x;y) \in T)}(\alpha; \beta) = \begin{cases} 0, & \text{если } (\alpha; \beta) \notin T; \\ 1, & \text{если } (\alpha; \beta) \in T. \end{cases}$$

Однако, функцию можно задать иначе, более удобным образом. Например, учитывая, что область определения функции $\varphi_{((x;y) \in T)}$ конечна, ее удобно задать таблицей:

$x \backslash y$	a	b	c	d
a	1	1	1	0
b	1	0	0	0
c	0	0	1	0
d	0	0	0	0

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a); (a; b); (a; c); (c; c); (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T , ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T .

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T , предложено на рис. 5.

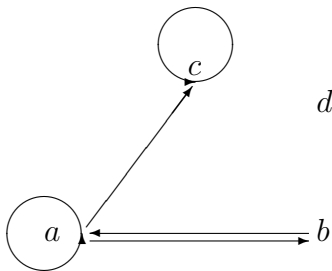


Рис.5.

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a); (a; b); (a; c); (c; c); (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T , ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T .

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T , предложено на рис. 5.

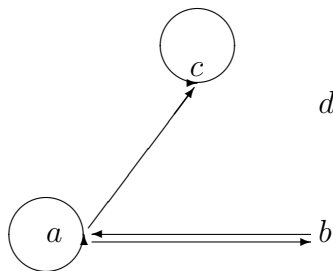


Рис.5.

Отношение T не является рефлексивным, так как $(b; b) \notin T$.

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a); (a; b); (a; c); (c; c); (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T , ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T .

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T , предложено на рис. 5.

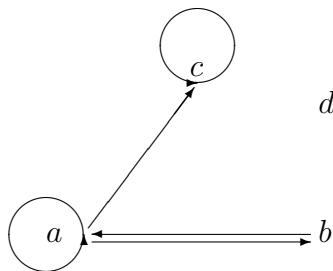


Рис.5.

Отношение T не является рефлексивным, так как $(b; b) \notin T$. Оно не является симметричным, так как $(a; c) \in T$, но $(c; a) \notin T$.

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a); (a; b); (a; c); (c; c); (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T , ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T .

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T , предложено на рис. 5.

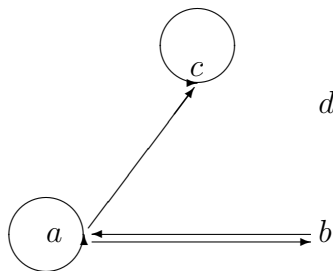


Рис.5.

Отношение T не является рефлексивным, так как $(b; b) \notin T$. Оно не является симметричным, так как $(a; c) \in T$, но $(c; a) \notin T$. Отношение T не является антисимметричным, поскольку $(a; b) \in T$ и $(b; a) \in T$, но $a \neq b$.

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a); (a; b); (a; c); (c; c); (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T , ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T .

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T , предложено на рис. 5.

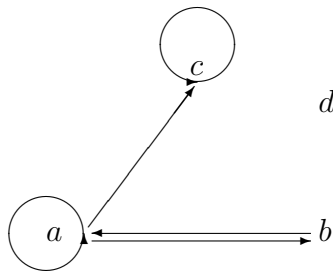


Рис.5.

Отношение T не является рефлексивным, так как $(b; b) \notin T$. Оно не является симметричным, так как $(a; c) \in T$, но $(c; a) \notin T$. Отношение T не является антисимметричным, поскольку $(a; b) \in T$ и $(b; a) \in T$, но $a \neq b$. Наконец, отношение T не является транзитивным, поскольку $(b; a) \in T$ и $(a; c) \in T$, но $(b; c) \notin T$.

Решение задачи 5.

Задача 5. Пусть $A = \left\{ \{a\}; \{\{a\}\}; \{a; \emptyset\}; \left\{ a; \{a\}; \{\{a\}\}; \emptyset \right\} \right\}$. Верна ли формула

$$\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < y, \\ y < x \end{cases} \quad \text{для случая, когда под } < \text{ понимается а) отношение } \subset; \quad \text{б) отношение } \subseteq;$$

в) отношение $\in$?

Задача 5. Пусть $A = \left\{ \{a\}; \{\{a\}\}; \{a; \emptyset\}; \{a; \{a\}; \{\{a\}\}; \emptyset \right\}$. Верна ли формула

$\left\{ \begin{array}{l} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array} \right]$ для случая, когда под $<$ понимается а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$;
в) отношение $\in$?

Ответ. а) Если под $<$ понимается $\subset$, то формула $\left\{ \begin{array}{l} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array} \right]$ не выполняется,

поскольку имеется интерпретация, для которой ее условие $\left\{ \begin{array}{l} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{array} \right\}$ истинно, а заключение

$\left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array} \right]$ неверно.

Задача 5. Пусть $A = \left\{ \{a\}; \{\{a\}\}; \{a; \emptyset\}; \{a; \{a\}; \{\{a\}\}; \emptyset \right\}$. Верна ли формула

$\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < y, \\ y < x \end{cases}$ для случая, когда под $<$ понимается а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$;
в) отношение $\in$?

Ответ. а) Если под $<$ понимается $\subset$, то формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < y; \\ y < x \end{cases}$ не выпол-

няется, поскольку имеется интерпретация, для которой ее условие $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases}$ истинно,

а заключение $\begin{cases} x < y, \\ y < x \end{cases}$ неверно. В самом деле, это возможно при $x = \{a\}$, $y = \{\{a\}\}$, $z = \{a; \{a\}; \{\{a\}\}; \emptyset\}$. В самом деле, условие в этом случае выполняется, но $\{a\} \not\subset \{\{a\}\}$ и $\{\{a\}\} \not\subset \{a\}$, то есть заключение исходной формулы не выполняется.

Задача 5. Пусть $A = \left\{ \{a\}; \{\{a\}\}; \{a; \emptyset\}; \left\{ a; \{a\}; \{\{a\}\}; \emptyset \right\} \right\}$. Верна ли формула

$$\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < y, \\ y < x \end{cases} \quad \text{для случая, когда под } < \text{ понимается а) отношение } \subset; \quad \text{б) отношение } \subseteq;$$

в) отношение $\in$?

Ответ. б) если $< —$ это отношение $\subseteq$, то формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < y, \\ y < x \end{cases}$ не выполняется,

так как контрпример, приведенный для случая а) является контрпримером и к рассматриваемой формуле

$$\begin{cases} x \subseteq z, \\ y \subseteq z \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \subseteq y, \\ y \subseteq x. \end{cases} \quad \text{Действительно, последняя формула не выполняется при}$$

$x = \{a\}, \quad y = \{\{a\}\}, \quad z = \left\{ a; \{a\}; \{\{a\}\}; \emptyset \right\}$, так как $\{a\} \not\subseteq \{\{a\}\}$ и $\{\{a\}\} \not\subseteq \{a\}$.

Задача 5. Пусть $A = \left\{ \{a\}; \{\{a\}\}; \{a; \emptyset\}; \left\{ a; \{a\}; \{\{a\}\}; \emptyset \right\} \right\}$. Верна ли формула

$$\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < y, \\ y < x \end{cases} \quad \text{для случая, когда под } < \text{ понимается а) отношение } \subset; \quad \text{б) отношение } \subseteq;$$

в) отношение $\in$?

Ответ. в) Если под $<$ понимается $\in$, то формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases}$ допускает только две интерпре-

тации: $\begin{cases} \{a\} \in \{a; \{a\}; \{\{a\}\}; \emptyset\}; \\ \{\{a\}\} \in \{a; \{a\}; \{\{a\}\}; \emptyset\} \end{cases}$ и $\begin{cases} \{\{a\}\} \in \{a; \{a\}; \{\{a\}\}; \emptyset\}; \\ \{a\} \in \{a; \{a\}; \{\{a\}\}; \emptyset\}. \end{cases}$ В каждом из этих

случаев формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < y, \\ y < x \end{cases}$ верна, так как $\{a\} \in \{\{a\}\}$.

Решение задачи 6.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения P :

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения P :

$$\Rightarrow (m; m) \in P.$$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения P :

$$m \leq m \leq m + 1 \Rightarrow (m; m) \in P.$$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения P :

$$m \leq m \leq m + 1 \Rightarrow (m; m) \in P.$$

Отношение P является **рефлексивным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.

Проверим **симметричность** отношения P :

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.

Проверим **симметричность** отношения P :

$(1; 2) \in P$, но $(2; 1) \notin P$.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.

Проверим **симметричность** отношения P :

$(1; 2) \in P$, но $(2; 1) \notin P$.

Отношение P не является **симметричным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.

Отношение P не является **симметричным**.

Проверим **антисимметричность** отношения P :

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.

Отношение P не является **симметричным**.

Проверим **антисимметричность** отношения P :

$$\left\{ \begin{array}{l} (m; n) \in P, \\ (n; m) \in P \end{array} \right. \Rightarrow$$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.

Отношение P не является **симметричным**.

Проверим **антисимметричность** отношения P :

$$\left\{ \begin{array}{l} (m; n) \in P, \\ (n; m) \in P \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m \leq n \leq m + 1, \\ n \leq m \leq n + 1 \end{array} \right. \Rightarrow$$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.

Отношение P не является **симметричным**.

Проверим **антисимметричность** отношения P :

$$\left\{ \begin{array}{l} (m; n) \in P, \\ (n; m) \in P \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m \leq n \leq m + 1, \\ n \leq m \leq n + 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m \leq n, \\ n \leq m \end{array} \right. \Rightarrow n = m.$$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.

Отношение P не является **симметричным**.

Проверим **антисимметричность** отношения P :

$$\left\{ \begin{array}{l} (m; n) \in P, \\ (n; m) \in P \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m \leq n \leq m + 1, \\ n \leq m \leq n + 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m \leq n, \\ n \leq m \end{array} \right. \Rightarrow n = m.$$

Отношение P является **антисимметричным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**.

Отношение P не является **симметричным**.

Проверим **транзитивность** отношения P :

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**.

Отношение P не является **симметричным**.

Проверим **транзитивность** отношения P :

$(1; 2) \in P$ и $(2; 3) \in P$, но $(1; 3) \notin P$.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**.

Отношение P не является **симметричным**.

Проверим **транзитивность** отношения P :

$(1; 2) \in P$ и $(2; 3) \in P$, но $(1; 3) \notin P$.

Значит, отношение P не является **транзитивным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**.

Отношение P не является **симметричным** и **транзитивным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**.

Отношение P не является **симметричным** и **транзитивным**.

Значит, P не является ни отношением **эквивалентности**, ни отношением **частичного порядка**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения Q :

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения Q :

$$\Rightarrow (m; m) \in Q.$$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения Q :

$$m \leq m + 1 \Rightarrow (m; m) \in Q.$$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения Q :

$$m \leq m + 1 \Rightarrow (m; m) \in Q.$$

Отношение Q является **рефлексивным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Проверим **симметричность** отношения Q :

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Проверим **симметричность** отношения Q :

$(3; 1) \in Q$, но $(1; 3) \notin Q$.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Проверим **симметричность** отношения Q :

$(3; 1) \in Q$, но $(1; 3) \notin Q$.

Отношение Q не является **симметричным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является **симметричным**.

Проверим **антисимметричность** отношения Q :

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является **симметричным**.

Проверим **антисимметричность** отношения Q :

$(1; 2) \in Q$ и $(2; 1) \in Q$, но $1 \neq 2$.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является **симметричным**.

Проверим **антисимметричность** отношения Q :

$(1; 2) \in Q$ и $(2; 1) \in Q$, но $1 \neq 2$.

Отношение Q не является **антисимметричным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**.

Проверим **транзитивность** отношения Q :

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**.

Проверим **транзитивность** отношения Q :

$(1; 2) \in Q$ и $(2; 3) \in Q$, но $(1; 3) \notin Q$.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**.

Проверим **транзитивность** отношения Q :

$(1; 2) \in Q$ и $(2; 3) \in Q$, но $(1; 3) \notin Q$.

Значит, отношение Q не является **транзитивным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**, ни **транзитивным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m; n) \in P \Leftrightarrow m \leq n \leq m + 1;$

2) $(m; n) \in Q \Leftrightarrow m \leq n + 1.$

Для каждого из этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**, ни **транзитивным**. Значит, Q не является ни отношением **эквивалентности**, ни отношением **частичного порядка**.

Решение задачи 7.

Задача 7. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1; 3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Задача 7. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1; 3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Ответ.

$$S = \{(1; 1); (1; 3); (3; 1); (2; 2); (3; 3)\},$$

Задача 7. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1; 3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Ответ.

$$S = \{(1; 1); (1; 3); (3; 1); (2; 2); (3; 3)\},$$

Предикат-высказывание $P_S(x; y)$ логически эквивалентно высказыванию $(x; y) \in S$. В данном случае можно предложить эвристическую формулировку:

Задача 7. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1; 3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Ответ.

$$S = \{(1; 1); (1; 3); (3; 1); (2; 2); (3; 3)\},$$

Предикат-высказывание $P_S(x; y)$ логически эквивалентно высказыванию $(x; y) \in S$. В данном случае можно предложить эвристическую формулировку: сумма чисел x и y есть число четное. Предикат-функцию можно задать конкретизацией **формулы для преобразования отношения в предикат-функцию**:

Задача 7. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1; 3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Ответ.

$$S = \{(1; 1); (1; 3); (3; 1); (2; 2); (3; 3)\},$$

Предикат-высказывание $P_S(x; y)$ логически эквивалентно высказыванию $(x; y) \in S$. В данном случае можно предложить эвристическую формулировку: сумма чисел x и y есть число четное. Предикат-функцию можно задать конкретизацией **формулы для преобразования отношения в предикат-функцию**:

$$\varphi_{((x;y) \in S)} = \begin{cases} 0, & \text{если } (x; y) \notin S; \\ 1, & \text{если } (x; y) \in S, \end{cases}$$

но более естественным является в данном случае ее задание таблицей значений

$x \backslash y$	1	2	3
1	1	0	1
2	0	1	0
3	1	0	1

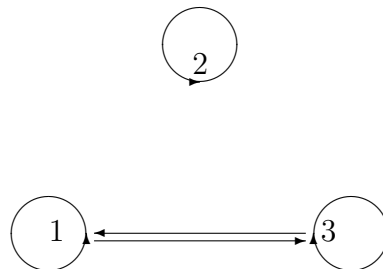


Рис.6. К задаче VII.7.

Одно из представлений ориентированного графа для отношения S , предложено на **рис. 6**.

Решение задачи 8.

Задача 8. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G , заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые *классами вычетов по модулю 4*).

Задача 8. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G , заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые **классами вычетов по модулю 4**).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r$, $m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Задача 8. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G , заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые **классами вычетов по модулю 4**).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r$, $m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Рефлексивность следует из того, что $n - n = 4 \cdot 0$.

Задача 8. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G , заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые **классами вычетов по модулю 4**).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r$, $m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Рефлексивность следует из того, что $n - n = 4 \cdot 0$.

Симметричность следует из того, что если $n - m = 4c$, то $m - n = 4 \cdot (-c)$.

Задача 8. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G , заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые **классами вычетов по модулю 4**).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r$, $m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Рефлексивность следует из того, что $n - n = 4 \cdot 0$.

Симметричность следует из того, что если $n - m = 4c$, то $m - n = 4 \cdot (-c)$.

Транзитивность вытекает из того факта, что если $n - m = 4c$ и $k - n = 4d$, то $k - m = (k - n) + (n - m) = 4c + 4d = 4(c + d)$.

Задача 8. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G , заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые **классами вычетов по модулю 4**).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r$, $m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Рефлексивность следует из того, что $n - n = 4 \cdot 0$.

Симметричность следует из того, что если $n - m = 4c$, то $m - n = 4 \cdot (-c)$.

Транзитивность вытекает из того факта, что если $n - m = 4c$ и $k - n = 4d$, то $k - m = (k - n) + (n - m) = 4c + 4d = 4(c + d)$.

Значит, G — отношение эквивалентности. Классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1; 5; 9; 13; \dots; (4k + 1); \dots\}$, $\{2; 6; 10; 14; \dots; (4k + 2); \dots\}$, $\{3; 7; 11; 15; \dots; (4k + 3); \dots\}$, $\{4; 8; 12; 16; \dots; (4k + 4); \dots\}$.

Спасибо

за

внимание!

е-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: <http://melnikov.k66.ru>, <http://melnikov.web.ur.ru>

Вернуться к списку презентаций?

