

Автор:

**Мельников
Юрий
Борисович**



Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет



Домашняя контрольная работа

Линейные операторы

Студент: **Иксов Игрек Зетович**

yu.b.melnikov@yandex.ru

Екатеринбург
2016

Указания к оформлению работы

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу **Adobe Reader** версии 11 или DC.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш **Ctrl+L** (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»).

Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

Указания к оформлению работы

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу **Adobe Reader** версии 11 или DC.

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

«Откат», т. е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш **Alt** и **←**.

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

Указания к оформлению работы

1) Тестирование начинается с нажатия кнопки «Начать тест», подсчёт баллов произойдёт после нажатия кнопки «Завершить тест». При возникновении затруднений с выполнением задания перейдите по гиперссылкам в тексте задания, для чего в папке, куда вы извлекли данный файл с заданиями, должны находиться также содержащиеся в этом же архиве файлы с электронными учебниками.

2) В заданиях необходимо заполнить все поля для ввода вида ☐. Выполненный тест можно сохранить (необходим Adobe Reader XI или более высокой версии).

3) Чтобы нарисовать фигуру в Adobe Reader 11, надо на верхней панели открыть меню «Просмотр», выбрать пункт «Инструменты», вкладку «Комментарии», и во вкладке «Рисованные пометки», активировать нужный инструмент.

В Adobe Reader DC для рисования линий следует активизировать пункт «Добавить комментарий» (например, на верхней панели в меню «Редактирование» выбрать «Инструменты управления» и открыть «Добавить комментарий»). В строке «Записка Выделение цветом Подчёркнутый Текст комментария Зачеркнутый Заменить текст ...»

выбрать троеточие. В «вывалившемся» списке следует выбрать пункт «Инструменты рисования», а в нём — пункт «Линия».

4) В поле для ввода вводится либо **формула** (если это явно указано), либо **целое число**. Для введения дробей используется сдвоенное поле ввода: / . Дроби должны быть несократимыми, но могут быть неправильными. Если дробь оказалась целым числом n , представить его в виде $\frac{n}{1}$. Если числитель нулевой, дробь надо представить в виде $\frac{0}{1}$. Если дробь отрицательная, то знак «минус» должен быть в числителе: $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$. В натуральном числе под корнем $\sqrt{\quad}$ нельзя выделить множитель, являющийся квадратом натурального числа.

5) Если в поле для ввода надо ввести целое число, то вместо него можно вводить арифметическое выражение в формате **Java Script**, т.е., например, вместо 8 можно ввести $(3^2)-1$ или `sqrt(64)`.

6) **При вводе формулы** в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /, возведение в степень – как ^ (например, x^{5t-3} записывается как `x^(5*t-3)`), $\sqrt{\dots}$ задаётся как `sqrt(...)` (например, $\sqrt{x+1}$ можно представить как `sqrt(x+1)` и $\sqrt{|t|}$ — как `sqrt(|t|)`), $\ln \dots$ задается как `ln(...)` (например, $\ln x$ надо записать `ln(x)`), $\lg \dots$ как `log(...)`. $e^{\dots}$, $\sin \dots$, $\cos \dots$, $\operatorname{tg} \dots$ — как `exp(...)`, `sin(...)`, `cos(...)`, `tan(...)`, $\arcsin \dots$, $\arccos \dots$, $\operatorname{arctg} \dots$ — как `asin(...)`, `acos(...)`, `atan(...)`.

Понятно, что, например, $\sin^3 t$ надо представить выражением `((sin(t))^3)` или `(sin(t))^3`, или даже `sin(t)^3`, но не `sin^3(t)`.

Для простоты полагаем $\sqrt[3]{x} = x^{1/3}$ и т.п. Число π — это PI.

Приоритетность операций можно изменить с помощью КРУГЛЫХ скобок, все скобки должны быть парными (каждой открывающейся скобке соответствует закрывающаяся). Использовать можно только круглые скобки. Выражение можно заменить равносильным: вместо `5^2` ввести `25`, `2*(x-8)` заменить на `2*x-16`. Лишние пары скобок игнорируются: `(x*(1))` равносильно `x*1` и даже `x`.

Знак $\Rightarrow$ вводится как `=>`, $\Leftrightarrow$ — как `<=>`. При вводе формул с использованием этих знаков нельзя вставлять пробелы, лишние скобки и знаки препинания.

Считаем, что сумма может состоять из одного слагаемого.

Устные упражнения по линейным операторам 8

Иксов Игрек Зетович 33

Линейные операторы: тест 1	33
Линейные операторы: тест 2	34
Линейные операторы: тест 3	35
Линейные операторы: тест 4	36
Линейные операторы: тест 5	37
Линейные операторы: тест 6	38
Линейные операторы: тест 7	40
Линейные операторы: тест 8	42
Линейные операторы: тест 9	43
Линейные операторы: тест 10	45
Линейные операторы: тест 11	46

Линейные операторы: тест 12	47
Линейные операторы: тест 13	48
Линейные операторы: тест 14	49

Устные упражнения по линейным операторам

1. Матрица линейного оператора $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ определяется равенствами

Устные упражнения по линейным операторам

1. Матрица линейного оператора $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ определяется равенствами
$$\hat{S}(u_p) =$$

Устные упражнения по линейным операторам

1. Матрица линейного оператора $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ определяется равенствами
$$\hat{S}(u_p) = s_{1p}u_1 + s_{2p}u_2 + \dots + s_{np}u_n =$$

Устные упражнения по линейным операторам

1. Матрица линейного оператора $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ определяется равенствами

$$\hat{S}(u_p) = s_{1p}u_1 + s_{2p}u_2 + \dots + s_{np}u_n = \sum_{q=1}^n$$

Устные упражнения по линейным операторам

1. **Матрица линейного оператора** $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ определяется равенствами

$$\hat{S}(u_p) = s_{1p}u_1 + s_{2p}u_2 + \dots + s_{np}u_n = \sum_{q=1}^n s_{qp}u_q.$$

Устные упражнения по линейным операторам

2. **Столбец координат** $\left[\hat{G}(u)\right]_{\mathbf{B}}$ образа вектора u в базисе $\mathbf{B} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ относительно действия линейного оператора $\hat{G}$ связаны с **матрицей** $\mathbf{G}_{\mathbf{B}}$ оператора и координатами вектора u в этом базисе уравнением

Устные упражнения по линейным операторам

2. **Столбец координат** $\left[\hat{G}(u)\right]_{\mathbf{B}}$ образа вектора u в базисе $\mathbf{B} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ относительно действия линейного оператора $\hat{G}$ связаны с **матрицей** $\mathbf{G}_{\mathbf{B}}$ оператора и координатами вектора u в этом базисе уравнением $\left[\hat{G}(u)\right]_{\mathbf{B}} =$

Устные упражнения по линейным операторам

2. **Столбец координат** $\left[\hat{G}(u)\right]_{\mathbf{B}}$ образа вектора u в базисе $\mathbf{B} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ относительно действия линейного оператора $\hat{G}$ связаны с **матрицей** $\mathbf{G}_{\mathbf{B}}$ оператора и координатами вектора u в этом базисе уравнением $\left[\hat{G}(u)\right]_{\mathbf{B}} = \mathbf{G}_{\mathbf{B}} \cdot [u]_{\mathbf{B}}$.

Устные упражнения по линейным операторам

3. **Ядром оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U называется

Устные упражнения по линейным операторам

3. **Ядром оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U называется множество таких векторов x из U , что

Устные упражнения по линейным операторам

3. **Ядром оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U называется множество таких векторов x из U , что $\hat{L}(x) = \mathbf{0}$, т.е.

Устные упражнения по линейным операторам

3. **Ядром оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U называется множество таких векторов x из U , что $\hat{L}(x) = \mathbf{0}$, т.е.

$$\text{Ker } \hat{L} = \left\{ x \mid \hat{L}(x) = \mathbf{0} \right\}.$$

Устные упражнения по линейным операторам

4. Образ пространства относительно действия линейного оператора $\hat{H}$ линейного пространства V — это

Устные упражнения по линейным операторам

4. Образ пространства относительно действия линейного оператора $\hat{H}$ линейного пространства V — это множество векторов вида $\hat{H}(x)$ для всех $x \in V$, т.е.

Устные упражнения по линейным операторам

4. Образ пространства относительно действия линейного оператора $\hat{H}$ линейного пространства V — это множество векторов вида $\hat{H}(x)$ для всех $x \in V$, т.е.

$$\left\{ \hat{H}(x) \mid x \in V \right\}.$$

Устные упражнения по линейным операторам

5. Вектор p является **собственным вектором** линейного оператора $\hat{L}$, отвечающим собственному значению λ , если

Устные упражнения по линейным операторам

5. Вектор p является **собственным вектором** линейного оператора $\hat{L}$, отвечающим собственному значению λ , если во-первых, $p \neq 0$,

Устные упражнения по линейным операторам

5. Вектор p является **собственным вектором** линейного оператора $\hat{L}$, отвечающим собственному значению λ , если

- во-первых, $p \neq \mathbf{0}$,
- во-вторых, $\hat{L}(p) =$

Устные упражнения по линейным операторам

5. Вектор p является **собственным вектором** линейного оператора $\hat{L}$, отвечающим собственному значению λ , если

- во-первых, $p \neq \mathbf{0}$,
- во-вторых, $\hat{L}(p) = \lambda p$.

Устные упражнения по линейным операторам

6. Если v — вектор из **ядра** линейного оператора $\hat{D}$, то столбец его координат $[v]_{\mathbf{B}}$ в базисе $\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ удовлетворяет

уравнению

Устные упражнения по линейным операторам

6. Если v — вектор из **ядра** линейного оператора $\hat{D}$, то столбец его координат $[v]_{\mathbf{B}}$ в базисе $\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ удовлетворяет

уравнению
$$D_{\mathbf{B}}[v]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Устные упражнения по линейным операторам

7. **Собственное значение** по матрице Q_B оператора $\hat{Q}$ в базисе $B = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ удовлетворяет уравнению

Устные упражнения по линейным операторам

7. **Собственное значение** по матрице Q_B оператора $\hat{Q}$ в базисе $B = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ удовлетворяет уравнению $\det(Q_B - \lambda E) = 0$.

Устные упражнения по линейным операторам

8. Если v — **собственный вектор** линейного оператора $\hat{D}$, отвечающий **собственному значению** μ , то столбец его координат $[v]_{\mathbf{B}}$ в базисе $\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ удовлетворяет уравнению

Устные упражнения по линейным операторам

8. Если v — **собственный вектор** линейного оператора $\hat{D}$, отвечающий **собственному значению** μ , то столбец его координат $[v]_{\mathbf{B}}$ в базисе $\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ удовлетворяет уравнению

$$(D_{\mathbf{B}} - \mu \mathbf{E}) [v]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Линейные операторы: тест 1 (Иксов Игрек Зетович)

1. (6 б.) Если $Q_B = (q_{ij})_{3 \times 3}$ — матрица линейного оператора $\hat{Q}$ в базисе $B = \{g_1, g_2, g_3\}$, то
- $$\hat{Q}(g_3) = \underbrace{q}_{\text{за задачи}} \underbrace{g_1 + q}_{\text{за коэфф-ты}} \quad g_2 + q \quad g_3.$$

Линейные операторы: тест 2 (Иксов Игрек Зетович)

Дан оператор $\hat{L}(f(x, y)) = f(-2x - 5y, 10x + 25y)$ на пространстве с **базисом** $B = \{x^2, xy, y^2\}$.

1. (9 б.) **Матрица** L_B
оператора $\hat{L}$ в **базисе** B равна

$$L_B = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

2. (3 б.) Отметьте те уравнения, которым удовлетворяют координаты любого вектора из **ядра** оператора $\hat{L}$.

$$x_1 - 4x_2 + 20x_3 = 0$$

$$4x_1 - 21x_2 + 100x_3 = 0$$

$$x_1 - 5x_2 + 25x_3 = 0$$

$$2x_1 - 10x_2 + 51x_3 = 0$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
за задачи за коэфф-ты

Линейные операторы: тест 3 (Иксов Игрек Зетович)

Дан оператор

$\hat{L}(f(x)) = f(5) + f(-6)x + f(5)x^2$ на пространстве с **базисом** $\mathbf{B} = \{x^0, x, x^2\}$.

1. (9 б.) **Матрица** $L_{\mathbf{B}}$

$$L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

оператора $\hat{L}$ в **базисе** $\mathbf{B}$ равна

2. (3 б.) Отметьте те уравнения, которым удовлетворяют координаты любого вектора из **ядра** оператора $\hat{L}$.

$$x_1 - 6x_2 + 35x_3 = 0$$

$$2x_1 + 5x_2 + 25x_3 = 0$$

$$x_1 + 5x_2 + 25x_3 = 0$$

$$x_1 - 6x_2 + 36x_3 = 0$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные операторы: тест 4 (Иксов Игрек Зетович)

Дан оператор

$$\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 10 \\ 1 & 17 & 33 \\ -3 & -22 & -41 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 5 & 17 & -22 \\ 10 & 33 & -41 \end{pmatrix} \text{ на пространстве}$$

с **базисом** $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$

1. (9 б.) **Матрица** $L_{\mathbf{B}}$
оператора $\hat{L}$ **в базисе** $\mathbf{B}$ равна $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

2. (2 б.) В **ядре** оператора $\hat{L}$ содержится вектор

$$\begin{pmatrix} 0 & & -4 \\ & 0 & 13 \\ 4 & -13 & 0 \end{pmatrix}.$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные операторы: тест 5 (Иксов Игрек Зетович)

Дан оператор $\hat{L}(f(x)) = -x^2 f\left(\frac{1}{x}\right) + f(4x-3)$ на пространстве с **базисом** $\mathbf{B} = \{x^0, x, x^2\}$.

1. (9 б.) **Матрица** $L_{\mathbf{B}}$
оператора $\hat{L}$ в **базисе** $\mathbf{B}$ равна

$$L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

2. (2 б.) В **ядре** оператора $\hat{L}$ содержится вектор
 $\begin{pmatrix} & + & x + x^2 \end{pmatrix}$.

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные операторы: тест 6 (Иксов Игрек Зетович)

Дан оператор

$$\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} -4 & -5 & -2 \\ 16 & 20 & 8 \\ 20 & 25 & 10 \end{pmatrix} X + X \begin{pmatrix} -4 & 16 & 20 \\ -5 & 20 & 25 \\ -2 & 8 & 10 \end{pmatrix} \text{ на пространстве}$$

с **базисом** $B = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$

1. (9 б.) **Матрица** L_B
оператора $\hat{L}$ **в базисе** B равна $L_B = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

2. (3 б.) **Характеристический полином** линейного оператора $\hat{L}$ равен $\quad + \quad \lambda + \quad \lambda^2 - \lambda^3.$

3. (2 б.) **Собственным вектором** для $\hat{L}$,
отвечающим **собственному значению**
является матрица

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ & 0 & -9 \\ -1 & 9 & 0 \end{pmatrix}.$$

за задачи

за коэфф-ты

Линейные операторы: тест 7 (Иксов Игрек Зетович)

Дан оператор $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 8 & -6 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$ на пространстве с **базисом** $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

1. (9 б.) **Матрица** L_B

$$L_B = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

оператора $\hat{L}$ в **базисе** B равна

2. (3 б.) **Характеристический полином** линейного оператора $\hat{L}$ равен $\lambda^3 + \lambda + \lambda^2 - \lambda^3$.

3. (3 б.) **Собственным вектором** для $\hat{L}$, отвечающим **собственному значению** является матрица $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

$\underbrace{\hspace{10em}}$
за задачи за коэфф-ты

Линейные операторы: тест 8 (Иксов Игрек Зетович)

В **базисе** $B = \{v_1, v_2\}$ **линейный оператор** $\hat{P}$ имеет **матрицу** $\begin{pmatrix} -57 & 36 \\ -110 & 69 \end{pmatrix}$.

1. (2 б.) **Характеристический многочлен** оператора $\hat{P}$ имеет вид:
 $\lambda + \lambda^2$.
2. (2 б.) **Собственный вектор**, отвечающий **наименьшему собственному значению**, сумма координат которого в **базисе** B равна -8, имеет вид $v_1 + v_2$.

$\underbrace{\hspace{10em}}$
за задачи за коэфф-ты

Линейные операторы: тест 9 (Иксов Игрек Зетович)

1. (2 б.) Известно что $\hat{L}$ **линейный оператор**, $\hat{L}(x) = 4+2x$,
 $\hat{L}(1) = -5+2x$. Тогда $\hat{L}(-4x+3) = \quad + \quad x$.
2. (2 б.) Известно что $\hat{L}$ **линейный оператор**, $\hat{L}(x^2) = -3x^2+4y^2$,
 $\hat{L}(y^2) = -3x^2+4y^2$. Тогда $\hat{L}(-2x^2+5y^2) = \quad x^2 + \quad y^2$.
3. (4 б.) Известно что $\hat{L}$ **линейный оператор**, $\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}$.
 $\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$. Тогда $\hat{L} \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.
4. (4 б.) Известно что $\hat{L}$ **линейный оператор**, $\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$.
 $\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$. Тогда $\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.


за задачи за коэфф-ты

Линейные операторы: тест 10 (Иксов Игрек Зетович)

1. (20 б.) Для линейного оператора $\hat{P}$ имеем $(\hat{P} + 5\hat{E})^2 = \hat{O}$. Заполните поля **в вычислении канонического базиса для нахождения жордановой нормальной формы:**

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ \hline 1 & 2 & 5 & & & \\ -28 & -56 & -140 & & & \\ 11 & 22 & 55 & & & \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ \dots & \dots & \dots & & & \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & & & & & \\ 0 & & & & & \\ 0 & & & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & & & \\ -28 & & & & & \\ 11 & & & & & \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ \dots & \dots & \dots & & & \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & & & & & \\ 0 & & & & & \\ 0 & & & & & \\ \hline 1 & & & & & \\ -28 & & & & & \\ 11 & & & & & \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ \dots & \dots & \dots & & & \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & & & & & \\ 0 & & & & & \\ 0 & & & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & & & \\ -28 & & & & & \\ 11 & & & & & \\ \hline 0 & 0 & 0 & & & \\ \dots & \dots & \dots & & & \end{array} \right).$$



 за задачи за коэфф-ты

Линейные операторы: тест 11 (Иксов Игрек Зетович)

1. (9 б.) Для линейного оператора $\hat{P}$ имеем $(\hat{P} + 3\hat{E})^2 = \hat{O}$.

В результате вычисления в **базисе**
 $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ **канонического базиса для**
нахождения жордановой нормальной
формы получили матрицу справа.

Тогда **матрица оператора** $\hat{P}$ **в базисе**
 $\{2e_1 - 4e_2 - 5e_3, 3e_1 - 2e_2 - 4e_3, -2e_1 - 2e_2 - 2e_3\}$

равна $\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} -2 & & \\ -2 & & \\ -2 & & \\ \hline 3 & 2 & \\ -2 & -4 & \\ -4 & -5 & \\ \hline 0 & 0 & \\ \dots\dots & & \end{pmatrix}.$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные операторы: тест 12 (Иксов Игрек Зетович)

1. (9 б.) Для линейного оператора $\hat{P}$ имеем $(\hat{P} - 4\hat{E})^2 = \hat{0}$.

В результате вычисления в базисе $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ канонического базиса для нахождения жордановой нормальной формы получили матрицу справа.

Матрица оператора $\hat{P}$ равна $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ в $\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 3 \\ \hline -2 & -3 \\ 3 & -2 \\ -4 & -5 \\ \hline 0 & 0 \\ \dots\dots \end{pmatrix}$.

базисе

$$\{ \underbrace{e_1 + e_2 + e_3}_{\text{за задачи}}, \underbrace{e_1 + e_2 + e_3}_{\text{за коэфф-ты}}, e_1 + e_2 + e_3 \}.$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные операторы: тест 13 (Иксов Игрек Зетович)

1. (15 б.) **Методом Лагранжа** привести к каноническому виду квадратичную форму

$$9x^2-16z^2-30xy+18xz=$$

$$= \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} =$$

$$= \left(\underbrace{}_{\geq 0} x + + \right)^2 - \left(\underbrace{}_{\geq 0} y + + \right)^2 - - - z^2.$$

за задачи за коэфф-ты

Линейные операторы: тест 14 (Иксов Игрек Зетович)

1. (27 б.) С помощью **ортогонального преобразования** привести к каноническому виду квадратичную форму

$$-104x^2 - 161y^2 - 104z^2 - 76xy - 152xz + 76yz = (x \ y \ z) \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Собственному значению -9 соответствует собственный вектор

$2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, **собственному значению** соответствуют

собственные векторы $-\vec{i} + \vec{j}$, $4\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x/\sqrt{} \\ y/\sqrt{} \\ z/\sqrt{} \end{pmatrix}, \quad x'^2 + y'^2 + z'^2.$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$