Автор:
Мельников Юрий Борисович

Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Домашняя контрольная работа

Линейные пространства

Студент: **Иксов Игрек Зетович**

Екатеринбург
2016

yu.b.melnikov@yandex.ru

Указания к оформлению работы

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш `Ctrl+L` (т.е. одновременным нажатием клавиш «`Ctrl`» и «`L`»).

Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «`Page Up`» или «`Page Down`».

Указания к оформлению работы

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

«Откат», т. е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш `Alt` и $\leftarrow$.

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

Указания к оформлению работы

1) Тестирование начинается с нажатия кнопки «Начать тест», подсчёт баллов произойдёт после нажатия кнопки «Завершить тест». При возникновении затруднений с выполнением задания перейдите по гиперссылкам в тексте задания, для чего в папке, куда вы извлекли данный файл с заданиями, должны находиться также содержащиеся в этом же архиве файлы с электронными учебниками.

2) В заданиях необходимо заполнить все поля для ввода вида $\square$. Выполненный тест можно сохранить (необходим `Adobe Reader XI` или более высокой версии).

3) Чтобы нарисовать фигуру в `Adobe Reader 11`, надо на верхней панели открыть меню «`Просмотр`», выбрать пункт «`Инструменты`», вкладку «`Комментарии`», и во вкладке «`Рисованные пометки`», активировать нужный инструмент.

В `Adobe Reader DC` для рисования линий следует активизировать пункт «`Добавить комментарий`» (например, на верхней панели в меню «Редактирование» выбрать «Инструменты управления» и открыть «Добавить комментарий»). В строке «`Записка Выделение цветом Подчёркнутый Текст комментария Зачеркнутый Заменить текст ...`» выбрать троеточие. В «вывалившемся» списке следует выбрать пункт «Инструменты рисования», а в нем — пункт «Линия».

4) В поле для ввода $\square$ вводится либо **формула** (если это явно указано), либо ***целое число***. Для введения дробей используется сдвоенное поле ввода: $\frac{\square}{\square}$. Дроби должны быть несократимыми, но могут быть неправильными. Если дробь оказалась целым числом n, представить его в виде $\frac{n}{1}$. Если числитель нулевой, дробь надо представить в виде $\frac{0}{1}$. Если дробь отрицательная, то знак «минус» должен быть в числителе: $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$. В натуральном числе под корнем $\sqrt{\ }$ нельзя выделить множитель, являющийся квадратом натурального числа.

5) Если в поле для ввода надо ввести целое число, то вместо него можно вводить арифметическое выражение в формате `Java Script`, т.е., например, вместо 8 можно ввести `(3^2)-1` или `sqrt(64)`.

6) **При вводе формулы** в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /, возведение в степень – как ^ (например, x^{5t-3} записывается как `x^(5*t-3)`), $\sqrt{\ldots}$ задаётся как `sqrt(...)` (например, $\sqrt{x+1}$ можно представить как `sqrt(x+1)` и $\sqrt{|t|}$ — как `sqrt(|t|)`), $\ln\ldots$ задается как `ln(...)` (например, $\ln x$ надо записать `ln(x)`), $\lg\ldots$ как `log(...)`.
$e^{\cdots}$, $\sin\ldots$, $\cos\ldots$, $\mathrm{tg}\ldots$ — как `exp(...)`, `sin(...)`, `cos(...)`, `tan(...)`, $\arcsin\ldots$, $\arccos\ldots$, $\mathrm{arctg}\ldots$ — как `asin(...)`, `acos(...)`, `atan(...)`.
Понятно, что, например, $\sin^3 t$ надо представить выражением `((sin(t))^3)` или `(sin(t))^3`, или даже `sin(t)^3`, но не `sin^3(t)`.

Для простоты полагаем $\sqrt[3]{x} = x^{1/3}$ и т.п. Число π — это `PI`.

Приоритетность операций можно изменить с помощью КРУГЛЫХ скобок, все скобки должны быть парными (каждой окрывающейся скобке соответствует закрывающаяся). Использовать можно только круглые скобки. Выражение можно заменить равносильным: вместо `5^2` ввести `25`, `2*(x-8)` заменить на `2*x-16`. Лишние пары скобок игнорируются: `(x*(1))` равносильно `x*1` и даже `x`.

Знак $\Rightarrow$ вводится как $=>$, $\Leftrightarrow$ — как $<=>$. При вводе формул с использованием этих знаков нельзя вставлять пробелы, лишние скобки и знаки препинания.

Считаем, что сумма может состоять из одного слагаемого.

Оглавление

Устные упражнения по линейным пространствам 8

Иксов Игрек Зетович **52**

Линейные пространства : тест 1 52
Линейные пространства : тест 2 53
Линейные пространства : тест 3 54
Линейные пространства : тест 4 55
Линейные пространства : тест 5 56
Линейные пространства : тест 6 57
Линейные пространства : тест 7 58
Линейные пространства : тест 8 59
Линейные пространства : тест 9 61
Линейные пространства : тест 10 62
Линейные пространства : тест 11 63

Устные упражнения по линейным пространствам

1. **Линейная комбинация** векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V с коэффициентами $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$ — это

Устные упражнения по линейным пространствам

1. **Линейная комбинация** векторов $v_1, v_2, \dots, v_k$ линейного пространства V с коэффициентами $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ — это ***выражение*** вида

Устные упражнения по линейным пространствам

1. **Линейная комбинация** векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V с коэффициентами $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$ — это ***выражение*** вида $\beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \ldots + \beta_k v_k$.

Устные упражнения по линейным пространствам

2. Вектор u раскладывается в **линейную комбинацию** векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V **однозначно**, если

Устные упражнения по линейным пространствам

2. Вектор u раскладывается в **линейную комбинацию** векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V **однозначно**, если

$$\begin{cases} u = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \ldots + \alpha_k v_k, \\ u = \beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \ldots + \beta_k v_k \end{cases} \Rightarrow$$

Устные упражнения по линейным пространствам

2. Вектор u раскладывается в **линейную комбинацию** векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V **однозначно**, если

$$\begin{cases} u = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \ldots + \alpha_k v_k, \\ u = \beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \ldots + \beta_k v_k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1, \\ \alpha_2 = \beta_2, \\ \ldots \\ \alpha_k = \beta_k. \end{cases}$$

Устные упражнения по линейным пространствам

3. Система векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V называется **линейно независимой**, если

Устные упражнения по линейным пространствам

3. Система векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V называется **линейно независимой**, если

$\beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \ldots + \beta_k v_k = 0 \;\Rightarrow$

Устные упражнения по линейным пространствам

3. Система векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V называется **линейно независимой**, если

$$\beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \ldots + \beta_k v_k = 0 \;\Rightarrow \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_k = 0.$$

Устные упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что

Устные упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что $\forall v_1, y_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \ldots$

Устные упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что $\forall v_1, y_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \qquad \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 \in V$, что равносильно

Устные упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что $\forall v_1, y_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \qquad \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 \in V$, что равносильно

$$\begin{cases} \forall v_1, y_2 \in V \ldots \\ \forall v \in V \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \ldots \end{cases}$$

Устные упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что $\forall v_1, y_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \qquad \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 \in V,$ что равносильно

$$\begin{cases} \forall v_1, y_2 \in V \qquad v_1 + v_2 \in V, \\ \forall v \in V \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \ldots \end{cases}$$

Устные упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что $\forall v_1, y_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \qquad \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 \in V,$ что равносильно

$$\begin{cases} \forall v_1, y_2 \in V \qquad v_1 + v_2 \in V, \\ \forall v \in V \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \qquad \lambda v \in V. \end{cases}$$

Устные упражнения по линейным пространствам

5. $\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \dots \\ \mu_1 \end{pmatrix}$ — **столбец координат** вектора u в базисе $\text{Б} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, если

Устные упражнения по линейным пространствам

5. $\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \dots \\ \mu_1 \end{pmatrix}$ — **столбец координат** вектора u в базисе $\text{Б} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, если $u = \mu_1 v_1 + \mu_2 v_2 + \dots + \mu_n v_n$.

Устные упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$

вектор задается...

подпространство V **задаётся**...

Устные упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$

вектор задается столбцом координат,

подпространство V **задаётся**...

Устные упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$

вектор задается столбцом координат,

подпространство V **задаётся**

1) как линейная оболочка системы векторов (желательно базиса),

Устные упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$

вектор задается столбцом координат,

подпространство V **задаётся**

1) как линейная оболочка системы векторов (желательно базиса),

2) системой линейных алгебраических уравнений, т.е.

Устные упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$

вектор задается столбцом координат,

подпространство V **задаётся**

1) как линейная оболочка системы векторов (желательно базиса),

2) системой линейных алгебраических уравнений, т.е.

утверждением о

Устные упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$
вектор задается столбцом координат,
подпространство V **задаётся**

1) как линейная оболочка системы векторов (желательно базиса),

2) системой линейных алгебраических уравнений, т.е. утверждением о координатах произвольного вектора из V.

Устные упражнения по линейным пространствам

7. Коэффициенты **матрицы перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ определяются равенством

Устные упражнения по линейным пространствам

7. Коэффициенты **матрицы перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ определяются равенством

$v_i =$

Устные упражнения по линейным пространствам

7. Коэффициенты **матрицы перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ определяются равенством

$$v_i = t_{1i}u_1 + t_{2i}u_2 + \ldots + t_{ni}u_n =$$

Устные упражнения по линейным пространствам

7. Коэффициенты **матрицы перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ определяются равенством

$$v_i = t_{1i}u_1 + t_{2i}u_2 + \ldots + t_{ni}u_n = \sum_{j=1}^{n} t_{ji}u_j.$$

Устные упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:

Устные упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:

I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:

Устные упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:

I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:

I.a) выбрать базис исходного линейного пространства;

Устные упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:

I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:

I.а) выбрать базис исходного линейного пространства;

I.б) все рассматриваемые объекты заменить на их типовые образы в $\mathbb{R}^n$, все отношения перевести на матричный язык;

Устные упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:

I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:

I.а) выбрать базис исходного линейного пространства;

I.б) все рассматриваемые объекты заменить на их типовые образы в $\mathbb{R}^n$, все отношения перевести на матричный язык;

II) решить полученную матричную задачу в $\mathbb{R}^n$;

Устные упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:

I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:

I.а) выбрать базис исходного линейного пространства;

I.б) все рассматриваемые объекты заменить на их типовые образы в $\mathbb{R}^n$, все отношения перевести на матричный язык;

II) решить полученную матричную задачу в $\mathbb{R}^n$;

III) интерпретировать результат в исходном пространстве.

Устные упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$:...

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$:...

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:...

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y:...

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:...

Устные упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$:...

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:...

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y:...

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:...

Устные упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:...

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y:...

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:...

Устные упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:

$\left\{ x^0, x, x^2, x^3 \right\}$;

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y:...

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:...

Устные упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:
$\left\{ x^0, x, x^2, x^3 \right\}$;

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y: $\left\{ x^2, xy, y^2 \right\}$;

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:...

Устные упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:
$\left\{ x^0, x, x^2, x^3 \right\}$;

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y: $\left\{ x^2, xy, y^2 \right\}$;

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Устные упражнения по линейным пространствам

10. Если $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}}$ — **матрица перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{Б}}$ и $[w]_{\mathbf{В}}$ вектора w в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{В}$ связаны уравнением

Устные упражнения по линейным пространствам

10. Если $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}}$ — **матрица перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{Б}}$ и $[w]_{\mathbf{В}}$ вектора w в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{В}$ связаны уравнением $[w]_{\mathbf{В}} =$

Устные упражнения по линейным пространствам

10. Если $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}}$ — **матрица перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{Б}}$ и $[w]_{\mathbf{В}}$ вектора w в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{В}$ связаны уравнением $[w]_{\mathbf{В}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} \cdot [w]_{\mathbf{Б}}$, что равносильно

Устные упражнения по линейным пространствам

10. Если $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}}$ — **матрица перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{Б}}$ и $[w]_{\mathbf{В}}$ вектора w в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{В}$ связаны уравнением $[w]_{\mathbf{В}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} \cdot [w]_{\mathbf{Б}}$, что равносильно $[w]_{\mathbf{Б}} =$

Устные упражнения по линейным пространствам

10. Если $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}}$ — **матрица перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{Б}}$ и $[w]_{\mathbf{В}}$ вектора w в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{В}$ связаны уравнением $[w]_{\mathbf{В}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} \cdot [w]_{\mathbf{Б}}$, что равносильно $[w]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} \cdot [w]_{\mathbf{В}}$.

Линейные пространства : тест 1 (Иксов Игрек Зетович)

Начать тест

1. (9 б.) Укажите **координаты** векторов в базисе

$$Б = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}:$$

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & -7 & -6 \\ 7 & 0 & 6 \\ 6 & -6 & 0 \end{pmatrix} \right]_{Б} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & -8 & 8 \\ 8 & 0 & -7 \\ -8 & 7 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 9 & -8 \\ -9 & 0 & 8 \\ 8 & -8 & 0 \end{pmatrix} \right]_{Б} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 6 \\ -7 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 0 & 7 \\ 0 & -6 & -9 \end{pmatrix} \right]_{Б} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}.$$

Завершить тест

$\underbrace{\boxed{}}_{\text{за задачи}}\underbrace{\boxed{}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные пространства : тест 2 (Иксов Игрек Зетович)

Начать тест

1. (9 б.) Укажите **координаты** векторов в базисе

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}:$$

$$\left[\begin{pmatrix} -7 & 8 \\ 8 & 6 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}, \quad \left[\begin{pmatrix} 8 & 7 \\ 7 & 7 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -9 & 8 \\ 8 & 7 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7 & 8 \\ 8 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}.$$

Завершить тест

$\underbrace{\boxed{}}_{\text{за задачи}} \underbrace{\boxed{}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные пространства : тест 3 (Иксов Игрек Зетович)

Начать тест

1. (12 б.) Даны 4 **базиса** линейного пространства U:

$$\mathbf{A} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\mathbf{C} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{D} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

$$\left[\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}, \quad \left[\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}, \quad \left[\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}.$$

Завершить тест

$\underbrace{\boxed{}}_{\text{за задачи}}\underbrace{\boxed{}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные пространства : тест 4 (Иксов Игрек Зетович)

Начать тест

1. (12 б.) Даны 4 **базиса** линейного пространства U:
$\mathbf{A} = \{x^2, xy, y^2\}$, $\mathbf{B} = \{y^2, xy, x^2\}$, $\mathbf{C} = \{x^2, xy, x^2 + y^2\}$,
$\mathbf{D} = \{x^2, xy, (x-y)^2\}$. Тогда

$$[3x^2-2xy+2y^2]_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix}\square\\\square\\\square\end{pmatrix}, \quad [3x^2-2xy+2y^2]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix}\square\\\square\\\square\end{pmatrix},$$

$$[3x^2-2xy+2y^2]_{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix}\square\\\square\\\square\end{pmatrix}, \quad [3x^2-2xy+2y^2]_{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix}\square\\\square\\\square\end{pmatrix}.$$

Завершить тест

за задачи | за коэфф-ты

Линейные пространства : тест 5 (Иксов Игрек Зетович)

Начать тест

1. (12 б.) **Найдите коэффициенты** в **разложениях**:

$$\begin{pmatrix} 73 & 58 \\ 58 & -59 \end{pmatrix} = \square \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 21 & 17 \\ 17 & -16 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 16 & 12 \\ 12 & -15 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -37 & -31 \\ -31 & 25 \end{pmatrix} = \square \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 21 & 17 \\ 17 & -16 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 16 & 12 \\ 12 & -15 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -27 & -21 \\ -21 & 23 \end{pmatrix} = \square \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 21 & 17 \\ 17 & -16 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 16 & 12 \\ 12 & -15 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 48 & 37 \\ 37 & -42 \end{pmatrix} = \square \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 21 & 17 \\ 17 & -16 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 16 & 12 \\ 12 & -15 \end{pmatrix}.$$

Завершить тест

$\underbrace{\boxed{}}_{\text{за задачи}}\underbrace{\boxed{}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные пространства : тест 6 (Иксов Игрек Зетович)

Начать тест

1. (12 б.) Найдите коэффициенты в разложениях:

$$-51x^2-41xy+41y^2=\square\left(5x^2+4xy-4y^2\right)+$$
$$+\square\left(-19x^2-15xy+16y^2\right)+\square\left(16x^2+12xy-15y^2\right);$$

$$8x^2+5xy-10x^2=\square\left(5x^2+4xy-4y^2\right)+$$
$$+\square\left(-19x^2-15xy+16y^2\right)+\square\left(16x^2+12xy-15y^2\right);$$

$$-7x^2-6xy+5x^2=\square\left(5x^2+4xy-4y^2\right)+$$
$$+\square\left(-19x^2-15xy+16y^2\right)+\square\left(16x^2+12xy-15y^2\right);$$

$$13x^2+11xy-9x^2=\square\left(5x^2+4xy-4y^2\right)+$$
$$+\square\left(-19x^2-15xy+16y^2\right)+\square\left(16x^2+12xy-15y^2\right).$$

Завершить тест

$\underbrace{\boxed{}}_{\text{за задачи}}\underbrace{\boxed{}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные пространства : тест 7 (Иксов Игрек Зетович)

Начать тест

1. (3 б.) В линейном пространстве U многочленов степени не выше 2 от переменной t задано подпространство V многочленов $f(t)$ таких, что $f(-2) = f'(-4) = f''(4)$.
Тогда координаты любого многочлена из V в базисе
$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$ **удовлетворяют уравнениям** (отметьте «галочкой» верные уравнения)

- ☐ $x_1 - 3x_2 + 13x_3 = 0$
- ☐ $x_1 - 2x_2 - 8x_3 = 0$
- ☐ $x_1 - 3x_2 + 12x_3 = 0$
- ☐ $x_1 - x_2 - 4x_3 = 0$

Завершить тест

за задачи | за коэфф-ты

Линейные пространства : тест 8 (Иксов Игрек Зетович)

Начать тест

1. (3 б.) В линейном пространстве U симметричных матриц (т.е. $\mathbf{X}^t = \mathbf{X}$, где $\mathbf{X}^t$ — матрица, **транспонированная** к $\mathbf{X}$) с нулевым **следом** (нулевой суммой элементов **главной диагонали**)

подпространство V состоит из таких матриц $\mathbf{X} \in U$, что
$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{X} \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
Тогда координаты любой матрицы из V в базисе
$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ **удовлетворяют уравнениям** (отметьте «галочкой» верные уравнения)

☐	$x_1+x_2+12x_3 = 0$	☐	$-x_2+x_3 = 0$
☐	$-x_2-x_3 = 0$	☐	$2x_1-3x_2-9x_3 = 0$

Завершить тест

$\underbrace{\qquad\qquad}_{\text{за задачи}}$ $\underbrace{\qquad\qquad}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные пространства : тест 9 (Иксов Игрек Зетович)

Начать тест

1. (8 б.) Если $\mathbf{P} = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ и $\mathbf{G} = \{g_1, g_2, g_3, g_4\}$ — два базиса некоторого линейного пространства, и $\mathbf{U}_{\mathbf{P}\to\mathbf{G}} = (u_{ij})_{4\times 4}$ — **матрица перехода**, то

$$g_1 = u_{\Box\Box} p_1 + u_{\Box\Box} p_2 + u_{\Box\Box} p_3 + u_{\Box\Box} p_4.$$

2. (2 б.) Если $\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_2$ — два базиса некоторого линейного пространства, и через $\mathbf{H}_{\mathbf{U}\to\mathbf{A}}$ обозначена — **матрица перехода** из произвольного базиса $\mathbf{U}$ в некоторый базис $\mathbf{A}$, то для произвольного вектора n имеем $[n]_{\mathbf{P}_1} = \mathbf{H}_{\mathbf{P}_\Box \to \mathbf{P}_\Box} [n]_{\mathbf{P}_2}$.

Завершить тест

$\underbrace{\boxed{}}_{\text{за задачи}}\underbrace{\boxed{}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные пространства : тест 10 (Иксов Игрек Зетович)

Начать тест

1. (2 б.) Пусть $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{H}$ — два базиса некоторого линейного пространства, и $\mathbf{W}_{\mathbf{Q}\to\mathbf{H}}$ — **матрица перехода** из $\mathbf{Q}$ в $\mathbf{H}$. Отметьте **верные равенства** для координат вектора c:

- ☐ $[c]_{\mathbf{H}} = \mathbf{W}_{\mathbf{Q}\to\mathbf{H}}\,[c]_{\mathbf{Q}}$
- ☐ $[c]_{\mathbf{Q}} = \mathbf{W}^{-1}_{\mathbf{Q}\to\mathbf{H}}\,[c]_{\mathbf{H}}$
- ☐ $[c]_{\mathbf{Q}} = \mathbf{W}_{\mathbf{Q}\to\mathbf{H}}\,[c]_{\mathbf{H}}$
- ☐ $[c]_{\mathbf{H}} = \mathbf{W}^{-1}_{\mathbf{Q}\to\mathbf{H}}\,[c]_{\mathbf{Q}}$

2. (2 б.) Если $\mathbf{R}_1$ и $\mathbf{R}_2$ — два базиса некоторого линейного пространства, и через $\mathbf{G}_{\mathbf{W}\to\mathbf{A}}$ обозначена — **матрица перехода** из произвольного базиса $\mathbf{W}$ в некоторый базис $\mathbf{A}$, то для произвольного вектора n имеем $[n]_{\mathbf{R}_1} = \mathbf{G}^{-1}_{\mathbf{R}_{\square}\to\mathbf{R}_{\square}}\,[n]_{\mathbf{R}_2}$.

Завершить тест

$\underbrace{\boxed{}}_{\text{за задачи}}\underbrace{\boxed{}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные пространства : тест 11 (Иксов Игрек Зетович)

Начать тест

1. (9 б.) Даны **базисы**

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 \\ -5 & 0 & -4 \\ -4 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -19 & -15 \\ 19 & 0 & 16 \\ 15 & -16 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 16 & 12 \\ -16 & 0 & -15 \\ -12 & 15 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\text{и} \quad \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 125 & 96 \\ -125 & 0 & -112 \\ -96 & 112 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 486 & 373 \\ -486 & 0 & -436 \\ -373 & 436 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -540 & -416 \\ 540 & 0 & 481 \\ 416 & -481 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Тогда **матрица перехода** из **Б** в **В** **равна**

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \boxed{0} & \square \\ \square & \square & \square \end{pmatrix}.$$

Завершить тест | Score: 0 out of 1 | Score: 0 out of 9

$\underbrace{\text{Score: 0 out of 1}}_{\text{за задачи}}$ $\underbrace{\text{Score: 0 out of 9}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные пространства : тест 12 (Иксов Игрек Зетович)

Начать тест

1. (9 б.) Даны **базисы**

$\mathbf{Б} = \{5x^2+4xy-4y^2, 21x^2+17xy-16y^2, 16x^2+12xy-15y^2\}$

и $\mathbf{В} = \{-35x^2-32xy+16y^2, 166x^2+149xy-84y^2, -20x^2-32xy-31y^2\}$. Тогда **матрица перехода** из **Б** в **В** **равна**

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{pmatrix}.$$

Завершить тест $\underbrace{\boxed{}}_{\text{за задачи}}\underbrace{\boxed{}}_{\text{за коэфф-ты}}$